

اثر الکترون‌های غیر گرمایی و به‌دام‌افتاده بر روی امواج سالی‌تونی و آشوب در نواحی شتاب‌دار شفق قطبی

مجتبی هاشم‌زاده دهاقانی*

استادیار، گروه فیزیک پلاسما و ذرات بنیادی، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

(دریافت: ۱۴۰۰/۸/۸، پذیرش نهایی: ۱۴۰۱/۱/۳۰)

چکیده

در این مقاله با استفاده از روش اختلال کاهش‌یافته، انتشار امواج سالی‌تونی غیرخطی و پدیده آشوب و پایداری آن در نواحی شتاب‌دار شفق قطبی در حضور الکترون‌های با تابع توزیع کایرنز-گورویچ مطالعه شد. با استفاده از دو مدل مختلف، معادلات کورته وگ-دی وری (KdV) و KdV تغییر شکل‌یافته به‌دست‌آمده و نشان دادیم که جواب‌های این معادلات به شکل امواج سالی‌تونی هستند. اثر الکترون‌های غیر گرمایی و به‌دام‌افتاده و سرعت موج بر روی این امواج مطالعه شد. نتایج نشان دادند که با افزایش سرعت موج، اندازه دامنه موج سالی‌تونی افزایش می‌یابد. در ضمن اثر این کمیت‌ها بر روی انرژی کل بررسی شد. با در نظر گرفتن یک عامل شبه‌دوره‌ای، معادلات KdV و KdV تغییر شکل‌یافته مورد بازبینی قرار گرفته و مسئله آشوب و پایداری آن مطالعه شد. نتایج نشان دادند که با افزایش سرعت موج و پارامتر غیر گرمایی و به‌دام‌افتاده، نگاشت بازگشتی پوانکاره دچار تغییر شده به طوری که برای برخی حالات سیستم شبه‌پایدار و برای برخی حالات دیگر پایدار است. در نهایت به این نتیجه رسیدیم که نتایج کار اخیر در توافق خوبی با نتایج به‌دست‌آمده از ماهواره‌های وایکینگ، فرجا و S3-3 است.

واژه‌های کلیدی: روش اختلال کاهش‌یافته، امواج سالی‌تونی، تابع توزیع کایرنز-گورویچ، پدیده آشوب، نگاشت بازگشتی پوانکاره و نواحی شتاب‌دار شفق قطبی.

۱. مقدمه

همکاران، (۲۰۱۴) و غیره دارند، مورد توجه محققین و پژوهشگران قرار گرفته است. به‌ویژه این امواج برای اولین بار در ناحیه شتاب‌دار شفق قطبی در ارتفاعی در حدود $6000-8000\text{km}$ به وسیله ماهواره S3-3 مشاهده شده است (تمرین و همکاران، ۱۹۸۲). یافته‌های به‌دست‌آمده در سال ۱۹۸۶ از ماهواره وایکینگ سوئدی (Swedish Viking) نتایج به‌دست‌آمده از ماهواره S3-3 را مورد تأیید قرار دادند.

از طرف دیگر برای بررسی امواج سالی‌تونی از روش‌های مختلفی استفاده می‌شود. یکی از این روش‌ها، روش اختلال کاهش‌یافته (reductive perturbation method) است که در نظریه غیرخطی ضعیف به کار می‌رود. این روش به یک معادله منتهی می‌شود که به معادله تحول کورته وگ-دی وری (KdV) معروف است. در روش دیگر در صورتی که نظریه غیرخطی ضعیف نباشد،

برانگیختگی و انتشار امواج الکترواستاتیکی و الکترومغناطیسی در پلاسما چه از نظر تئوری و چه از نظر تجربی توسط محققین زیادی مورد بررسی قرار گرفته است. از آنجایی که این ساختارهای غیرخطی یکی از مسائل پایه‌ای برای محیط پلاسمایی هستند، امواج غیرخطی متعددی نظیر گرادب‌ها، سالی‌تون‌ها، لایه‌های دوگانه، ضربه‌ها و غیره در این محیط‌ها ظاهر می‌شوند (اسفندیار کلجاهی و همکاران، ۲۰۰۸؛ محمود و اختر، ۲۰۰۸؛ هاسن و همکاران، ۲۰۱۷؛ آبدیکیان، ۲۰۱۷). یکی از امواج غیرخطی که در پلاسما و محیط‌های مادی دیگر وجود دارد، امواج یونی صوتی غیرخطی است. این امواج به‌خاطر کاربردهای زیادی که در مگنتوسفر زحل (آنو، ۲۰۱۵)، یونسفر (نعیم و همکاران، ۲۰۲۰)، شفق قطبی (قوش و لاختینا، ۲۰۰۴)، موجبرها (قوش، ۱۹۸۹)، کوتوله‌های سفید (هاسن و مامون، ۲۰۱۴؛ هاسن و

بالای شفق قطبی زمین پرداختند. مقایسه بین نتایج شبیه‌سازی به‌دست‌آمده و نتایج تجربی مشاهده‌شده از ماهواره FAST ۱۸۴۹ نشان دادند که یک ساختار الکترواستاتیکی از سالیتون‌های یونی صوتی امکان‌پذیر است. با در نظر گرفتن الکترون‌ها و پوزیترون‌های غیرحرارتی، امواج سالیتونی یونی صوتی و امواج دوره‌ای در پلاسماهای غیرمغناطیده با استفاده از تقریب اختلالی توسط ساها و قاطرجی (۲۰۱۴a,b) مورد مطالعه قرار گرفته است. دامنه اختیاری سالیتون‌ها و سوپرسالیتون‌های الکترواستاتیک غیرخطی با فرکانس کم در پلاسماهای شفق قطبی شامل چهارگونه ذره باردار یون اکسیژن سرد، پروتون‌های داغ با تابع توزیع ماکسولی و دو گروه از الکترون‌ها توسط روفای و همکاران (۲۰۱۶) مورد بررسی قرار گرفت.

در اکثر کارهایی که در بالا معرفی شد از تابع توزیع ماکسولی برای ذرات باردار و از ذرات آزاد استفاده شده بود. در حالی که یافته‌های تجربی نشان می‌دهند که برای برخی از سیستم‌ها تابع توزیع ذرات در داخل پلاسما از حالت ماکسولی خارج شده و غیرماکسولی می‌شود. از جمله این تابع توزیع‌ها می‌توان به تابع توزیع کاپا، تابع توزیع نافزونفر q ، تابع توزیع کایرنز و... اشاره کرد. در اینجا تابع توزیع کایرنز را انتخاب می‌کنیم. در حقیقت الکترون‌های غیرحرارتی که به‌وسیله تابع توزیع کایرنز مدل‌سازی می‌شوند اولین بار توسط کایرنز و همکاران (۱۹۹۵) پیشنهاد شد تا به مطالعه اثر الکترون‌های غیرحرارتی بر روی طبیعت امواج سالیتونی یونی صوتی مشاهده شده در قسمت فوقانی یونسفر بپردازند. در واقع آنها از مشاهدات ناشی از ماهواره فرجا به این نتیجه رسیدند که حضور جمعیتی از الکترون‌های پرنرزی می‌تواند خواص امواج سالیتونی یونی صوتی را تغییر دهد. کایرنز و همکاران (۱۹۹۵) نشان دادند که تأثیر الکترون‌های پرنرزی می‌تواند بر روی شکل چگالی الکترون‌ها تأثیر بگذارد؛ همچنین ذرات به‌دام‌افتاده یک مسئله رایج و در عین حال قابل‌مشاهده در پلاسماهای

می‌توان از روش شبه‌پتانسیل سقدی‌اف (Sagdeev's pseudopotential technique) استفاده کرد. محققین زیادی به بررسی هر کدام از دو روش بالا برای امواج سالیتونی در پدیده‌های مختلف پرداختند. انتشار امواج سالیتونی یونی صوتی با دامنه کوچک توسط واشیمی و تانیتی (۱۹۶۶) مورد بررسی قرار گرفته است. با استفاده از روش KdV، امواج سالیتونی یونی صوتی در پلاسماهای نسبی توسط داس و پاول (۱۹۸۵) مورد تحقیق قرار گرفت. با لحاظ کردن دامنه‌های کوچک، لایه‌های دوگانه یونی صوتی و سالیتون‌ها در پلاسماهای شفق قطبی که شامل الکترون‌های سرد و گرم و دو گونه یون سرد است توسط ردی و لاختینا (۱۹۹۱) مورد تحقیق قرار گرفت. آنها نشان دادند که نتایج به‌دست‌آمده از کارشان در توافق خوبی با مشاهدات تجربی به‌دست‌آمده از ماهواره وایکینگ و 3-3S است. در کار دیگری ردی و همکاران (۱۹۹۲) لایه‌های دوگانه یونی صوتی با دامنه کم را ارتقا دادند. آنها نشان دادند که مدهای باریکه صوتی هیدروژن و اکسیژن سریع و آهسته می‌توانند در این سیستم برانگیخته شده و مد اکسیژنی همیشه برای مقادیر بزرگ‌تر سرعت باریکه یا دمای باریکه امکان‌پذیر است. تحول دینامیکی مرز یونسفر و کاواک شفق قطبی با استفاده از شبیه‌سازی ولاسوف یک‌بعدی و دوبعدی توسط مین و همکاران (۲۰۰۶) مورد بررسی قرار گرفته است. امواج سالیتونی یونی صوتی و لایه‌های دوگانه در پلاسماهای باد خورشیدی توسط چویی و همکاران (۲۰۰۶) مورد مطالعه قرار گرفته است. در کار دیگر تریچه و همکاران (۲۰۰۹) امواج سالیتونی پوزیترون صوتی با دامنه غیرخطی کوچک را که شامل چهار مؤلفه است را بررسی کردند. این مؤلفه‌ها شامل پوزیترون‌های با دو دما، الکترون‌های هم‌دما و یون‌های ساکن است. ساها (۲۰۱۰) امواج ضربه در هندسه‌های تخت و غیرتخت را مورد مطالعه قرار دادند. با استفاده از روش شبیه‌سازی ذره در جعبه، مین و همکاران (۲۰۱۲) به مطالعه نحوه تشکیل و تحول سالیتون‌های یونی صوتی در ناحیه جریانی رو به

برهم‌کنش لیزر با پلاسما کاربرد داشته باشد. همچنین سالیوتون‌های غبار صوتی در یک پلاسمای غباری با استفاده از یون‌های با توزیع کایرنز-گورویچ توسط اوآزن و آمور (۲۰۱۹) مورد بررسی قرار گرفته است. علاوه بر این برخی تحقیقات دیگر نیز در مورد ذرات غیر حرارتی یا به‌دام‌افتاده انجام شده است. برای مثال اندازه‌گیری هم‌زمان میدان‌های الکترومغناطیسی و توزیع ذرات اندازه‌گیری شده به‌وسیله فضاپیمای وایکینگ سوئدی از یک چشمه تابشی شفق قطبی توسط لوران و همکاران (۱۹۹۰) مورد بررسی قرار گرفته است. سالیوتون‌های یونی صوتی و سوپر سالیوتون‌ها با دامنه دلخواه در پلاسمای مغناطیده با الکترون‌های داغ غیر حرارتی و الکترون‌های سرد بولتزمینی توسط روفای و همکاران (۲۰۱۴) مورد تحقیق قرار گرفته است. در تحقیقی دیگر روفای و همکاران (۲۰۱۵)، اثر الکترون‌های فوق‌حرارتی اضافی را بر روی سالیوتون‌ها و سوپرسالیوتون‌های یونی صوتی با دامنه محدود در یک پلاسمای شفق قطبی مغناطیده مطالعه کردند. آنها همچنین دریافتند که مدلشان تحول سالیوتون‌ها و سوپرسالیوتون‌های با پتانسیل منفی برای عدد ماخ زیرصوت (subsonic) را پیش‌بینی می‌کند. اما در حالتی که تابع توزیع غیر حرارتی کایرنز برای الکترون‌ها انتخاب شود، سالیوتون‌ها و سوپرسالیوتون‌ها برای هر دو حالت عدد ماخ زیرصوت و فراصوت (supersonic) وجود دارند. تجزیه و تحلیل کیفی امواج پوزیترون صوتی در یک سیستم پلاسمایی شامل چهار گونه توسط ساها و تامانگ (۲۰۱۷) مورد مطالعه قرار گرفته است. در این تحقیق آنها از یون‌های مثبت ساکن، پوزیترون‌های سرد متحرک، پوزیترون‌ها و الکترون‌های داغ با تابع توزیع کانیاداکیز (Kaniadakis) استفاده کردند. در تحقیقی دیگر و با در نظر گرفتن پوزیترون‌های سرد متحرک، یون‌های مثبت ساکن و الکترون‌های با تابع توزیع نافزونفر، ساها و همکاران (۲۰۱۷) برانگیختگی غیرخطی امواج پوزیترون صوتی در ناحیه شتاب‌دار شفق قطبی را مورد مطالعه قرار دادند. داس و همکاران (۲۰۱۷) نیز به بررسی اثر برخورد

فضایی و آزمایشگاهی است. در حقیقت این ذرات به‌دام‌افتاده ناشی از برهم‌کنش تشدید و غیرخطی چاه‌پتانسیل یونی صوتی و الکترون‌ها در پلاسما است. در ضمن حفره‌های فضای فاز نیز وجود ذرات به‌دام‌افتاده را تأیید می‌کنند (ال‌لابانی و همکاران ۲۰۱۷). در این حالت انتشار امواج با فرکانس بالا در پلاسما می‌تواند امواج طولی تولید کرده به‌طوری‌که برخی از ذرات پلاسمایی مانند الکترون‌ها می‌توانند به‌دام‌افتاده و با موج در خلال این به‌دام‌افتادن برهم‌کنش انجام دهند (حکیمی پژوه و عباسی، ۲۰۰۲). در این حالت میدان طولی با فرکانس پایین شرایط انتشار موج در داخل پلاسما را تغییر می‌دهد. به‌ویژه زمانی که دامنه میدان فرکانس پایین برانگیخته به اندازه کافی بزرگ باشد، انرژی پتانسیل ذرات در میدان فرکانس پایین از مرتبه انرژی جنبشی حرارتی بوده و ذرات به‌دام‌افتاده نیز از اهمیت به‌سزایی برخوردار خواهند بود. در این صورت ذرات در پلاسما را می‌توان به‌صورت آزاد و به‌دام‌افتاده در نظر گرفت. با در نظر گرفتن ذرات به‌دام‌افتاده، تابع توزیع ذرات تغییر می‌کند. برای اولین بار تابع توزیع ذرات به‌دام‌افتاده توسط برنشتین و همکاران (۱۹۵۷)، گورویچ (۱۹۶۸) و شمل (۱۹۷۹) مورد بررسی قرار گرفته است. برخی از محققین به بررسی امواج سالیوتونی در حضور تابع توزیع‌های مختلف در حضور ذرات آزاد یا به‌دام‌افتاده پرداخته‌اند. باید در نظر داشت که اثر الکترون‌های غیر حرارتی و به‌دام‌افتاده می‌تواند بر روی توزیع چگالی الکترونی نیز اثر بگذارد. این چگالی می‌تواند در پدیده‌های متنوعی بررسی شود. برای مثال در انبساط پلاسمای تولیدشده به‌وسیله لیزر داخل خلأ مورد استفاده قرار گیرد (بارا و همکاران، ۲۰۱۴). همچنین با در نظر گرفتن ذرات غیر حرارتی و به‌دام‌افتاده، امواج یونی صوتی تغییر شکل یافته در داخل پلاسما توسط ال‌لابانی و همکاران (۲۰۱۷) مورد بررسی قرار گرفت. آنها به این نتیجه رسیدند که نتایج کارشان می‌تواند در توصیف مشاهدات فضایی مانند شار ذرات خورشیدی در فضای میان ستاره‌ای و ذرات پرنانژی مگنتوسفر زمین و در

یون غبار بر روی امواج یونی صوتی غباری در چارچوب معادله زاخاروف-کوزنتسوف (Zakharov-Kuznetsov) در حضور نیروی خارجی دوره‌ای پرداختند. با در نظر گرفتن الکترون‌های با توزیع غیرماکسولی کاپا، یون‌ها و ذرات غباری، انتشار مایل امواج سالیونی یونی صوتی در یک پلاسمای مغناطیده برخورداردی و حرارتی غباری توسط سولطانا (۲۰۱۸) مورد تحقیق قرار گرفت. انتشار مایل امواج سالیونی غیرخطی یونی صوتی در پلاسمای میان ستاره‌ای نسبتی ضعیف و غیربرخوردی در حضور یون‌های مثبت و منفی و الکترون‌های غیرحرارتی (با توزیع کایرنز) با استفاده از روش اختلال کاهش‌یافته توسط سلمان‌پور و شریفیان (۱۳۹۷) مطالعه شده است. با استفاده از روش اختلالی کاهش‌یافته و اعمال آن بر روی معادلات سیالی پلاسمای و با به کار بردن یک تابع توزیع غیرماکسولی که توسط یک شاخص طیفی ناوردا و یک پارامتر مستقل برچسب زده می‌شود، سالیون‌های یونی صوتی در پلاسمای دور از تعادل بادهای خورشیدی توسط صابریان (۱۳۹۸) مورد مطالعه قرار گرفت. در کار دیگر، صابریان و خوشه‌شاهی (۱۳۹۹) با به‌کارگیری جدیدترین یافته‌ها در مدل توزیع کاپا برای پلاسمای فضایی غیرتعادلی، امواج غبار صوتی در یک پلاسمای غباری شامل ذرات سنگین غبار با بار منفی و توزیعی از الکترون‌ها و پوزیترون‌های فوق گرمایی مورد مطالعه قرار گرفت. همچنین آبدیکیان و همکاران (۲۰۲۰) امواج یونی صوتی یک پلاسمای شامل الکترون‌های به‌دام‌افتاده و یون‌های گرم را مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند.

