



Evaluation of Random Forest and Hybrid Time Series Models in Bivariate Simulation of Electrical Conductivity

Emad Mahjoobi 

Corresponding Author, Department of Water and Environmental Engineering, Faculty of Civil Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran. E-mail: emahjoobi@shahroodut.ac.ir

Article Info

Article type:
Research Article

Article history:

Received: 22 June 2022
Received in revised form:
17 August 2022
Accepted: 04 September 2022
Published online:
25 December 2022

Keywords:

Autocorrelation,
Conditional variance,
Nonlinear model,
Urmia Lake.

ABSTRACT

The quality parameters of the river, including electrical conductivity, are highly dependent on changes in flow rate. Adding the flow rate parameter to the simulation of this parameter can increase the certainty of the simulation results. For this reason, in this study, random forest, CARMA and CARMA-GARCH models were used to model the electrical conductivity values in Gerdyaghoub, Kutar and Bitas stations in Mahabadchai basin, taking into account the flow rates. In this regard, the monthly values of electrical conductivity and flow discharge in the statistical period 1986-2018 were used. The results were analyzed using Nash-Sutcliffe statistics, root mean square error and violin plot. The results of evaluation the root mean square error and Nash-Sutcliffe statistics showed that the simulation results of CARMA-GARCH model compared to CARMA model in Bitas and Kuter stations as well as the training step in Gerdyaghoub station were improved. The results showed that the combination of nonlinear and linear models could improve the modeling error in three stations, Gerdyaghoub, Kotar and Bitas in the training step of 9.56, 9.70 and 21.68 percent. By examining the violin plots, the results showed acceptable accuracy and performance of CARMA and CARMA-GARCH models compared to the random forest model. In general, the results showed that time series models have higher accuracy in bivariate simulating of electrical conductivity values in the study area.

Cite this article: Mahjoobi, E. (2022). Evaluation of Random Forest and Hybrid Time Series Models in Bivariate Simulation of Electrical Conductivity. *Journal of Water and Irrigation Management*, 12 (4), 729-745.
DOI: <http://doi.org/10.22059/jwim.2022.344836.1003>





ارزیابی مدل‌های جنگل تصادفی و هیبریدی سری زمانی در شبیه‌سازی دومتغیره هدایت الکتریکی

عماد محجوبی ✉

نویسنده مسئول، گروه مهندسی آب و محیط زیست، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران. رایانامه: emahjoobi@shahroodut.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
<p>نوع مقاله: مقاله پژوهشی</p> <p>تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۴/۰۱</p> <p>تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۵/۲۶</p> <p>تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۶/۱۳</p> <p>تاریخ انتشار: ۱۴۰۱/۱۰/۰۴</p>	<p>پارامترهای کیفی رودخانه اعم از هدایت الکتریکی وابستگی زیادی به تغییرات دبی جریان دارند. اضافه شدن پارامتر دبی جریان به شبیه‌سازی این پارامتر می‌تواند قطعیت نتایج شبیه‌سازی را افزایش دهد. به همین دلیل در این مطالعه جهت مدل‌سازی مقادیر هدایت الکتریکی در ایستگاه‌های گردیعقوب، کوتر و بیطاس در زیرحوضه مهابادچای با در نظر گرفتن مقادیر دبی جریان، از مدل‌های جنگل تصادفی، CARMA و CARMA-GARCH استفاده شد. در این خصوص از مقادیر ماهانه هدایت الکتریکی و دبی جریان در دوره آماری ۱۳۶۵ تا ۱۳۹۷ بهره گرفته شد. نتایج بررسی‌ها با استفاده از آماره نش-ساتکلیف، جذر میانگین مربعات خطا و نمودار ویالونی مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت. مقادیر آماره‌های جذر میانگین مربعات خطا و نش-ساتکلیف بیانگر بهبود نتایج شبیه‌سازی مدل CARMA-GARCH نسبت به مدل CARMA در دو ایستگاه بیطاس و کوتر و هم‌چنین مرحله آموزش در ایستگاه گردیعقوب بود. نتایج نشان داد که تلفیق مدل غیرخطی و خطی توانسته است میزان خطای مدل‌سازی را در هر سه ایستگاه گرد یعقوب، کوتر و بیطاس در مرحله آموزش به ترتیب ۹/۵۶، ۹/۷۰ و ۲۱/۶۸ درصد بهبود بخشد. بررسی نمودارهای ویالونی حاکی از دقت و عملکرد قابل قبول مدل‌های CARMA و CARMA-GARCH نسبت به الگوریتم جنگل تصادفی بود. به‌طور کلی نتایج بیانگر آن است که مدل‌های سری زمانی از دقت بالاتری در شبیه‌سازی دومتغیره مقادیر هدایت الکتریکی در منطقه مورد مطالعه برخوردار هستند.</p>
<p>کلیدواژه‌ها:</p> <p>خودهمبسته، دریاچه ارومیه، مدل غیرخطی، واریانس شرطی.</p>	

استناد: محجوبی، ع (۱۴۰۱). ارزیابی مدل‌های جنگل تصادفی و هیبریدی سری زمانی در شبیه‌سازی دومتغیره هدایت الکتریکی. نشریه مدیریت آب و آبیاری، ۱۲ (۴)، ۷۲۹-۷۴۵. DOI: <http://doi.org/10.22059/jwim.2022.344836.1003>



۱. مقدمه

تخمین پارامترهای مختلف هواشناسی و هیدرولوژیک به دلیل تصادفی بودن ماهیت آن‌ها و همچنین تأثیر عوامل مختلف، با چالش‌های فراوانی روبه‌رو است. تخمین مقادیر یادشده از جنبه‌های مختلف از جمله تکمیل و تطویل دوره آماری، بررسی تغییرات اقلیمی، پایش منابع آب و غیره از اهمیت زیادی برخوردار است. برای مثال در زمینه تغییرات کیفی رودخانه در یک حوضه، تغییرات کمی نیز دارای اهمیت بوده و باید در نظر گرفته شود. پیش‌بینی پارامترهای کیفیت آب نقش مهمی در منابع آب و سامانه‌های زیست‌محیطی ایفا می‌کند. امروزه در خصوص شبیه‌سازی‌ها در علوم آب، تکنیک‌ها و ابزار زیادی مورد استفاده قرار می‌گیرد که هر کدام معایب و مزایای خود را دارد. Thakur *et al.* (2011) به بررسی و شبیه‌سازی مقادیر هدایت الکتریکی (EC) در یک سایت فیلتراسیون رودخانه‌ای پرداختند. آن‌ها ضرورت این مطالعه را در افزایش EC پس از عبور آب از محیط متخلخل به واسطه جذب املاح خاک عنوان کردند. بر این اساس از یک رویکرد احتمالی برای بررسی تغییرات هدایت الکتریکی آب استفاده کردند. Salami and Ehteshami (2015) با استفاده از پارامترهای دما، pH و EC از شش مدل برای تخمین غلظت‌های اکسیژن محلول (DO)، نیاز بیولوژیکی اکسیژن (BOD) و کلرید در ۲۱۰ ایستگاه نظارتی واقع در سراسر ایرلند استفاده کردند. برای توسعه همه مدل‌ها، الگوریتم پیش‌خور برای آموزش و همچنین توابع لوبنرگ-مارکوارت و $\text{tansign}(x)$ به‌عنوان توابع یادگیری و انتقال استفاده شد. نتایج بیانگر دقت قابل قبول مدل‌های مورد استفاده در شبیه‌سازی مقادیر کیفی رودخانه بود. Ravansalar and Rajae (2015) کارایی دو مدل شبکه عصبی مصنوعی^۱ (ANN) و مدل‌های ترکیبی شبکه‌های عصبی کوچک^۲ (WANN) را برای پیش‌بینی EC ماهانه رودخانه آسی در ایستگاه سنجش دمیرکوپرو در ترکیه مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها از داده‌های سری زمانی مقادیر EC و جریان ماهانه استفاده کردند. مقایسه مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل‌ها نشان داد که عملکرد مدل WANN پیشنهادی بهتر از مدل ANN معمولی است. ضریب تعیین (R^2) برای مدل‌های WANN و ANN به ترتیب ۰/۹۴۹ و ۰/۳۸۱ برآورد شد. نتایج نشان داد که مقادیر پیک EC پیش‌بینی شده توسط مدل WANN به مقادیر مشاهده شده نزدیک‌تر است. Ahmadianfar *et al.* (2020) یک روش رگرسیون خطی با وزن محلی موجک ترکیبی (W-LWLR) را برای پیش‌بینی EC ماهانه رودخانه سفیدرود در ایران معرفی نمودند. آن‌ها از ۲۴۰ نمونه ماهانه دبی و EC در یک دوره ۲۰ ساله استفاده کردند. برای مقایسه عملکرد روش‌های مختلف، از LWLR مستقل، رگرسیون بردار پشتیبان (SVR)، رگرسیون بردار پشتیبان موجک (W-SVR)، مدل خودهمبسته با میانگین متحرک یکپارچه (ARIMA)، تئوری موجک آریمای (W-ARIMA)، رگرسیون خطی چندمتغیره (MLR) و رگرسیون خطی چندمتغیره موجک (W-MLR) نیز بهره گرفتند. معیارهای مقایسه کلی و تحلیل خطا برتری روش پیشنهادی جدید W-LWLR را برای پیش‌بینی کیفیت آب نشان داد. Ahmadianfar *et al.* (2022) یک ترکیب تطبیقی از تکامل دیفرانسیل و بهینه‌سازی ازدحام ذرات (A-DEPSO) با مدل سیستم استنتاج فازی عصبی تطبیقی (ANFIS) برای پیش‌بینی EC ماهانه در رودخانه مارون در جنوب غربی ایران اتخاذ کردند. روش A-DEPSO از فرایندهای جهش برای تقویت مکانیسم‌های جستجوی کلی و محلی استفاده می‌کند. نتایج پژوهش آن‌ها نشان داد که مدل W-ANFIS-ANFIS می‌تواند RMSE را در مقایسه با مدل مستقل ANFIS-DEPSO حدود ۸۰ درصد بهبود بخشد. Sayadi Shahraki and Sayadi Shahraki (2019) به منظور شبیه‌سازی پارامتر کیفی هدایت الکتریکی آب زیرزمینی دشت بهبهان از مدل‌های ANN و ANN-PSO استفاده کردند. پارامترهای EC، کلسیم، منیزیم، سولفات، بی‌کربنات، کلر، پتاسیم، سختی و اسیدیته در بازه سال‌های ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۵ در دشت بهبهان جمع‌آوری شده و به‌عنوان ورودی مدل مورد استفاده قرار گرفتند. نتایج نشان داد بیش‌ترین دقت پیش‌بینی پارامتر کیفی EC مربوط به مدل ANN-PSO است. با

