

تاریخ علم، دوره ۱۸، شماره ۲، پاییز و زمستان ۱۳۹۹، ص ۴۴۷-۴۸۵

در باره سه رساله هندسی فارسی از مجموعه خطی شماره ۷۷۲ کتابخانه ملی پاریس

نرگس عصارزادگان

کارشناس ارشد تاریخ علم، پژوهشکده تاریخ علم دانشگاه تهران

narges.assarzadgan@gmail.com

حسن امینی*

استادیار، گروه تاریخ و تمدن ملل اسلامی (پژوهشکده تاریخ علم)

دانشکده الهیات و معارف اسلامی، دانشگاه تهران

hasanamini@ut.ac.ir

(دریافت: ۱۳۹۹/۰۹/۲۷، پذیرش: ۱۳۹۹/۱۲/۲۴)

چکیده

مجموعه نسخه خطی شماره ۷۷۲ کتابخانه ملی پاریس حاوی رساله‌های متعدد علمی است که هر کدام از ارزش خاصی برخوردارند. از میان رساله‌های این مجموعه، ترجمه فارسی رساله‌ی «مايحتاج اليها الصناع من العمال الهندسية» یا کتاب النجارة از بوزجانی و رساله‌ی «تداخل الشکال المشابهة والمتوافقة» از مؤلفی ناشناخته، مورد توجه پژوهشگران تاریخ علم دوره اسلامی بوده‌اند. به نظر می‌رسد تمامی رساله‌های این مجموعه به کتابت ابواسحاق بن عبدالله کوبنایی یزدی و برخی نیز ترجمه یا تألیف او باشد. با توجه به آثار کوبنایی تاریخ فعالیت علمی او بین سال‌های ۸۴۵ تا ۸۸۶ هجری قمری تخمین زده می‌شود، با این حال آراء متعددی در باره زمان نوشته شدن این مجموعه وجود دارد که در مقاله به آن‌ها اشاره شده است. اهمیت رساله‌های ریاضی این مجموعه از این نظر است که گزارشی از رسالات ریاضی فارسی تألیف شده یا ترجمه شده از عربی تا آن دوران به دست می‌دهد. در مقاله پیش رو محتوای سه رساله هندسی فارسی از این مجموعه بررسی می‌شود که از لحاظ مطالعه تاریخ رساله‌های هندسی فارسی اهمیت دارد. سه رساله متوالی با موضوع هندسه در این مجموعه وجود دارد که نحوه نگارش آنها به گونه‌ای است که مستقل به نظر می‌رسند. این سه رساله پیاپی فاقد عنوان‌اند و در این مقاله با این عناوین معرفی می‌شوند: مختصر در علم مساحت (برگ‌های ۶۵-۶۹ پ)؛ کتاب مساحت (برگ‌های ۷۰-۸۹ پ)؛ رساله در اصلاح اهل مساحت (برگ‌های ۹۰ پ-۱۰۰). متن مصحح رساله اول با عنوان «مختصر در مساحت» ارائه شده است و دشواری‌های ریاضی او بیان شده است. تلاش نویسندگان برای پیدا کردن اصل

۴۴۸ / تاریخ علم، دوره ۱۸، شماره ۲، پاییز و زمستان ۱۳۹۹

یا نسخه‌ای مشابه «مختصر در مساحت» به نتیجه‌ای نرسید، اما در باره دو رساله دیگر مشخص شد که آن‌ها با لب الحساب از علی بن یوسف، منازل السعیر از بوزجانی، البدیع فی الحساب از کرجی و غنیة الحساب فی علم الحساب از احمد بن ثبات هم‌امی واسطی پیوندهایی دارند؛ لذا با بررسی شباهت‌ها و تفاوت‌های این رسالات سعی شده تا نظریه‌ای درباره ارتباط میان آن‌ها و چگونگی راه یافتن آن‌ها به نسخه پاریس ارائه شود.

کلیدواژه‌ها: بوزجانی، تاریخ هندسه، رساله‌های ریاضی فارسی، کرجی، کوبنایی، نسخه خطی شماره ۷۷۲ کتابخانه ملی پاریس.

مجموعه نسخه خطی شماره ۷۷۲ کتابخانه ملی پاریس
مجموعه نسخه خطی شماره ۷۷۲ کتابخانه ملی پاریس که با شماره ۱۶۹ نیز شناخته
شده است،^۱ مطابق نسخه خطی این مجموعه شامل ۲۷ رساله از علم دوره اسلامی است.
فهرست این رسائل به قرار زیر است:^۲

۱. نخستین رساله بیست باب در اسطرلاب از خواجه نصیرالدین طوسی (۵۹۷-
۶۷۲ق) است، رساله معروفی که نسخه‌های بسیاری از آن وجود دارد. رساله،
چهار پیوست کوتاه دارد، که بلوشه^۳ آنها را به نظام‌الدین حبیب‌الله حسینی
نسبت داده است (۴۱). این پیوست‌ها عبارت‌اند از: ۱-۱. عمل بر جدول
انحراف (۱۷ر) ۱-۲. در معرفت سمت قبله (۱۷ر) ۱-۳. در معرفت سمت
قبله (۱۷پ) ۱-۴. در معرفت قوس انحراف (۱۸ر). بسیار محتمل است که
این رساله‌ها بعداً توسط کوبنانی (نیمه دوم قرن نهم)، به منظور به‌کارگیری
روش طوسی برای محاسبه جهت قبله برای اصفهان، سمرقند، شیراز و یزد
افزوده شده باشد. زیرا اولاً یزد شهر اصلی او بوده و اصفهان و شیراز نیز در
نزدیکی یزد هستند؛ دوماً کوبنانی مقاله مستقلی با عنوان شرحی بر بیست باب
طوسی^۴ دارد، که می‌تواند نسخه پیشرفته این پیوست‌ها باشد. کوبنانی شرحی بر
اثر دیگر طوسی یعنی سی فصل^۵ در معرفت تقویم نیز دارد.
۲. رساله‌ای در باره حساب از محمود هروی هیوی یا محمود بن محمد بن قوام
قاضی والشستانی (زنده در ۸۳۸ق) (۱۸پ)
۳. جداول جیب مستوی و جدول سهم و جیب معکوس (بین دو جدول بخش
کوتاهی مربوط به معرفت سهام درجات از جیب وجود دارد) (۳۵ر)
۴. در بیان اشتراک و بیان تداخل در بیان اعداد و در استخراج جذر (۳۷پ)
۵. نقشه شماتیک یافتن قبله (۴۲ر)

۱. تصویر این مجموعه (Bibliothèque nationale de France, Ms. Persan 169) در نسخه‌های عکسی دانشگاه
تهران موجود است (دانش‌پژوه، ۱۳۴۸، ۵۳۸/۱)
۲. برای توضیح اجمالی محتوای نسخه نک: کاوه یزدی، ۱۴۸-۱۸۵.

3. E. Blochet

۴. رشت، جمعیت نشر فرهنگ، شماره ۱۲۰۲/۳

۵. تهران، کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران، شماره ۲۴۱۷

٤٥٠ / تاريخ علم، دورة ١٨، شماره ٢، باييز و زمستان ١٣٩٩

٦. در معرفت جهت قبله (٤٢پ)
٧. درج الجواهر و بُرج الزواهر (٤٩پ)
٨. در شناخت چگونگی سنجیدن زمین ها و مکان ها (٦٣ر)
٩. مختصر در علم مساحت (٦٥پ)
١٠. رساله در هندسه (٧٠پ)
١١. رساله در اصلاح اهل مساحت (٩٠پ)
١٢. في مسائل النهاء (١٠٠پ)
١٣. اصول مسائل الست الجبرية (١٠١ر)
١٤. رساله عربی فصل في مسائل الاقليدسية من مقالة الثانية (١٠٢پ)
١٥. رساله عربی برهان حساب الخطأين از قسطابن لوقا (؟- ح ٣٠٠ق) (١٠٥ر)
١٦. رساله عربی في المضلعات (١٠٦ر)
١٧. جدول ضرب و تقسيم عبارات جبری (١٠٧پ)
١٨. في قسمة المثلثات كلها بالأوتار، في قسمة المربعات و المنحرفات بالأوتار (١٠٨ر)
١٩. في خواص المثلث المتساوي الاضلاع (١١٣ر)
٢٠. مسائل در نوادر محاسبات (١١٩ر)
٢١. استخراج اجذار متضاعفة المتوالية (١٢٠پ)
٢٢. الاعمال از ابوبكر الخليل التاجر الرصدی (١٢٤پ)
٢٣. الدوائر الخمسة في استخراج الحروف المضمرات (١٣٩ر)
٢٤. اختيارات مسير القمر از نصيرالدين طوسی (١٤٠ر)
٢٥. ترجمه كتاب اعمال هندسی يا ما يحتاج اليه الصناع من الأعمال الهندسية ابوالوفا بوزجانی (١٤١پ)

در باره سه رساله هندسی فارسی.../ ۴۵۱

۲۶. رساله فی تداخل الاشكال المتشابهة والمتوافقة (۱۸۰ ر)

۲۷. رساله عقد انامل از شرف‌الدین علی یزدی (؟- ۸۵۸ق) (۲۰۰ ر)

از میان این آثار، ترجمه فارسی رساله ما یحتاج الیه الصناع من الاعمال الهندسیة یا کتاب النجارة بوزجانی (۳۲۸-۳۸۸ق) و رساله فی تداخل الاشكال المتشابهة والمتوافقة از مؤلفی ناشناخته، بیشتر مورد توجه پژوهشگران تاریخ علم دوره اسلامی بوده‌اند، به این سبب که شاهی تاریخی برای نشان دادن رابطه میان ریاضیات و هنر و معماری در دوره اسلامی به شمار می‌روند.

