

Ion acoustic shock wave propagation in plasma in the presence of non-uniform magnetic field

Pakzad, H. R.¹ 

1. Department of Physics, Bojnourd Branch, Islamic Azad University, Bojnourd, Iran.

Corresponding Author E-mail: pakzad@bojnourdiau.ac.ir

(Received: 4 Dec 2022, Revised: 8 May 2023, Accepted: 26 Sep 2023, Published online: 15 Nov 2023)

Summary

The propagation of nonlinear waves such as ion acoustic, electron acoustic, dust acoustic in the plasma media have been studied in different equilibrium and non-equilibrium conditions. Meanwhile, the study of these waves in magnetized plasmas, due to the effect of the external magnetic field on the plasma with different angles of wave propagation has been less addressed. There are extensive studies on the propagation of acoustic waves in magnetized plasma, which show that when the intensity of the magnetic field is constant, these waves propagate as soliton waves with a stable profile in the plasma. In fact, the uniform magnetic field does not interfere with the fluctuations of the plasma particles to produce dilute and dense regions and wave propagation, and for this reason, the harmonic soliton wave is propagated in the plasma. We know factors such as heating, particles collision and viscosity that cause perturbation in plasma particles fluctuations. In this situation, the propagation of the acoustic wave will no longer be in the soliton form and a shock wave may appear. On the other hand, we know that in actual conditions, the magnetic field governing laboratory plasmas such as tokamaks and also astrophysical and space plasmas are not constant at all. As a realistic example, the Earth's magnetic field intensity varies from 30000 nT in 0 (latitude): +60 (altitude) to 45000 nT in 10 (latitude): +90 (altitude), where the magnetic field is almost horizontal. Therefore it would interesting to study the presence of a non-uniform magnetic field. For this purpose, we considered an ion-electron magnetized plasma model and numerically investigate the ion acoustic wave behavior in this medium, while the strength of the magnetic field is not the same in different parts of the plasma. In this situation, for simplicity in calculations, we assume the direction of the magnetic field to be constant. We use the second order Runge-Kutta method and by numerically solving the basic equations of the ion acoustic wave, it is shown that the stable behavior of the solitonic wave is perturbed in the presence of varying magnetic field and in this case, the wave propagates as a shock wave. Now we can introduce the non-uniform magnetic field along with factors such as viscosity, heating, collision etc. as the new sources of producing the acoustic shock waves in plasmas. We also studied the cases where the collisional terms and gyro frequencies of the particles are considered. In this condition, the effects of the non-uniform magnetic field are different. This subject can also be considered for other acoustic waves in different temperature and density models, various non-thermal plasmas and other features in astrophysical and laboratory plasmas.

Keywords: Solitary waves, Shock waves, Reductive Perturbation Method, Non-uniform Magnetic Field.

انتشار موج یون صوتی ضربه‌ای در پلاسما در حضور میدان مغناطیسی غیریکنواخت

حمیدرضا پاکزاد^۱

۱. گروه فیزیک، واحد بجنورد، دانشگاه آزاد اسلامی، بجنورد، ایران.

رایانامه نویسنده مسئول: pakzad@bojnourdiau.ac.ir

(دریافت: ۱۴۰۱/۹/۱۳، بازنگری: ۱۴۰۲/۲/۱۸، پذیرش نهایی: ۱۴۰۲/۷/۴، انتشار آنلاین: ۱۴۰۲/۸/۲۴)