توجه به کارایی بالای مدل شبکه عصبی مصنوعی با آموزش الگوریتم بهینه‌سازی تجمع ذرات، می‌توان از این مدل برای اتخاذ تصمیم‌های مدیریتی و حصول اطمینان از نتایج پایش و کاهش هزینه استفاده کرد.

مدل‌های دیگری که در زمینه شبیه‌سازی متغیرهای هیدرولوژیک موفق بوده‌اند، مدل‌های سری زمانی می‌باشند. این مدل‌ها نیز توانایی بالایی در شبیه‌سازی مقادیر مختلف کمی و کیفی منابع آب دارد (Ramezani et al., 2019). در این میان مدل‌های غیرخطی با مدل‌سازی بخش واریانس مدل‌های خطی دقت و کارایی مدل‌های خطی را افزایش داده‌اند (Shahidi et al., 2020). یکی از این مدل‌ها، مدل خودهمبسته با واریانس شرطی می‌باشد. این مدل به‌عنوان جایگزینی برای مدل‌های سری زمانی براساس فرض خطی بودن بین متغیرها در مراحل زمانی مختلف که نمی‌تواند وابستگی شرطی واریانس یا ناهمسانگردی بودن را به‌حساب آورد، توسعه داده شد. به‌دلیل قدرت آن در مدل‌سازی متغیرهایی که تغییرات در آن‌ها قابل توجه است، به‌طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته است، به‌ویژه در زمینه مالی و اقتصادی (Duan, 1996; Tse and Tsui, 2002). مدل GARCH^۳ در شبیه‌سازی سری زمانی هیدرولوژیک کاربرد فراوانی دارد که می‌توان به مطالعات Yusof and Kane (2013)، Ramezani et al. (2019) و Shahidi et al. (2020) اشاره کرد. پارامترهای مدل GARCH با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی تخمین زده می‌شوند. مدل GARCH در واقع مدل تعمیم‌یافته خانواده ARCH^۴ می‌باشد. این مدل اولین بار در مطالعات اقتصاد توسط Engle (1982) معرفی و توسعه یافت. تمامی حالت‌های مختلف این مدل نیز بر پایه مدل ARCH بنا شده است.

برآورد و پیش‌بینی پارامترهای کیفی آب زیرزمینی به‌منظور تصمیم‌گیری‌های مدیریتی یکی از اهداف مدیران و برنامه‌ریزان منابع آب تلقی می‌شود. در این راستا تعداد زیادی مدل در زمینه مدیریت بهتر برای حفظ کیفیت آب گسترش یافته است. بیش‌تر این مدل‌ها نیازمند پارامترهای ورودی هستند که یا دسترسی به آن‌ها مشکل است و یا این‌که اندازه‌گیری آن‌ها محتاج صرف هزینه و زمان زیاد است. از آنجاکه دبی جریان همبستگی بالایی با مقادیر هدایت الکتریکی در رودخانه داشته و تغییرات دبی سبب تغییرات مقادیر هدایت الکتریکی می‌شود، دبی جریان به‌عنوان پارامتر کمکی در شبیه‌سازی هدایت الکتریکی در نظر گرفته شد. در این مطالعه در خصوص شبیه‌سازی دومتغیره مقادیر هدایت الکتریکی در محدوده زیرحوضه مهابادچای با در نظر گرفتن مقادیر دبی جریان متناظر، دقت مدل سری زمانی چندمتغیره هم‌زمان آرما^۵ (CARMA)، مدل هیبریدی CARMA-GARCH و الگوریتم جنگل تصادفی مورد بررسی قرار گرفت. در این راستا سعی شده است دقت و کارایی مدل هیبریدی خطی- غیرخطی سری زمانی با در نظر گرفتن ناهمسانی واریانس با دو مدل CARMA و جنگل تصادفی مقایسه شود. هیبرید مدل CARMA و GARCH جهت تکمیل ساختاری مدل CARMA صورت گرفته است. مدل CARMA میانگین سری زمانی را مدل‌سازی می‌کند، در حالی‌که مدل GARCH بخش واریانس باقیمانده‌ها را مدل می‌کند. در واقع با بررسی منابع مختلف در زمینه شبیه‌سازی مقادیر کمی و کیفی رودخانه، مشخص شد که در مورد شبیه‌سازی واریانس سری‌های باقیمانده این مقادیر مطالعات چندانی صورت نگرفته است. شبیه‌سازی‌های مبتنی بر الگوریتم جنگل تصادفی نیز در مطالعات مختلف رضایت بخش عنوان شده است. از این‌رو، این مطالعه به‌دنبال مدلی برتر در شبیه‌سازی دو متغیره دبی-هدایت الکتریکی در منطقه مورد مطالعه است که مقادیر حدی را نیز پوشش دهد.

۲. مواد و روش‌ها

۲.۱. منطقه مورد مطالعه

در این مطالعه از داده‌های دبی و هدایت الکتریکی در سه ایستگاه گردیعقوب، بیطاس و کوثر در حوضه آبریز میان‌دوآب

استفاده شده است. موقعیت منطقه مورد مطالعه و ایستگاه‌های هیدرومتری در شکل (۱) نشان داده شده است. ویژگی‌های آماری تغییرات اولیه مقادیر دبی (مترمکعب بر ثانیه) و مقادیر هدایت الکتریکی (میکروزیمنس بر سانتی‌متر) در دوره آماری ۱۳۶۵ تا ۱۳۹۷ نیز در جدول (۱) ارائه شده است. با توجه به دامنه تغییرات متفاوت دبی جریان در ایستگاه‌های مختلف، از داده‌های هر سه ایستگاه جهت شبیه‌سازی دومتغیره هدایت الکتریکی استفاده شد.