به نظر می‌رسد تمامی رساله‌های این مجموعه به کتابت ابواسحاق بن عبدالله کوبنانی یزدی و برخی نیز ترجمه یا تألیف او باشد. با توجه به آثار کوبنانی تاریخ فعالیت علمی او بین سال‌های ۸۴۵ تا ۸۸۶ قمری تخمین زده می‌شود (کرامتی، ۱۷۳). با این حال بلوشه این مجموعه را متعلق به سده یازدهم هجری می‌داند (۴۱-۴۷) اما به نظر ریشارد^۱ زمان کتابت این مجموعه قرن دهم هجری بوده است (۱۸۳-۱۸۷). اوزدورال^۲ که در باره رساله فی تداخل الاشكال المتشابهة والمتوافقة پژوهش کرده است، بر اساس بررسی خط نستعلیق نسخه حدس می‌زند که رساله در میانه قرن نهم تألیف شده باشد و احتمالاً تمام مجموعه به دست خط کوبنانی باشد و حتی ترجمه رساله بوزجانی و رساله پیوست به آن یعنی رساله فی تداخل الاشكال المتشابهة والمتوافقة نیز از کوبنانی است (گلرو نجیب اوغلو، ۴-۶).

سه رساله متوالی با موضوع هندسه در این مجموعه وجود دارد که نحوه نگارش آن‌ها به گونه‌ای است که مستقل به نظر می‌رسند. این سه رساله پیاپی فاقد عنوان‌اند و در این مقاله با این عناوین معرفی می‌شوند: مختصر در علم مساحت (۶۵-۶۹پ)؛ کتاب

1. F. Richard

2. Özdural

3. Gülru Necipoğlu

۴. کاوه یزدی بر اساس حاشیه‌ای هم کاتب و هم صاحب مجموعه را سید شریف دانسته که این ادعا به نظر خالی از وجه می‌رسد. این حاشیه در ۱۳۵ پ نوشته است که «بشاوول فی تصحیح سید شریف»، به نظر می‌رسد منظور از این حاشیه این است که سید شریف در یکی از آثارش کلمه شاقول را شاوول نیز آورده است که در عربی این صورت دوم هم رواج داشته است، البته کلمه «فی» هم در عبارت حاشیه خود نشان می‌دهد که این عبارت را سید شریف نوشته است و اینکه بعید به نظر می‌رسد جرجانی خود را سید شریف خطاب نماید.

مساحت (۷۰ پ-۸۹ پ)؛ رساله در اصلاح اهل مساحت (۹۰ پ-۱۰۰ ر). متن تصحیح شده رساله مختصر در علم مساحت به همراه شرح ریاضی آن در پیوست ۱ آمده است؛ متن دو رساله دیگر به عنوان بخشی از کتاب لب الحساب^۱ در دست چاپ است.

مختصر در علم مساحت

این رساله، هشت باب دارد: باب اول در بیان اصطلاحات که لابد است از معرفت آن؛ باب دوم در آلت مساحت؛ باب سوم در مساحت مثلثات؛ باب چهارم در مساحت دایره؛ باب پنجم در مساحت معین؛ باب ششم در مساحت شبیه به معین؛ باب هفتم در مساحت منحرف و اشکال کثیرة الاضلاع؛ باب هشتم در ذکر مساحت بر سبیل تقریب.

در باب اول نخست مفاهیم اولیه هندسی یعنی خط، سطح و جسم تعریف شده‌اند. سپس انواع خط (مستقیم و منحنی) و انواع خط منحنی (پرگاری و غیرپرگاری) و انواع خط پرگاری (محیط دایره و قوس دایره) معرفی شده‌اند. در ادامه انواع سطح (مستوی و غیر مستوی)، انواع سطح غیرمستوی (منبت^۲ مثل روی کره و مقعر مثل درون کره)، انواع سطح مستوی (مدور، مقوس و مصلع) تعریف شده‌اند. در باب دوم با عنوان در آلت مساحت، واحدهای اندازه گیری طول چون ذراع (ذراع الید معادل ۶ قبضه، ذراع البز معادل ۲۷ اصبع، و ذراع هاشمی معادل ۸ قبضه)، قصبه (معادل ۶ ذراع هاشمی) و اشل (معادل ۱۰ قصبه) معرفی شده است. در باب سوم در مساحت مثلثات ابتدا انواع مثلث بر اساس اندازه اضلاع و سپس بر اساس نوع زوایا معرفی شده است. نحوه محاسبه مساحت با داشتن قاعده و ارتفاع بیان شده و مسائلی که در آن‌ها عمود مجهول باشد با استفاده از مسقط حجر در انواع مثلث‌ها شرح داده شده است. در باب چهارم که در باره مساحت دایره است، پس از بیان دستور ضرب شعاع در نصف محیط دایره، مثالی که در آن محیط و مساحت معلوم و قطر مجهول باشد طرح شده است. در ادامه دستورهای محاسبه مساحت قطاع (شعاع در نصف قوس قطاع) و قطعه‌ای از یک دایره (قطعه صغری و کبری) بیان شده است. باب پنجم در باره مساحت شکل معین

۱. نسخه یگانه پارسى لب الحساب تألیف علی بن یوسف بن علی منشی، در کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران به شماره ۵۲۱۳ نگهداری می‌شود (دانش پژوه، ۱۳۳۹، ۴۱۵۳/۱۵) و میکروفیلم آن در دانشگاه تهران موجود است (دانش پژوه، ۱۳۴۸، ۱۷۳/۱، ۸۱۴). کتاب چهار قسم دارد: قسم اول در ضرب و تقسیم و جذر، قسم دوم در نسبت و انواع معاملات و خطائین، قسم سوم در جبر و مقابله و قسم چهارم در مساحت.
۲. منبت از ریشه اُنبت به معنای برآمدن، منبت اسم مفعول به معنای برآمده

(لوزی) است. در این باب مثال‌هایی که با داشتن قطره‌های لوزی بتوان ضلع آن را به دست آورد یا با داشتن مساحت و تفاضل قطرها بتوان قطرها را به دست آورد طرح شده است. باب ششم در باره مساحت متوازی‌الاضلاع است. در باب هفتم سه نوع منحرف (دوزنقه متساوی‌الساقین، دوزنقه مختلف‌الاضلاع، چهارضلعی بدون اضلاع موازی) معرفی شده و روش محاسبه مساحت هر یک بیان شده است. در باره مساحت چندضلعی‌های غیر منتظم تبدیل شکل به چندین مثلث با رسم قطرها بیان شده و برای چندضلعی‌های منتظم به دستور ضرب شعاع دایره محاطی در نصف محیط اشاره شده است. موضوع باب هشتم، محاسبه مساحت تقریبی چهارضلعی و مثلث است. محاسبه مساحت تقریبی چهارضلعی از طریق دستور حاصلضرب میانگین دو ضلع مقابل، و دستور ضرب نصف قاعده در میانگین دو ضلع دیگر برای محاسبه تقریبی مساحت مثلث ارائه شده است (نک: پیوست ۱، متن و شرح رساله).

روش تصحیح: با توجه به این که نسخه رساله هشت بابی مختصر در علم مساحت یگانه است، به کمک محتوای متن‌های مشابه هندسی دیگری چون لب الحساب، غنیه الحساب و دو رساله هندسی دیگر مجموعه ۷۷۲ پاریس معرفی شده در همین مقاله، سعی شد صحیح‌ترین متن بر اساس نسخه ارائه شود. در متن، شماره برگ نسخه خطی بین دو علامت «/» مشخص و علامت اختصاری «ر» و «پ» برای رو و پشت برگ‌ها استفاده شد. بالای بیشتر حروف مربوط به نام‌گذاری اضلاع در نسخه یک علامت مد قرار دارد، که در متن مصحح آن حروف به صورت پررنگ نوشته شد. برخی ملاحظات در مورد تفاوت متن مصحح با نسخه در پانویس‌ها ذکر شده است. برای سهولت خواندن متن و مطابق رسم الخط فارسی امروزی، واژه‌هایی چون «بعنوان»، «آنچه»، «آنک»، «بحسب»، «دائره» به ترتیب به صورت «به عنوان»، «آنچه»، «آنکه»، «به حسب» و «دایره» و نیز کلماتی چون «دایره» و «قصبه» به صورت «دایره‌ای» و «قصبه‌ای» نوشته شد.

اختصارات به کار رفته در نسخه: هرگاه مطلبی به صورت کلی آمده است، پس از آن حرف «ح» نوشته شده و توضیحاتی در باره شرایط استفاده و جزئیات آن دستورکلی بیان شده است که در توضیح جزئیات عبارت پیشین است. برای مثال، وقتی توضیحی در باره استخراج عمود از طریق مسقط حجر در مثلث بیان شده است، پس از آن اشاره

شده که باید اضلاع معلوم باشند تا استخراج ممکن باشد و در ادامه در باره استخراج عمود مثلث متساوی الساقین شرح داده شده است (۶۶پ).