چکیده

انتشار امواج غیرخطی از جمله امواج یون صوتی، الکترون صوتی، غبار صوتی و ... در شرایط مختلف تعادلی و غیرتعادلی مورد مطالعه قرار گرفته است. در این میان، مطالعه و بررسی این امواج در پلاسما مغناطیسه به دلیل تأثیر میدان مغناطیسی خارجی بر پلاسما با زوایای مختلف انتشار موج، از جذابیت زیادی برخوردار است. مطالعات گسترده‌ای در مورد انتشار امواج صوتی در پلاسما مغناطیسه وجود دارد که نشان می‌دهد زمانی که شدت میدان مغناطیسی ثابت است، انتشار موج صوتی با نمایه سالیوتونی و به شکل پایدار در پلاسما رخ می‌دهد. در واقع میدان مغناطیسی یکنواخت در نوسان ذرات پلاسمایی برای ایجاد مناطق رقیق و متراکم و نهایتاً انتشار موج دخالتی ندارد و به همین دلیل موج سالیوتونی هارمونیک در پلاسما منتشر می‌شود. ما قبلاً با عواملی نظیر گرمایش، برخورد ذرات و ویسکوزیته که باعث اختلال در نوسان ذرات در پلاسما می‌شوند، آشنا شده‌ایم. در این شرایط انتشار موج صوتی به شکل سالیوتونی نخواهد بود و موج ضربه‌ای ظاهر می‌شود. از سوی دیگر می‌دانیم که در شرایط واقعی، میدان مغناطیسی حاکم بر پلاسمای آزمایشگاهی مانند توکامک و همچنین پلاسماهای اختریفیزیکی و فضایی به هیچ وجه یکنواخت نیست. به عنوان یک مثال واقعی، شدت میدان مغناطیسی زمین از 30000 nT در عرض جغرافیایی 0° و طول جغرافیایی $+60^\circ$ تا 45000 nT در عرض جغرافیایی 10° و طول جغرافیایی $+90^\circ$ که در آن میدان مغناطیسی تقریباً افقی است، تغییر می‌کند. بنابراین مطالعه اثر میدان مغناطیسی غیریکنواخت جالب خواهد بود. برای این منظور، ما یک مدل پلاسمای مغناطیسه یون-الکترون را در نظر گرفته و در حالی که شدت میدان مغناطیسی در نقاط مختلف پلاسما یکسان نیست، رفتار موج یون صوتی را به صورت عددی بررسی کردیم. از روش Runge-Kutta مرتبه دوم استفاده کرده و به منظور سهولت در محاسبات، جهت میدان مغناطیسی را ثابت فرض کردیم. از روش مذکور برای حل عددی معادلات اساسی موج یون صوتی استفاده کرده و نشان دادیم که رفتار پایدار موج سالیوتونی در حضور میدان مغناطیسی غیریکنواخت دچار اختلال می‌شود و در این حالت موج به صورت موج ضربه‌ای انتشار می‌یابد. اکنون می‌توان میدان مغناطیسی غیریکنواخت را به همراه عواملی مانند ویسکوزیته، گرمایش و ... به عنوان منبع جدید تولید موج ضربه‌ای در پلاسما معرفی کرد. این موضوع با در نظر گرفتن خاصیت برخوردی و فرکانس‌های زیروسکوپی ذرات نیز قابل بررسی و مطالعه است. مطمئناً در این شرایط تأثیر میدان مغناطیسی غیریکنواخت می‌تواند متفاوت باشد. این چالش را همچنین می‌توان برای سایر امواج صوتی در مدل‌های دمایی و چگالی مختلف، پلاسماهای غیر حرارتی متنوع و سایر ویژگی‌ها در پلاسماهای اختریفیزیکی و آزمایشگاهی دنبال کرد.

واژه‌های کلیدی: امواج سالیوتونی، موج ضربه‌ای، روش اختلال کاهشی، میدان مغناطیسی غیریکنواخت.

۱. مقدمه

و پهن شدگی موج از بین رفته، به طوری که موج سالیوتونی تبدیل به موج ضربه‌ای می‌شود. منابع مختلفی برای تولید و انتشار موج ضربه‌ای در پلاسما وجود دارد که پژوهشگران متعددی به آنها پرداخته‌اند. ساختار موج یون صوتی ضربه‌ای به طور تجربی توسط اندرسون و همکاران (۱۹۶۷) مشاهده شد. همچنین ایجاد و تحریک امواج یون صوتی ضربه‌ای چندگانه توسط چان و همکاران (۱۹۸۱) مشاهده شد. ناکامورا و همکاران (۱۹۹۹) مشاهده کردند

در دو دهه اخیر، مطالعه امواج یون صوتی (IA) از دو جنبه نظری و تجربی مورد توجه قرار داشته است. سقدی‌اف (۱۹۶۶) با در نظر گرفتن یک شبه پتانسیل، به بررسی ویژگی‌های موج یون صوتی سالیوتونی (IAS) پرداخت. از سوی دیگر واشیمی و تانیوتی (۱۹۶۶) با به دست آوردن معادله Kdv انتشار موج یون صوتی را در یک پلاسما بدون برخورد مطالعه کردند. با وجود مکانیسم اتلاف در پلاسما، تعادل بین خاصیت تیزشدگی

۲. معادلات اساسی توصیف موج یون صوتی در پلاسمای مغناطیده

برای توصیف تحول مکتوهیدرودینامیکی مدل پلاسمایی موردنظر، از قوانین بقاء، معادلات انرژی-مومنتوم حرکت و تحول میدان الکترومغناطیسی مربوط به معادلات ماکسول استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \vec{v} \cdot (n_j \vec{u}_j) = 0 \quad (1)$$

$$m_j \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}_j \cdot \vec{v} \right) \vec{u}_j = -\vec{v} P + q_j (\vec{E} + \vec{u}_j \times \vec{B}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\vec{v} \times \vec{E} \quad (3)$$

$$\vec{v} \times \vec{B} - \varepsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu \sum_j n_j \vec{u}_j \quad (4)$$

$$\vec{v} \cdot \vec{B} = 0 \quad (5)$$

$$\vec{v} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon} \sum_j n_j \quad (6)$$