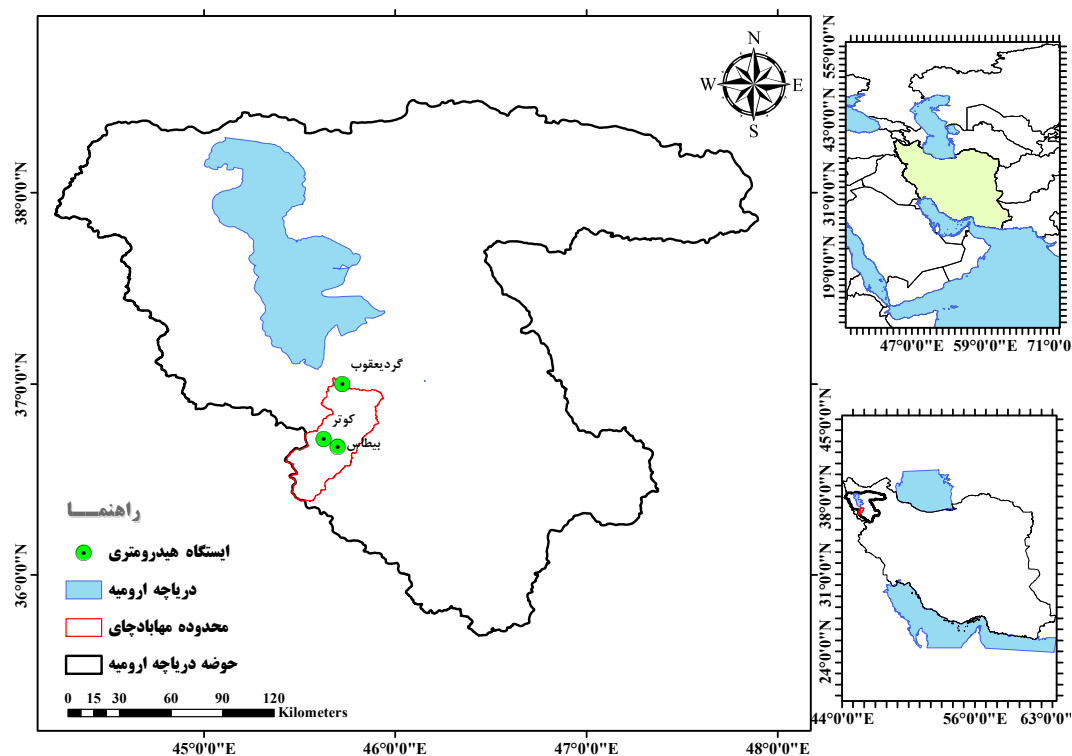


Figure 1. Geographical location of the studied hydrometric stations in Mahabadchay Basin

Table 1- Details of the studied hydrometric stations in the study area

Station	EC ($\mu\text{S}/\text{cm}$)					Q (m^3/s)				
	Min	Max	Mean	STD	CV	Min	Max	Mean	STD	CV
Gerdyaghoub	180	1760	653.43	245.1	0.38	0.01	45.79	3.94	5.4	1.33
Kotar	137	1050	332.56	110.5	0.34	0.06	40.84	8.41	8.9	1.03
Bitas	121	700	352.96	96.9	0.28	0.001	11.68	1.40	2.2	1.62

۲.۲. مدل‌های چندمتغیره آرما (هم‌زمان آرما)

روش‌های متعددی در تجزیه و تحلیل، شبیه‌سازی و مدل‌سازی سری‌های زمانی هواشناسی و هیدرولوژیکی وجود دارد. ویژگی مدل‌های هم‌زمان، ماتریس پارامترهای قطری است که برآورد پارامترهای آن مستقل از مدل‌های تک‌متغیره است. مشکل عمده مدل‌سازی فرایندهای هیدرولوژیکی در ابعاد چندمتغیره براساس مدل چندمتغیره هم‌زمان ARMA در برآورد پارامترهای آن است. مدل CARMA (مدل هم‌زمان اتورگرسیو با میانگین متحرک) به‌عنوان یک جایگزین ساده برای حالت تک‌متغیره توسط Salas *et al.* (1980) پیشنهاد شد. در این مدل، ماتریس پارامترهای هر دو مدل خودهمبسته و میانگین متحرک به‌صورت قطری فرض می‌شود، به‌طوری‌که یک مدل چندمتغیره را می‌توان مستقل از

مدل تک‌متغیره ARMA دانست؛ بنابراین، به جای برآورد پارامترهای مدل به‌طور مشترک، می‌توان آن‌ها را به‌طور مستقل برای هر ایستگاه تک‌متغیره ARMA برآورد کرد. این کار باعث شناسایی بهترین مدل ARMA تک‌متغیره می‌شود. لذا، اگر یک مدل کامل چندمتغیره ARMA مورد استفاده قرار گیرد، می‌توان به‌جای مدل‌سازی ساختار وابستگی متفاوت در زمان برای هر ایستگاه، یک ساختار وابسته مشابه در زمان برای تمام ایستگاه‌ها در نظر گرفت. مدل CARMA(p,q) برای n ایستگاه به شرح زیر می‌باشد:

$$Y_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i Y_{t-i} + \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad (\text{رابطه ۱})$$

که در آن، Y_t یک ماتریس ستونی $n \times 1$ از سری مشاهداتی Y_t^k با توزیع نرمال و میانگین صفر به نمایندگی از ایستگاه‌های مختلف $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ ، $k=1,2,\dots,n$ ماتریس قطری $n \times n$ پارامترهای مدل اتورگرسیو (خودهمبسته) و $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ ماتریس قطری $n \times n$ پارامترهای مدل میانگین متحرک است. ε_t نیز یک ماتریس $n \times 1$ داده‌های تصادفی نرمال با میانگین صفر و واریانس - کوواریانس g است.

$$\begin{bmatrix} Y_t^{(1)} \\ Y_t^{(2)} \\ \vdots \\ Y_t^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi^{11} & \varphi^{12} & \dots & \varphi^{1n} \\ \varphi^{21} & \varphi^{22} & \dots & \varphi^{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi^{n1} & \varphi^{n2} & \dots & \varphi^{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-1}^{(1)} \\ Y_{t-1}^{(2)} \\ \vdots \\ Y_{t-1}^{(n)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \theta^{11} & \theta^{12} & \dots & \theta^{1n} \\ \theta^{21} & \theta^{22} & \dots & \theta^{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta^{n1} & \theta^{n2} & \dots & \theta^{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{(1)} \\ \varepsilon_t^{(2)} \\ \vdots \\ \varepsilon_t^{(n)} \end{bmatrix} \quad (\text{رابطه ۲})$$

مدل CARMA توانایی حفظ تأخیر صفر همبستگی متقابل در فضای بین ایستگاه‌های مختلف را دارد، علاوه بر آن، وابستگی ساختار زمان برای هر ایستگاه با استفاده از پارامترهای p و q تعریف شده است (Salas et al., 1980).

۳.۲. مدل تعمیم‌یافته خودهمبسته با ناهمسانی شرطی

مدل خودهمبسته با ناهمسانی شرطی به‌عنوان جایگزینی برای مدل‌های سری زمانی براساس فرض خطی بودن بین متغیرها در مراحل زمانی مختلف که نمی‌تواند وابستگی شرطی واریانس یا ناهمسانگردی بودن را به‌حساب آورد، توسط Engle (1982) توسعه داده شد. به‌طور کلی، مدل ARCH به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\varepsilon_t = \sigma_t Z_t$$

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^m b_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (\text{رابطه ۳})$$

که در آن، σ_t^2 برابر با واریانس شرطی، ε_t برابر با ترم خطا یا سری باقیمانده با میانگین صفر و واریانس یک می‌باشد. $a_0 \geq 0$ و $b_i \geq 0$ برابر با پارامترهای مدل، m برابر با مرتبه مدل و Z_t نیز برابر با سری زمانی استاندارد شده می‌باشد (Engle, 1982). ساختار مدل ARCH را به‌صورت می‌توان نوشت:

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 a_{t-1}^2 \quad (\text{رابطه ۴})$$

که $a_1 \geq 0$ ، $a_0 \geq 0$ می‌باشد. میانگین شرطی با توجه به شرایط زیر باید برابر صفر باشد:

$$E(a_t) = E[E(a_t | F_{t-1})] = E[\sigma_t E(\varepsilon_t)] \quad (\text{رابطه ۵})$$

سپس واریانس شرطی با استفاده از رابطه (۴) برآورد می‌شود:

$$\text{Var}(a_t) = E(a_t^2) = E[E(a_t^2 | F_{t-1})] = E[a_0 + a_1 a_{t-1}^2] = a_0 + a_1 E(a_{t-1}^2) \quad (\text{رابطه ۶})$$

بنابراین براساس $E(a_t) = 0$ و $Var(a_t) = E(a_{t-1}) + E(a_{t-1}^2)$ ، a_t پایدار و ثابت می‌باشد و خواهیم داشت:

$$Var(a_t) = a_0 + a_1 Var(a_t) \quad \text{رابطه ۷}$$

$$Var(a_t) = \frac{a_0}{(1 - (a_0))} \quad \text{رابطه ۸}$$

که واریانس a_t باید مثبت باشد، بنابراین دامنه تغییرات a_t باید بین صفر و یک باشد.

اگرچه مدل ARCH یک مدل ساده به حساب می‌آید، گاهی اوقات نیاز است پارامترهای مختلفی جهت مدل‌سازی برآورد شود. به همین دلیل مدل جایگزین توسط Moffat *et al.* (2017) تعریف شد که براساس مدل Bollerslev (1992) عمل می‌کند. این مدل به‌عنوان مدل تعمیم‌یافته ARCH یا GARCH شناخته می‌شود. این مدل به‌صورت زیر می‌باشد (Nelsen, 1991):

$$a_t = \sigma_t e_t \quad \text{رابطه ۹}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad \text{رابطه ۱۰}$$

جهت تلفیق مدل‌های CARMA و GARCH، ابتدا مقادیر دبی و هدایت الکتریکی ایستگاه‌های مورد مطالعه با مدل CARMA برازش‌یافته و سری باقیمانده مدل استخراج می‌شود. سری باقیمانده مدل CARMA با مدل‌های GARCH برازش‌یافته و سری باقیمانده جدید حاصل می‌شود. در نهایت سری باقیمانده جدید مستخرج از مدل GARCH به مدل CARMA اضافه می‌شود.