شکل‌ها: نسخه ۱۴ شکل دارد که اغلب نادقیق رسم شده‌اند. شکل‌ها در متن مصحح با اندازه‌های متناسب رسم شد و به شکل‌هایی که در رساله اشتباه رسم شده در پانویس اشاره شد.

شرح رساله: بخش‌هایی از رساله که از نظر بیان ریاضی نیاز به توضیح داشت، در پانویس متن مصحح بیان شده است.

رساله در مساحت

این رساله با معرفی سه اصل که سه موضوع اصلی این رساله‌اند آغاز می‌شود اگرچه مطالب در قالب فصل‌ها و باب‌ها هم آمده‌اند. اصل اول: معرفت آلات مساحت؛ اصل ثانی: معرفت اشکال؛ اصل ثالث: معرفت طرق مساحت. فهرست عناوین فصل‌ها و باب‌های رساله عبارت‌اند از:

[فصل در] اصل اول: معرفت آلات مساحت:

- [فصل در معرفی آلات اندازه‌گیری مساحت]

- فصل [در ضرب آن آلات بعضی در بعضی]

فصل در اصل ثانی: در اشکال و آنچه ترکیب می‌کنند از وی

[فصل در اصل ثالث: معرفت طرق مساحت]:

- باب مساحت مربعات

○ فصل و اما مربع مختلف الزوایا

○ فصل در مساحت منحرفات

○ فصل در آنچه مختلف الاضلاع بود با بعضی و ظاهر نباشد زنقه او

چون زنقه منحرفات مقدم

۱. از آنجا که در نسخه، عناوین بعضی فصل‌ها و باب‌ها به درستی مشخص نیست، عناوین در قیاس با نسخ لب‌الحساب و غنیة الحُساب نوشته شد و مطالب افزوده شده در میان [] آمده‌اند.

در باره سه رساله هندسی فارسی ... / ۴۵۵

- فصل در تنوری و آن از منحرفات است
- فصل در شکلی که معروف است به قایل قشا
- فصل در مدرج و آن از مربعات مختلفه العرض است
- فصل در مطبالات و آن سه شکل بود ملحق به مربعات
- باب مساحت ذوی الاضلاع کثیره
- باب مساحت مثلثات
 - فصل در حاد الزوایه
 - فصل در قائم الزوایه
 - فصل در منفرج الزوایا
 - فصل بدان که هر یکی از این مثلثات او را سه عمود بود ...
 - فصل در مساحت مثلثات همه بر طریق عام که معروف است به طریق رومی
 - فصل در نوادر مثلثات
- باب مساحت دائره
 - فصل [در نوادر] در دایره چون قطر و محیط ...
 - فصل در [مساحت] قطاع [دایره]
- باب در مساحت قسی
 - فصل در مساحت مدوری مستطیل و این را بیضی خوانند
- باب^۱ چون خواهی که زمینی را مساحت کنی ...
 - فصل^۲ قسمت الاراضی بین الشركاء

۱. نسخه: فصل

۲. نسخه: باب

۴۵۶ / تاریخ علم، دوره ۱۸، شماره ۲، پاییز و زمستان ۱۳۹۹

○ فصل [مثال مختلف الانصباء]

- باب مساحت مجسم

○ فصل در مساحت مکعب و غیره

○ فصل در قسم ثانی و آن مختلف الابعاد بود

○ فصل چون اسطوانة مدور ...

○ فصل در مخروط تام و ...

○ فصل در مخروط ناقص

○ فصل در مساحت کره

○ فصل در مساحت قبة مجوفة

○ فصل در مساحت آراج و طيقان

- خاتمه بدان که اقلیدس قسمت کرد خطوط مفرده را به سه قسم.

به نظر می‌رسد منبع هر بخش از نسخه پاریس رساله‌ای متفاوت باشد:

الف- بخش کوتاهی در ابتدای نسخه پاریس (از «دیگر خط منقسم می‌شود به قسمت مستقیم و منحنی» تا «اما مسطحات اصول آن سه است منقسم می‌شود به پنج قسم مربع و اضلاع کثیره و مثلث و مدور و مقوس») (۷۱-۷۱پ) وجود دارد که ترجمه بخش آغازین باب چهل و چهارم الکافی فی الحساب کرجی با عنوان «فی ذکر المساحات» (۱۲۸-۱۲۹) است و با مطالب بخشی از قسم چهارم لب الحساب اثر یوسف بن علی منشی که تاریخ نگارش آن سده ششم هجری قمری تخمین زده می‌شود نیز تطابق دارد.

برای نمونه، بندهای زیر از رساله‌های مذکور بیان می‌شود:

۱. الکافی فی الحساب اثر کرجی ریاضی‌دان درگذشته در حدود ۴۲۰ ق است که دارای ۷۰ بخش است و بخش‌های ۴۴ تا ۵۳ آن مربوط به مساحت است.

والخط المنحني مالميس بمستقيم وهو ينقسم قسمين بركارياً و هو مايحيط بالدوائر والقسى، وغير بركارى ولا حد يحصره (الكافى فى الحساب، ۱۲۹).

و اما منحني منقسم است قسمت (ل: است به دو قسم): پرگارى و آن بود كه محیط کرده باشد به دواير و قسى بر نظام واحد، و غير پرگارى و او آن بود كه بر غير نظام واحد بود، و به جز آن (ل: و به حصر آن) هيچ حد نيست (نسخه پاریس، ۷۱ر؛ لب الحساب، ۱۱۲ر).

و با مطالب آغازين بخش «كتاب المساحة» از غنية الحساب^۲ (۸۳ر- ۱۳۰ر) از احمد بن ثبات همامى واسطى^۴ (۵۵۵-۶۳۱ق) نیز تطابق دارد:

وأما المنحني ينقسم قسمين بركارياً وهو ما أحاط بالدوائر والقسى على نظام واحد، وغير بركارى وهو ما كان على غير نظام واحد ولا حد يحصره (غنية الحساب، ۸۴پ)

ب- بخش عمده‌ای از این رساله (از «فصل در اصل ثانی در اشکال و آنچه ترکیب کنند از وی» تا «خاتمه») (۷۰پ-۸۹ر) با بخشی از قسم چهارم لب الحساب تطابق دارد (لب الحساب، ۸۷ر-۹۳پ؛ ۹۵پ-۱۰۳پ؛ ۱۱۱پ-۱۱۹پ؛ ۱۲۷ر-۱۳۰ر). نکته در خور توجه این است که این بخش با «كتاب المساحة» از غنية الحساب فى علم الحساب (۸۳ر-۱۳۰ر) نیز تطابق دارد. این احتمال وجود دارد که بخشی از قسم مساحت لب الحساب ترجمه بخش کتاب المساحة غنية الحساب باشد، یا می‌توان فرض کرد که هر دو متن، مبتنی بر متن دیگری، احتمالاً از کرجی یا ریاضی‌دان دیگری باشند که به دست ما نرسیده است (نک: پیوست ۲، جدول ۱).

۱. در این مقاله «ل» برای نشان دادن تفاوت متن با لب الحساب است.

۲. احمد بن ثبات فقیه و ریاضی‌دان بود و در حدود ۴۰ سال در مدرسه نظامیه بغداد به تدریس ریاضیات و فقه پرداخت و در این باب کتاب‌هایی نوشت. یک نسخه از غنية الحساب فى علم الحساب تألیف احمد بن ثبات همامى واسطى در کتابخانه مجلس به شماره ۶۴۲۸ و یک نسخه در کتابخانه ایاصوفیا به شماره ۲۷۲۸/۲ و یک نسخه در کتابخانه خدابخش به شماره ۲۴۱۳ و نسخه دیگر در کتابخانه ظهوریه دمشق به شماره ۳۰۷۵ موجود است (غلامی، ۷۰۹). این کتاب شامل بخش‌هایی در باره ضرب و قسمت و نسبت و جذور، معاملات و بخش مساحت با عنوان «كتاب المساحة» و بخش بعدی با عنوان «حفور و نوادر و موازین الأرض» (سنجیدن زمین‌ها و مکان‌ها) است. ابن حنبلی (۸۷۷-۹۷۱ق) بر این کتاب شرحی با عنوان مخائل الملاحة فى مسائل المساحة نوشته است.

۳. نسخه کتابخانه مجلس، شماره ۶۴۲۸

۴. الأعلام زرکلی، ۱۰۶/۱: معجم المؤلفین، ۱۸۱/۱

برای مثال بندهای مشابه زیر از رساله‌های مذکور آورده‌ایم:

فصل در اصل ثانی در اشکال و آنچه ترکیب کنند از وی. بدان که نقطه شیء بود که آن را جزو نبود از بهر آن که مبدأ خط است و نهایت او پیدا نباشد الا به وجود خط، پس متجزا نشود و حساب نپذیرد و همماً (ل: پس متجزا نشود و قسمت پذیر نبود به درک نیاید حساً بل و همماً). و خط طولی (ل: طول) است^۲ بلا عرض، ابتدا کنند (ل: کند) از نقطه و منتهی شود به نقطه^۳ اخیر (ل: آخری)، پس دو طرف او دو نقطه بود و ادراک آن به حس^۴ نتوان کرد بل به وهم^۵ از بهر آنکه او چون حاجز است میان سایه و آفتاب و سواد و بیاض (نسخه پاریس، ۷۰پ-۷۱ر، لب الحساب، ۱۱۱پ-۱۱۲ر)

فصل فی الأصل الثانی فی الأشکال وما ترکیب منه. إعلم إن النقطة شیء لا جزء له. لأنه مبدأ الخط ونهايته لا توجد إلا بوجود الخط. فلا تتجزى ولا ندرک حساً بل و همماً. والخط طول بلا عرض یبتدی من نقطة وینتهی إلى نقطة أخرى. فطرفاه نقطتان. ولا یدرک ذلك أيضاً بالحس بل بالوهم. لأنه كالحاجز بین الظل والشمس والسواد والبیاض (غنية الحساب، ۸۴پ).