در این مقاله با استفاده از معادلات KdV و KdV تغییر شکل یافته، اثر الکترون‌های غیرحرارتی و به‌دام‌افتاده بر روی امواج سالیونی و پدیده آشوب در نواحی شتاب‌دار شفق قطبی بررسی شده است. با این که بحث سالیون‌ها و پدیده آشوب از قبل مورد بررسی قرار گرفته است اما چند نکته در اینجا وجود دارد که اهمیت پدیده آشوب و سالیون‌ها را دوچندان می‌کند. نکته اول این که یافته‌های تجربی اخیر (سالیس (۱۹۸۸) و کایرنز و

همکاران (۱۹۹۵)) نشان می‌دهد که تابع توزیع پلاسمای از حالت ماکسولی خارج شده و غیر ماکسولی می‌شود. دلیل این امر وجود ذرات باردار پرنرژی در داخل پلاسمای است. مدل‌های متنوعی وجود دارد که در این کار ما از تابع توزیع کایرنز استفاده کردیم. همچنین وجود ذرات به‌دام‌افتاده نیز بر روی توزیع چگالی تأثیر می‌گذارد. این توزیع به توزیع چگالی کایرنز-گورویچ معروف است که در پلاسمای شفق قطبی و شتاب‌دار کردن ذرات باردار در این ناحیه کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. در ضمن تأثیر ذرات آزاد، ذرات به‌دام‌افتاده و ذرات پرنرژی بر روی پدیده آشوب در ناحیه شتاب‌دار شفق قطبی کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. در این حالت، حلقه‌های نگاشت بازگشتی پوانکاره و وجود تک حلقه‌ها و دو حلقه‌ها و شرط پایداری این حلقه‌ها در ناحیه شتاب‌دار شفق قطبی بسیار کمتر بررسی شده است. همچنین بسیاری از مقالات تنها به ذکر شکل‌ها بسنده کرده‌اند و نکات فیزیکی اندکی در این باره بیان کرده‌اند. مجموعه این عوامل ایجاب می‌کند که اثر الکترون‌های غیرحرارتی و به‌دام‌افتاده بر روی امواج سالیونی و پدیده آشوب در نواحی شتاب‌دار شفق قطبی مورد بررسی قرار گیرد. در این کار با استفاده از معادلات پیوستگی و انتقال تکانه برای یون‌ها و با در نظر گرفتن تابع توزیع کایرنز-گورویچ برای الکترون‌ها و معادله پواسون، امواج سالیونی مورد بررسی قرار می‌گیرد. با استفاده از روش اختلال کاهش‌یافته برای دو حالت مختلف، معادلات KdV و KdV تغییر شکل یافته به دست می‌آیند. با استفاده از این معادلات، بقای انرژی و شبه‌پتانسیل برای دو حالت مختلف بررسی می‌شود. با در نظر گرفتن یک عامل شبه‌دوره‌ای، معادلات KdV و KdV تغییر شکل یافته مورد بازبینی قرار گرفته و پدیده آشوب و پایداری آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ادامه نتایج، مورد تحلیل قرار گرفته و تأثیر پارامترهای مختلف بر روی شکل سالیون‌ها بررسی می‌شود. نتایج همچنین نشان می‌دهند که نگاشت بازگشتی پوانکاره، وجود آشوب و پایداری آن را تأیید می‌کند.

در این تحقیق، در بخش دوم معادلات اساسی برای الکترونیها و یونها ارائه می شود. در بخش سوم با استفاده از اختلال کاهش یافته برای دو حالت مختلف، معادلات KdV و KdV تغییر شکل یافته به دست آمده و جوابهای این معادلات که به شکل سالیوتون هستند، به دست می آیند. در بخش چهارم بقای انرژی و شبه پتانسیل برای این دو حالت به دست می آیند. همچنین در این بخش تجزیه و تحلیل نگاشت بازگشتی پوانکاره و شرط پایداری آن مطالعه می شود. در بخش پنجم شکل سالیوتونها، انرژی کل و شبه پتانسیل و تأثیر پارامترهای مختلف بر روی آنها به دست می آیند. در این بخش اثر پارامترهای مختلف بر روی نگاشت بازگشتی پوانکاره بررسی می شود. در بخش ششم نتیجه گیری ارائه می شود.

۲. معادلات اساسی

در این کار، انتشار امواج سالیوتونی در ناحیه شتابدار شفق قطبی در نظر گرفته می شود. پلاسمای به کار رفته در این سیستم شامل الکترونیها و یونها است. پلاسمای غیر مغناطیسه، غیر برخوردی و همگن است. همچنین پلاسمای به صورت یک بعدی در نظر گرفته می شود. از آنجایی که در این مقاله از فرکانس نوسانات اختلالی پایین استفاده می شود، می توان از جرم الکترونیها در مقایسه با یونها صرف نظر کرد. در این صورت الکترونیها را می توان با استفاده از تابع توزیع کایرنز-گورویچ مدل سازی کرد. توجه به این نکته نیز ضروری است که پلاسمای مورد نظر را می توان با استفاده از روش سیالی مدل سازی کرده و از معادلات پیوستگی، انتقال تکانه و پواسون استفاده کرد. این معادلات را می توان به صورت زیر بیان کرد (اللابانی و همکاران، ۲۰۱۷).

در این تحقیق، در بخش دوم معادلات اساسی برای الکترونیها و یونها ارائه می شود. در بخش سوم با استفاده از اختلال کاهش یافته برای دو حالت مختلف، معادلات KdV و KdV تغییر شکل یافته به دست آمده و جوابهای این معادلات که به شکل سالیوتون هستند، به دست می آیند. در بخش چهارم بقای انرژی و شبه پتانسیل برای این دو حالت به دست می آیند. همچنین در این بخش تجزیه و تحلیل نگاشت بازگشتی پوانکاره و شرط پایداری آن مطالعه می شود. در بخش پنجم شکل سالیوتونها، انرژی کل و شبه پتانسیل و تأثیر پارامترهای مختلف بر روی آنها به دست می آیند. در این بخش اثر پارامترهای مختلف بر روی نگاشت بازگشتی پوانکاره بررسی می شود. در بخش ششم نتیجه گیری ارائه می شود.

۲. معادلات اساسی

در این کار، انتشار امواج سالیوتونی در ناحیه شتابدار شفق قطبی در نظر گرفته می شود. پلاسمای به کار رفته در این سیستم شامل الکترونیها و یونها است. پلاسمای غیر مغناطیسه، غیر برخوردی و همگن است. همچنین پلاسمای به صورت یک بعدی در نظر گرفته می شود. از آنجایی که در این مقاله از فرکانس نوسانات اختلالی پایین استفاده می شود، می توان از جرم الکترونیها در مقایسه با یونها صرف نظر کرد. در این صورت الکترونیها را می توان با استفاده از تابع توزیع کایرنز-گورویچ مدل سازی کرد. توجه به این نکته نیز ضروری است که پلاسمای مورد نظر را می توان با استفاده از روش سیالی مدل سازی کرده و از معادلات پیوستگی، انتقال تکانه و پواسون استفاده کرد. این معادلات را می توان به صورت زیر بیان کرد (اللابانی و همکاران، ۲۰۱۷).

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_i u_i) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = n_e - n_i, \quad (3)$$

که در این معادلات n_i چگالی یونی، u_i سرعت یونی،

$$f(v_e) = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi}v_{th}} \frac{1 + \alpha v_e^4 / v_{th}^4}{1 + 3\alpha} \exp(-v_e^2 / 2v_{th}^2), \quad (4)$$

که در این رابطه $v_{th} = (k_B T / m_e)^{1/2}$ سرعت حرارتی الکترونیها است. نکته ای که در اینجا وجود دارد این است که تابع توزیع کایرنز برای الکترونیها استفاده می شود تا اثرات غیرحرارتی الکترونیها مورد بررسی قرار گیرد. مقایسه بین تابع توزیع ماکسولی و کایرنز (شکل ۲ از مرجع بارا و همکاران (۲۰۱۴)) نشان می دهد که برای $\alpha = 0$ ، تابع توزیع فوق به توزیع ماکسولی میل کرده در حالی که برای $\alpha > 0$ ، تابع توزیع از حالت ماکسولی خارج شده و به صورت تابع توزیع کایرنز می شود. در این تابع توزیع α یک پارامتر غیرحرارتی اختیاری بوده و معیاری از انحراف از تابع توزیع ماکسولی محسوب می شود. به عبارت دیگر این پارامتر نشان دهنده جمعیت الکترونیهای پرانرژی یا الکترونیهای سریع است. شکل ۲ از مرجع بارا و همکاران (۲۰۱۴)، همچنین نشان می دهد که برای α های بزرگتر، تابع توزیع دارای دنباله بلندتری است که نشان دهنده وجود الکترونیهای پرانرژی

است، در این صورت چگالی الکترون‌ها به صورت زیر به دست می‌آید.

$$n_e = 2 \int_{v_1}^{\infty} f_e(v_e) dv_e + 2 \int_0^{v_1} f_e(0) dv_e. \quad (7)$$

در این رابطه $v_1 = (2|U|/m_e)^{1/2}$ ، $|U| = |e\phi|$ و $\varepsilon = m_e v_e^2 / 2 + U(x)$ با جایگذاری تابع توزیع کایرنز در رابطه بالا و انتگرال‌گیری از آن و با در نظر گرفتن پتانسیل الکترواستاتیکی، ذرات آزاد، به دام افتاده و غیرحرارتی، چگالی الکترونی به صورت زیر به دست می‌آید (بارا و همکاران، ۲۰۱۴).

$$n_e = (1 - b\phi + b\phi^2) \left\{ e^{\phi} (1 - \operatorname{erf}(\sqrt{|\phi|})) + \frac{2\sqrt{|\phi|}}{\sqrt{\pi}} \right\}, \quad (8)$$

که $b = 4\alpha / (1 + 3\alpha)$ و $\operatorname{erf}(x) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^x e^{-t^2} dt$ تابع خطا می‌باشد. این رابطه به توزیع چگالی الکترونی کایرنز-گورویچ معروف است. دلیل این که در چگالی الکترونی تابع خطا وارد شده است این است که در رابطه ۷ و در انتگرال اول محدوده سرعت از v_1 تا ∞ است. دقت داشته باشید که در حالت حدی $b \rightarrow 0$ یعنی در غیاب الکترون‌های غیرحرارتی، چگالی الکترونی تنها شامل ذرات به دام افتاده و آزاد است که در زیر می‌توانید آن را ببینید.

$$n_e = e^{\phi} (1 - \operatorname{erf}(\sqrt{|\phi|})) + \frac{2\sqrt{|\phi|}}{\sqrt{\pi}}, \quad (9)$$

این چگالی توسط گورویچ (۱۹۶۸) در حضور ذرات به دام افتاده و آزاد به دست آمده بود. از طرف دیگر، همان گونه که در بالا نیز بیان شد، علاوه بر ذرات آزاد، ذرات گیرافتاده و غیرحرارتی نیز روی چگالی الکترون‌ها تأثیر می‌گذارند. این نوع ذرات را می‌توان با استفاده از چگالی الکترونی یعنی رابطه ۸ توضیح داد. در صورتی که تنها ذرات آزاد را در نظر بگیریم چگالی الکترونی به صورت $n_e = e^{\phi}$ خواهد بود. با توجه به رابطه ۹ در صورتی که ذرات آزاد و ذرات به دام افتاده را لحاظ کنیم چگالی ذرات به صورت

در این سیستم پلاسمایی است. باید توجه داشت که این تابع توزیع تنها شامل اثرات غیرحرارتی است و در این تابع توزیع الکترون‌های به دام افتاده وجود ندارد. با در نظر گرفتن تابع توزیع کایرنز، توزیع چگالی الکترون‌ها به صورت زیر به دست می‌آید (کایرنز و همکاران، ۱۹۹۵).

$$n_e = n_0 e^{\phi} \frac{(4\alpha\phi^2 - 4\alpha\phi + 1 + 3\alpha)}{1 + 3\alpha}, \quad (5)$$

در حالتی که $\alpha \rightarrow 0$ ، این چگالی الکترونی به چگالی $n_0 e^{\phi}$ تغییر پیدا می‌کند. یک نکته دیگری که در اینجا حائز اهمیت است کمیت T است. همان گونه که از مکانیک آماری نیز به یاد داریم، دما برای سیستم‌های تعادلی تعریف می‌شود. تابع توزیع کایرنز مشابه با تابع توزیع سالیس و یا کاپا برای سیستم‌های غیرتعادلی وجود دارد. البته در حالت حدی این تابع توزیع‌ها به حالت تعادلی میل می‌کنند. با این حال کمیت T که در این توزیع‌ها وجود دارد دارای بعد دما است ولی مفهوم دمایی ندارد. برای این سیستم‌ها یک دمای مؤثر تعریف می‌شود که از قضیه همپاری به دست می‌آید. با توجه به توضیحاتی که در بالا بیان شد، دمای مؤثر برای تابع توزیع کایرنز به صورت زیر خواهد بود.

$$T_{\text{eff}} = \frac{m_e \int_{-\infty}^{\infty} v_e^2 f(v_e) dv_e}{n_0} = T \frac{1 + 15\alpha}{1 + 3\alpha}, \quad (6)$$