۴.۲ الگوریتم جنگل تصادفی

الگوریتم جنگل تصادفی (RF) توسط Breiman (2001) به‌عنوان یک روش یادگیری تجمعی برای مسائل مبتنی بر رگرسیون و خوشه‌بندی براساس توسعه درخت تصمیم، ارائه شده است. یک جنگل تصادفی، مجموعه‌ای از درخت‌های هرس نشده است که هر درخت با الگوریتم جزءبندی بازگشتی حاصل می‌شود. به‌عبارتی، جنگل تصادفی ترکیبی از چندین درخت تصمیم است که در ساخت آن چندین نمونه خودسازمان‌ده از داده‌ها شرکت دارند (Friedman *et al.*, 2001).

به‌منظور ایجاد درخت رگرسیونی از جزءبندی بازگشتی و رگرسیون‌های چندگانه استفاده می‌شود. فرایند تصمیم در هر گره داخلی از گره ریشه، طبق قانون درختی تکرار می‌شود تا زمانی که شرط توقف قبلی تعیین شده به‌دست آید. در روش RF بردار تصادفی X_n که مستقل از بردارهای تصادفی X_1, X_2, \dots, X_{n-1} بوده، برای درخت \ln ، تولید می‌شود. همچنین همه بردارها از توزیع مشابهی تبعیت می‌کنند. رگرسیون درختی با استفاده از مجموعه داده‌های آموزش و X_n محاسبه شده مجموعه درخت‌هایی برابر با n را به شرح زیر تولید می‌نماید (Breiman, 2001):

$$X_n = \{h_1(x), h_2(x), \dots, h_n(x)\} \quad \text{رابطه ۱۱}$$

$$h_n = h(x, X_n), x = \{x_1, x_2, \dots, x_p\} \quad \text{رابطه ۱۲}$$

بردار p بعدی فوق یک جنگل را تشکیل داده و خروجی‌ها برای هر درخت به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

$$X_n = \{h_1(x), h_2(x), \dots, h_n(x)\} \quad \text{رابطه ۱۳}$$

$$\hat{y}_1 = h_1(x), \hat{y}_2 = h_2(x), \dots, \hat{y}_n = h_n(x) \quad \text{رابطه ۱۴}$$

که در رابطه فوق، \hat{y}_n خروجی درخت \ln می‌باشد. برای به‌دست‌آوردن خروجی نهایی، متوسط همه پیش‌بینی‌های درخت‌ها محاسبه می‌شود (Breiman, 2001). خطای پیش‌بینی نیز طبق رابطه (۱۵) محاسبه می‌شود.

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n [\hat{y}(x_i) - y_i]^2}{n} \quad \text{رابطه ۱۵}$$

در رابطه فوق، $\hat{y}(x_i)$ نتایج محاسباتی، y_i نتایج مشاهداتی و n تعداد کل مشاهدات است و MSE میزان خطای بین مقادیر مشاهداتی و محاسباتی را نشان می‌دهد.

۵.۲. معیارهای ارزیابی مدل

برای انتخاب بهترین مدل برازشی، جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) (رابطه ۱۶) و معیار نش- ساتکلیف (NSE) (رابطه ۱۷) محاسبه شد. هر کدام از مدل‌های برازشی که بیشترین مقدار معیار NSE و کمترین RMSE را داشته باشند، به عنوان مدل مناسب برگزیده می‌شود.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (S_i - O_i)^2}{n-1}} \quad \text{رابطه ۱۶}$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (S_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O}_i)^2} \quad \text{رابطه ۱۷}$$

که در روابط فوق، n تعداد داده‌ها، O_i مقدار نمونه مشاهداتی، \bar{O}_i میانگین مقادیر نمونه‌ها و S_i مقدار خروجی مدل موردآزمون برای هر سری زمانی می‌باشد (Nash & Sutcliffe, 1970; Nazeri Tahroudi *et al.*, 2021).

جهت شبیه‌سازی مقادیر دبی و هدایت الکتریکی در ایستگاه‌های موردنظر با استفاده از مدل‌های مختلف، از ۳۱۶ داده برای آموزش و ۸۰ داده برای آزمایش مدل‌ها استفاده شد. مدل CARMA در ۱۰۰ شبیه‌سازی اجرا و نتایج شبیه‌سازی برتر توسط معیارهای ارزیابی انتخاب شد. بعد از اجرای مدل CARMA، سری باقیمانده این مدل برای ایستگاه‌های مورد مطالعه استخراج و با تلفیق با مدل GARCH، مدل هیبریدی CARMA-GARCH حاصل شد. الگوریتم جنگل تصادفی نیز همانند دو مدل دیگر در دو فاز آموزش و آزمایش مورد ارزیابی قرار گرفت.

۳. نتایج و بحث

در این مطالعه با استفاده از مقادیر دبی و هدایت الکتریکی در دوره آماری ۹۷-۱۳۶۵ به شبیه‌سازی دومتغیره مقادیر هدایت الکتریکی با توجه به تغییرات دبی جریان در سه ایستگاه هیدرومتری در حوضه آبریز مهابادچای پرداخته شد. در این خصوص از مدل‌های CARMA، CARMA-GARCH و جنگل تصادفی استفاده شد.

۳.۱. نتایج شبیه‌سازی مقادیر هدایت الکتریکی با استفاده از مدل CARMA

نتایج بررسی آماره‌های RMSE و NSE در شبیه‌سازی مقادیر هدایت الکتریکی ایستگاه‌های مورد بررسی با در نظر گرفتن مقادیر دبی جریان متناظر به صورت جدول (۲) ارائه شد. نتایج شبیه‌سازی نیز در مرحله آزمایش به صورت شکل‌های (۲) تا (۴) به ترتیب برای ایستگاه‌های گردیعقوب، کوتر و بیطاس ارائه شد.

Table 2. Results of RMSE and NSE in simulation of EC values in studied stations using CARMA model

Stations	NSE		RMSE ($\mu\text{S}/\text{cm}$)	
	Train	Test	Train	Test
Gerdyaghoub	0.96	0.97	50.76	43.56
Kutar	0.62	0.76	56.64	54.73
Bitas	0.64	0.79	55.09	43.49

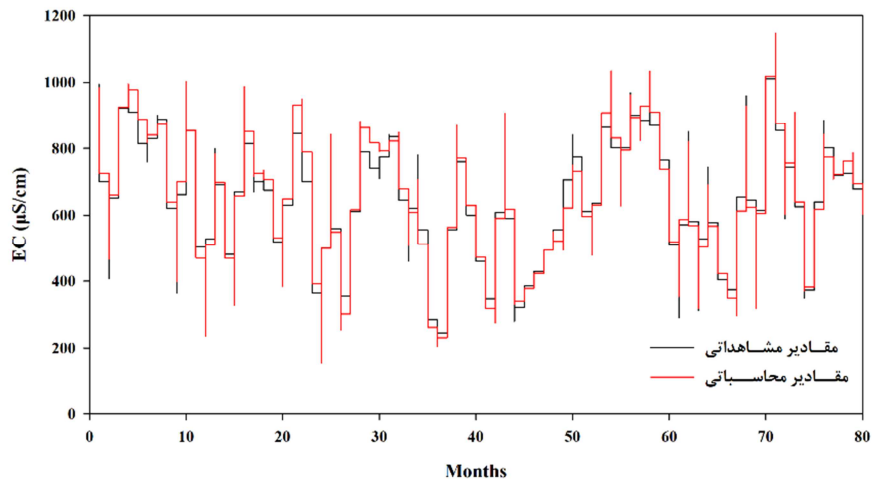


Figure 2. Results of simulation of EC values in Gerdyaghoub station using CARMA model