در روابط فوق، اندیس j به ذرات الکترون و یون اشاره دارد ($j=e, i$). معادله اول معادله پیوستگی و معادله دوم، معادله حرکت است که در آن \vec{u}_j به سرعت الکترون‌ها و یون‌ها اشاره دارد. معادلات (۳) تا (۶) معادلات ماکسول با دو میدان مغناطیسی \vec{B} و الکتریکی \vec{E} می‌باشند. ε و μ به ترتیب ثابت گذردهی و ثابت تراوایی پلاسما می‌باشند. در مجموعه معادلات فوق، به معادله فشار نیز می‌توان اشاره کرد که به ارتباط بین دمای پلاسما و چگالی ذرات اشاره دارد. با در نظر گرفتن پلاسمای سرد، از نوشتن این معادله صرف نظر کرده‌ایم. ما می‌توانیم مجموعه معادلات تکانه را برای اجزاء پلاسما ترکیب کنیم. بنابراین اگر از جریان جابه‌جایی در معادله (۴) صرف نظر کنیم، خواهیم داشت:

$$\vec{v} \times \vec{B} = \mu (n_i u_i - n_e u_e) \quad (7)$$

جواب عمومی برای حل معادلات بالا وجود ندارد، از این رو می‌بایستی این معادلات را در شرایطی که اطلاعات کافی از مدل فیزیکی در اختیار داریم، حل کنیم.

می‌خواهیم روی مسئله اصلی مورد نظرمان متمرکز بشویم. میدان مغناطیسی خارجی در جهت محور z ها بوده که

که در یک پلاسمای آرگون موج ضربه‌ای نوسانی با عبور از یک ستون پلاسمای غبار به موج ضربه‌ای مانا تبدیل می‌شود. لو و همکاران (۱۹۹۹ و ۲۰۰۰) اثر بار ذرات غبار را در پله‌ای کردن موج بررسی کردند. تحول ساختاری موج ضربه‌ای به دلیل اثر اتلافی در پلاسما و با اضافه شدن جمله برگر (*Burger*) به معادله *Kdv* و تبدیل آن به معادله *Kdv - Burger* است. در این حالت توازن بین سه اثر غیرخطی، پاشندگی و اتلاف منجر به تولید موج ضربه‌ای می‌شود و این موضوع به کرات مطالعه شده است (شاه و سعید، ۲۰۰۹؛ پاکزاد، ۲۰۱۰؛ پاکزاد، ۲۰۱۱؛ میسرا و همکاران، ۲۰۱۲). در این میان ثابت شده است که میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت می‌تواند به خوبی خصوصیات موج یون صوتی را با حفظ نمایه سالیونی آن تغییر دهد. یو و همکاران (۱۹۸۰) با استفاده از روش سقذی‌اف، سرعت انتشار موج یون صوتی را در پلاسمای مغناطیده مطالعه کردند. لادکه و اسپاچک (۱۹۸۲) شرایط پایداری موج یون صوتی در پلاسمای مغناطیده ضعیف را بررسی کردند. انتشار مایل موج یون صوتی دامنه کوتاه در پلاسمای مغناطیسی گرم توسط یاشویر و همکاران (۱۹۸۴) مطالعه شد. در تمامی مطالعات انجام شده، میدان مغناطیسی خارجی ثابت فرض شده و در این حالت شکل سالیونی موج پایداری می‌ماند. این در حالی است که گزارش‌های زیادی در خصوص غیریکنواخت بودن میدان مغناطیسی وجود دارد. همان‌طور که در قسمت قبل اشاره شد، مطابق با گزارش داده شده توسط مندی و کورته (۲۰۱۱)، شدت میدان مغناطیسی حاکم بر پلاسمای اتمسفری زمین غیریکنواخت است. لذا در این بررسی می‌خواهیم تأثیر میدان مغناطیسی غیریکنواخت را بر انتشار موج یون صوتی بررسی کنیم. برای این منظور ابتدا به معرفی معادلات اساسی پرداخته و سپس با استفاده از روش عددی تغییر در رفتار چگالی یونی به هنگام عبور از دو میدان یکنواخت و غیریکنواخت را به نمایش گذاشته و مقایسه می‌کنیم. بخش نتیجه‌گیری در انتهای مقاله شامل نکات جالب توجه و جدیدی است.

نسبت به فضا (مکان) ثابت نیست ($\vec{B} = B(x)\vec{k}$). در این حالت فرض می‌کنیم که جهت انتشار موج یون صوتی با راستای میدان مغناطیسی، زاویه داشته باشد. این توضیحات نشان می‌دهد که در این مدل ساده از وجود هرگونه منابع اتلافی نظیر نیروی برخوردی، چسبندگی بین ذرات، گرمایش، گیرانداختن ذرات و ... صرف نظر می‌شود. در شرایط تعادل ترمودینامیکی، معادلات انتشار موج یون صوتی در پلاسمای مورد نظر به صورت زیر خواهد بود:

نسبت به فضا (مکان) ثابت نیست ($\vec{B} = B(x)\vec{k}$). در این حالت فرض می‌کنیم که جهت انتشار موج یون صوتی با راستای میدان مغناطیسی، زاویه داشته باشد. این توضیحات نشان می‌دهد که در این مدل ساده از وجود هرگونه منابع اتلافی نظیر نیروی برخوردی، چسبندگی بین ذرات، گرمایش، گیرانداختن ذرات و ... صرف نظر می‌شود. در شرایط تعادل ترمودینامیکی، معادلات انتشار موج یون صوتی در پلاسمای مورد نظر به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \vec{v} \cdot (n_i \vec{u}_i) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_i}{\partial t} + (\vec{u}_i \cdot \vec{v}) \vec{u}_i = -\frac{e}{m_i} \nabla \Phi + \frac{e}{m_i} \vec{u}_i \times \vec{B} \quad (9)$$

$$\nabla^2 \Phi = -\frac{e}{\epsilon} (n_i - n_e) \quad (10)$$

در این روابط n_i ، \vec{u}_i و Φ به ترتیب چگالی یون‌ها در پلاسمای سرعت سیال یونی و پتانسیل الکتروستاتیکی است. n_e چگالی الکترون‌ها در پلاسماست که توزیع آن را حرارتی فرض می‌کنیم. معادلات فوق در حالت بی بعد و با در نظر داشتن مؤلفه‌های انتشار سرعت در فضا، به شکل زیر خواهند بود:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(nu_x) + \frac{\partial}{\partial y}(nu_y) + \frac{\partial}{\partial z}(nu_z) = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + (u_x \frac{\partial}{\partial x} + u_y \frac{\partial}{\partial y} + u_z \frac{\partial}{\partial z})u_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x} + bu_y \quad (12)$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + (u_x \frac{\partial}{\partial x} + u_y \frac{\partial}{\partial y} + u_z \frac{\partial}{\partial z})u_y = -\frac{\partial \phi}{\partial x} + bu_x \quad (13)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} + (u_x \frac{\partial}{\partial x} + u_y \frac{\partial}{\partial y} + u_z \frac{\partial}{\partial z})u_z = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = n_e - n \quad (15)$$

در این معادلات، چگالی یون‌ها (n)، سرعت سیالی یون‌ها (u) و پتانسیل الکتریکی (ϕ) به ترتیب با چگالی اولیه یون‌ها (n_{i0})، سرعت حرارتی یون‌ها ($C_i = \sqrt{\frac{T_e}{m_i}}$) و عبارت T_e/e بی بعدسازی شده‌اند. در این روابط T_e دمای الکترون و m_i جرم یون بوده و ثابت بولتزمن را برابر با واحد فرض کرده‌ایم ($k_B = 1$). همچنین زمان و مکان به ترتیب با عبارات فرکانس پلاسمایی ($\omega_{pi}^{-1} = \sqrt{\frac{m_i}{n_{i0}e^2}}$) و طول دبی ($\lambda_{Di} = \frac{C_i}{\omega_{pi}}$) بی بعد شده‌اند. پارامتر مهم و کلیدی در این روابط $b(r) = \frac{\omega_B}{\omega_{pi}}$ است که در آن