ج- بخشی در انتهای رساله (از «خاتمه بدان که اقلیدس» تا «استثناء اصغر اسمین از اعظم») (۸۹ر-۸۹پ) بابی از البدیع فی الحساب^۶ اثر کرجی است که با عنوان «خاتمه» در باره جمع اعداد گویا و گنگ (ذو اسمین) افزوده شده است:

إعلم إن اقلیدس قسم الخطوط المفردة ثلاثة اقسام: الأول هو المُنطِق بالطول، والثانی هو المُنطِق بالقوة وهو الذی یتعرف باضافته إلى مربعه. الثالث الموسط وهو الذی یتعرف باضافته إلى مال ماله، ولا یشارک بعضها بعضاً. ثم ركب من

۱. نسخه: بوجود

۲. نسخه: طولیست

۳. بنقطه

۴. نسخه: بحس

۵. نسخه: بوهم

۶. البدیع فی الحساب کرجی از مهم‌ترین آثار او و نشان دهنده پیشرفت علم جبر در دوره اسلامی است. یک نسخه خطی از آن در واتیکان وجود دارد. در ۱۹۶۴م عادل انبویا در دانشگاه لبنان آن را تصحیح و چاپ کرده است (قربانی، ۲۹۱).

القسمین الأولین مقدارین وسمی کل واحد منها ذا الاسمین (البدیع فی الحساب،
(۲۹)

بدان که اقلیدس قسمت کرد خطوط مفرده را به سه قسم: اول «منطق بالطول»،
و دوم «منطق بالقوه»، و این معلوم باشد و شود به اضافه او به مربع او، و سوم
«موسط» و آن معلوم شود به اضافه او به مال [مال] او. پس ترکیب کرد از دو
قسم اولین دو مقدار و مسمی گردانید هر یک از این به ذو اسمین (نسخه پاریس،
۱۸۹).

رساله در اصلاح اهل مساحت

رساله در اصلاح اهل مساحت چندین فصل^۱ دارد: فصل [در معرفت آلات مساحت]،
فصل در ضرب این مراتب بعضی به بعضی، فصل در مساحت دایره، فصل در مساحت
قطع دوایر، فصل در مساحت مثلث، [فصل در] مساحت مثلث قائم الزوایا، فصل در
مساحت مثلث منفرج الزاویه، فصل در مساحت مثلث حاد الزوایا، فصل بدان که مثلث
منقسم است از جهت اضلاع بر سه قسم، [فصل در مساحت] متساوی الاضلاع، [فصل
در] مساحت مختلف الاضلاع، فصل در مساحت متساوی الساقین، فصل در معرفت
عمود جمیع مثلثات به طریق واحد، فصل در مساحت مربعات، فصل در مساحت
منحرفات، فصل در مساحت ذوات اضلاع کثیره، فصل در طریق استخراج قطر که
ارشمیدس بیرون آورده، فصل در مساحت شکل بیضی، [فصل در] مساحت اشکال
هلالی [اخمصی- ابطنی]، [فصل در مساحت بسیط کره و مساحت جرم کره].

این رساله ترجمه باب‌های اول، سوم، چهارم و پنجم منزل^۲ سوم از منازل السبع^۳ اثر
بوزجانی است که اگر چه باب معرفی آلات مساحت تا حدی تلخیص شده، اما بقیه
بخش‌ها ترجمه منازل السبع است و تنها شمار اندکی از مثال‌های منازل السبع حذف
شده‌اند. این ترجمه شباهت‌هایی با قسم چهارم لب الحساب و نیز رساله الايضاح عن

۱. از آنجا که در نسخه، عناوین بعضی فصل‌ها به درستی مشخص نیست، عناوین در قیاس با نسخ منازل السبع و
لب الحساب نوشته شد و مطالب افزوده شده در میان [] قرار گرفت.

۲. عناوین باب‌های منازل السبع که در نسخه پاریس ترجمه شده‌اند عبارت‌اند از: باب الاول فی الالفاظ والاذرع
المستعملة فی المساحة؛ باب الثالث فی مساحة المدورات و قطعها و ما یترکب منها؛ باب الرابع فی مساحة المثلثات
والمربعات؛ باب الخامس فی مساحة الخمسات والمسدسات و غیرها من الأشکال الزوایا.

۳. منازل السبع (فی ما یحتاج الیه الکتاب والعمال و غیرهم من علم الحساب) هفت منزل دارد، که منزل سوم آن در
مساحت است. بقیه منزل‌ها در باره ضرب، تقسیم، نسبت، معاملات، معاملات تجار و محاسبات دیوانی است.

اصول صناعة المساح ابومنصور بغدادی (؟-۴۲۹ق) دارد. با وجود این شباهت‌ها، لبّ الحساب نسبت به این رساله نسخه پاریس افزونی‌هایی دارد از جمله محاسبه مساحت هفت ضلعی منتظم، معرفی آلات اندازه‌گیری مساحت در شهر یزد، و مثال‌هایی که به پیروی از منازل السبع در بخش دایره بیان شده است. از سوی دیگر، رساله الايضاح عن اصول صناعة المساح ابومنصور بغدادی فاقد بخش‌هایی از منازل السبع است که هم در رساله پاریس و هم در لبّ الحساب آمده‌اند، از جمله استخراج قوس از وتر و بالعکس و مطالبی در باره ذوات اضلاع کثیره که بر اساس یک جدول مثلثاتی شرح داده شده است (نک: پیوست ۲، جدول ۲). برای مثال، چگونگی یافتن اندازه سهم با معلوم بودن قطر و وتر دایره در رساله‌های یاد شده بیان می‌شود:

دائرة قطرها عشرة أذرع (ض: عشرة) ۱، قطع (ض: قطعت) بوتر طولها ست أذرع (ض: ستة)، وأردنا أن نعرف سهم ذلك الوتر، ضربنا نصف الوتر، وهو ثلاثة (ض: ثلاثة)، في مثله (ض: في نفسها)، واسقطناه (ض: فكان تسعة اسقطناها) من نصف القطر في مثله (ض: من مربع نصف القطر وهو خمسة وعشرون بقي ستة عشر)، وأخذنا جذر ما بقي (ض: أخذنا جذره)، فكان أربعة (ض: وهو أربعة)، أسقطناها من نصف القطر (ض: وهو خمسة)، فبقي واحد (ض: يبقى واحد)، وهو السهم (منازل السبع، ۲۲۶؛ الايضاح عن اصول صناعة المساح، ۵۷).

دایره قطر آن ۱۰ گز (ل: عشرة) قطع کرده بود (ل: قطع کرده) به وتری ۶ گز (ل: که طول آن ۶ است) و می‌خواهیم (ل: و خواستیم) که سهم آن بدانیم. (ل: ضرب کردیم نصف وتر در مثل خود، و نصف قطر در مثل خود و مربع نصف قطر ۲۵ و مربع نصف وتر شد [نه] از هم برفتیم (ل: و اقل از اکثر اسقاط کردیم) بماند ۱۶، جذرش چهار. از نصف قطر برفتیم بماند (ل: اسقاط کردیم از نصف قطر باقی ماند) یک (ل: یکی). این سهم بود (نسخه پاریس، ۹۱پ؛ لبّ الحساب، ۱۲۱ر).

در باره ارتباط میان نسخه لبّ الحساب و نسخه پاریس می‌توان دو احتمال را در نظر گرفت: اول اینکه نسخه لبّ الحساب در دسترس کوبنانی بوده است و او بخش

۱. «ض:» برای نشان دادن تفاوت متن منازل السبع با الايضاح عن اصول صناعة المساح است.

۲. نسخه: بوتری

در باره سه رساله هندسی فارسی... / ۴۶۱

هندسی را از روی آن رساله تألیف کرده است؛ دوم اینکه نسخه مشترکی نیای هر دو نسخه است که امروزه شناخته شده نیست.

به احتمال اول به سه دلیل تردید وارد است: اول آنکه به مساحت مسبّع و مخروط مربعی و آلات اندازه‌گیری مساحت در شهر یزد در نسخه لبّ الحساب پرداخته شده اما در نسخه پاریس اثری از آن نیست، اگرچه می‌توان آن را سهو کاتب در نظر گرفت. دوم آنکه فعل جملات گاهی تغییر کرده است که البته این در جریان کتابت ممکن است. سوم آنکه مهر کوبنانی یا حاشیه‌ای که به خط او شبیه باشد در نسخه لبّ الحساب دیده نمی‌شود.