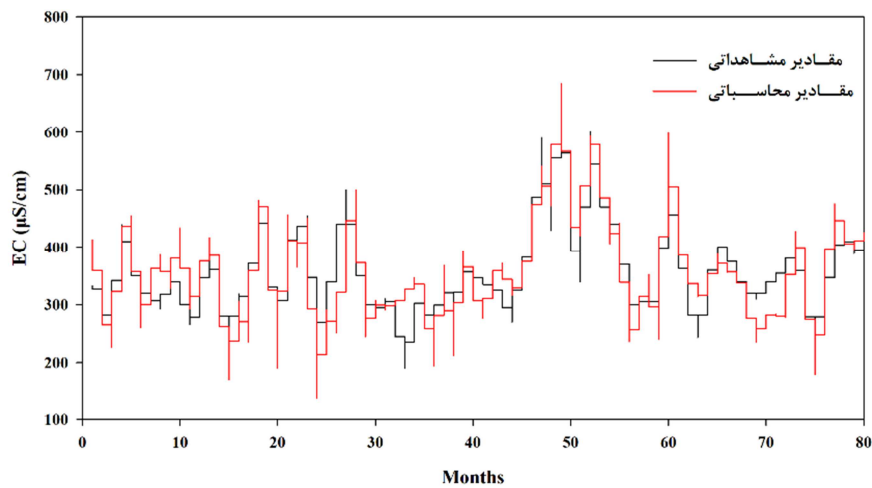


Figure 3. Results of simulation of EC values in Kutar station using CARMA model

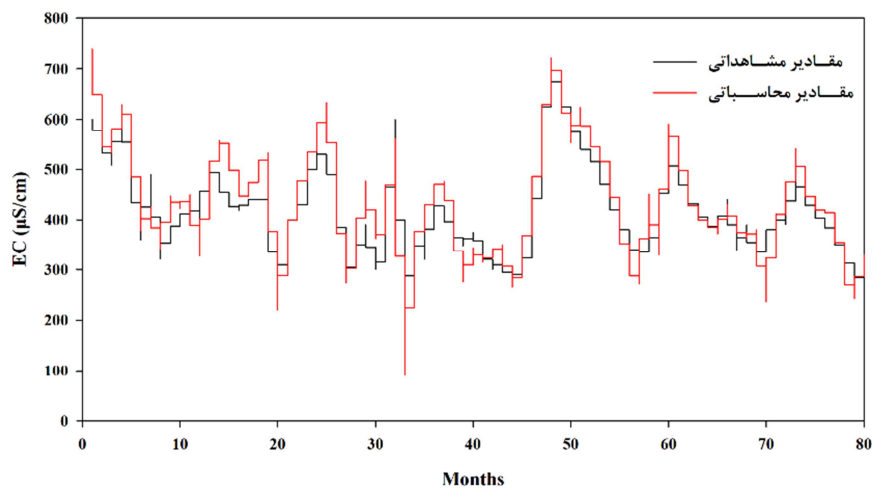


Figure 4. Results of simulation of EC values in Bitas station using CARMA model

نتایج شبیه‌سازی مقادیر هدایت الکتریکی در ایستگاه‌های مورد مطالعه با استفاده از مدل CARMA نشان داد که بهترین عملکرد و کم‌ترین میزان خطا در ایستگاه گردیعقوب مشاهده می‌شود که کارایی ۹۶ درصد در مرحله آموزش و ۹۷ درصد در مرحله آزمایش را شامل شده است. در این بین کم‌ترین میزان کارایی مربوط به ایستگاه کوتر با ۶۲ درصد در مرحله آزمایش بوده است. میزان خطای بین ۵۰/۷۶ تا ۵۶/۶۴ میکرو زیمنس بر سانتی‌متر در مرحله آموزش و ۴۳/۵۶ تا ۵۴/۷۳ میکرو زیمنس بر سانتی‌متر نیز میزان خطای حاصل از شبیه‌سازی مقادیر هدایت الکتریکی در منطقه مورد مطالعه با استفاده از مدل CARMA بود که با توجه به مقادیر نش-ساتکلیف، مقادیری نسبتاً قابل قبول می‌باشد. مدل CARMA با توجه به چندمتغیره بودن آن و همچنین شبیه‌سازی هم‌زمان آن تأثیر پارامترهای مختلف را به خوبی در نظر گرفته و در محاسبات دخالت می‌دهد. از این رو، نتایج این مدل به خوبی می‌تواند جایگزینی برای مدل‌های تک‌متغیره باشد.

۲.۳. نتایج شبیه‌سازی مقادیر هدایت الکتریکی با استفاده از مدل CARMA-GARCH

با توجه به ماهیت استوکاستیک سری‌های هواشناسی و هیدرولوژیک وجود ناهمسانی واریانس در این سری‌ها دور از انتظار نیست. به همین دلیل می‌توان عنوان کرد که استفاده از مدل‌های واریانس شرطی غیرخطی می‌تواند دقت مدل‌سازی‌ها را تا حدودی افزایش دهد. استفاده از مدل‌های غیرخطی نیز با تلفیق مدل‌های خطی صورت می‌گیرد. در این مطالعه بعد از بررسی مدل CARMA و شبیه‌سازی مبتنی بر آن، سری باقیمانده مدل استخراج شده و هم‌زمان با مدل‌های GARCH برازش یافت. نتایج شبیه‌سازی مقادیر هدایت الکتریکی در ایستگاه‌های مورد مطالعه با استفاده از مدل هیبریدی CARMA-GARCH به صورت جدول (۳) و شکل‌های (۵) تا (۷) ارائه شد.

Table 3. Results of RMSE and NSE in simulation of EC values in studied stations using CARMA-GARCH model

Stations	NSE		RMSE ($\mu\text{S}/\text{cm}$)	
	Train	Test	Train	Test
Gerdyaghoub	0.97	0.96	45.92	48.98
Kutar	0.80	0.72	51.15	46.88
Bitas	0.72	0.85	43.15	44.98

با توجه به شکل (۵) می‌توان مشاهده کرد که در برخی نقاط کم تخمینی در شبیه‌سازی مقادیر هدایت الکتریکی در ایستگاه گرد یعقوب مشاهده می‌شود. به طور کلی، در تمام دوره آماری مرحله آزمایش، دامنه تغییرات مقادیر شبیه‌سازی و مشاهداتی اختلاف زیادی ندارد. این توضیح در مورد ایستگاه‌های کوتر و بیطاس نیز صادق است. نتایج مقایسه مقادیر RMSE در دو مدل CARMA و CARMA-GARCH نشان داد که در مقایسه با مدل CARMA، مدل هیبریدی CARMA-GARCH توانسته است میزان خطا را در مرحله آموزش و آزمایش به ترتیب حدود ۹/۷ و ۱۴/۳۴ درصد در ایستگاه کوتر و ۲۱/۶۸ و ۱۵/۹۲ درصد در ایستگاه بیطاس بهبود ببخشد. در ایستگاه گردیعقوب، میزان خطای ناشی از شبیه‌سازی مقادیر هدایت الکتریکی منتج از مدل CARMA-GARCH نسبت به مدل CARMA در مرحله آموزش حدود ۹/۵۶ درصد بهبود یافت، اما در مرحله آزمایش، بهبودی در نتایج مدل CARMA صورت نگرفت. مقادیر NSE نیز در تمامی موارد به غیر از مرحله آزمایش در ایستگاه گردیعقوب، در مدل CARMA-GARCH نسبت به مدل CARMA بهبود یافته است. مدل هیبریدی CARMA-GARCH در برگیرنده دو مدل خطی و غیرخطی می‌باشد که تمام ویژگی‌های سری‌های زمانی را در خود داشته و این موضوع سبب می‌شود نتایج به دست آمده از قطعیت خوبی برخوردار باشند. به طور کلی، نتایج بیانگر دقت قابل قبول مدل CARMA-GARCH در مقایسه با مدل CARMA بود که در شکل‌های (۴) تا (۷) نیز می‌توان اختلاف کم بین مقادیر مشاهداتی و شبیه‌سازی شده را مشاهده کرد.

پژوهش‌های مختلفی همچون مطالعات *Abbaszadeh Afshar et al.* (2017)، *Nazeri Tahroudi and Khalili* (2015) و *Khashei-Siuki et al.* (2020) نیز دقت و عملکرد مدل‌های تلفیقی را نسبت به مدل‌های مرسوم بالاتر معرفی کردند. همچنین این موضوع با نتایج پژوهش‌های *Wang et al.* (2005) و *Laux et al.* (2011) مطابقت دارد.