در حالت حدی $\alpha \rightarrow 0$ ، دمای مؤثر با T برابر است و در حالتی که $\alpha \rightarrow 1$ باشد، دمای مؤثر برابر $4T$ خواهد بود. از آنجایی که مقادیر α در گستره $[0, 1]$ قرار دارد پس دمای مؤثر نیز در محدوده $[T, 4T]$ قرار دارد؛ همچنین در حضور پتانسیل الکترواستاتیکی و با در نظر گرفتن ذرات آزاد، به دام افتاده و غیرحرارتی، در رابطه ۴ به جای عبارت $v_e^2 / v_{th}^2 - 2\phi$ باید از عبارت v_e^2 / v_{th}^2 استفاده کرد. از آنجایی که انرژی ذرات در داخل پلازما شامل انرژی کل مثبت $\varepsilon > 0$ برای ذرات آزاد و انرژی کل منفی $\varepsilon < 0$ برای ذرات به دام افتاده در چاه پتانسیل

متغیرهای آرام (ξ, τ) تبدیل شده‌اند. اکنون متغیرهای استفاده شده در معادلات ۱-۳ را به صورت زیر بسط می‌دهیم.

$$n_i = 1 + \varepsilon n_{i1} + \varepsilon^2 n_{i2} + \varepsilon^3 n_{i3} + \dots, \quad (11)$$

$$u_i = \varepsilon u_{i1} + \varepsilon^2 u_{i2} + \varepsilon^3 u_{i3} + \dots, \quad (12)$$

$$\varphi = \varepsilon \varphi_1 + \varepsilon^2 \varphi_2 + \varepsilon^3 \varphi_3 + \dots \quad (13)$$

با در نظر گرفتن رابطه ۱۰، مشتقات مکانی و زمانی به صورت زیر در می‌آیند.

$$\frac{\partial}{\partial x} = \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = -v \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau}. \quad (15)$$

با جایگذاری روابط ۱۰-۱۵ در معادلات ۱-۳ و با در نظر گرفتن $\varepsilon^{3/2}$ ، معادله پیوستگی به صورت $u_{i1} = v n_{i1}$ و معادله انتقال تکانه به صورت $v u_{i1} = \varphi_1$ ساده می‌شود. همچنین با در نظر گرفتن ε در معادله پواسون، این معادله نیز به صورت $n_{i1} = (1-b)\varphi_1$ ساده می‌شود. با ترکیب این روابط، سرعت فاز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$v^2 = \frac{1}{1-b}. \quad (16)$$

این رابطه، رابطه پاشندگی در پایین‌ترین مرتبه است. همان‌گونه که در بالا بیان شد، مقادیر α در گستره $[0,1)$ قرار دارد. با توجه به تعریف کمیت b به صورت $b = 4\alpha / (1+3\alpha)$ ، گستره کمیت b نیز به صورت $[0,1)$ خواهد بود (بارا و همکاران، ۲۰۱۴). دلیل این که مقدار $\alpha = b = 1$ را در نظر نگرفتیم این است که با توجه به رابطه ۱۶ و با در نظر گرفتن این مقادیر، سرعت فاز بی‌نهایت می‌شود که از نظر فیزیکی درست نیست. حال دوباره به معادلات ۱-۳ بازمی‌گردیم. با در نظر گرفتن $\varepsilon^{5/2}$ برای معادله پیوستگی، این معادله به صورت زیر ساده می‌شود.

$$-v \frac{\partial n_{i2}}{\partial \xi} + \frac{\partial n_{i1}}{\partial \tau} + \frac{\partial u_{i2}}{\partial \xi} + \frac{\partial (n_{i1} u_{i1})}{\partial \xi} = 0. \quad (17)$$

به‌طور مشابه برای معادله انتقال تکانه و با در نظر گرفتن $\varepsilon^{5/2}$ داریم.

$n_e = e^{\varphi} (1 - \text{erf}(\sqrt{|\varphi|})) + \frac{2\sqrt{|\varphi|}}{\sqrt{\pi}}$ مقایسه بین روابط ۸ و ۹ نشان می‌دهد که عبارت $-b\varphi + b\varphi^2$ مسئول اثرات غیر حرارتی است. از نظر مفهوم فیزیکی نیز می‌توان این ذرات را مورد بررسی قرار داد. همان‌گونه که در بالا نیز بیان شد در صورتی که انرژی ذرات در داخل پلاسما شامل انرژی کل مثبت $\varepsilon > 0$ باشد ذرات آزاد و در صورتی که انرژی کل منفی $\varepsilon < 0$ لحاظ شود باید ذرات به‌دام‌افتاده در چاه پتانسیل را لحاظ کنیم. ذرات غیرحرارتی یا پرانرژی نیز از دنباله تابع توزیع به دست می‌آیند. به‌طور خلاصه این‌گونه می‌توانیم بیان کنیم که توزیعی که در رابطه ۸ به دست آمد ترکیبی از تابع توزیع کایرنز به همراه ذرات به‌دام‌افتاده است. تابع توزیع کایرنز نقش ذرات غیرحرارتی و پرانرژی در داخل پلاسما را در نظر می‌گیرد در حالی که توزیع گورویچ شامل الکترون‌های آزاد و به‌دام‌افتاده هستند. با ترکیب ذرات آزاد، به‌دام‌افتاده و غیرحرارتی می‌توان توزیع چگالی کایرنز-گورویچ را به دست آورد. همچنین باید در نظر داشت که تابع توزیع کایرنز که در رابطه ۴ بیان شد تنها شامل الکترون‌های غیرحرارتی و پرانرژی هستند و شامل ذرات به‌دام‌افتاده نیستند. در مورد تابع توزیع‌های ماکسولوی، کاپا یا سالیس نیز همین مطلب را می‌توانیم بیان کنیم چرا که در این تابع توزیع‌ها نیز ذرات به‌دام‌افتاده وجود ندارند.

۳. معادله KdV و معادله KdV تغییر شکل یافته

برای این که انتشار امواج غیرخطی یونی صوتی در داخل پلاسما را بررسی کنیم، باید از روش اختلال کاهش‌یافته استفاده کنیم. برای این منظور متغیرهای مستقل زیر را تعریف می‌کنیم.

$$\xi = \varepsilon^{1/2} (x - vt), \quad \tau = \varepsilon^{3/2} t, \quad (10)$$

که ε پارامتر مثبت کوچکی بوده که نشان‌دهنده میزان غیرخطی بودن است. همچنین v سرعت فاز موج است. در حقیقت در رابطه بالا متغیرهای سریع (x, t) به

متغیرهای بسط استفاده شده در این حالت نیز مشابه با روابط ۱۱-۱۳ است. با در نظر گرفتن رابطه ۲۳، مشتقات مکانی و زمانی به صورت زیر در می آیند.

$$\frac{\partial}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad (24)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = -v\varepsilon \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^3 \frac{\partial}{\partial \tau}. \quad (25)$$

با جایگذاری روابط ۸، ۱۱-۱۳، ۲۴ و ۲۵ در معادلات ۱-۳ و با در نظر گرفتن پایین ترین مرتبه ε ، سرعت فاز مشابه با رابطه ۱۶ به دست می آید. با در نظر گرفتن ε^4 برای معادله پیوستگی، این معادله به صورت زیر ساده می شود.

$$-v \frac{\partial n_{i3}}{\partial \xi} + \frac{\partial n_{i1}}{\partial \tau} + \frac{\partial (u_{i3} + n_{i1}u_{i2} + n_{i2}u_{i1})}{\partial \xi} = 0. \quad (26)$$

به طور مشابه برای معادله انتقال تکانه و با در نظر گرفتن ε^4 داریم.

$$-v \frac{\partial u_{i3}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{i1}}{\partial \tau} + u_{i1} \frac{\partial u_{i2}}{\partial \xi} + u_{i2} \frac{\partial u_{i1}}{\partial \xi} = -\frac{\partial \varphi_3}{\partial \xi}. \quad (27)$$

با توجه به این که برای معادله پواسون باید از ε^3 استفاده کنیم در این صورت داریم.

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial \xi^2} = (1-b)\varphi_3 - \frac{4}{3\sqrt{\pi}}\varphi_2^{3/2} + 2b\varphi_1\varphi_2 + \frac{3}{2}b\varphi_1^3 - n_{i3}. \quad (28)$$

حال از معادله ۲۸، n_{i3} را به دست آورده و از معادله ۲۷ نیز $\partial u_{i3}/\partial \xi$ را به دست آورده و آنها را در معادله ۲۶ قرار می دهیم. در ضمن از روابط بیان شده در بالای رابطه ۱۶ نیز استفاده می کنیم. با ترکیب معادلات و روابط فوق، معادله KdV تغییر شکل یافته به صورت زیر به دست می آید.

$$\frac{2v}{\sqrt{\pi}}\varphi_2^{1/2} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \xi} - 2vb \frac{\partial (\varphi_1\varphi_2)}{\partial \xi} - \frac{9}{2}bv\varphi_1^2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial \xi} + v \frac{\partial^3 \varphi_1}{\partial \xi^3} + \frac{2}{v^2} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau} + \frac{\varphi_1}{v^2} \frac{\partial u_{i2}}{\partial \xi} + \frac{u_{i2}}{v^2} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(1-b)\varphi_1 u_{i2} + \frac{1}{v}\varphi_1 n_{i2} \right]. \quad (29)$$

خوشبختانه در معادله ۲۹ عبارت φ_3 حذف شده است اما هنوز کمیت های φ_2 ، n_{i2} و u_{i2} مجهول اند که باید محاسبه شوند. (در صورتی که کمیت های فوق معلوم

$$-v \frac{\partial u_{i2}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{i1}}{\partial \tau} + u_{i1} \frac{\partial u_{i1}}{\partial \xi} = -\frac{\partial \varphi_2}{\partial \xi}. \quad (18)$$

با توجه به این که برای معادله پواسون باید از ε^2 استفاده کنیم در این صورت داریم.

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial \xi^2} = (1-b)\varphi_2 + (b + \frac{1}{2})\varphi_1^2 - n_{i2}. \quad (19)$$

حال از معادله ۱۹، n_{i2} را به دست آورده و از معادله ۱۸ نیز $\partial u_{i2}/\partial \xi$ را به دست آورده و آنها را در رابطه ۱۷ قرار می دهیم. در ضمن از روابط بیان شده در بالای معادله ۱۶ نیز استفاده می کنیم. با ترکیب معادلات و روابط فوق، معادله KdV به صورت زیر به دست می آید.

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau} + A\varphi_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \varphi_1}{\partial \xi^3} = 0, \quad (20)$$

که در این رابطه کمیت های A و B به صورت زیر هستند.

$$A = \frac{3-v^4(b+\frac{1}{2})}{2v}, \quad (21)$$

$$B = \frac{v^3}{2}. \quad (22)$$

در معادله ۲۰ کمیت A نشان دهنده ضریب غیرخطی و B ضریب پاشندگی است. باید در نظر داشت که ضریب A وابسته به سرعت فاز (یا به عبارتی کمیت b) بوده مقدار آن می تواند مثبت، منفی و یا حتی صفر شود. به ازای $b=0.44$ ، مقدار A برابر صفر خواهد شد و در نتیجه برای $b < 0.44$ ، مقادیر A مثبت و برای $b > 0.44$ مقادیر A منفی خواهد شد. در این حالت دامنه موجی که از معادله ۱۶ به دست می آید تا بی نهایت رشد خواهد کرد. در این حالت مدل KdV برای این نقطه با شکست مواجه شده و ما مجبوریم که از مدل دیگری استفاده کنیم. برای این که اطلاعاتی از موج سالتونی متحرک در اطراف این نقطه داشته باشیم، معادله KdV تغییر شکل یافته را با در نظر گرفتن مقادیر بالاتر ضرایب ε به دست می آوریم. بدین منظور از متغیرهای آهسته زیر کمک می گیریم.

$$\xi = \varepsilon(x-vt), \quad \tau = \varepsilon^3 t. \quad (23)$$

پهنای پالس منتشر شده نیز برابر $2\sqrt{B/U}$ است. مشابه با روندی که در بالا بیان شد، با تغییر متغیر $\chi = \xi - U\tau$ ، جایگذاری آن در معادله ۳۰ و با انتگرال گیری از آن و با اعمال شرایط مرزی (φ_2) و مشتقات آن در $\chi \rightarrow \pm\infty$ برابر صفر است، داریم.

$$B \frac{d^2 \psi_2}{d\chi^2} - U\psi_2 + \frac{C}{3}\psi_2^3 = 0. \quad (35)$$

جواب معادله بالا نیز به صورت زیر است.

$$\psi_2 = \pm \sqrt{\frac{6U}{C}} \operatorname{sech} \left(\sqrt{\frac{U}{B}} \chi \right). \quad (36)$$

با جایگذاری χ در رابطه بالا، این معادله به صورت زیر به دست می آید.

$$\psi_2(\xi, \tau) = \pm \sqrt{\frac{6U}{C}} \operatorname{sech} \left(\sqrt{\frac{U}{B}} (\xi - U\tau) \right). \quad (37)$$

در رابطه بالا نیز $\sqrt{6U/C}$ دامنه موج و پهنای پالس منتشر شده $\sqrt{B/U}$ است. در رابطه ۳۷ باید شرط $C > 0$ برقرار باشد چرا که زیر رادیکال نمی تواند منفی باشد. این شرط ایجاب می کند که در این حالت $0 \leq b < 0.46$ برقرار است (به عبارت دیگر شرط $1 \leq v < 1.36$ برقرار است).

۴. بقای انرژی، شبه پتانسیل ها و تجزیه و تحلیل نگاشت بازگشتی پوانکاره

در اینجا می خواهیم به بررسی بقای انرژی و شبه پتانسیل ها برای دو حالت مطرح شده در بالا یعنی معادله KdV و معادله KdV تغییر شکل یافته پردازیم. همان گونه که از معادلات ۳۲ و ۳۵ دیده می شود این معادلات مشابه با قانون دوم نیوتن است که بر اساس انرژی پتانسیل، می توانیم آنها را به صورت زیر بنویسیم.

$$\frac{d^2 \psi_1}{d\chi^2} + \frac{dV_1}{d\psi_1} = 0, \quad (38)$$

$$\frac{d^2 \psi_2}{d\chi^2} + \frac{dV_2}{d\psi_2} = 0, \quad (39)$$

که $V_1 = -(3U - A\psi_1)\psi_1^2 / 6B$ و $V_2 = -(6U - C\psi_1^2)\psi_1^2 / 12B$ شبه پتانسیل هایی هستند که مشابه با انرژی پتانسیل در مکانیک کلاسیک می باشد.

باشند، کمیت φ_1 با استفاده از معادله ۲۹ قابل محاسبه است) با در نظر گرفتن ε^3 برای معادلات پیوستگی و انتقال تکانه و ε^2 برای معادله پواسون و جایگذاری کمیت های به دست آمده در معادله ۲۹ و کمی ساده سازی، این معادله در نهایت به صورت زیر ساده می شود.