اما آنچه احتمال دوم را قوت می‌بخشد این است که لبّ الحساب همه مطالب منازل السبع را داراست و افزون بر آن‌ها نیز شامل مطالب دیگری است اما نسخه پاریس فاقد بعضی مثال‌های منازل السبع و نیز افزوده‌های لبّ الحساب است. می‌توان این احتمال را در نظر داشت که ترجمه‌ای از منازل السبع وجود داشته که مؤلف لبّ الحساب آن را به کار برده است و نسخه پاریس هم به طور مستقیم، یا به واسطه نسخه دیگری از آن، یا حتی به واسطه نسخه دیگری از لبّ الحساب، بر آن مبتنی است (برای درک بهتر نسبت زمانی نویسندگان و آثار پیوست ۳ را نگاه کنید).

پیوست ۱

متن رساله مختصر در مساحت (۶۵پ-۶۹پ، مجموعه پاریس ۷۷۲):

بسم الله الرحمن الرحيم و به نستعين

سپاس بی قیاس و حمد بی عدد حکیمی که آسمان مدور را بر پرگار قدرت به قبضه مساحان فکر و اندیشه اضلاع و زوایا را مساحت نمود و مسبع فلک و مسدس جهت به مخمس حس و مربع عناصر و مثلث موالید قسمت فرمود و نقطه نبوت که مرکز دایره^۱ وجود است اعنی محمد مصطفی علیه من الصلوات اکملها و من التحیات افضلها به خطوط دین قویم و سطوح شرع مستقیم ثابت گردانید، و درود بر آل و اتباعش که اقطار مکان و ملازمان به تساوی افعال و تقاطع انسابشان محیط دوران است. رضوان الله علیهم اجمعین باد.

اما بعد، این مختصری است در علم مساحت، مشتمل بر هشت باب.

باب اول: در بیان اصطلاحات که لابد است از معرفت آن

[۱] خط طولی است بی عرض، سطح طول و عرض است بی عمق. جسم طولی است عریض و عمیق. و بدان که خط دو قسم است: مستقیم و منحنی. خط مستقیم اقصر خطی است میان دو نقطه و منحنی هر چه غیر از این باشد. و خط منحنی دو قسم است، پرگاری^۲ و غیر پرگاری^۳. و پرگاری^۴ دو قسم است: محیط دایره و قوس دایره‌ای، اعنی قطعه‌ای از محیط. و غیر پرگاری را حصری نیست. و سطح نیز دو قسم است: مستوی و غیر مستوی. مستوی آن است که هر خط که بر وی فرض کنی مستقیم باشد؛ و غیر مستوی دو قسم است: منبت و مقعر. و منبت آن است که ارتفاعی دور باشد، چون ظاهر کره. و مقعر به خلاف این چون باطن کره مجوف. و سطح مستوی منقسم می شود به مدور و مقوس و مصلع. اما مدور آن است که یک خط پرگاری محیط باشد به او، و در داخل او نقطه باشد که هر خط که از این نقطه به محیط اخراج کنند متساوی باشند و

۱. دایره

۲. نسخه: پرگاری

۳. نسخه: غیر پرگاری

۴. نسخه: پرگاری

آن نقطه را مرکز خوانند، و خطی که بر مرکز بگذرد و از دو طرف به محیط دایره پیوندد، آن را قطر خوانند، و هر آینه دایره‌ای به قطر دو نیمه شود. و اما مقوس آن است / ۶۵ پ/ که بعضی خطوط پرگاری و بعضی مستقیم بدو محیط باشند، و آن بعضی پرگاری قطعه [ای] باشد از محیط دایره. و اما مضلع آن است که چند خط مستقیم بدو محیط باشند و آن خطوط را اضلاع گویند و اقلش آن است که محیط به سه خط باشند، و آن را مثلث خوانند، و اگر چهار خط باشد مربع گویند، و اگر ده باشد معشر، و اگر پانزده دو خمسه عشر ضلعا گویند. و بر این قیاس و ما فوق مربع کثیرت الاضلاع خوانند.

باب دوم: در آلت مساحت

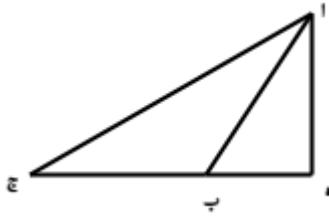
[۲] و آن ذراع است و قصبه‌ای و اشل. اما ذراع سه قسم است: اول ذراع الید و طول آن شش قبضه است، هر قبضه‌ای چهار اصبع و هر اصبعی مقدار عرضش شش جو و عرض هر جوی مقدار عرضش شش موی از دنب است. و دوم ذراع البز و آن بیست و هفت اصبع است. و سوم ذراع هاشمی و آن هشت قبضه است. اما قصبه عبارت است از شش ذرع هاشمی. اما اشل عبارت است از ده قصبه^۲. و بدان که قاعده محاسبان چنان است که تعبیر کنند از سی و شش گز به یک عشیر و از ده عشیر به یک قفیز و از ده قفیز به یک جریب. والله اعلم.

باب سوم: در مساحت مثلثات

[۳] بدان که مثلثات به انواع است به حسب اضلاع، سه نوع است: نوع اول مثلث متساوی الاضلاع و دوم مختلف الاضلاع، و سیوم مثلث متساوی الساقین. و اما به حسب زاویه هم سه نوع است: اول قائم الزاویه و دوم حاد الزاویه و سوم منفرج الزاویه. اما چون خواهیم که مثلی را که عمود و قاعده او معلوم باشد مساحت کنیم، عمود را در نصف قاعده ضرب کنیم تا مساحت آن مثلث حاصل شود. مثلاً مثلث ابج عمود اه و قاعده ب ج / ۶۶/ مساحت مثلث از ضرب اه در نصف ب ج باشد. و اگر عمود خارج مثلث باشد مثل عمود اه در مثلث ابج، ضرب نصف ب ج در اه، مساحت مثلث ابج. این بر تقدیری است که عمود و قاعده معلوم باشد [شکل ۱].

۱. نسخه: ضلع

۲. نسخه: قبضه



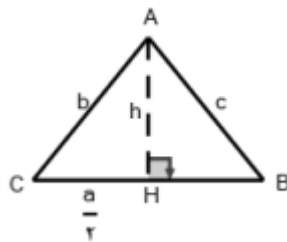
[شکل ۱]

[۴] اما اگر چنان‌که عمود مجهول باشد استخراج آن باید کرد و استخراج به استخراج مسقط^۱ بود.

ح: باید که اضلاع معلوم باشد تا استخراج ممکن بود، اگر در دو ضلع متساوی باشد نصف آن ضلع دیگر مسقط بود، آن را در نفس خود ضرب باید کرد و از مربع احد الضلعین المتساویین^۲ اسقاط کرد، و جذر باقی گرفت، آن مقدار عمود باشد.

مثالش: مثلث ابج دو ضلع اب، اج ده گز بود و ضلع بج دوازده و اه که عمود است مجهول. دوازده گز را منصف کند شش شود، و آن ب ه بود که مسقط است، شش را در نفس ضرب^۳ باید کرد، سی و شش باشد، و از مربع ده که صد^۴ است اسقاط کرد، شصت و چهار باقی ماند جذرش که هشت. هشت مقدار عمود بود که اه است. بعد از

۱. در برخی منابع همچون لبّ الحساب و مفتاح المعاملات حاسب طبری، دو قطعه قاعده حاصل از فرود آمدن عمود «مسقط حجر» نامیده شده است. اما بیرونی می‌گوید مسقط حجر آن نقطه‌ای از قاعده است که عمود به آن می‌رسد و منظور طول پاره‌خط‌های ایجاد شده روی قاعده توسط ارتفاع نیست و «گروهی مردمان خردترین آن دو پاره را که قاعده از عمود منقسم می‌شود مسقط الحجر خوانند و این نه به سخن اندر خور است و نه به معنی» (۱۳۶۷، ۱۰).

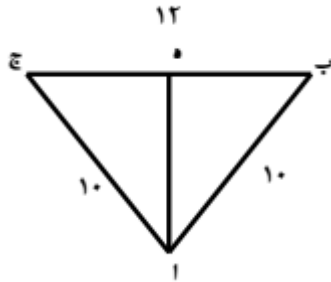


۲. نسخه: متساویین

۳. نسخه: + ضرب

۴. نسخه: مربع ده صد

آن هشت را در شش که نصف قاعده است ضرب کند، چهل و هشت باشد، آن مساحت مثلث بود [شکل ۲].



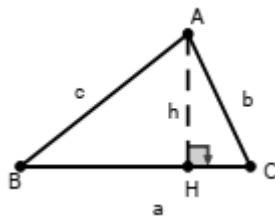
[شکل ۲]

[۵] و اگر مثلث مختلف الاضلاع بود، مربع اضلعی را که موثر زاویه حاده باشد از مربع دو ضلع دیگر که محیط باشد به آن زاویه کم باید کرد و نصف باقی گرفت و قسمت کرد بر قاعده، آنچه حاصل شود مسقط باشد. آن مقدار را در نفس خود ضرب باید کرد، آنچه حاصل شود از مربع آن ضلع که یکی این مسقط است، اسقاط کنند آنچه باقی ماند جذرش بگیرند مقدار عمود باشد.