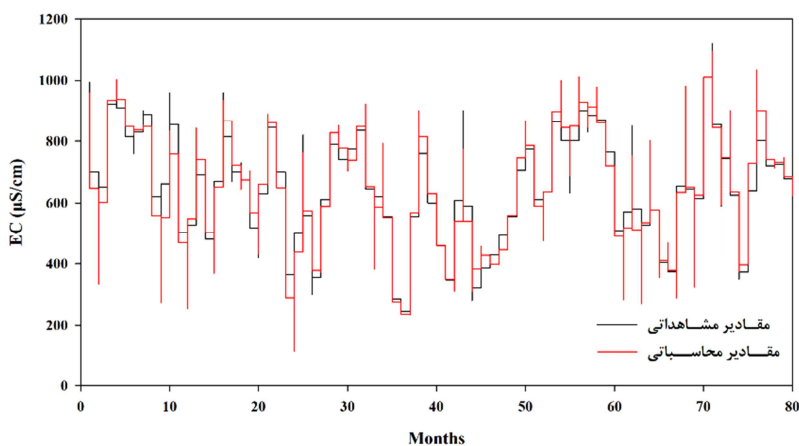


Figure 5. Results of simulation of EC values in Gerdyaghoub station using CARMA-GARCH model

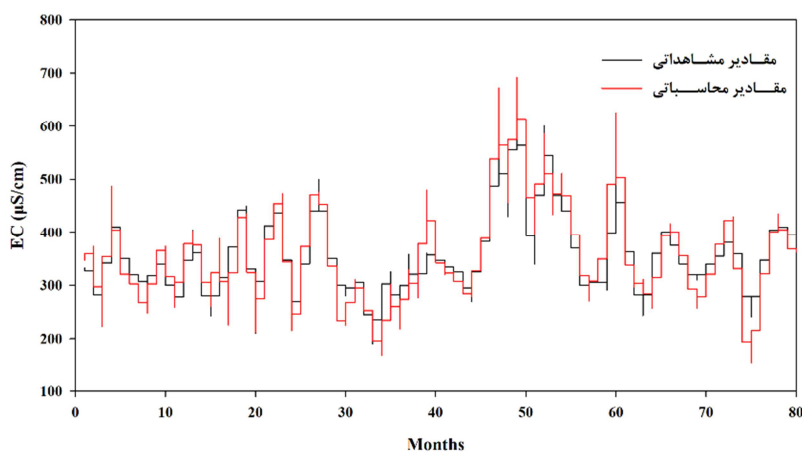


Figure 6. Results of simulation of EC values in Kutar station using CARMA-GARCH model

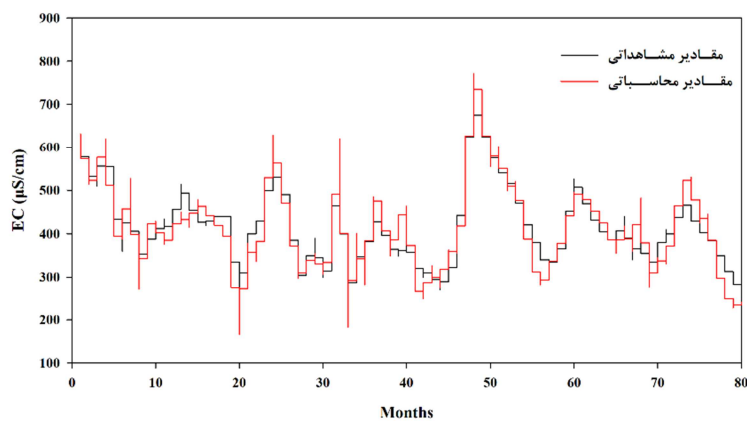


Figure 7. Results of simulation of EC values in Bitas station using CARMA-GARCH model

۳.۳. نتایج شبیه‌سازی مقادیر هدایت الکتریکی با استفاده از الگوریتم جنگل تصادفی

مدل سوم مورد بررسی در این پژوهش، الگوریتم جنگل تصادفی می‌باشد. در این مدل نیز همانند مدل‌های مورد بررسی، از ۳۱۸ داده برای آموزش و از ۸۰ داده برای آزمایش مدل استفاده شد. نتایج بررسی الگوریتم جنگل تصادفی در شبیه‌سازی مقادیر هدایت الکتریکی با در نظر گرفتن مقادیر دبی جریان متناظر به صورت جدول (۴) و شکل‌های (۸) تا (۱۰) ارائه شد. می‌توان مشاهده کرد که در برخی ماه‌ها، مقادیر شبیه‌سازی شده بیش‌تر و کم‌تر از مقادیر مشاهده‌ای می‌باشد که این موضوع در دو مدل CARMA و CARMA-GARCH کم‌تر از الگوریتم جنگل تصادفی مشاهده می‌شود. در مقایسه با مدل CARMA و CARMA-GARCH این مدل مقادیر RMSE بیش‌تری را ارائه کرده است. مقادیر کارایی مدل با توجه به جدول (۴) نیز نشان‌دهنده کارایی ضعیف‌تر الگوریتم جنگل تصادفی نسبت به دو مدل دیگر می‌باشد.

Table 4. Results of RMSE and NSE in simulation of EC values in studied stations using Random Forest model

Stations	NSE		RMSE ($\mu\text{S/cm}$)	
	Train	Test	Train	Test
Gerdyaghoub	0.95	0.69	53.66	50.00
Kutar	0.67	0.63	66.68	53.48
Bitas	0.53	0.79	62.88	53.52

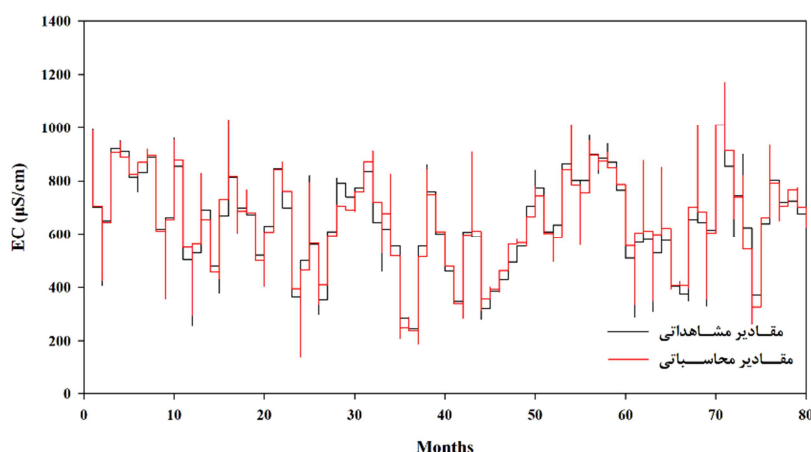


Figure 8. Results of simulation of EC values in Gerdyaghoub station using Random Forest model

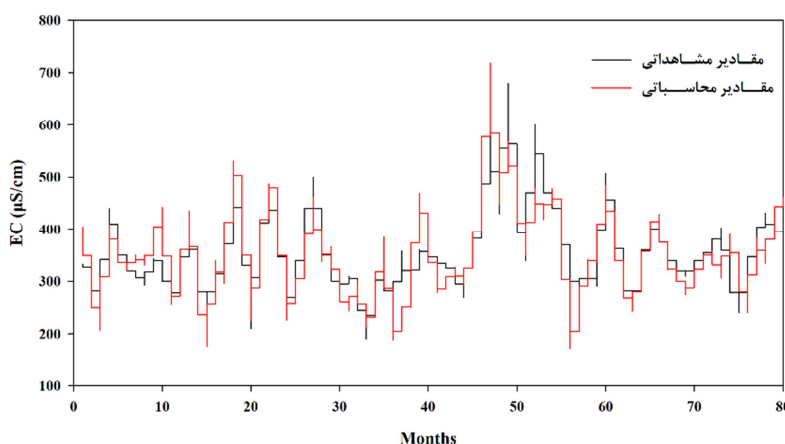


Figure 9. Results of simulation of EC values in Kutar station using Random Forest model

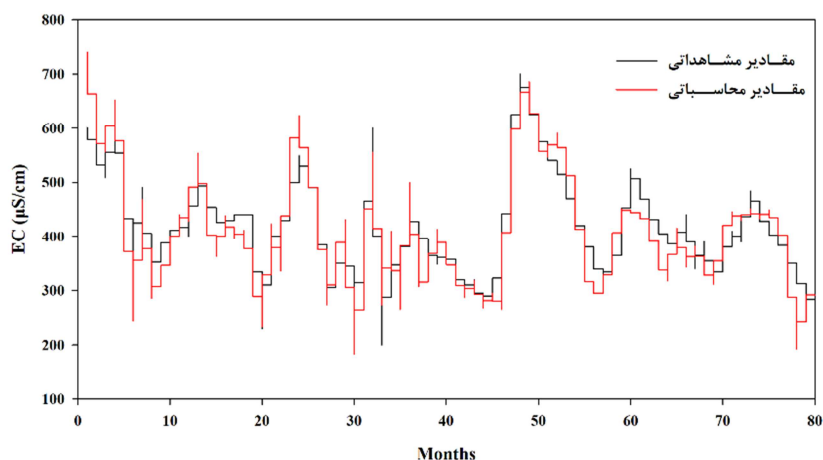


Figure 10. Results of simulation of EC values in Bitas station using Random Forest model

جهت مقایسه نتایج سه مدل مورد بررسی در خصوص شبیه‌سازی دومتغیره هدایت الکتریکی با در نظر گرفتن دبی متناظر، از نمودار ویالونی استفاده شد. نمودار ویالون جهت بررسی قطعیت مدل‌های مختلف در مقایسه با مقادیر مشاهداتی استفاده می‌شود. نمودار ویالونی مقادیر مشاهداتی و شبیه‌سازی شده با استفاده از مدل‌های مورد بررسی، به صورت شکل‌های (۱۱) تا (۱۳) ارائه شد. دایره سفید رنگ بیانگر میانه داده‌ها و مستطیل سیاه رنگ نیز عمده تغییرات داده‌ها را نشان می‌دهد. حد بالای مستطیل سیاه رنگ چارک سوم داده‌ها و حد پایین مستطیل سیاه رنگ چارک اول داده‌هاست (Hintze and Nelson, 1998; Jafarzadeh *et al.*, 2021).