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau} + C\varphi_1^2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \varphi_1}{\partial \xi^3} = 0, \quad (30)$$

که کمیت C به صورت زیر بوده است.

$$C = \frac{6 - 9v^6 b + 6v^4 (b + \frac{1}{2})}{4v^3}, \quad (31)$$

و کمیت B نیز قبلاً در رابطه ۱۸ تعریف شده بود. باید در نظر داشت که روندی که در این مقاله استفاده شد را می توان در مقالات ردی و لاختینا (۱۹۹۱)، پاکزاد (۲۰۱۱)، هاسن و همکاران (۲۰۱۷)، ساها و تامانگ (۲۰۱۷) و ساها و همکاران (۲۰۱۷) نیز دنبال کرد. حال باید معادلات ۲۰ و ۳۰ را حل کنیم. با تغییر متغیر $\chi = \xi - U\tau$ ، جایگذاری آن در معادله ۲۰ و با انتگرال گیری از آن و با اعمال شرایط مرزی (φ_1) و مشتقات آن در $\chi \rightarrow \pm\infty$ برابر صفر است، داریم.

$$B \frac{d^2 \psi_1}{d\chi^2} - U\psi_1 + \frac{A}{2}\psi_1^2 = 0, \quad (32)$$

که در رابطه بالا U سرعت موج است. معنی فیزیکی χ این است که مسئله در چارچوب مرجع متحرک با موج بررسی می شود. در رابطه بالا همچنین فرض شده است که رابطه $\psi_1(\chi) = \varphi_1(\xi, \tau)$ برقرار است. به راحتی می توان نشان داد که جواب معادله بالا به صورت زیر است.

$$\psi_1 = \frac{3U}{A} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{U}{B}} \chi \right). \quad (33)$$

با جایگذاری χ در رابطه بالا، این معادله به صورت زیر به دست می آید.

$$\psi_1(\xi, \tau) = \frac{3U}{A} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{U}{B}} (\xi - U\tau) \right). \quad (34)$$

همان گونه که از رابطه بالا مشخص است شکل موج به صورت یک سالیوتون است که دامنه آن $3U/A$ و

برای بررسی این پدیده وجود دارد که از آن جمله می‌توان به تجزیه و تحلیل تصویر فازی سه بعدی (3D phase portrait analysis)، تجزیه و تحلیل نگاشت بازگشتی پوانکاره (Poincaré return map analysis) و نمادهای لیاپانوف (Lyapunov exponents) اشاره کرد. در اینجا از روش تجزیه و تحلیل نگاشت بازگشتی پوانکاره استفاده می‌کنیم. در این صورت باید در سمت راست معادلات ۳۲ و ۳۵ یک عامل شبه دوره‌ای (quasiperiodic) قرار دهیم. در این صورت، این معادلات به ترتیب به صورت زیر به دست می‌آیند.

$$B \frac{d^2 \psi_1}{d\chi^2} - U\psi_1 + \frac{A}{2} \psi_1^2 = f_0 \cos(\omega\chi), \quad (42)$$

$$B \frac{d^2 \psi_2}{d\chi^2} - U\psi_2 + \frac{C}{3} \psi_2^3 = f_0 \cos(\omega\chi), \quad (43)$$

که در این روابط f_0 دامنه شبه دوره‌ای و ω فرکانس شبه دوره‌ای نامیده می‌شود. همان گونه که از معادلات بالا دیده می‌شود، این معادلات به U ، b ، f_0 و ω وابسته است. با حل معادلات بالا می‌توان در مورد نگاشت بازگشتی پوانکاره بحث کرد. در حقیقت مقطع‌های پوانکاره (Poincaré sections)، توصیف هندسی دینامیک‌های فضای فاز را با حذف یکی از بعدهای فضای فاز به دست می‌آورند به طوری که باز هم حاوی اطلاعات ضروری شامل تناوبی بودن، شبه تناوبی بودن، آشوبناک بودن و دوشاخه‌ای شدن باشد. به عبارت دیگر این نگاشت فضای n بعدی را به $n-1$ بعدی تبدیل می‌کند. بنابراین نگاشت بازگشتی پوانکاره مسائل مربوط به چرخه‌های بسته را به مسائل مربوط به نقاط ثابت یک نگاشت تبدیل می‌کند. در این حالت می‌توان پایداری این چرخه‌ها را مورد بررسی قرار داد. از نظر ریاضیاتی تابع نگاشت پوانکاره به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\psi_{i+1} = P(\psi_i), \quad (44)$$

که i نقاط ثابت و P تابع نگاشت پوانکاره نامیده می‌شود.

در این صورت بقای انرژی در حضور این شبه پتانسیل‌ها به صورت زیر به دست می‌آید.

$$E_1(\psi_1, \dot{\psi}_1) = \frac{\dot{\psi}_1^2}{2} - \frac{1}{6B} (3U - A\psi_1)\psi_1^2, \quad (40)$$

$$E_2(\psi_2, \dot{\psi}_2) = \frac{\dot{\psi}_2^2}{2} - \frac{1}{12B} (6U - C\psi_2^2)\psi_2^2, \quad (41)$$

که $\dot{\psi} = d\psi / d\chi$ باید در نظر داشت که انرژی کل بیان شده در بالا می‌تواند مثبت، منفی و یا صفر شود. منفی بودن انرژی مکانیکی کل نشان‌دهنده آن است که ذرات در چاه پتانسیل مقید هستند. یک نکته که در اینجا مهم است این است که پتانسیل‌های V_1 و V_2 که در معادلات بالا به دست آمده‌اند، با استفاده از روش اختلالی کاهش یافته به دست آمد. همان گونه که در مقدمه نیز بیان شد برای بررسی امواج سالیوتونی از دو روش می‌توان استفاده کرد. در روش اختلال کاهش یافته از نظریه غیرخطی ضعیف استفاده می‌شود. در روش دیگر در صورتی که نظریه غیرخطی ضعیف نباشد، می‌توان از روش پتانسیل سقدی‌اف استفاده کرد. با این حال برخی از محققین مشابه با روندی که برای معادلات KdV و KdV تغییر شکل یافته به کار می‌رود، یک شبه پتانسیل با استفاده از این معادله به دست می‌آورند. در اینجا از بیان پتانسیل سقدی‌اف صرف نظر کرده و تنها به بیان شبه پتانسیل بسنده می‌کنیم. نکته دیگری که وجود دارد این است که در پتانسیل سقدی‌اف پارامتر M عدد ماخ را نشان می‌دهد؛ در حالی که در این کار کمیت U سرعت موج بدون بعد است. در زیر به برخی از مقالاتی که با استفاده از معادله KdV و KdV تغییر شکل یافته، به بررسی شبه پتانسیل فوق در امواج یونی صوتی پرداخته‌اند، اشاره می‌کنیم. ردی و لاختینا (۱۹۹۱)، ردی و همکاران (۱۹۹۲)، هاسن و همکاران (۲۰۱۷)، ساها و همکاران (۲۰۱۷) و ساها و تامانگ (۲۰۱۷).

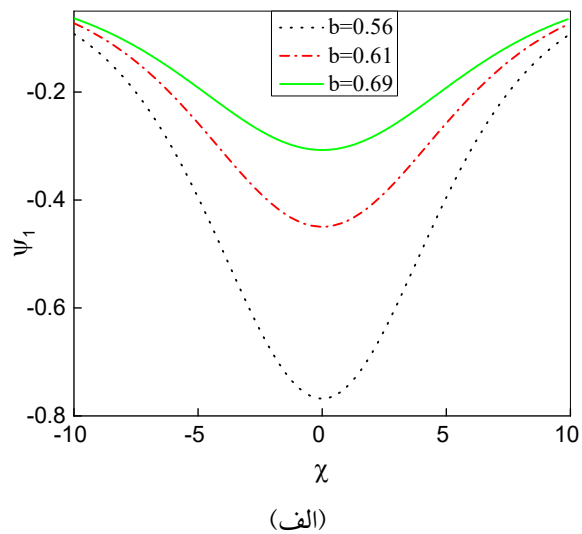
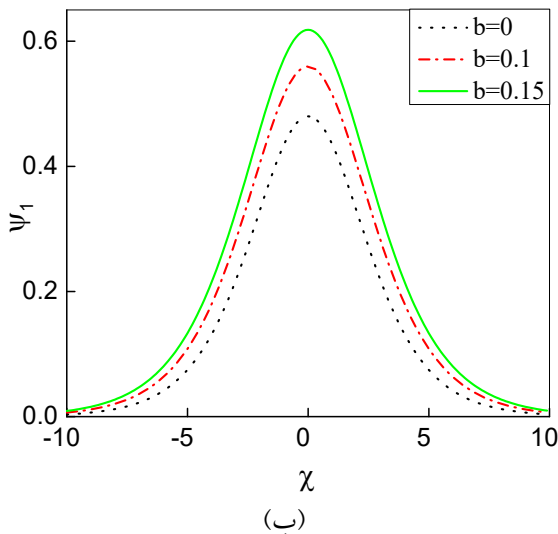
در پایان این بخش به بررسی تجزیه و تحلیل نگاشت بازگشتی پوانکاره می‌پردازیم. در بررسی انتشار امواج سالیوتونی در ناحیه شتاب‌دار شفق قطبی یکی از مسائل فوق‌العاده مهم پدیده آشوب است. روش‌های مختلفی

۵. نتایج و بحث

پس انتظار داریم با افزایش کمیت ν ، b افزایش پیدا کند که این اثر در توافق کامل با نتیجه به دست آمده از شکل ۱-الف است. در ضمن از شکل ۱-ب دیده می شود که با افزایش کمیت b ، دامنه موج سالیوتون کاهش می یابد (قدر مطلق آن افزایش می یابد). پس مطالبی که در مورد شکل ۱-الف بیان کردیم در مورد شکل ۱-ب نیز صادق است. از نظر فیزیکی رفتار b در شکل ۱ را می توان به صورت زیر بیان کرد. همان گونه که از روابط ۴ و ۸ مشاهده می شود تابع توزیع الکترون ها از تابع توزیع کایرنز-گورویچ پیروی می کند. در حالتی که کمیت $b=0$ باشد، این تابع توزیع به تابع توزیع ماکسول میل می کند. در حالتی که $b>0$ باشد، علاوه بر ذرات آزاد، ذرات به دام افتاده و غیرحرارتی نیز روی تابع توزیع تأثیر می گذارند. در این حالت پهنای تابع توزیع بزرگ تر شده که نشان دهنده آن است که الکترون های پرانرژی در این حالت بیشتر هستند. این ذرات پرانرژی می توانند به موج یونی صوتی انرژی داده و در نتیجه دامنه موج سالیوتونی افزایش می یابد. این حالت مشابه با تابش چرینکوف بوده که در آن ذرات در داخل پلازما می توانند به موج برانگیخته انرژی داده و دامنه آن را افزایش دهد. به عبارت دیگر در این حالت ذرات پرانرژی با موج سالیوتونی رزونانس می کنند.

در قسمت قبل به بررسی معادلات KdV و تغییر شکل یافته پرداختیم و جواب های این معادلات نیز به دست آمد. در ضمن شبه پتانسیل ها و انرژی مکانیکی کل نیز به دست آمد. اکنون می توانیم به بررسی نتایج عددی پردازیم. در شکل ۱ تأثیر پارامتر b بر روی ψ_1 به صورت تابعی از χ رسم شده است. در این نمودار $U=0.2$ است. همان گونه که از شکل ۱-الف مشخص است برای مقادیر $b=0, 0.1, 0.15$ ، مقادیر ψ_1 همگی مثبت هستند که نشان دهنده آن است که سالیوتون های تراکمی داریم. در مقابل برای مقادیر $b=0.56, 0.61, 0.69$ ، مقادیر ψ_1 همگی منفی هستند که نشان دهنده آن است که سالیوتون های رقیق شونده خواهیم داشت. از رابطه ۳۳ مشخص است که شرط این که تابع ψ_1 مقادیر مثبت و یا منفی داشته باشد این است که کمیت A به ترتیب مقادیر مثبت و یا منفی داشته باشد.

همچنین از شکل ۱-الف دیده می شود که با افزایش پارامتر b ، دامنه موج سالیوتون (ψ_1) افزایش می یابد. از آنجایی که با توجه به رابطه ۳۳ پهنای پالس برابر $2\sqrt{B/U}$ است و با توجه به رابطه ۲۲ انتظار داریم که با افزایش پارامتر ν پهنای پالس پهنای پالس افزایش یابد. از طرف دیگر رابطه بین ν و b به صورت رابطه ۱۶ است.

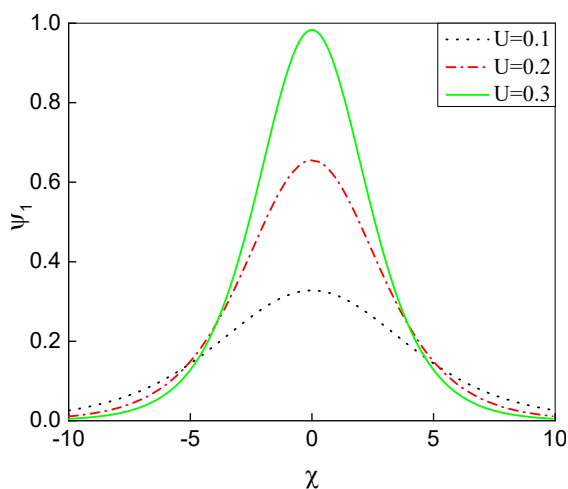


شکل ۱. نمودار ψ_1 بر حسب χ برای مقادیر مختلف b . در این نمودار $U=0.2$ است.

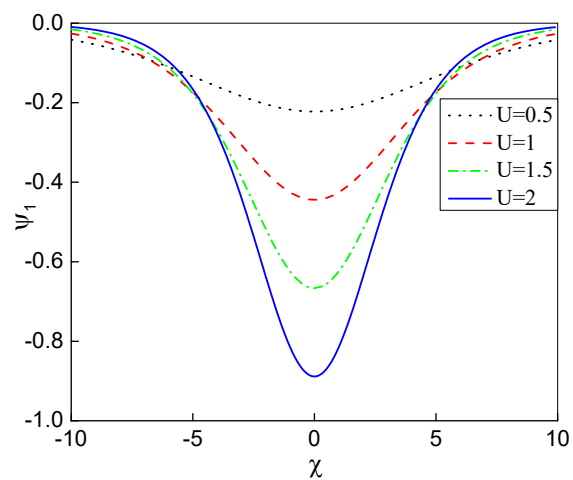
رقیق‌شونده هستند این است که در این شکل $b = 0.8$ انتخاب شده است که در این صورت کمیت A منفی می‌شود. با آن‌که در شکل ۲-ب مقدار U خیلی بزرگ است ($U = 2$)، اما دامنه موج سالیتون کوچک‌تر از $U = 0.3$ در شکل ۲-الف است. از نظر فیزیکی شکل‌های ۲-الف و ۲-ب را به این صورت می‌توان تعبیر کرد که کمیت U نشان‌دهنده سرعت است. با افزایش سرعت U ، موج سالیتونی مقدار انرژی بیشتری دریافت کرده و در نتیجه دامنه آن نیز بیشتر افزایش می‌یابد. توجه به این نکته نیز ضروری است که هر دو عامل b و U در رشد دامنه سالیتون‌ها دخالت دارند. در شکل ۳، تأثیر کمیت b بر روی ψ_2 به صورت تابعی از χ رسم شده است. کمیت استفاده در این شکل $U = 0.2$ است. رفتار کمیت b در این شکل مشابه با شکل ۱ است. مقایسه بین شکل‌های ۱ و ۳ نشان می‌دهند که به ازای یک b مشخص، دامنه موج سالیتون برای ψ_2 بزرگ‌تر از ψ_1 است. بنابراین نتیجه می‌گیریم که انتخاب متغیرهای آهسته در روش اختلال کاهش یافته می‌تواند روی جواب‌های به دست آمده امواج سالیتون تأثیر بگذارد. نکته دیگری که از مقایسه بین شکل‌های ۱ و ۳ دیده می‌شود این است که ممکن است پرسیده شود که چرا در شکل ۱ سالیتون‌های تراکمی و رقیق‌شونده داریم در حالی که برای شکل ۳ تنها سالیتون‌های تراکمی داریم.