$$n_e = e\varphi \quad (16)$$

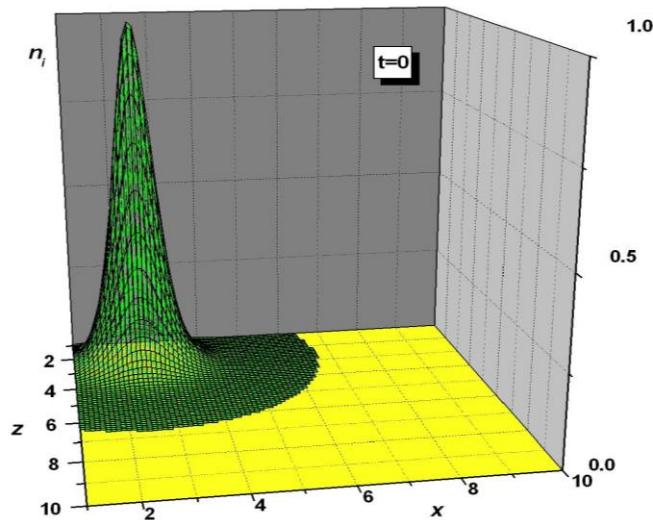
۳. حل عددی معادلات انتشار چگالی یون

اکنون با حل مستقیم روابط (۱۱) تا (۱۵) به روش عددی، به بررسی رفتار موج یونی به هنگام عبور از میدان مغناطیسی ثابت و غیر ثابت می‌پردازیم. معادلات (۱۱) تا (۱۵) معادلات دیفرانسیل با مشتقات مرتبه اول نسبت به زمان و مرتبه دوم مکانی هستند. شرایط اولیه شامل تابع چگالی یون و بردار سرعت در لحظه $t=0$ است. مشتقات مکانی با تفاضل‌های متناهی مرتبه دو مرکزی با پارامتر گسسته‌سازی $\delta x = \delta y = \delta z = h$ شبیه‌سازی شده‌اند. به همین دلیل دقت محاسبات مشتقات مکانی حداقل از مرتبه h^2 در هر گام است. مهم‌ترین عامل خطا در شبیه‌سازی توابع تحولی مربوط به مشتقات زمانی هستند. به همین دلیل برای جایگزینی مشتقات زمانی از روش رانگ-کوتا مرتبه دوم استفاده شد که حداکثر خطا کمتر از δt^2 است. دقت محاسبات در سرعت بیشتر از h می‌باشد که برای مقاصد ما کافی است. ابعاد مکانی شبیه‌سازی حداقل ۴ برابر کل پهنای تابع چگالی در نظر گرفته شد، به طوری که در تمام مدت تحول زمانی، تابع چگالی حداقل در بیست گره همسایه مرز با دقت h^2 صفر باشد. در این صورت می‌توان از شرایط مرزی ثابت که پیاده‌سازی ساده‌تری دارد استفاده کرد. برای بررسی پایداری و صحت نتایج محاسبات، هر شبیه‌سازی با مقادیر متفاوت $0.1, 0.05, h = 0.25$ و $\delta t = 0.25h$ تکرار شد تا عدم وابستگی نتایج به پارامترهای گسسته‌سازی تضمین شود. چون نتایج با دقت خوبی در تمام مدت تحول زمانی مورد نیاز پایدار بودند، نیازی به دقت بالاتر در گسسته‌سازی و یا استفاده از شرایط مرزی جاذب نداشتیم. محاسبات عددی مستقیماً با برنامه‌نویسی فرترن ۹۰ و استفاده از زیرروال‌های استاندارد انجام شده است (ویلیم و همکاران، ۱۹۹۶)، لذا

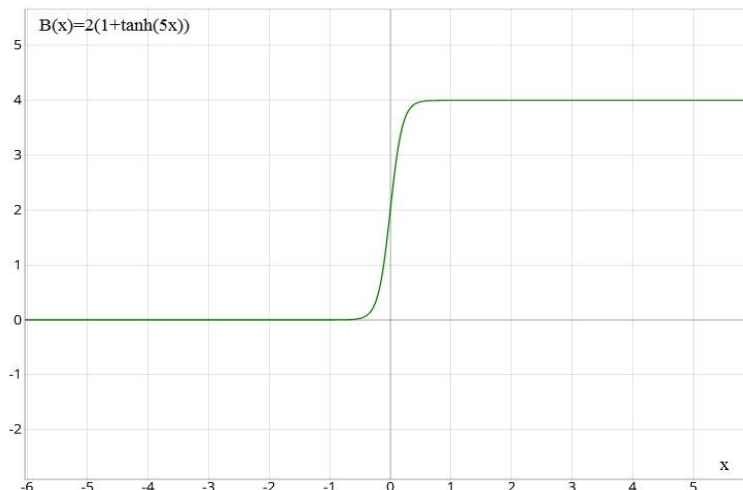
یکنواخت ($B = 2$) و غیریکنواخت ($B = 2(1 + \tanh 5x)$) شبیه‌سازی شده است.

در شکل ۲، تغییرات میدان مغناطیسی (استفاده شده در این مقاله) نسبت به فاصله به نمایش در آمده است. مشاهده می‌شود که شدت میدان مغناطیسی به تدریج افزایش یافته و به مقدار تعادل خود ($B=4$) می‌رسد. این نمودار را می‌توان برای افزایش شدت میدان از مقدار B_1 به B_2 نیز لحاظ کرد. دلیل انتخاب شکل ۲ مشابهت با میدان مغناطیسی پلاسما زمین است. بدیهی است رفتار غیریکنواخت میدان مغناطیسی در محیط‌های دیگر می‌تواند متفاوت باشد. به‌عنوان مثال در یک حالت عمومی، می‌توان شکل گوسی میدان مغناطیسی را موردنظر قرار داد.

کنترل تمام پارامترها و رفتار زیرروال‌ها به تفکیک زیرنظر گرفته شد. از آنجا که پلاسما دارای محدوده مرزی است، لذا انتشار موج در فاصله و محدوده معینی اعتبار دارد. همچنین با در نظر گرفتن پلاسما ی خنثی، معادله پواسون از محاسبات خارج می‌شود. شکل ۱ چگالی یونی را به صورت $n_i = \text{sech}^2\left(\frac{x^2+z^2}{W^2}\right)$ در موقعیت مکانی اولیه در آن W معرف پهنای موج است. همچنین مؤلفه‌های سرعت موج را به صورت $u_x = u_z = 0.5$ و $u_y = 0.1$ انتخاب کرده‌ایم. در حقیقت در شکل ۱، شکل اولیه چگالی یونی (n_i)، قبل از عبور از ناحیه مغناطیده پلاسما نمایه شده است. در شکل‌های ۲ و ۳ نمایه موج عبوری (چگالی نهایی پالس یونی، n_f) از دو میدان مغناطیسی



شکل ۱. n_i پالس یونی اولیه.