۱. نسخه: مربعی

۲. برای محاسبه مساحت مثلث مختلف الاضلاع با داشتن سه ضلع، ابتدا ارتفاع محاسبه می شود:

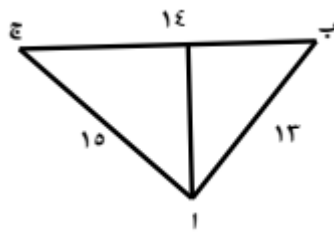
$$h = \sqrt{b^2 - \left(\frac{(b^2 + a^2) - c^2}{2a} \right)^2} \Rightarrow S = \frac{a \cdot h}{2}$$



می دانیم $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$ ، با جایگذاری در دستور فوق روابط زیر حاصل می شود:

$$h = \sqrt{b^2 (1 - \cos^2 C)} = b \sin C \Rightarrow S = \frac{ab}{2} \sin C$$

مثالش: مثلث اب ج، ضلع اب سیزده گز و ضلع ب ج چهارده گز و ضلع اج پانزده گز و اه عمود. ضلع اج را ۶۶ پ/ در نفس خود ضرب باید کرد دو بیست و بیست و پنج، و ضلع ب ج در نفس خود ضرب باید کرد و صد و نود و شش باشد، این دو مربع را جمع کند چهار صد و بیست و یک باشد. مربع ضلع اب از این مجموع کم کنند دو بیست و پنجاه و دو بماند، نصفش بر چهارده که قاعده است قسمت کند نه خارج قسمت بود، و آن هج باشد که مسقط اطول^۱ است. این نه را از چهارده که اسقاط کنند، پنج باقی ماند و آن به باشد مسقط اقصر است. این نه را در نفس خود ضرب باید کرد هشتاد و یک باشد، آن را از مربع ضلع اج که دو بیست و بیست و پنج است اسقاط کند صد و چهل و چهار باقی ماند، جذرش که دوازده است، مقدار عمود باشد. آن را در نصف قاعده که هفت است ضرب کند هشتاد و چهار باشد که مقدار مساحت است [شکل ۳].



[شکل ۳]

[۶] اگر در این مثلث، زاویه منفرجه باشد، اگر عمود را از این زاویه حاده کنند عمود خارج مثلث افتد.

مثالش: مثلث اب ج معلومه الاضلاع^۲، زاویه ب منفرجه و اج وتر او. و فرض کردیم که جذر، هزار و بیست و پنج است و ضلع اطول از دو ضلع باقی که آن ب ج است بیست و پنج گز، و ضلع دیگر که اب است، ده گز و اه که عمود است مجهول. استخراج او^۳ به استخراج مسقط باشد و استخراج مسقط بر آن وجه باشد که دو مربع اب، ب ج که هر دو محیطاند به زاویه منفرجه و آن هفتصد و بیست و پنج است، از مربع اج که وتر

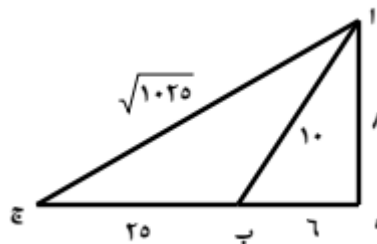
۱. نسخه: اطوال

۲. نسخه: و

۳. نسخه: مربعی

در باره سه رساله هندسی فارسی .../۴۶۷

زاویه منفرجه است و جذر هزار و بیست و پنج اسقاط کند، سیصد باقی ماند. نصفش قسمت کنند بر بیست و پنج که ضلع اطول است، خارج قسمت ب ه بود که شش است، آن مسقط بود. مربع شش که سی و شش است از مربع اب که صد است، کم کنند شصت و چهار باقی ماند، جذرش هشت، عمود بود. آن را در نصف ب ج که دوازده و نصف است ضرب کنند، صد باشد /۶۷/ آن قدر مساحت بود^۱ [شکل ۴].^۲



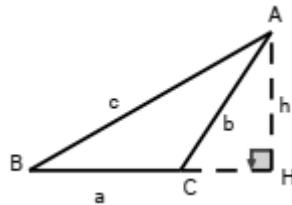
[شکل ۴]

باب چهارم: در مساحت دایره

[۷] مساحت دایره از ضرب نصف قطر دایره در نصف محیط باشد^۳. مثلاً دایره ا ب ج مساحتش از ضرب اه در نصف محیط دایره باشد [شکل ۵]، پس اگر قطر و

۱. برای محاسبه مساحت مثلث منفرج الزوایا ابتدا ارتفاع به روش زیر به دست می آید:

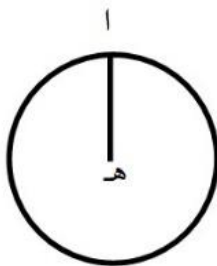
$$h = \sqrt{b^2 - \left(\frac{c^2 - (b^2 + a^2)}{2a} \right)^2} \Rightarrow S = \frac{a \cdot h}{2}$$



۲. اعداد روی شکل در نسخه اشتباه است. شکل ۴ تصحیح شده شکل نسخه است.

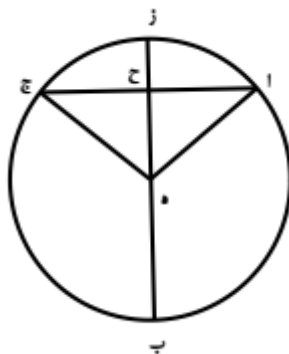
۳. نسخه: - باشد

محیط معلوم باشد مساحت نیز معلوم بود، و اگر قطر مجهول باشد فحسب، محیط را در هفت ضرب باید کرد و مبلغ را بر بیست و دو قسمت کرد خارج قسمت قطر باشد.^۱



[شکل ۵]

[۸] و اما مساحت قطاع از ضرب نصف قطر باشد در نصف قوس قطاع. مثلاً دایره^۲ ا ب ج، اه ج ز^۳ قطاع اصغر است و اه ج ب قطاع اکبر. مساحت قطاع اه ج ز از ضرب نصف قطر باشد در نصف قوس اه ج ز^۳.



[شکل ۶]

[۹] و اما مساحت قطع دوایر، مثل قطعه^۴ اه ج الصغری و ا ب ج الکبری، مساحت قطعه^۴ صغری به آن باشد که مساحت مثلث اه ج از مساحت قطاع اه ج ز کم کنند، آنچه

۱. عدد پی معادل $\frac{22}{7}$ در نظر گرفته شده است.

۲. + و

۳. نسخه: ا ب ج

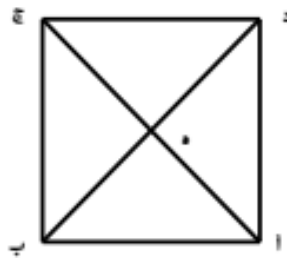
در باره سه رساله هندسی فارسی... / ۴۶۹

باقی ماند. مساحت قطعه کبری به آن باشد که مساحت مثلث مذکور را زیادت کنند بر مساحت قطاع اه ج ب آنچه حاصل شود مساحت قطعه کبری باشد [شکل ۶].

باب پنجم: در مساحت معین

[۱۰] از ضرب احد قطری او بود در نصف آن دیگر، مثلاً معین اب ج د مساحتش از ضرب اج در به یا از ضرب بد در اه باشد [شکل ۷].

ح: اگر دو قطر معلوم باشد فرض کردیم که قطر اطول^۱ که اج^۲ است شانزده گز است و قطر اقصی^۳ که بد^۴ است دوازده گز است. هشت را که نصف قطر اطول^۵ است در دوازده ضرب باید کرد، نود و شش باشد. آن مقدار مساحت است.



[شکل ۷]

اگر سوال کنند که قطر اطول شانزده گز است و قطر اقصی^۶ دوازده گز، ضلع چند گز باشد؟ هشت را که اه است در نفس خود ضرب باید کرد، و شش را که به است در نفس خود ۶۷/پ و هر دو مبلغ را جمع کرد صد باشد، جذر آن که ده است، ضلع معین باشد که اب است.

۱. نسخه: اول

۲. نسخه: ج

۳. نسخه: اقصر

۴. نسخه: ب ج

۵. نسخه: اول

۶. نسخه: اقصر

و هم چنان اگر سؤال کنند که مساحت نود و شش است و قطر اطول شانزده گز، قطر اقصر چند باشد؟ مساحت را بر هشت که نصف قطر است قسمت باید کرد، دوازده که خارج قسمت است قطر اقصر بود.

و هم چنان اگر سؤال کنند مساحت معین نود و شش است و تفاضل بین القطرین چهار گز، قطرین چند باشد؟ مقدار مساحت را تضعیف باید کرد صد و نود و دو باشد، و مربع نصف تفاضل که چهار است بر آن زیادت کرد صد و نود و شش باشد، جذر آن بگیرند چهارده گز باشد آن قطر اطول بود.^۱

و اگر سؤال کنند که ضلع معین ده گز است و تفاضل بین القطرین چهار گز، مساحت^۲ چند باشد؟ طریق آن باشد که ضلع را تضعیف کنند بیست شود، آن را در نفس خود ضرب کنند چهارصد باشد، مربع تفاضل را که شانزده است از آن جا کم کنند، سیصد و هشتاد و چهار باقی ماند. ربع آن که نود و شش است مساحت باشد.^۳

ح: مآل^۴ سوال چنان بود که مساحت معلوم است و تفاضل معلوم، هر یک از قطرین^۵ چند باشد و آن بیان کرده شد.