با توجه به شکل‌های (۱۱) تا (۱۳) می‌توان مشاهده کرد که تغییرات کلی مقادیر مورد بررسی در حالت شبیه‌سازی شده در ایستگاه‌های مورد مطالعه قابل قبول می‌باشد. از آنجایی که نمودارهای ارائه شده در حالت کلی برای بررسی قطعیت مدل‌سازی استفاده می‌شوند، قطعیت هر سه مدل در شبیه‌سازی مقادیر هدایت الکتریکی با در نظر گرفتن مقادیر دبی جریان، تقریباً قابل قبول می‌باشد.

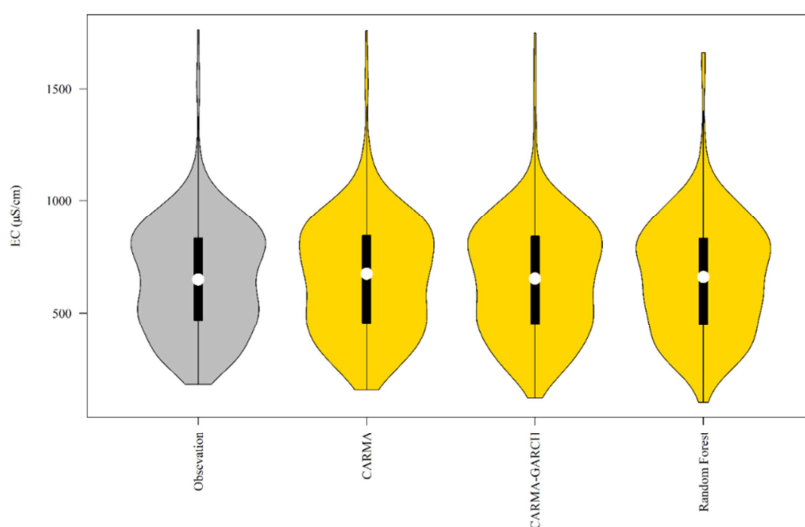


Figure 11. Violin plot of simulation of EC values given by corresponding discharge values at Gerdyaghoub station using the studied models

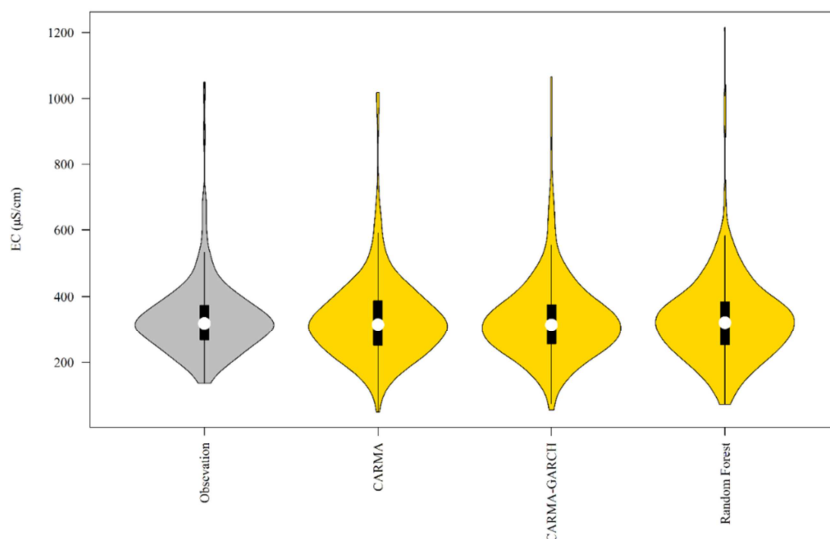


Figure 12. Violin plot of simulation of EC values given by corresponding discharge values at Kutar station using the studied models

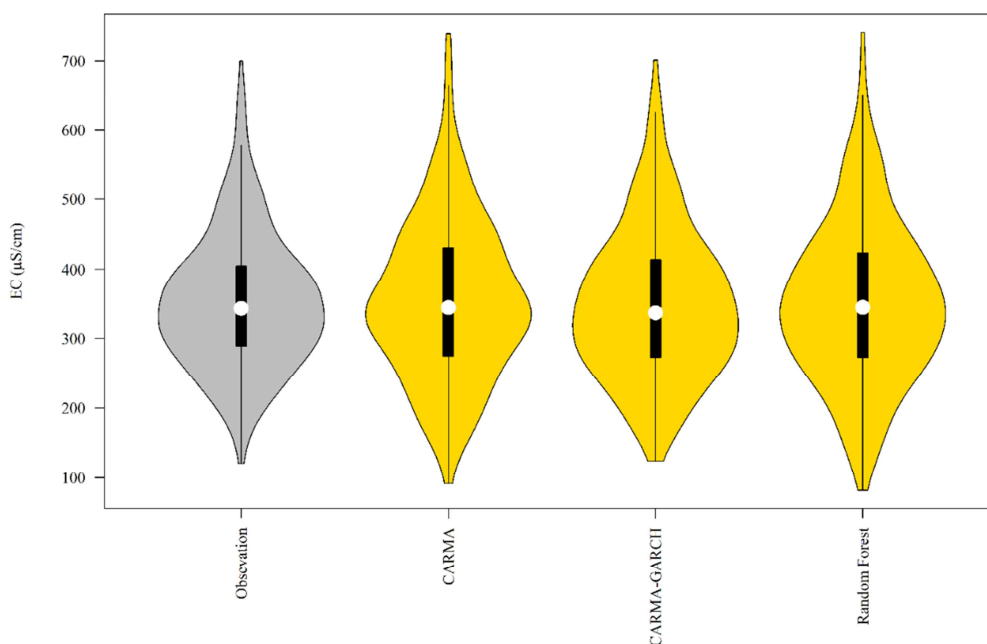


Figure 13. Violin plot of simulation of EC values given by corresponding discharge values at Bitas station using the studied models

با توجه به شکل (۱۱) می‌توان مشاهده کرد که الگوریتم جنگل تصادفی در شبیه‌سازی مقادیر هدایت الکتریکی کمینه را نسبت به دو مدل دیگر کمتر برآورد کرده است. مدل تغییراتی مشابه با مقادیر شبیه‌سازی دارد که نشان‌دهنده برتری مدل CARMA نسبت به دو مدل دیگر در شبیه‌سازی مقادیر هدایت الکتریکی می‌باشد. این در حالی است که متوسط تغییرات مقادیر هدایت الکتریکی در ایستگاه هیدرومتری گردیعقوب توسط هر سه مدل به نحو احسن مدل شده است. شکل (۱۲) نیز تغییرات مقادیر شبیه‌سازی شده و مشاهداتی را در ایستگاه کوتر نشان می‌دهد. با توجه به

این شکل، مقادیر خارج از دامنه تغییرات مقادیر مشاهداتی توسط الگوریتم جنگل تصادفی تولید شده است. در این ایستگاه با توجه به فرم تغییرات مقادیر مشاهدات و محاسباتی می‌توان مشاهده کرد که قطعیت مدل CARMA-GARCH به مراتب بهتر از دو الگوریتم جنگل تصادفی و CARMA می‌باشد که آماره‌های ارزیابی نیز این موضوع را تأیید کردند. در شکل (۱۳) نیز به خوبی می‌توان تطابق کامل مقادیر شبیه‌سازی شده و مشاهداتی هدایت الکتریکی را در ایستگاه هیدرومتری بیطاس مشاهده کرد. به طور کلی نتایج بررسی شکل‌های (۱۱) تا (۱۳) نشان داد که مدل‌های مورد مطالعه به خوبی میانه داده‌های مشاهداتی را شبیه‌سازی کرده‌اند. چارک‌های اول و سوم نیز در شکل‌های (۱۱) و (۱۲) (ایستگاه‌های گردیعقوب و کوتر) نسبت به ایستگاه بیطاس به مقادیر مشاهداتی نزدیک‌تر است.