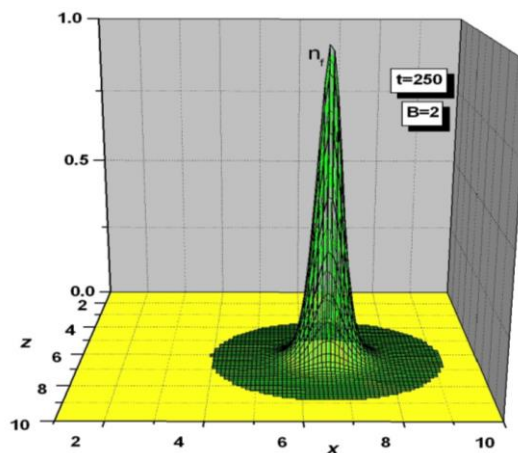


شکل ۲. تغییرات پله‌ای میدان مغناطیسی غیریکنواخت نسبت به مکان.

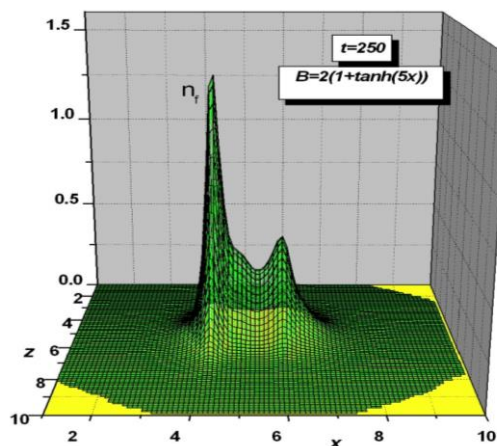
پالس یونی در حضور میدان مغناطیسی غیریکنواخت کاهش می‌یابد. شکل ۴ همچنین بیان می‌کند که در این حالت حرکت موج یونی با دامنه بلندتر و پخش شدگی بیشتر همراه است. مقایسه شکل‌های ۳ و ۴ منجر به این نتیجه می‌شود که حرکت پالس یونی در پلاسما مغناطیده با شدت میدان مغناطیسی غیریکنواخت با موج‌های کوچکی همراه است و از این رو می‌توان انتشار آن را به صورت موج ضربه‌ای دانست. به نظر می‌آید بررسی علمی دقیق این پدیده که میدان مغناطیسی غیریکنواخت می‌تواند پایداری موج متحرک را برهم زده و تولید موج ضربه‌ای نماید، به مطالعه بیشتری نیاز دارد. با این حال می‌توان ادعا کرد که در حضور میدان مغناطیسی غیریکنواخت، نیروی مغناطیسی وارد بر یون‌های متحرک در نقاط مختلف پلاسما یکسان نبوده به طوری که موج یونی به هنگام حرکت دچار اختلال شده و نهایتاً در شرایط ناپایداری به حرکت خود ادامه می‌دهد.

شکل‌های ۳ و ۴ نمایه پالس یونی را در شرایطی نشان می‌دهند که در محیط مغناطیده پلاسمایی حرکت می‌کنند (n_f). در شکل ۳، پیک یونی (n_f) در صفحه $x-z$ و در لحظه $t = 250$ در حالی که شدت میدان مغناطیسی ثابت ($B=2$) بر پلاسما حاکم است، نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که انتشار موج یونی بدون تغییر شکل صورت گرفته و بنابراین می‌توان گفت میدان مغناطیسی یکنواخت بر رفتار موج تأثیری نداشته و در این حالت موج با همان شکل اولیه به حرکت خود ادامه داده است.

شکل ۴ نمایه چگالی یونی (n_f) را در لحظه $t = 250$ و در شرایطی که پلاسما تحت تأثیر میدان مغناطیسی غیریکنواخت ($B = 2(1 + \tanh 5x)$) است، نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که پیک موج یونی به هنگام حرکت در صفحه $x-z$ متأثر از میدان مغناطیسی غیر ثابت مختل شده و در این حالت از شکل اولیه خود خارج می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که سرعت پیشروی



شکل ۳. حرکت چگالی یونی (n_f) در پلاسما در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 2$.



شکل ۴. حرکت چگالی یونی (n_f) در پلاسما در حضور میدان مغناطیسی غیریکنواخت $B = 2(1 + \tanh 5x)$.

جمله سوم (پاشندگی) منجر به انتشار موج سالیوتونی می‌شود. در معادله $Kdv - Burgers$ (معادله ۱۸) وجود جمله چهارم (جمله همرفتی) این تعادل را از بین برده و تولید موج ضربه‌ای را ممکن می‌سازد. عوامل ایجاد موج ضربه‌ای در جمله چهارم این معادله ایفای نقش دارند.

اکنون با این توضیحات نقش مهم شدت میدان مغناطیسی غیریکنواخت در از بین بردن پایداری موج را بهتر درک می‌کنیم. زیرا نیروی مغناطیسی وارد بر ذرات باردار یونی در نقاط مختلف پلاسما برابر نبوده و در این حالت (نظیر اثر برخوردی و نیروی چسبندگی) نواحی متراکم و رقیق ناشی از نوسان ذرات، یکسان نبوده بطوری که موج به‌طور غیرپایدار (ضربه‌ای) حرکت می‌کند.