۱. نصف قطر بزرگ: a نصف قطر کوچک: b
داده‌های مسأله از این قرار است:

$$S = \frac{a}{b} = 96, 2a - 2b = 4$$

و رابطه‌ای که در متن ارائه شده است، رابطه زیر است:

$$\sqrt{2S + (a - b)^2} = \sqrt{(a + b)^2} = a + b$$

بنا بر این چنان که مشخص است جواب به دست آمده یعنی ۱۴ مربوط به مجموع نصف قطر بزرگ و قطر کوچک است و اینکه به عنوان قطر بزرگ ارائه شده اشتباه است. در حل این مثال به اشتباه عدد ۱۴ به عنوان پاسخ برای قطر بزرگ به دست آمده است. با داشتن دو معادله مفروض مسأله می‌توان آن را با جایگزینی حل کرد که جواب $a = 8, b = 6$ حاصل می‌شود، بنا بر این قطر بزرگ برابر ۱۶ و قطر کوچک برابر ۱۲ است.

۲. نسخه: قطری

$$c = 10, 2a - 2b = 4. 3$$

$$S = \frac{1}{4} \left[(2c)^2 - (2a - 2b)^2 \right]$$

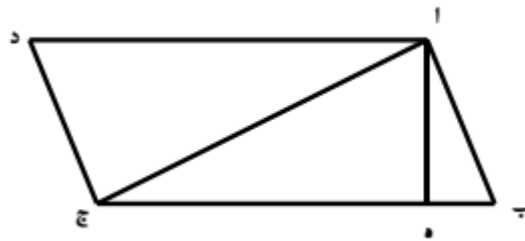
۴. نسخه: مال

۵. نسخه: قطر این

باب ششم: در مساحت شبیه به معین

[۱۱] مساحت شبیه به معین از ضرب عمودی باشد که خارج باشد از زاویه منفرجه سوی قاعده در قاعده. مثلاً سطح ab ج د شبیه به معین و ah عمودی که خارج است از زاویه الف که منفرجه است بر قاعده bc ج^۲، مساحتش از ضرب ah باشد در bc .

اگر فرض کنیم که عمودی معلوم است و آن دوازده و قاعده نیز که bc است هم معلوم و آن پانزده گز، مساحت، حاصل ضرب دوازده در پانزده که صد و هشتاد است [شکل ۸]. ۳/ ۶۸/ ر



[شکل ۸]

باب هفتم: در مساحت منحرف و اشکال کثیرة الاضلاع

[۱۲] اما منحرف بر سه نوع است:

نوع اول آن است که دو ضلع او متوازی باشد و آن را رأس و^۴ قاعده گویند، و دو دیگر متساوی. مساحت این شکل بر آن وجه باشد که رأس را با قاعده جمع کنند و عمود را در نصف مجموع ضرب کنند، آنچه حاصل شود مساحت باشد.

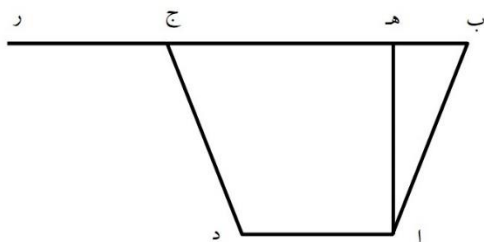
۱. نسخه: از

۲. نسخه: ب ج ج

۳. شکل نسخه تصحیح شده است.

۴. نسخه: - و

مثالش: منحرف ابجد ضلع اد موازی ضلع ب ج بود و ضلع اب مساوی ضلع ج د و اه عمود، و ج را اخراج باید کرد بر استقامت ب ج، به مقدار ج^۲ فرض کردیم که اد^۳ است [شکل ۹].^۴



[شکل ۹]

ح: مساحت ابجد حاصل شود از ضرب اه که عمود است در نصف ب ر که مجموع رأس و قاعده است.

نوع ثانی آن است که دو ضلع متوازی بود و دو ضلع مختلف نه مساوی [شکل ۱۰]. عمل در مساحت این منحرف هم چو عمل بود در مساحت منحرف اول، الّا فرقی هست میان این نوع منحرف و میان نوع اول و^۵ آن آن است که اگر در این نوع رأس را از قاعده اسقاط کنند، مثلثی مختلف الاضلاع^۶ حادث شود که عمودش عمود منحرف بود و در نوع اول اگر رأس را از قاعده اسقاط کنند مثلثی متساوی الساقین که عمودش منحرف بود حادث شود.

ح: در نوع دوم عمود مثلث مختلف الاضلاع استخراج باید کرد بر آن وجه که در باب مساحت مثلث ذکر کرده شده است. بعد از آن رأس را با قاعده جمع کرد تا^۷ مثلثی

۱. نسخه: ح د

۲. نسخه: ج د

۳. نسخه: باد

۴. شکل نسخه تصحیح شده است.

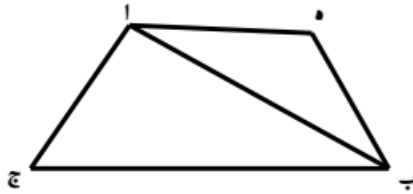
۵. میان نوع اول و

۶. نسخه: مختلف الاوضاع

۷. نسخه: یا

در باره سه رساله هندسی فارسی ... / ۴۷۳

حادث شود که مساوی منحرف بود. پس عمود را در نصف مجموع ضرب باید کرد، آنچه حاصل شود مساحت باشد.



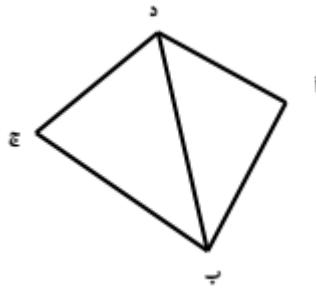
[شکل ۱۰]

نوع ثالث آن است که اضلاعش اصلاً متوازی نباشد، منحرف ا ب ج، قطر منحرف اخراج باید کرد تا دو مثلث / ۶۸ پ/ حادث شود.

ح: مساحت هر دو مثلث بر آن وجه باشد که بیان کرده شد در مساحت مثلثات تا معلوم شود.

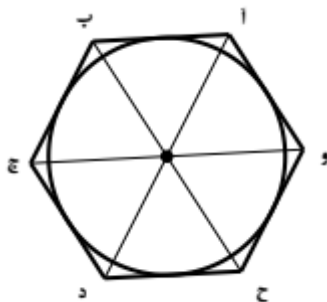
[۱۳] و اما مساحت کثیرالاضلاع:

اگر این شکل مختلف الاضلاع بود همچو شکل ا ب ج د، شکل به مثلثات قسمت باید کرد و مثلی را مساحت کرد [شکل ۱۱].



[شکل ۱۱]

و اگر متساوی الاضلاع بود مساحتش بر این وجه باشد که نصف قطر دایره که داخل این شکل باشد در نصف محیط این شکل ضرب کنند آنچه حاصل شود مساحت باشد.^۱
مثالش: بجدح و کثیرةالاضلاع و در داخلش دایره، مساحت این شکل از ضرب^۲ نصف قطر دایره باشد در نصف محیط شکل [شکل ۱۲].^۳



[شکل ۱۲]

باب هشتم: در ذکر مساحت بر سبیل تقریب

[۱۴] طریق تقریب در اشکال ذوات الاربعة الاضلاع آن است که نصف مجموع دو ضلع متقابل^۴ در نصف مجموع دو ضلع دیگر ضرب کنند، آنچه حاصل شود مساحت آن شکل باشد بر سبیل تقریب.^۵

۱. برای محاسبه مساحت چندضلعی های نامنتظم دستور تبدیل به چندین مثلث و برای چندضلعی های منتظم دستور حاصلضرب شعاع دایره محاطی در نصف محیط عرضه شده است.

۲. + از

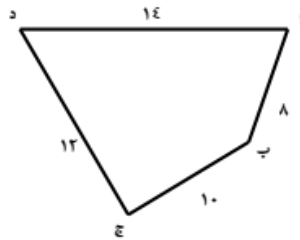
۳. این شکل در نسخه اشتباه رسم شده است.

۴. نسخه: مثقال

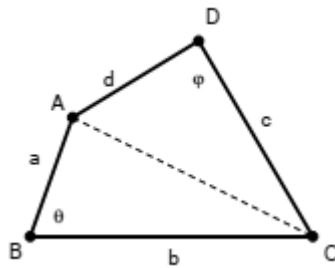
۵. در واقع دستور کلی زیر برای محاسبه مساحت به کار رفته است:

$$S = \left(\frac{a+c}{2} \right) \left(\frac{b+d}{2} \right)$$

مثالش: ابجد شکل ذو اربعة الاضلاع است، ضلع اب هشت گز و ضلع ج د دوازده گز و ضلع اد چهارده گز و ضلع اب هشت گز^۱، ضلع جمع باید کرد: اد با ضلع ب ج^۲ بیست و چهار بود، نصفش بگیرد دوازده بود، محفوظ دارند. باز جمع باید کرد میان اب و ج د بیست بود، نصفش بگیرد ده^۳ باشد، این ده را در دوازده ضرب کنند صد و بیست باشد، که مساحت ابجد است تقریباً [شکل ۱۳].^۴



[شکل ۱۳]



از لحاظ ریاضی دستور بالا مساحت دقیق را تنها در باره مستطیلها (از جمله مربع) می دهد و در همه موارد دیگر نتیجه بزرگتری می دهد، زیرا (می دانیم $|\sin\theta| \leq 1$)

$$ab + cd \geq ab\sin\theta + cd\sin\phi$$

$$ab + cd \geq 2S_{\Delta ABC} + 2S_{\Delta ACD}$$

$$ab + cd \geq 2S_{ABCD}$$

و به طور مشابه $bc + ad \geq 2S_{ABCD}$.