۴. نتیجه‌گیری

در این مطالعه با استفاده از داده‌های دبی جریان و هدایت الکتریکی در مقیاس ماهانه در دوره آماری ۹۷-۱۳۶۵ به شبیه‌سازی دومتغیره مقادیر هدایت الکتریکی در ایستگاه‌های گردیعقوب، بیطاس و کوتر پرداخته شد. در این خصوص از مدل‌های خطی سری زمانی شامل مدل CARMA و مدل هیبریدی CARMA-GARCH و الگوریتم جنگل تصادفی استفاده شد. در هر سه مدل از ۳۱۶ داده برای آموزش و از ۸۰ داده برای آزمایش مدل‌ها استفاده شد. نتایج بررسی میزان خطای مدل یا استفاده از آماره جذر میانگین مربعات خطا بیانگر دقت بالای مدل CARMA-GARCH در تمامی حالت‌ها (به‌غیر از مرحله آزمایش ایستگاه گردیعقوب) نسبت به دو مدل دیگر بود. مدل غیرخطی GARCH به دلیل مدل‌سازی بخش واریانس مدل‌های خطی سری زمانی، ضمن افزایش قطعیت مدل، دقت نتایج شبیه‌سازی‌ها را افزایش می‌دهد. مدل CARMA-GARCH توانست مقادیر نش-ساتکلیف را در مرحله آموزش در ایستگاه‌های گردیعقوب، کوتر و بیطاس به ترتیب حدود ۰/۸۰، ۵/۸۶ و ۲۲/۰۵ درصد بهبود بخشد. در مقایسه با دو مدل CARMA و CARMA-GARCH، الگوریتم جنگل تصادفی عملکرد ضعیف‌تری ارائه کرد. اگرچه دقت و میزان عملکرد این مدل نیز با توجه به نمودارهای ویا لونی ارائه شده قابل قبول بود. در مورد جنگل تصادفی کمی بیش‌تخمینی در ایستگاه‌های بیطاس و کوتر و کمی کم‌تخمینی در ایستگاه گردیعقوب مشاهده شد. در مرحله آموزش، میزان خطای مدل CARMA-GARCH در ایستگاه‌های مورد مطالعه نسبت به مدل CARMA و جنگل تصادفی به ترتیب به‌طور متوسط حدود ۱۴ و ۲۳ درصد کمتر می‌باشد. به‌طور کلی، نتایج بیانگر دقت و عملکرد بهتر مدل‌های سری زمانی (خطی و تلفیقی) نسبت به الگوریتم جنگل تصادفی در شبیه‌سازی دومتغیره مقادیر هدایت الکتریکی در منطقه مورد مطالعه بود. با توجه به داده محور بودن مدل‌های مورد بررسی در این پژوهش و هم‌چنین ارتقا مدل در دو سطح (مدل‌سازی میانگین و مدل‌سازی واریانس)، هیچ محدودیتی در خصوص نوع داده و نوع اقلیم وجود ندارد.

۵. پی‌نوشت‌ها

1. Artificial Neural Network
2. Wavelet Artificial Neural Network
3. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskidadistity
3. Autoregressive Conditional Heteroskidadistity
4. Contemporaneous Autoregressive Moving Average

۶. تعارض منافع

هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان وجود ندارد.

۷. منابع مورد استفاده

- Abbaszadeh Afshar, M., Behmanesh, J., Khalili, K., & Nazeri Tahroudi, M. (2017). Evaluation of the Combined AR-ARCH and GAR-ARCH Models in Modeling Rivers Flow Rate (Case Study: Zarineh River in West Azerbaijan). *Journal of Water and Soil Conservation*, 23(6), 181-197. (In Persian).
- Ahmadianfar, I., Jamei, M., & Chu, X. (2020). A novel hybrid wavelet-locally weighted linear regression (W-LWLR) model for electrical conductivity (EC) prediction in surface water. *Journal of Contaminant Hydrology*, 232, 103641.
- Ahmadianfar, I., Shirvani-Hosseini, S., He, J., Samadi-Koucheksaraee, A., & Yaseen, Z. M. (2022). An improved adaptive neuro fuzzy inference system model using conjoined metaheuristic algorithms for electrical conductivity prediction. *Scientific Reports*, 12(1), 1-34.
- Bollerslev, T., Chou, R. Y., & Kroner, K. F. (1992). ARCH modeling in finance. A selective review of the theory and empirical evidence. *Journal of Econometrics*, 52, 5-59.
- Breiman, L. (2001). *Random Forests. Machine Learning*, 45(1), 5-32.
- Duan, J. C. (1996). *A unified theory of option pricing under stochastic volatility-from GARCH to diffusion*. Hong Kong University of Science and Technology.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 987-1007.
- Friedman, J., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2001). *The elements of statistical learning*. New York: Springer series in statistics.
- Hintze, J. L., & Nelson, R. D. (1998). Violin plots: a box plot-density trace synergism. *The American Statistician*, 52(2), 181-184.
- Jafarzadeh, A., Pourreza-Bilondi, M., Khashei Siuki, A., & Ramezani Moghadam, J. (2021). Examination of various feature selection approaches for daily precipitation downscaling in different climates. *Water Resources Management*, 35(2), 407-427.
- Khashei-Siuki, A., Shahidi, A., Ramezani, Y., Nazeri Tahrudi, M. (2020). Forecasting the groundwater monitoring network using hybrid time series models (Case study:Nalochay). *Journal of Water and Soil Conservation*, 27(3), 85-103. (In Persian).
- Laux, P., Vogl, S., Qiu, W., Knoche, H. R., & Kunstmann, H. (2011). Copula-based statistical refinement of precipitation in RCM simulations over complex terrain. *Journal of Hydrology and Earth System Sciences*, 15(4), 2401-2419.
- Moffat, I. U., Akpan, E. A., & Abasiokwere, U. A. (2017). A time series evaluation of the asymmetric nature of heteroscedasticity: an EGARCH approach. *International Journal of Statistics and Applied Mathematics*, 2(6), 111-117.
- Nash, J. E., & Sutcliffe, J. V. (1970). River flow forecasting through conceptual models part I-A discussion of principles. *Journal of Hydrology*, 10(3), 282-290.
- Nazeri Tahroudi, M., & Khalili, K. (2015). Comparing Combined Arma-Parch and Arma-Arch Models for Modeling Peak Flow Discharge (Case Study: Siminehrood River in The West Azarbaijan Province). *Water and Soil Science (Agricultural Science)*, 25(4/1), 113-127. (In Persian).
- Nazeri Tahroudi, M., Ramezani, Y., De Michele, C., & Mirabbasi, R. (2021). Flood routing via a copula-based approach. *Hydrology Research*, 52(6), 1294-1308.
- Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 347-370.
- Ramezani, Y., Nazeri Tahroudi, M., & Ahmadi, F. (2019). Analyzing the droughts in Iran and its eastern neighboring countries using copula functions. *Journal of the Hungarian Meteorological Service*, 123(4), 435-453.
- Ravansalar, M., & Rajaei, T. (2015). Evaluation of wavelet performance via an ANN-based electrical conductivity prediction model. *Environmental Monitoring and Assessment*, 187(6), 1-16.

- Salami, E. S., & Ehteshami, M. (2015). Simulation, evaluation and prediction modeling of river water quality properties (case study: Ireland Rivers). *International Journal of Environmental Science and Technology*, 12(10), 3235-3242.
- Salas, J. D., Delleur, J. W., Yevjevich, V., & Lane, W. L. (1980). *Applied Modeling of Hydrologic Time Series*. Water Resource Publications, P.O.Box 2841. Littleton, Colorado.80161, U.S.A. 484 P.
- Sayadi Shahraki, A., & Sayadi Shahraki, F. (2019). Simulation of Electrical Conductivity of Behbahan Plain Using ANN and ANN-PSO Models. *Journal of Water and Wastewater Science and Engineering*, 4(1), 34-41. (In Persian).
- Shahidi, A., Ramezani, Y., Nazeri-Tahroudi, M., & Mohammadi, S. (2020). Application of vector autoregressive models to estimate pan evaporation values at the Salt Lake Basin, Iran. *Journal of the Hungarian Meteorological Service*, 124(4), 463-482.
- Thakur, A. K., Singh, V. P., & Ojha, C. S. P. (2012). Evaluation of a probabilistic approach to simulation of alkalinity and electrical conductivity at a river bank filtration site. *Hydrological Processes*, 26(22), 3362-3368.
- Tse, Y. K., & Tsui, A. K. C. (2002). A multivariate generalized autoregressive conditional heteroscedasticity model with time-varying correlations. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(3), 351-362.
- Wang, W., Van Gelder, P. H. A. J. M., Vrijling, J. K., & Ma, J. (2005). Testing and modeling autoregressive conditional heteroskedasticity of streamflow processes. *Nonlinear processes in Geophysics*, 12(1), 55-66.
- Yusof, F., & Kane, I. L. (2013). Volatility modeling of rainfall time series. *Theoretical and Applied Climatology*, 113(1-2), 247-258.