۴. نتیجه‌گیری

همان‌طور که می‌دانیم انتشار امواج صوتی در پلاسما به‌دلیل نوسان ذرات پلاسما و نهایتاً ایجاد نواحی متراکم و رقیق صورت می‌گیرد. سالیتون، جواب معادله دیفرانسیل Kdv ، نمونه‌ای از یک موج صوتی پایا (هارمونیک) است که در پلاسما منتشر می‌شود. عوامل متعددی از جمله انرژی جنبشی حرارتی ذرات، میدان الکتریکی ناشی از بار ذرات، میدان مغناطیسی ثابت، دمای پلاسما و ... در نوسان ذرات و ایجاد نواحی متراکم و رقیق برای تولید موج یون صوتی سالیوتونی نقش دارند. از سوی دیگر برخی عوامل می‌توانند در ارتعاش ذرات و تشکیل نواحی متراکم و رقیق منظم جهت انتقال موج صوتی سالیوتونی، اختلال ایجاد کنند. این اختلال به معنای از بین رفتن تعادل بین دو اثر تیزشدگی و پهن‌شدگی موج است. لذا به این نتیجه می‌رسیم که معادله تعریف موج از Kdv به معادله دیگری تغییر می‌یابد که دیگر جواب سالیوتونی ندارد. اجازه بدهید موضوع را به گونه‌ای دیگر بررسی کنیم. ساده‌ترین عامل نوسان ذرات پلاسمایی، بار آنها است، به این مفهوم که از وجود بارهای الکتریکی مثبت و منفی در پلاسما، میدان الکتریکی و متعاقباً نواحی رقیق و متراکم ایجاد شده و نهایتاً موج انتشار می‌یابد.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود در این بررسی از برخورد ذرات، اثر گرمایی، نیروی چسبندگی و سایر عوامل مختل‌کننده موج صرف‌نظر شده است. به‌عنوان مثال با در نظر گرفتن نیروی برخوردی بین ذرات، نیروی ارتعاشی ذرات و ایجاد نواحی متراکم و رقیق تحت تأثیر قرار گرفته و نهایتاً انتشار موج مختل می‌شود. در واقع در پلاسمایی که از نیروی برخوردی بین ذرات صرف‌نظر می‌شود، نیروی الکتریکی ناشی از بار ذرات پلاسمایی باعث حرکت نوسانی منظم ذرات می‌شود. این در حالی است که در پلاسمای برخوردی، سرعت ذرات دائماً تغییر می‌کند و در این شرایط ایجاد نواحی رقیق و متراکم با اختلال مواجه می‌شود. نیروی برخوردی با عبارت $\frac{mn(u-u_0)}{\tau}$ ارائه می‌شود که در آن n چگالی ذرات پلاسمایی، $m(u-u_0)$ تغییر تکانه هر ذره در برخورد در τ زمان آزاد میانگین بین برخوردهاست. گرمایش نیز از انتشار موج پایا در پلاسما جلوگیری می‌کند. عامل دیگری که می‌تواند انتشار موج صوتی سالیوتونی را دستخوش اختلال قرار دهد، نیروی چسبندگی بین ذرات است. این نیرو که در معادله حرکت به‌صورت $\eta \nabla^2 u$ ظاهر می‌شود، از جمله عوامل مختل‌کننده سرعت ارتعاشی ذرات است و نهایتاً پایایی موج هارمونیک را از بین می‌برد. هر یک از عواملی که اشاره شد، می‌تواند موجب انتشار موج ضربه‌ای در پلاسما شود (کیلهاکر و همکاران، ۱۹۶۹؛ هیو، ۱۹۷۲؛ بیس کمپ، ۱۹۷۳؛ کازانوا و همکاران، ۱۹۹۱؛ لی و هاووز، ۲۰۰۱ و نیو، ۲۰۰۹). روش اختلال کاهشی در بررسی تحلیلی امواج صوتی نیز به وجود دو نوع موج سالیوتونی و ضربه‌ای به‌عنوان جواب‌های دو معادله دیفرانسیل $Kdv - Burgers$ و Kdv اشاره دارد:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + A\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \phi}{\partial \xi^3} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + A\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \phi}{\partial \xi^3} + C \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} = 0 \quad (18)$$

در این معادلات، ضرایب A ، B و C ضرایبی هستند که بر اساس پارامترهای پلاسما تعریف می‌شوند. معادله ۱۷ یا همان معادله Kdv ، تعادل بین جمله دوم (غیرخطی) و

مختلف پلاسما یکسان نبوده و لذا نوسان ذرات و متعاقباً تولید نواحی رقیق و متراکم یکنواخت نخواهد بود و در این حالت انتشار پالس یونی مختل می‌شود. در این شرایط موج هارمونیک، تحت تأثیر میدان مغناطیسی غیریکنواخت به صورت موج ضربه منتشر خواهد شد. بنابراین می‌توان میدان مغناطیسی غیریکنواخت را به عنوان یک عامل جدید در تولید و انتشار موج یون صوتی ضربه‌ای معرفی کرد.