از آنجایی که با افزایش کمیت b ، تعداد الکترون‌های به دام افتاده و غیرحرارتی بیشتر شده و در نتیجه پهنای تابع توزیع الکترون‌ها بزرگ‌تر می‌شود انتظار داریم که در این حالت نیز پهنای پالس سالیتونی افزایش یابد. در شکل ۲، تأثیر پارامتر U بر روی ψ_1 به صورت تابعی از χ رسم شده است. کمیت استفاده شده در شکل ۲-الف برابر $b = 0.17$ و برای شکل ۲-ب برابر $b = 0.8$ است. همان‌گونه که از شکل ۲-الف مشخص است با افزایش کمیت U ، دامنه موج سالیتونی ψ_1 افزایش می‌یابد. همچنین از شکل ۲-ب مشخص است که با افزایش کمیت U دامنه موج سالیتونی کاهش می‌یابد (قدرمطلق) آن افزایش می‌یابد. دلیل این امر را می‌توان از رابطه ۳۳ به راحتی تحقیق کرد. همان‌گونه که از این رابطه مشخص است دامنه موج سالیتونی $3U/A$ با کمیت U رابطه مستقیمی دارد. بنابراین انتظار داریم دامنه موج سالیتونی با افزایش کمیت U افزایش می‌یابد. از طرف دیگر پهنای موج سالیتونی به صورت $2\sqrt{B/U}$ است. بنابراین با افزایش پارامتر U پهنای موج سالیتونی کاهش می‌یابد که این امر را می‌توان در این شکل مشاهده کرد.

نکته دیگری که از شکل ۲ دیده می‌شود این است که برای شکل ۲-الف سالیتون‌ها به صورت تراکمی هستند در حالی که برای ۲-ب سالیتون‌ها به صورت رقیق‌شونده هستند. دلیل این‌که سالیتون‌ها در شکل ۲-ب به صورت

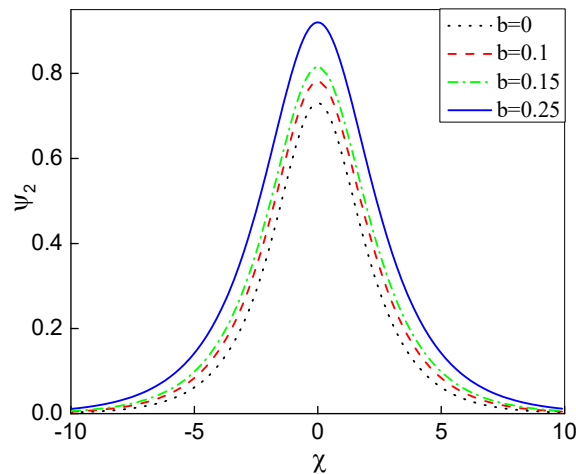


(ب)

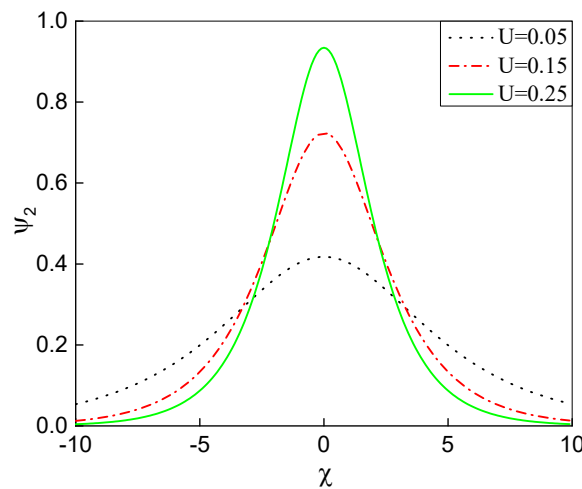


(الف)

شکل ۲. نمودار ψ_1 بر حسب χ برای مقادیر مختلف U . در این نمودار در قسمت (الف) $b = 0.17$ و در قسمت (ب) $b = 0.8$ است.



شکل ۳. نمودار Ψ_2 بر حسب χ برای مقادیر مختلف b . در این نمودار $U = 0.2$ است.



شکل ۴. نمودار Ψ_2 بر حسب χ برای مقادیر مختلف U . در این نمودار $b = 0.17$ است.

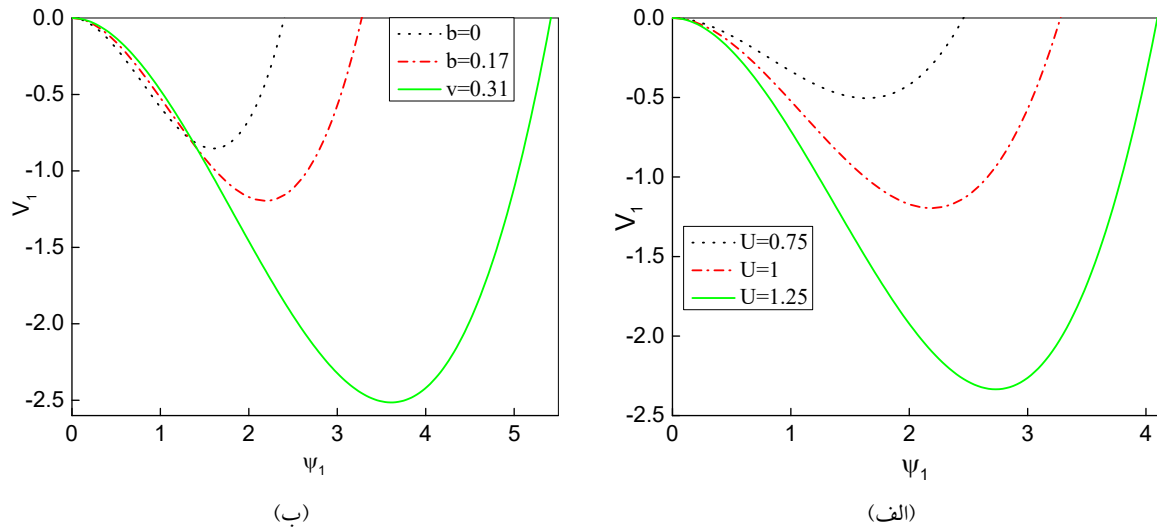
کمیت U دامنه موج سالی‌تونی افزایش و پهنای آن کاهش می‌یابد. در ضمن به‌ازای یک U مشخص، تابع Ψ_2 دارای دو مقدار مثبت و منفی است که مقادیر منفی برای سادگی رسم نشده است. نکته دیگری که در مورد شکل ۴ وجود دارد این است که با توجه به روابط ۳۶ و ۳۷، دامنه موج سالی‌تونی به‌ازای $U > 0.3$ بزرگ‌تر از واحد شده که این مسئله در اینجا مورد بررسی قرار نمی‌گیرد؛ بنابراین نتیجه می‌گیریم که برخلاف شکل ۲ که به‌ازای U ‌های بزرگ، دامنه موج سالی‌تون کوچک‌تر از واحد است، در این حالت دامنه موج سالی‌تون با افزایش کمیت U افزایش می‌یابد. توجه به این نکته نیز ضروری است که با توجه به شکل رادیکالی دامنه در روابط ۳۶ و ۳۷،

جواب این است که با توجه به روابط ۳۶ و ۳۷، برای Ψ_2 نیز سالی‌تون‌های رقیق‌شونده وجود دارد که ما در این شکل برای سادگی از رسم آن صرف‌نظر کرده‌ایم. نکته دیگری که مقایسه بین شکل‌های ۱ و ۳ نشان می‌دهند این است که تابع Ψ_2 به‌ازای b ‌های بزرگ دارای جواب حقیقی نیست چراکه زیر رادیکال منفی می‌شود. اما این محدودیت برای تابع Ψ_1 وجود نداشت. در ضمن تعبیر فیزیکی که در مورد شکل ۱ بیان شد در مورد شکل ۳ نیز صادق است. در شکل ۴، تأثیر کمیت U بر روی Ψ_2 به‌صورت تابعی از χ رسم شده است. کمیت استفاده شده در این شکل برابر $b = 0.17$ است. همان‌گونه که از این شکل نیز مشخص است مشابه با شکل ۲، با افزایش

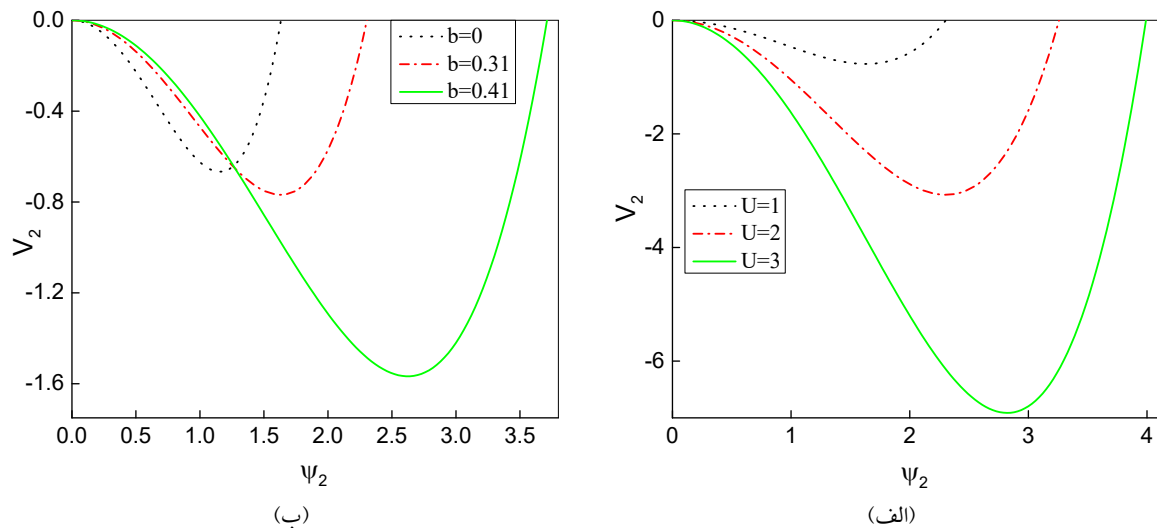
تقویت این موج و افزایش دامنه آن خواهد شد. یک نکته فیزیکی که در اینجا ممکن است مطرح شود این است که برای سرعت‌های بالاتر موج، ذرات می‌توانند از این موج انرژی کسب کرده و از داخل چاه پتانسیل فرار کنند. اما نکته‌ای که وجود دارد این است که با افزایش سرعت موج و یا به عبارتی دامنه موج سالیتون، عمق چاه پتانسیل بزرگ‌تر شده و تعداد ذرات به دام افتاده در چاه پتانسیل نیز بیشتر می‌شوند. در این صورت ذرات انرژی لازم برای فرار از چاه پتانسیل را نداشته و در داخل آن گیر می‌افتند. نکته دیگری که از این شکل دیده می‌شود این است که مقدار ψ_1 (و یا حتی در شکل ۶ مقدار ψ_2) در محدوده $[0, 5.5]$ در نظر گرفته شده است در حالی که با توجه به روش اختلال کاهش یافته ψ_1 یا ψ_2 باید مقادیر کوچکی داشته باشند. باید توجه داشت که در روش اختلال کاهش یافته φ باید کوچک باشد و نه ψ_1 یا ψ_2 از آنجایی که $\varepsilon \ll 1$ ، پس نتیجه می‌گیریم که $\varepsilon \psi_1 < 1$ یا $\varepsilon \psi_2 < 1$ و در نتیجه مقادیر استفاده شده در شکل‌های ۵ و ۶ از نظر فیزیکی درست می‌باشند. در شکل ۶-الف تأثیر کمیت b بر روی شبه پتانسیل V_2 به صورت تابعی از ψ_2 رسم شده است. کمیت استفاده شده در این شکل برابر $U = 1$ است. رفتار این شکل نیز مشابه با شکل ۵-الف است. در ضمن شرایطی که برای تابع V_2 برای $\psi_1 = 0$ ، $\psi_1 > 0$ و مشتق دوم آن در شکل ۵ بیان شد، در شکل ۶ نیز صادق است. در شکل ۶-ب تأثیر کمیت U بر روی شبه پتانسیل V_2 به صورت تابعی از ψ_2 رسم شده است. کمیت استفاده شده در این شکل برابر $b = 0.31$ است. در اینجا نیز با افزایش سرعت موج، دامنه موج سالیتون افزایش می‌یابد. مقایسه بین شکل‌های ۴ و شکل ۶-ب نشان می‌دهد که افزایش دامنه موج سالیتون متناظر با افزایش عمق چاه پتانسیل است. به عبارت دیگر نتایج به دست آمده در این دو شکل در توافق با یکدیگر هستند.

کمیت b نمی‌تواند مقادیر بزرگی داشته باشد چرا که به‌ازای این مقادیر زیر رادیکال منفی خواهد شد. از آنجایی که نقش ذرات به دام افتاده و غیرحرارتی در این مقاله مورد بررسی قرار می‌گیرد، بد نیست تا در اینجا به بررسی این ذرات بر روی شبه پتانسیل‌های ارائه شده در معادلات ۳۸ و ۳۹ پردازیم. تعابیر فیزیکی که در مورد شکل ۲ بیان شد در مورد این شکل نیز صادق است. در شکل ۵-الف تأثیر کمیت b بر روی شبه پتانسیل V_1 به صورت تابعی از ψ_1 رسم شده است. در این شکل $U = 1$ در نظر گرفته شده است. همچنین مقدار شبه پتانسیل در $\psi_1 = 0$ برابر صفر است. همچنین در $\psi_1 > 0$ نیز مقدار آن به‌ازای یک ψ_1 مشخص برابر صفر است. در ضمن مشتق دوم تابع V_1 نیز مثبت است. مجموعه این عوامل باعث می‌شود که یک چاه پتانسیل در این شکل داشته باشیم. همان‌گونه که از این شکل مشخص است با افزایش کمیت b ، ارتفاع چاه پتانسیل افزایش می‌یابد. از نظر فیزیکی این امر را می‌توان به این صورت تعبیر کرد که با افزایش کمیت b ، تعداد ذرات به دام افتاده در پلاسما بیشتر شده که این امر منجر به افزایش تعداد ذرات به دام افتاده در چاه پتانسیل می‌شود.

مقایسه بین این شکل و شکل ۱ نشان می‌دهد که ارتباط مستقیمی بین افزایش دامنه موج سالیتون و ارتفاع چاه پتانسیل وجود دارد چرا که با افزایش کمیت b ، دامنه موج سالیتون و ارتفاع چاه پتانسیل افزایش می‌یابد. همچنین در شکل ۵-ب تأثیر کمیت U بر روی شبه پتانسیل V_1 به صورت تابعی از ψ_1 رسم شده است. کمیت استفاده شده در این شکل $b = 0.17$ است. همان‌گونه که از این شکل دیده می‌شود با افزایش سرعت موج سالیتون، عمق چاه پتانسیل افزایش می‌یابد. این رفتار را می‌توان به این صورت تعبیر کرد که با افزایش سرعت موج سالیتون، دامنه موج افزایش می‌یابد (شکل ۲). در این حالت انرژی بیشتری به موج برانگیخته یونی خواهد رسید که باعث



شکل ۵. نمودار V_1 بر حسب ψ_1 برای مقادیر مختلف (الف) پارامتر b و (ب) U . کمیت‌های استفاده شده در قسمت (الف) $U=1$ و در قسمت (ب) $b=0.17$ است.



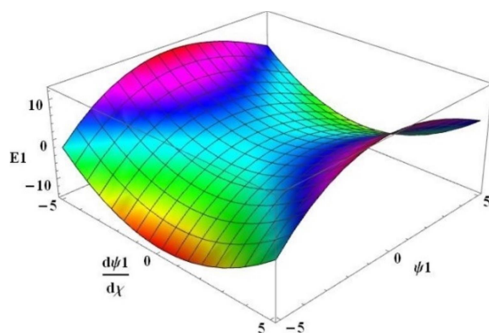
شکل ۶. نمودار V_2 بر حسب ψ_2 برای مقادیر مختلف (الف) پارامتر b و (ب) U . کمیت استفاده شده در قسمت (الف) $U=1$ و در قسمت (ب) $b=0.31$ است.