مراجع

- Andersen, H. K., D'Angelo, N., Michelsen, P., & Nielsen, P. (1967). Investigation of Landau-damping effects on shock formation. *Phys. Rev. Lett.*, 19(4), 149-151.
- Biskamp, D. (1973). Collisionless shock waves in plasmas. *Nucl. Fusion*, 13 (5). 719-740.
- Casanova, M., Larroche, O., & Matte, J. P. (1991). Kinetic simulation of a collisional shock wave in a plasma. *Phys. Rev. Lett.*, 67 (16). 2143-2146.
- Chan, C., Khazei, M., Lonngren, K. E., & Hershkowitz, N. (1981). Excitation of multiple ion-acoustic shocks. *Phys. Fluids* 24, (8), 1452-1455.
- Hu, P. N. (1972). Collisional Theory of Shock and Nonlinear Waves in a Plasma. *Physics of Fluids*, 15 (5). 854-864.
- Keilhacker, M., Kornherr, M., Steuer, K. H. (1969). Observation of collisionless plasma heating by strong shock waves. *Zeitschrift für Physik A Hadrons and nuclei*, 223(4). 385-396.
- Laedke, E. W., & Spatschek, K. H. (1982). Nonlinear ion-acoustic waves in weak magnetic fields. *Phys. Fluids* 25, 985 (6), 985-989.
- Li, F. O., & Havnes, O. (2001). Shock waves in a dusty plasma. *Phys. Rev. E*, 64 (6). 066407-6.
- Luo, Q. Z., D'Angelo, N., & Merlino, R. L. (1999). Experimental study of shock formation in a dusty plasma. *Phys. Plasmas* 6, (9). 3455-3458.
- Luo, Q. Z., D'Angelo, N., & Merlino, R. L. (2000). Ion acoustic shock formation in a converging magnetic field geometry. *Phys. Plasmas* 7, (6). 2370-2373.
- Mandea, M., & Korte, M. (2011). Geomagnetic Observations and Models, IAGA Special Sopron Series Vol. 5, edited by M. Mandea and M. Korte (Springer, British Geological Survey, 2011).
- در این بررسی که به روش شبیه‌سازی انجام گرفت، نشان دادیم که رفتار موج پایا در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت بدون تغییر است در حالی که اگر شدت میدان مغناطیسی خارجی حاکم بر محیط پلاسما غیریکنواخت باشد، موج پایا مختل شده و با سرعت کمتری در پلاسما منتشر می‌شود. دلیل فیزیکی حاکم بر این پدیده، اثر غیر یکسان میدان مغناطیسی (غیریکنواخت) بر نوسان ذرات پلاسمایی در نقاط مختلف محیط پلاسما است. به عبارت دقیق‌تر، نیروی مغناطیسی وارد بر ذرات باردار در نقاط
- Misra A. P., Adhikary N.C., & Shukla P. K. (2012). Ion-acoustic solitary waves and shocks in a collisional dusty negative-ion plasma. *Phys. Rev. E*, 86 (5). 056406.
- Nakamura, Y., Bailung, H., & Shukla, P.K. (1999). Observation of Ion-Acoustic Shocks in a Dusty Plasma. *Phys. Rev. Lett.*, 83 (8).1602-1605.
- Niu, K. (2009). Shock waves in gas and plasma. *Laser and Particle Beams*, 14 (10). 125 – 132.
- Pakzad, H.R. (2010). Kadomstev-Petviashvili (KP) equation in warm dusty plasma with variable dust charge, two-temperature ion and nonthermal electron. *Pramana, J. Phys.*, 74(4). 605-614.
- Pakzad, H.R. (2011). Dust acoustic shock waves in plasmas with strongly coupled dusts and superthermal ions. *Can. J. Phys.*, 89(2). 193-200.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P., & Metcalf, M. (1996). *Numerical Recipes in Fortran 90.*, Vol. 2, (Cambridge University Press).
- Sagdeev, R. Z. (1966). in *Reviews of Plasma Physics*, edited by M. A. Leontovich (Consultants Bureau, New York, 4, 23-91).
- Shah, A., & Saeed, R. (2009). Ion acoustic shock waves in a relativistic electron-positron-ion plasmas, *Phys. Lett. A*, 373(45). 4164-4168.
- Washimi, H., & Taniuti, T. (1966). Propagation of ion-acoustic solitary waves of small amplitude. *Phys. Rev. Lett.*, 17 (19). 996-998.
- Yashvir, Bhatnagar, T. N., & Sharma, S. R. (1984). Nonlinear ion-acoustic waves and solitons in warm-ion magnetized plasma. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 26, (11), 1303-1310.
- Yu, M. Y., Shukla, P. K., & Bujarbarua, S. (1980). Fully nonlinear ion-acoustic solitary waves in a magnetized plasma. *Phys. Fluids*, 23(10). 2146-2147.