تابع E_1 یک تابع یکنوا است. از این شکل نتیجه می‌گیریم که در غیاب ذرات غیر حرارتی و بهدام افتاده، انرژی کل به‌ازای یک مقدار مشخص $d\psi_1/d\chi$ ، برای $\psi_1 > 0$ مثبت و به‌ازای $\psi_1 < 0$ مقادیر منفی خواهد داشت. در این حالت تنها ذرات آزاد بر روی انرژی کل اثر می‌گذارند. در شکل ۷-ب و به‌ازای $b=0.41$ تابع E_1 یک تابع زینی شکل خواهد بود. برخلاف قسمت (الف) در این حالت به‌ازای $\psi_1 > 0$ انرژی کل منفی خواهد بود. به‌عبارتی در حضور ذرات غیر حرارتی و بهدام افتاده انرژی کل بیشتر مقادیر منفی خواهند داشت. دلیل این امر را نیز

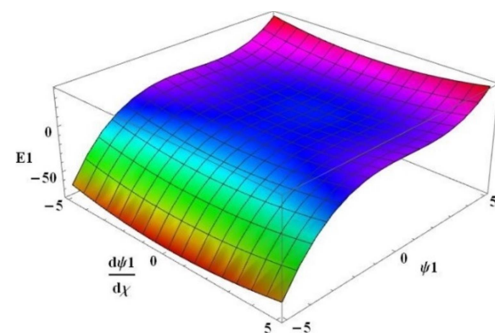
در شکل ۷، نمودار سه‌بعدی E_1 بر حسب $d\psi_1/d\chi$ و ψ_1 رسم شده است. در قسمت‌های (الف) و (ب)، تأثیر کمیت b و در قسمت‌های (ج) و (د)، تأثیر کمیت U بر روی E_1 رسم شده است. در ضمن در ترسیم این نمودارها از رابطه ۴۰ استفاده شده است. به‌راحتی می‌توان از این رابطه دید که به‌ازای $(0, 2U/A)$ مشتق تابع E_1 برابر با صفر خواهد شد. در ضمن تابع E_1 به‌ازای $d\psi_1/d\chi = 0$ و $\psi_1 = 0$ نیز برابر صفر خواهد بود. همان‌گونه که از شکل ۷-الف مشخص است به‌ازای $b=0$ با افزایش ψ_1 ، انرژی کل افزایش می‌یابد. در اینجا

۸ نمودار سه‌بعدی E_2 بر حسب $d\psi_2/d\chi$ و ψ_2 رسم شده است. در قسمت‌های (الف) و (ب)، تأثیر کمیت b و در قسمت‌های (ج) و (د)، تأثیر کمیت U بر روی E_2 رسم شده است. در ضمن در ترسیم این نمودارها از رابطه ۴۱ استفاده شده است. به راحتی می‌توان از این رابطه دید که به‌ازای $(0, \pm\sqrt{3U/C})$ مشتق تابع E_2 برابر با صفر خواهد شد. در ضمن تابع E_2 به‌ازای $d\psi_2/d\chi = 0$ ، $\psi_2 = 0$ و $6U/C$ نیز برابر صفر خواهد شد. همان‌گونه که از شکل ۸-الف مشخص است انرژی کل با افزایش ψ_2 ، در ابتدا کاهش یافته، به مقدار کمینه رسیده و در ادامه افزایش می‌یابد. از شکل ۸-ب مشخص است که در حالی که $b = 0.41$ باشد، انرژی کل E_2 تغییر کرده به طوری که دارای دو مقدار کمینه می‌شود. مقایسه بین شکل‌های ۷-ب و ۸-ب نشان می‌دهند که شکل انرژی کل برای این دو حالت متفاوت است. بنابراین نتیجه می‌گیریم که انتخاب اولیه متغیرهای آرام در روش اختلال کاهش یافته می‌تواند بر روی شکل انرژی کل تأثیر بگذارد.

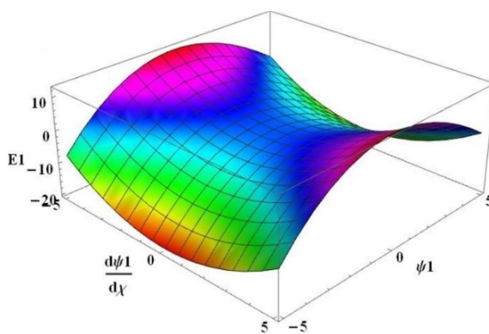
می‌توان با استفاده از شکل ۵-الف به دست آورد. از آنجایی که با افزایش کمیت b ، عمق چاه پتانسیل افزایش می‌یابد سهم انرژی شبه پتانسیل بزرگ‌تر از انرژی جنبشی بوده که باعث می‌شود تا انرژی کل منفی باشد. در این حالت می‌توان گفت سیستم پلاسمایی مقید است. مقایسه بین شکل ۷-ج و ۷-د نشان می‌دهد که با افزایش سرعت موج، انرژی کل بیشتر مقادیر منفی خواهند داشت. دلیل این امر را نیز می‌توان از شکل ۵-ب تحقیق کرد چراکه با افزایش سرعت موج، عمق چاه پتانسیل افزایش یافته که نشان‌دهنده آن است که در این حالت نیز سهم انرژی شبه پتانسیل بزرگ‌تر از انرژی جنبشی بوده که باعث می‌شود تا انرژی کل منفی باشد. قسمت‌های (ب)، (ج) و (د) نشان می‌دهند که با توجه به شکل زینی یک کمینه مقدار برای انرژی کل انتظار داریم که در بالا مقدار آن به دست آمد. توجه به این نکته نیز ضروری است که در صورتی که کانتور نمودارهای فوق رسم شود (در اینجا برای سادگی از رسم آن صرف نظر شده است)، تمام مسیرهای کانتور نزدیک به $(0, 2U/A)$ هستند. در شکل



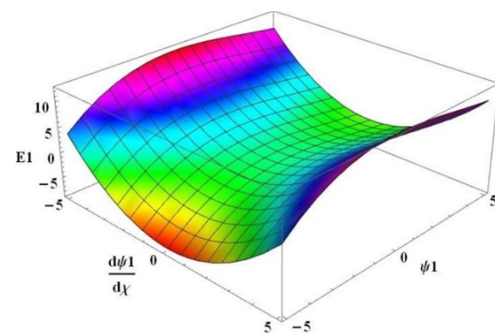
(ب)



(الف)

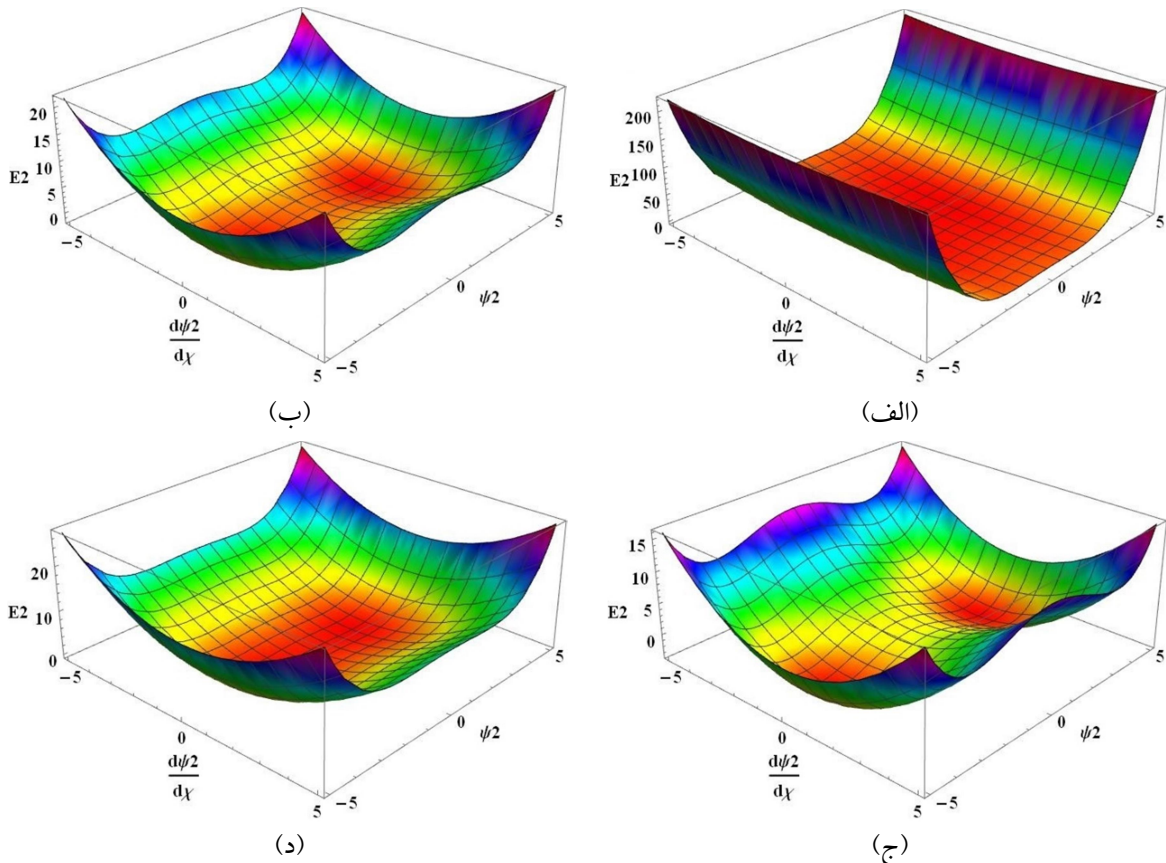


(د)



(ج)

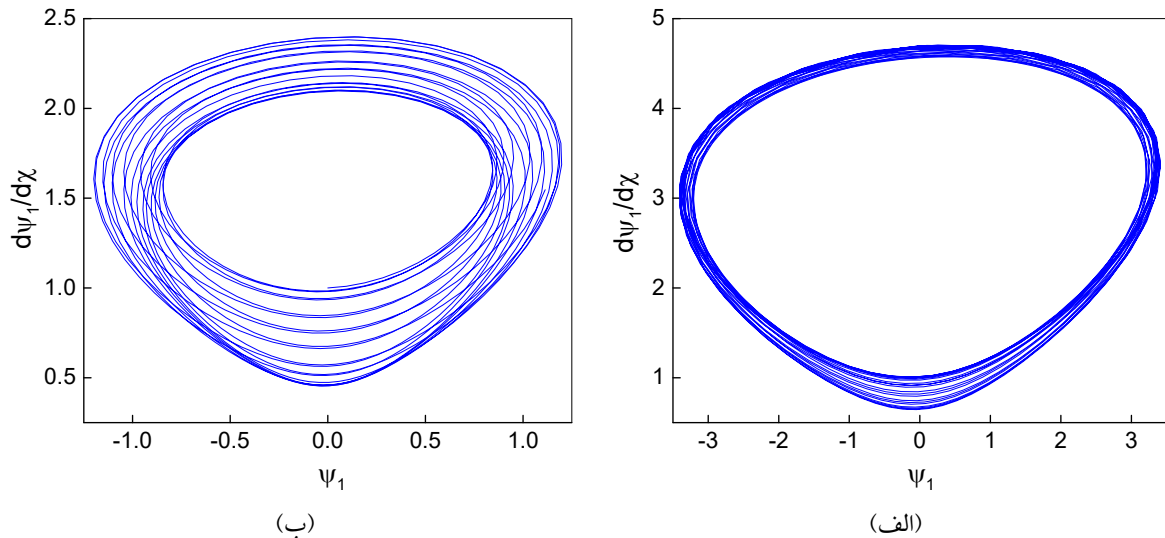
شکل ۷. نمودار سه‌بعدی E_1 بر حسب $d\psi_1/d\chi$ و ψ_1 در شکل (الف) $b = 0$ و $U = 1$ ، (ب) $b = 0.41$ و $U = 1$ ، (ج) $b = 0.41$ و $U = 0.5$ و (د) $b = 0.41$ و $U = 1.5$.



شکل ۸. نمودار سه‌بعدی E_2 بر حسب $d\psi_2/d\chi$ و ψ_2 . در شکل (الف) $U=1$ و $b=0$ ، (ب) $U=1$ و $b=0.41$ ، (ج) $U=1$ و $b=0.41$ و (د) $U=0.5$ و $b=0.41$.

دست‌آمده در شکل ۸ در توافق خوبی با شکل ۶ است چراکه با افزایش تعداد ذرات به‌دام‌افتاده و غیرحرارتی و سرعت موج، ارتفاع چاه پتانسیل افزایش یافته و در نتیجه انرژی کل کاهش می‌یابد. در قسمت پایانی این بخش به بررسی نداشت بازگشتی پوانکاره به دست‌آمده از معادلات ۴۲ و ۴۳ می‌پردازیم. در شکل ۹ تأثیر کمیت U بر روی نداشت بازگشتی پوانکاره $d\psi_1/d\chi$ بر حسب رسم شده است. در قسمت (الف) $U=1$ و در قسمت (ب) $U=2$ در نظر گرفته شده است. کمیت‌های استفاده شده در این شکل نیز برابر $b=0$ ، $f_0=0.2$ و $\omega=7.5$ هستند. همان‌گونه که از این نمودار مشخص است نمودار از یک نقطه شروع شده، یک سری مسیرهای شبه‌دوره‌ای را طی کرده و در نهایت در یک نقطه پایان می‌پذیرد.

همچنین از شکل‌های ۸-ج و ۸-د دیده می‌شود که با افزایش سرعت موج سالی‌تونی، شکل انرژی کل تغییر کرده به صورتی که برای $U=0.5$ تقریباً یک مقدار کمینه وجود داشته (ناحیه قرمز رنگ) در حالی که برای $U=1.5$ دو مقدار کمینه یا دو ناحیه دره مانند وجود دارد. نکته دیگری که در مورد شکل ۸ دیده می‌شود این است که در قسمت‌های (الف) و (ب) با افزایش کمیت b ، بیشینه مقدار انرژی کل کاهش می‌یابد (مقدار انرژی از حدود ۲۰۰ به مقدار ۲۰ کاهش پیدا می‌کند). همچنین در قسمت‌های (ج) و (د) با افزایش کمیت U ، بیشینه مقدار انرژی کل کاهش می‌یابد (مقدار انرژی از حدود ۲۵ به مقدار ۱۵ کاهش پیدا می‌کند). بنابراین نتیجه می‌گیریم که با افزایش ذرات به‌دام‌افتاده و غیرحرارتی و سرعت موج، ماکزیمم انرژی کل کاهش می‌یابد. در ضمن نتایج به



شکل ۹. تأثیر کمیت U بر روی نگاشت بازگشتی پوانکاره ($d\psi_1/d\chi$ بر حسب ψ_1). در قسمت (الف) $U=1$ و در قسمت (ب) $U=2$. کمیت‌های استفاده شده در این شکل به صورت $b=0$ ، $f_0=0.2$ و $\omega=7.5$ است.

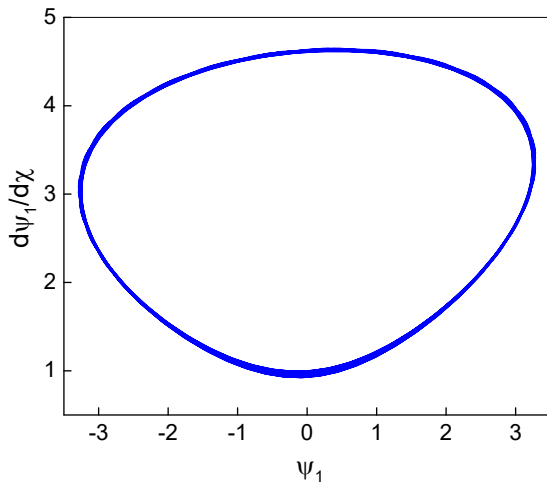
افزایش می‌یابد. در شکل ۱۰ تأثیر کمیت f_0 بر روی نگاشت بازگشتی پوانکاره ($d\psi_1/d\chi$ بر حسب ψ_1) رسم شده است. در قسمت (الف) $f_0=0.05$ و در قسمت (ب) $f_0=0.15$ و در قسمت (ج) $f_0=0.25$ در نظر گرفته شده است. کمیت استفاده شده در این شکل برابر $U=2$ و بقیه کمیت‌ها نیز مشابه با شکل ۹ است.

همان‌گونه که از شکل مشخص است با افزایش دامنه شبه‌دوره‌ای، محدوده نگاشت بازگشتی پوانکاره افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش کمیت f_0 ، چگالی خطوط چرخه پوانکاره کاهش می‌یابد. پایداری نگاشت نیز به‌طور واضح از این شکل دیده می‌شود. از نظر فیزیکی این شکل را می‌توان این‌گونه توضیح داد که توجه به معادلات ۴۲ و ۴۳، سمت راست این معادلات نقش چشمه را بازی می‌کند. با افزایش کمیت f_0 ، قدرت چشمه موردنظر افزایش می‌یابد. این امر باعث می‌شود که انرژی بیشتری از طرف چشمه به موج سالی‌تونی منتقل شده و در نتیجه دامنه موج سالی‌تونی افزایش یابد. در نتیجه گستره نگاشت پوانکاره افزایش می‌یابد. در شکل ۱۱، تأثیر کمیت U بر روی نگاشت بازگشتی پوانکاره ($d\psi_2/d\chi$ بر حسب ψ_2) رسم شده است. در قسمت (الف) $U=1$ و در قسمت (ب) $U=2$ در نظر گرفته شده است. کمیت‌های استفاده

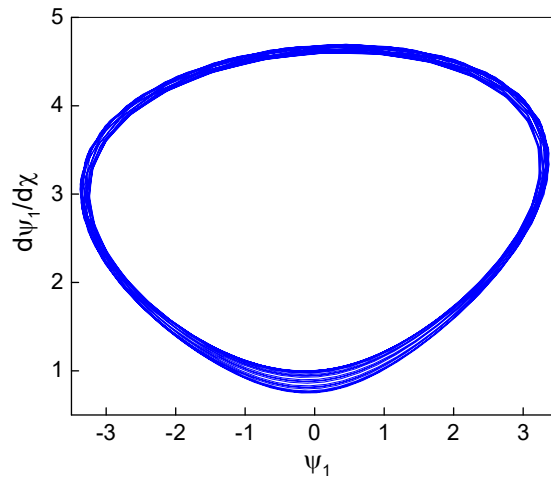
همچنین از این نمودار می‌توان دید که مقادیر ψ_1 و $d\psi_1/d\chi$ در یک بازه محدود شده‌اند که نشان‌دهنده پایداری نگاشت بازگشتی پوانکاره است. برای مثال برای $U=1$ ، $-1.4 < \psi_1 < 1.4$ و $0.5 < d\psi_1/d\chi < 2.4$ برای $U=2$ ، $-3.5 < \psi_1 < 3.5$ و $0.5 < d\psi_1/d\chi < 4.6$. به‌راحتی از این شکل دیده می‌شود که با افزایش سرعت موج، شکل پایداری نگاشت حفظ شده و محدوده چرخه نیز افزایش می‌یابد. نکته مهمی که باید در مورد آن صحبت کنیم این است که نگاشت بازگشتی پوانکاره را می‌توان به‌عنوان یک سیستم دینامیکی گسسته تعبیر کرد. پایداری یک مدار تناوبی سیستم اصلی ارتباط نزدیکی با پایداری نقطه ثابت نگاشت بازگشتی پوانکاره مربوطه دارد. مدار تناوبی سیستم دینامیکی پیوسته پایدار است اگر و فقط اگر نقطه ثابت سیستم دینامیکی گسسته پایدار باشد. نکته دیگری که از شکل ۹ دیده می‌شود این است که با افزایش سرعت، چگالی نگاشت بازگشتی پوانکاره بیشتر می‌شود (خطوط به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند) در این حالت انتظار داریم که اگر از یک نقطه شروع کردیم، احتمال بازگشت سریع‌تر به این نقطه بیشتر شود. از نظر فیزیکی شکل بالا را می‌توان این‌گونه توضیح داد که با افزایش کمیت U ، موج سالی‌تونی انرژی بیشتری کسب کرده و دامنه آن افزایش می‌یابد. در نتیجه گستره‌ای که برای نگاشت پوانکاره در نظر گرفته می‌شود

$U=2$ ، $-2.5 < \psi_2 < 2.5$ و $0.75 < d\psi_2/d\chi < 3.25$.
 یک نکته که در اینجا حائز اهمیت است این است
 برای این که یک سامانه دینامیکی به عنوان آشوبناک
 رده بندی شود، باید یکی از سه خاصیت زیر را دارا
 باشد. ۱- باید نسبت به شرایط اولیه حساس باشد.
 ۲- باید از نظر توپولوژیکی متعددی باشد و ۳- باید
 مدارهای متناوب چگال داشته باشد (هاسل بلات و آنتول،
 ۲۰۰۳). همان گونه که این شکل دیده می شود چون
 شرط ۳ برای این شکل برقرار است پس سیستم
 مورد نظر آشوبناک است. در اینجا نیز با افزایش کمیت
 U ، نگاشت بازگشتی پوانکاره دارای چگالی بیشتری
 می شود.

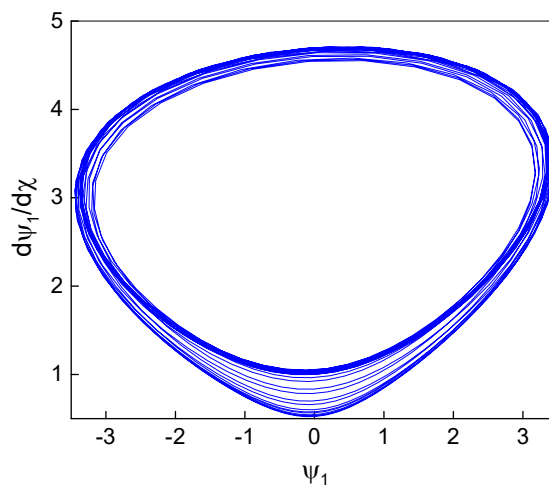
شده در این شکل نیز برابر $b=0.31$ ، $f_0=0.2$ و
 $\omega=7.5$ هستند. همان گونه که از شکل مشخص است با
 افزایش سرعت U ، نمودار از حالت دو چرخه ای (دو
 حلقه ای) به تک چرخه ای (حلقه ای) کاهش پیدا می کند.
 در حقیقت این گونه می توان بیان کرد که برای $U=1$ ،
 نگاشت بازگشتی پوانکاره حالت شبه پایدار بوده که با
 افزایش سرعت موج به حالت پایداری می رسد. به راحتی
 می توان نشان داد که برای مقادیر سرعت موج بزرگ تر از
 ۲، خطوط چرخه به یکدیگر نزدیک تر شده و حالت
 پایداری بیشتر می شود. نکته دیگری که از این شکل دیده
 می شود این است که برای مثال برای $U=1$ ،
 $-2.5 < \psi_2 < 2.5$ و $-2.7 < d\psi_2/d\chi < 2.7$ و برای



(ب)

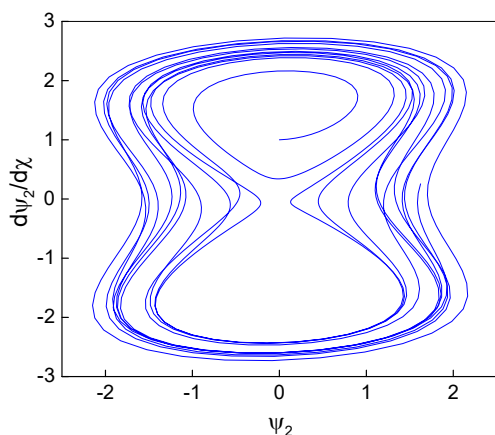


(الف)

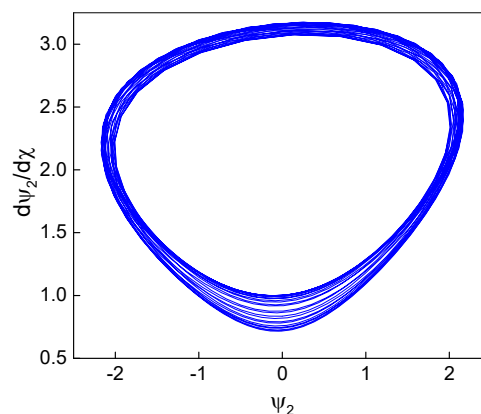


(ج)

شکل ۱۰. تأثیر کمیت f_0 بر روی نگاشت بازگشتی پوانکاره ($d\psi_1/d\chi$ بر حسب ψ_1). در قسمت (الف) $f_0=0.05$ ، در قسمت (ب) $f_0=0.15$ در
 قسمت (ج) $f_0=0.25$. کمیت های استفاده شده در این شکل به صورت $b=0$ ، $U=2$ و $\omega=7.5$ است.



(ب)



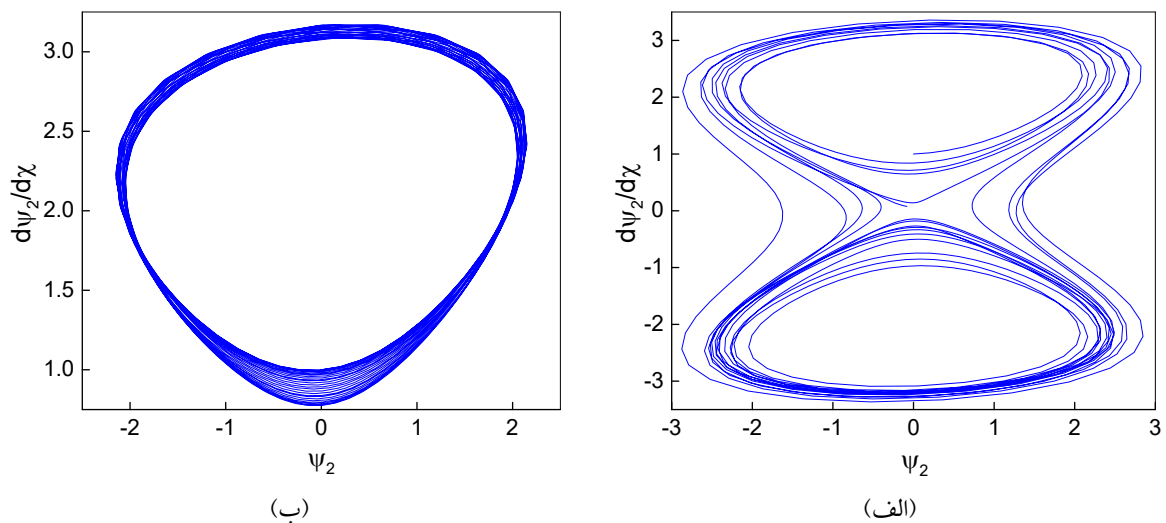
(الف)

شکل ۱۱. تأثیر کمیت U بر روی نگاشت بازگشتی پوانکاره ($d\psi_2/d\chi$ بر حسب ψ_2). در قسمت (الف) $U=1$ و در قسمت (ب) $U=2$. کمیت‌های استفاده شده در این شکل به صورت $a, b=0.31, f_0=0.2$ و $\omega=7.5$ است.

زدن چرخه نگاشت بازگشتی پوانکاره، این خط افقی حتماً نمودار را در یک نقطه قطع خواهد کرد که از ویژگی‌های نگاشت بازگشتی پوانکاره است.

یک نکته دیگری که در اینجا وجود دارد این است که نتایج به دست آمده در این مقاله را با نتایج تجربی مقایسه کنیم. برای این منظور فرض می‌کنیم که دمای الکترون‌ها برابر $7eV$ باشد. در این صورت سرعت یونی صوتی برابر $25.9 km/s$ خواهد شد. از آنجایی که کمیت U به صورت نسبت سرعت موج به سرعت یونی صوتی تعریف می‌شود و برای $0.5 \leq U \leq 2$ ، سرعت موج در بازه $13 km/s \leq v' \leq 52 km/s$ قرار دارد. در صورتی که چگالی ذرات برابر $1.8 cm^{-3}$ باشد میدان الکتریکی نیز تقریباً برابر $5 mV/m$ به دست می‌آید. این نتایج در توافق خوبی با داده‌های تجربی به دست آمده از ماهواره وایکینگ سوئدی و فرجا است (بوستروم ۱۹۹۲ و داوونر و همکاران ۱۹۹۴). در ضمن با استفاده از اعداد و ارقام داده شده، طول دمای نیز برابر $15 m$ خواهد بود. داده‌های تجربی به دست آمده از ماهواره‌های S3-3 نشان می‌دهند که پلاسمای شفق قطبی در محدوده $50 km/s \leq v$ قرار دارد. همچنین داده‌های ماهواره وایکینگ نشان می‌دهند که سرعت موج سالیوتونی در محدوده $5-50 km/s$ قرار دارد (ردی و لاختینا، ۱۹۹۱).

در شکل ۱۲ تأثیر کمیت ω بر روی نگاشت بازگشتی پوانکاره ($d\psi_2/d\chi$ بر حسب ψ_2) رسم شده است. در قسمت (الف) $\omega=2.5$ و در قسمت (ب) $\omega=12.5$ در نظر گرفته شده است. کمیت‌های استفاده شده در این شکل نیز برابر $b=0.31, f_0=0.2$ و $U=2$ هستند. همان‌گونه که از شکل دیده می‌شود با افزایش فرکانس شبه‌دوره‌ای، چرخه از حالت پایدار خارج شده و به حالت شبه‌پایدار میل می‌کند. در این حالت محدوده ψ_2 و $d\psi_2/d\chi$ نیز بزرگ‌تر می‌شود. دلیل فیزیکی این امر این است که مشابه با همان چیزی که در بالا بیان شد، عبارت سمت راست معادله ۴۳ نشان‌دهنده چشمه است. این چشمه به صورت نوسانی بوده به صورتی که فرکانس نوسانات برابر با ω است. در این صورت با افزایش ω ، فرکانس نوسانات چشمه افزایش می‌یابد. این امر باعث می‌شود تا موج سالیوتونی نیز خاصیت نوسانی پیدا کرده و فرکانس نوسانات موج نیز افزایش یابد. در نتیجه انتظار داریم که نگاشت بازگشتی پوانکاره نیز متأثر از کمیت ω بوده به صورتی که تعداد چرخه‌های نگاشت بازگشتی با فرکانس چشمه رابطه داشته باشد. همچنین از این شکل دیده می‌شود که چگالی خطوط نگاشت پوانکاره با افزایش فرکانس کاهش می‌یابد. در اینجا باید به این نکته نیز اشاره کنیم که در هر یک از شکل‌های ۹-۱۲، اگر یک خط افقی رسم کنیم که نمودار را قطع کند در هر بار دور



شکل ۱۲. تأثیر کمیت ω بر روی نگاشت بازگشتی پوانکاره ($d\psi_2/d\chi$ بر حسب ψ_2). در قسمت (الف) $\omega = 2.5$ و در قسمت (ب) $\omega = 12.5$. کمیت‌های استفاده شده در این شکل به صورت $b = 0.31$ ، $f_0 = 0.2$ و $U = 2$ است.

۶. نتیجه‌گیری

حالت زینی می‌رسد. این امر در مورد افزایش سرعت موج نیز تقریباً مشاهده شد. همچنین دیده شد که انرژی کل E_2 برای مقادیر مختلف b و U متفاوت از نمودار انرژی کل E_1 است. نمودارهای نگاشت بازگشتی پوانکاره وجود یک چرخه بسته را تأیید کردند که نشان‌دهنده پدیده آشوب در این پلاسماها بود. نتایج این قسمت نیز نشان دادند که برای سالی‌تون‌های با تابع ψ_1 ، با افزایش کمیت U ناحیه چرخه نگاشت بازگشتی پوانکاره افزایش می‌یابد. در ضمن خطوط نگاشت بازگشتی پوانکاره نیز در این حالت دارای تمرکز بیشتری می‌شدند. برای سالی‌تون‌های با تابع ψ_2 ، با افزایش سرعت موج، نگاشت بازگشتی پوانکاره از حالت شبه پایدار به حالت پایدار میل می‌کرد. همچنین با افزایش فرکانس شبه‌دوره‌ای، نگاشت بازگشتی پوانکاره از حالت پایدار به حالت شبه پایدار میل کرده به طوری که چرخه تبدیل به دو چرخه با همپوشانی مشخص خواهد رسید. در نهایت به این نتیجه رسیدیم که با استفاده از اعداد و ارقام واقعی، سرعت موج در بازه $13 \text{ km/s} \leq v' \leq 52 \text{ km/s}$ ، میدان الکتریکی تقریباً برابر 5 mV/m و طول دبابی نیز برابر 15 m خواهد بود. نتایج به‌دست آمده در توافق خوبی با نتایج به دست آمده از

در این کار، اثر الکترون‌های غیر حرارتی و به‌دام‌افتاده و سرعت موج بر روی امواج سالی‌تونی یونی صوتی و پدیده آشوب و پایداری آن در پلاسماهای شتاب‌دار شفق قطبی مطالعه شد. با استفاده از معادلات پیوستگی، انتقال تکانه و پواسون و با در نظر گرفتن چگالی الکترون‌ها به صورت تابع توزیع کایرنز-گورویچ، معادلات KdV و تغییر شکل یافته به‌دست آمده و جواب‌های سالی‌تونی آن مورد بررسی قرار گرفت. معادلات KdV و تغییر شکل یافته با یک عامل شبه‌دوره‌ای جفت شده است تا به بررسی پدیده آشوب و پایداری آن در نواحی شفق قطبی پرداخته شود. نتایج نشان دادند که با افزایش کمیت b و U ، اندازه دامنه میدان افزایش یافته و عمق چاه پتانسیل بیشتر می‌شد. این نتایج همدیگر را تأیید می‌کردند. همچنین به این نتیجه رسیدیم که برای هر دو معادله غیرخطی، جواب‌ها می‌توانند به صورت سالی‌تون‌های رقیق‌شونده یا تراکمی وجود داشته باشند. نمودارهای سه‌بعدی انرژی مکانیکی کل نیز برای مقادیر مختلف b و U برای دو تابع ψ_1 و ψ_2 رسم شدند. نتایج برای این حالت نیز نشان دادند که برای انرژی کل E_1 ، با افزایش کمیت b ، انرژی از حالت یکنوا خارج شده و به

- صاحبزادگان، ا.، ۱۳۹۸، سالیتهای یون-صوتی در پلاسمای صابریان، فضا، ۴۴(۲)، ۳۵۱-۳۶۱.
- صاحبزادگان، ا.، ۱۳۹۸، سالیتهای یون-صوتی در پلاسمای صابریان، فضا، ۴۵(۱)، ۲۳۵-۲۴۶.
- صاحبزادگان، ا. و خوشه‌شاهی، ر.، ۱۳۹۹، امواج سالیتهای غبار-صوتی در پلاسمای غباری فضایی با توزیع غیرتعادلی، م. فیزیک زمین و فضا، ۴۶(۲)، ۳۷۷-۳۹۴.
- Abdikian, A., 2017, Modulational instability of ion-acoustic waves in magnetoplasma with pressure of relativistic electrons. *Phys. Plasmas* 24, 052123.
- Abdikian, A. R., Saha A. and Alimirzaei, S., 2020, Bifurcation analysis of ion-acoustic waves in an adiabatic trapped electron and warm ion plasma. *J. Taibah Univers. Sci.* 14, 1051-1058.
- Annou, K., 2015, Ion-acoustic solitons in plasma: an application to Saturn's magnetosphere. *Astrophys. Space Sci.* 357, 163.
- Bara, D., Djebli, M. and Bennaceur-Doumaz, D., 2014, Combined effects of electronic trapping and non-thermal electrons on the expansion of laser produced plasma into vacuum. *Laser Part. Beams* 32, 391-398.
- Bernstein, I. B., Green, J. M. and Kruskal, M. D., 1957, Exact nonlinear plasma oscillations. *Phys. Rev.* 108, 546-550.
- Bostrom, R., 1992, Observations of weak double layers on auroral field lines. *IEEE Trans. Plasma Sci.* 20, 756-763.
- Cairns, R. A., Mamun, A. A., Bingham, R., Boström, R., Dendy, R. O., Nairn, C. M. and Shukla, P. K., 1995, Electrostatic solitary structures in non-thermal plasmas. *Geophys. Res. Lett.* 22, 2709-2712.
- Choi, C. R., Lee, D.-Y. and Kim, Y., 2006, The ion acoustic solitary waves and double layers in the solar wind plasma. *J. Astron. Space Sci.* 23, 209-216.
- Das, G. C. and Paul, S. N., 1985, Ion-acoustic solitary waves in relativistic plasmas. *Phys. Fluids*, 28, 823-825.
- Das, T. K., Ali, R. and Chatterjee, P., 2017, Effect of dust ion collision on dust ion acoustic waves in the framework of damped Zakharov-Kuznetsov equation in presence of external periodic force. *Phys. Plasmas* 24, 103703.
- Dovner, P. O., Eriksson, A. I., Bostrom, R. and B. Holback, 1994, Freja Multiprobe observations of electrostatic solitary structure. *Geophys. Res. Lett.* 21, 1827-1830.
- El-Labany, S. K., El-Taibany, W. F. and Zedan, N. A., 2017, Modulated ion acoustic waves in a plasma with Cairns-Gurevich distribution. *Phys. Plasmas* 24, 112118.
- Esfandyari-Kalejahi, A., Kourakis, I. and Shukla, P. K., 2008, Ion-acoustic waves in a plasma consisting of adiabatic warm ions, nonisothermal electrons, and a weakly relativistic electron beam: linear and higher-order nonlinear effects. *Phys. Plasmas* 15, 022303.
- Ghosh, B., 1989, A second-order theory for electron plasma solitary waves in a cylindrical waveguide. *Contrib. Plasma Phys.* 29, 125-134.
- Ghosh, S. S. and Lakhina, G. S., 2004, Anomalous width variation of rarefactive ion acoustic solitary waves in the context of auroral plasmas. *Nonlinear Proc. Geoph.* 11, 219-228.
- Gurevich, A. V., 1968, Distribution of captured particles in a potential well in the absence of collisions. *Sov. Phys. JETP* 26, 575-580.
- Hakimi Pajouh, H. and Abbasi, H., 2002, Modulational instability of the electron cyclotron waves in an adiabatic wave-particle interaction. *Plasma Phys.* 7, 112-114.
- Hasselblatt, B. and Anatole K., 2003, *A First Course in Dynamics: With a Panorama of Recent Developments*. Cambridge University Press.
- Hossen, M. R. and Mamun, A. A., 2014, Electrostatic solitary structures in a relativistic degenerate multispecies plasma. *Braz. J. Phys.* 44, 673-681.
- Hossen, M. R., Ema, S. A. and Mamun, A. A., 2014, Nonplanar shock structures in a relativistic degenerate multi-species plasma. *Commun. Theor. Phys.* 62, 888-894.
- Hosen, B., Shah, M. G., Hossen, M. R. and Mamun, A. A., 2017, Ion-acoustic solitary waves and double layers in a magnetized degenerate quantum plasma. *IEEE Trans. Plasma Sci.* 45, 3316-3327.
- Louarn, P., Roux, A., de Feraudy, H. and Le Queau, D., 1990, Trapped electrons as a free energy source for the auroral kilometric radiation. *J. Geophys. Res.* 95, 5983-5995.
- مراجعه
- سلمانپور، ح. و شریفیان، م.، ۱۳۹۷، امواج سالیتهای پلاسمای میان ستاره‌ای با الکترون‌های دارای توزیع کرنز در حضور یون‌های منفی، م. فیزیک زمین و فضا، ۴۴(۲)، ۳۵۱-۳۶۱.

- Mahmood, S. and Akhtar, N., 2008, Ion acoustic solitary waves with adiabatic ions in magnetized electron-positron-ion plasmas. *Eur. Phys. J. D* 49, 217-222.
- Main, D. S., Newman, D. L. and Ergun, R. E., 2006, Double layers and ion phase-space holes in the auroral upward-current region, *Phys. Rev. Lett.*, 97, 185001.
- Main, D. S., Newman, D. L., Scholz, C., and Ergun, R. E., 2012, Ion acoustic solitons in Earth's upward-current region. *Phys. Plasmas* 19, 072905.
- Naeem, I., Ali, S., Irfan, M. and Mirza, A. M., 2020, Ion-acoustic shocklets in F-region of ionosphere with non-Maxwellian electrons. *Phys. Lett. A* 384, 126568.
- Ouazene, M. and Amour, R., 2019, Dust acoustic solitons in a dusty plasma with Cairns-Gurevich distributed ions. *Astrophys. Space Sci.* 364, 1-8.
- Pakzad, H. R., 2011, Ion acoustic solitons of KdV and modified KdV equations in weakly relativistic plasma containing nonthermal electron, positron and warm ion. *Astrophys. Space Sci.* 332, 269-277.
- Reddy, R. V. and Lakhina, G. S., 1991, Ion acoustic double layers and solitons in auroral plasma. *Planet. Space Sci.* 39, 1343-1350.
- Reddy, R. V., Lakhina, G. S. and Verheest, F., 1992, Ion-acoustic double layers and solitons in multispecies auroral beam-plasmas. *Planet. Space Sci.* 40, 1055-1062.
- Rufai, O. R., Bharuthram, R., Singh, S. V. and Lakhina, G. S., 2014, Ion acoustic solitons and supersolitons in a magnetized plasma with nonthermal hot electrons and Boltzmann cool electrons. *Phys. Plasmas* 21, 082304.
- Rufai, O. R., Bharuthram, R., Singh, S. V. and Lakhina, G. S., 2015, Effect of excess superthermal hot electrons on finite amplitude ion-acoustic solitons and supersolitons in a magnetized auroral plasma. *Phys. Plasmas* 22, 102305.
- Rufai, O. R., Bharuthram R., Singh, S. V. and Lakhina, G. S., 2016, Obliquely propagating ion-acoustic solitons and supersolitons in four-component auroral plasmas. *Adv. Space Res.* 57, 813-820.
- Saha, A. and Chatterjee, P., 2014a, Bifurcations of ion acoustic solitary waves and periodic waves in an unmagnetized plasma with kappa distributed multi-temperature electrons, *Astrophys. Space Sci.*, 350, 631-636.
- Saha, A. and Chatterjee, P., 2014b, Bifurcations of ion acoustic solitary and periodic waves in an electron-positron-ion plasma through non-perturbative approach, *J. Plasma Phys.*, 80, 553-563.
- Saha, A. and Tamang, J., 2017, Qualitative analysis of the positron-acoustic waves in electron-positron-ion plasmas with κ deformed Kaniadakis distributed electrons and hot positrons. *Phys. Plasmas* 24, 082101.
- Saha, A., Ali, R. and Chatterjee, P., 2017, Nonlinear excitations for the positron acoustic waves in auroral acceleration regions. *Adv. Space Res.* 60, 1220-1236.
- Sahu, B., 2010, Positron acoustic shock waves in planar and nonplanar geometry. *Phys. Scr.* 82, 065504.
- Schamel, H., 1979, Role of trapped particles and waves in plasma solitons-theory and application. *Phys. Scr.* 20, 306-316.
- Sultana, S., 2018, Ion acoustic solitons in magnetized collisional non-thermal dusty plasmas. *Phys. Lett. A* 382, 1368-1373.
- Temerin, M., Cerny, K., Lotko, W. and Mozer, F. S., 1982, Observations of double layers and solitary waves in the auroral plasma. *Phys. Rev. Lett.* 48, 1175-1179.
- Tribeche, M., Aoutou, K., Younsi, S. and Amour, R., 2009, Nonlinear positron acoustic solitary waves. *Phys. Plasmas* 16, 072103.
- Tsallis, C., 1988, Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. *J. Stat. Phys.* 52, 479-487.
- Washimi H. and Taniuti T., 1966, Propagation of ion-acoustic solitary waves of small amplitude. *Phys. Rev. Lett.* 17, 996-998.

Effect of non-thermal and trapped electrons on solitary waves and chaos in auroral acceleration regions

Hashemzadeh Dehaghani, M.*

Assistant Professor, Department of Plasma Physics and Basic Particle, Faculty of Physics, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

(Received: 30 Oct 2021, Accepted: 19 April 2022)

Summary

In this paper, using the reductive perturbation method, the propagation of nonlinear solitary waves and chaos phenomenon and its stability were studied in auroral acceleration regions in the presence of electrons with the Cairns-Gurevich distribution function. Using the continuity, momentum transfer, and Poisson equations, and considering the density of electrons as the Cairns-Gurovich distribution function, and using two different models, Korteweg–De Vries (KdV) and modified KdV equations were obtained. It was shown that the solutions of these equations are in the form of solitary waves. The effect of non-thermal and trapped electrons and wave velocity on these waves were studied. In the next section, pseudo-potentials and total mechanical energy are obtained. Considering a quasi-periodic factor, KdV and modified KdV equations were reviewed and the chaos and its stability were studied in the auroral acceleration regions. Results showed that by increasing the wave velocity and non-thermal and trapped parameters, the size of the field increased, and the depth of the potential well was also increased. These results confirmed each other. It was indicated that in the case of $b=0$, this distribution function became as the Maxwellian distribution function. In the case $b>0$, in addition to free particles, the trapped and non-thermal particles also affect the distribution function. In this case, the width of the distribution function became larger, which indicated that the more energetic electrons existed in this case. It is also concluded that for both nonlinear equations, the solutions can exist in the form of rarefactive and compressive solitons. Three-dimensional graphs of total mechanical energy were also plotted for different values of the wave velocity and non-thermal and trapped parameters. Results for this case also showed that for the total energy of E_1 , by increasing the b parameter, the energy deviated from the uniform function and reached the saddle state. It was also shown that the wave velocity was similar to the b parameter. It was found that for different values of U and b parameters, the behavior of the total energy of E_2 was different from the total energy diagram of E_1 . Poincaré return mapping diagrams confirmed the existence of a closed cycle indicating chaos in these plasmas. Results of this section also showed that for solitons with function ψ_1 , by increasing the U parameter, the Poincaré return mapping cycle region increased. Poincaré return mapping lines were also more focused in this case. For solitons with ψ_1 functions, by increasing the wave velocity, Poincaré's return map goes from a quasi-stable state to a stable state. By increasing the quasi-periodic frequency, the Poincaré return map goes from steady-state to quasi-steady state so that a cycle converts to two cycles with a certain overlap. Finally, it was concluded that using real parameters, the wave velocity was in the interval $13\text{km/s}<v'<52\text{km/s}$ and the electric field was approximately 5mV/m and the Debye length became 15m . It was also concluded that the results of the recent work were in good agreement with the results obtained from the Viking, Freja and S3-3 satellites.

Keywords: Reductive perturbation method, Soliton waves, Cairns-Gurevich distribution function, Chaos phenomenon, Poincaré return map, Auroral acceleration regions.

* Corresponding author:

hashemzade@gmail.com