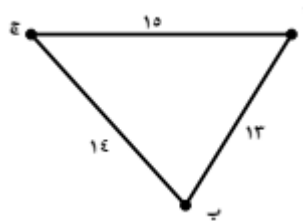
۱. نسخه: - و ضلع اب هشت گز

۲. نسخه: کرد تا ضلع بد

۳. نسخه: - ده

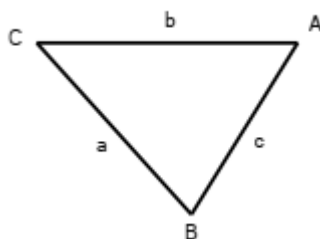
۴. شکل نسخه تصحیح شده است.

[۱۵] و اما در مثلثات طریق مساحت آن بر سبیل تقریب بر آن وجه باشد که یکی از اضلاع او را قاعده سازند و نصف دو ضلع دیگر در نصف قاعده ضرب کنند، آنچه حاصل شود مساحت مثلث باشد تقریباً. $۶۹/۰۶$ مثلاً مثلث مختلف الاضلاع اب ج ضلع اب سیزده گز و قاعده چهارده گز و ج ا پانزده گز. ضلع اج در ضلع اب جمع باید کرد، بیست و هشت باشد. نصفش بگیرند چهارده بود و نصف قاعده نیز بگیریم هفت، چهارده در هفت ضرب کردیم نود و هشت باشد، آن مساحت مثلث اب ج باشد تقریباً والله اعلم [شکل ۱۴] / ۶۹ پ/.



[شکل ۱۴]

۱.



$$S = \left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \frac{c}{2}$$

این دستور همان دستور مساحت تقریبی چهارضلعی منتظم با $d = 0$ است، مساحت به دست آمده همیشه بیش از مساحت واقعی است، به علاوه نتیجه یکتا نیست، زیرا می توان دستورهای $S = \left(\frac{a+c}{2}\right) \cdot \frac{b}{2}$ و یا $S = \left(\frac{c+b}{2}\right) \cdot \frac{a}{2}$ را بر همان اساس برای محاسبه مساحت مثلث نوشت.

پیوست ۲

جدول ۱. فهرست محتوای مشابه رساله‌های کتاب مساحت (۷۰پ-۸۹پ) مجموعه پاریس ۷۷۲، لب الحساب و غنیة الحساب

شماره برگه	غنیة الحساب	شماره برگه	لب الحساب	شماره برگه	رساله هندسه پاریس
۸۳ر	کتاب مساحت	۱۱۱ر	قسم چهارم در مساحت و انواع آن	۷۰پ	مقدمه
۸۳ر	اما آلات المساحة	۱۱۱ر	ف۱- در معرفه آلات مساحت	۷۰پ	معرفت آلات مساحت
۸۴ر	ف- فی المساحة یحصل بضرب هذه الالات	۱۱۱ر	ف۲- در ضرب این مراتب بعضی در بعضی	۷۰پ	ف- بدان که حال آید مساحت به ضرب آن آلات ...
۸۴پ	ف- الاصل الثاني فی الاشکال و ما ترکبت منه	۱۱۱پ	ف۳- در اشکال و آنچه ترکیب می‌کنند از وی	۷۰پ	ف- در اصل ثانی در اشکال و آنچه ترکیب کنند از وی
۸۵پ- ۸۶ر	ف- و اما الاشکال المسطحات ب- مساحت المربعات	۱۱۲پ	ف۴- در مساحت مربعات	۷۱پ	ب- مساحت مربعات
۸۷ر	ف- و اما المربع المختلف الزوايا	۱۱۳ر	اما مربع مختلف الزوايا	۷۲ر	ف- و اما مربع مختلف الزوايا
۸۹ر	ب- مساحة المنحرفات	۱۱۴ر	اما منحرفات	۷۲پ	ف- در مساحت منحرفات
۹۲ر	ف- فیما یختلف اضلاعه او بعضها و لم یظهر له زنقة	۱۱۵پ	اما آنچه مختلف الاضلاع بود با بعضی و ظاهر نباشد زنقه چون زنقه منحرفات اول	۷۴ر	ف- در آنچه مختلف الاضلاع بود با بعضی و ظاهر نباشد زنقه او چون زنقه منحرفات مقدم

شماره برگه	غنیة الحساب	شماره برگه	لبّ الحساب	شماره برگه	رساله هندسه پاریس
۹۳ر	ف- فی مساحة التنوری و هو من المنحرفات	۱۱۶ر	اما شکل تنوری و آن از منحرفات است	۷۴ر	ف- در تنوری و آن از منحرفات است
۹۳پ	ف- فی مساحة الشكل معروف بقاتل قشا	۱۱۶پ	اما شکلی که معروف است به قاتل قشا	۷۴پ	ف- در شکل که معروف است به قاتل قشا
۹۵ر	ف- فی مساحة المدرج	۱۱۷پ	اما در مدرج و آن از مربعات مختلف العرض است	۷۵ر	ف- در مدرج و آن از مربعات مختلف العرض است
۹۶ر	باب مساحة المطبلات	۱۱۷پ	اما مطبلات	۷۵پ	ف- در مطبلات
۹۷پ	باب مساحة ذوات الاضلاع الكثيرة	۹۲پ	ف۹- در مساحة ذوات اضلاع كثيرة	۷۶ر	باب- مساحت ذوی الاضلاع كثيرة
۹۹ر	باب مساحة المثلثات	۸۷ر	ف۸- در مساحت مثلثات	۷۷ر	باب- مساحة مثلثات
۹۹پ	ف- فی الحاد و هو ثلاثة اشكال	۸۷ر	اما مساحة حاد الزوايا	۷۷ر	ف- در حاد الزوايا
۱۰۲ر	ف- فی القائم الزاوية و هو شكلان	۸۸پ	اما مساحة قائم الزوايا	۷۸ر	ف- در قائم الزاوية
۱۰۴ر	ف- فی المنفرج الزاوية و هو شكلان	۸۹ر	و اما مساحة منفرج الزوايا	۷۸پ	ف- در منفرج الزوايا
۱۰۶پ	ف- فی مساحة المثلثات كلها على اختلافها طريق عام و يعرف بالطريق الرومي	۹۱ر	طريقي عام که مشهور است به طريق رومي	۸۰ر	ف- در مساحت مثلثات همه بر طريق عام که معروف است به طريق رومي
۱۰۷ر	فصل فی نوادر المثلثات: اذا قيل مثلث متساوي الساقين كل واحد منها عشرة ...	۹۱پ	چون مثلثی متساوی الساقین هر یکی از این عشره ... بود	۸۰ر	ف- در نوادر مثلثات: چون مثلثی متساوی الساقین هر یکی از این عشره ... بود
۱۰۷پ	ب- مساحة الدایره	۱۱۹ر	در مساحت دایره	۸۰ر	ب- مساحت دایره

در باره سه رساله هندسی فارسی... / ۴۷۹

شماره برگه	غنیة الحساب	شماره برگه	لب الحساب	شماره برگه	رساله هندسه پاریس
۱۰۹ر	ف- فی النواذر	۱۲۷ر	ف۷- در نواذر مساحة دایره و قسی و شکل بیضی و غیر آن	۸۰پ	ف- در دایره
۱۰۹پ	ف- فی مساحة قطاع الدایرة	۱۲۸ر	در مساحت قطاع	۸۱ر	ف- در قطاع
۱۱۰پ	ب- مساحة القسی	۱۲۸پ	[مساحت قسی]	۸۱پ	ب- در مساحت قسی
۱۱۳ر	ف- و اذا کان المدور مستطیلاً و هو الذی یسمى البیضی	۱۲۲ر	[مساحت بیضی]	۸۲پ	ف- در مساحت مدوری مستطیل و این را بیضی خوانند
۱۱۴پ ۱۱۵پ	باب مساحة الاراضی ب- قسمة الاراضی بین الشرکاء علی التساوی بینهم او علی التفاضل هی مثل المتساوی الانصباء	۹۵پ	ف۱۰- در نواذر مساحة و قسمت اراضی بین الشرکاء	۸۳ر ۸۳پ	ف- چون خواهی زمینی را مساحت کنی ... ب- قسمة الاراضی بین الشرکا
۱۱۸پ	باب استدراک الغلط فی المساحة	۱۲۹پ	ف۱۲- در نواذر مساحة و استدراک غلط	-	-
۱۱۷پ	ف- و ان عالت الأنصباء فخذها من المخرج ...	۹۷پ	مثال عول: چون زمینی طول او ۲۰ یود و عرض ۱۶	۸۴پ	فصل- و اگر انصباء عول کنی ...
۱۲۰پ	ب- فی نواذر المساحة	۱۳۰ر	در نواذر مساحت	-	-
۱۲۱پ	باب مساحة المجسمات	۹۸پ	ف۱۱- در مساحة مجسمات	۸۵ر	باب مساحت مجسم
۱۲۲ر	باب مساحة المكعب و غیره	۹۹ر	مساحة مکعب و غیر آن	۸۵پ	ف- در مساحت مکعب و غیره

۴۸۰ / تاریخ علم، دوره ۱۸، شماره ۲، پاییز و زمستان ۱۳۹۹

شماره برگه	غنیة الحساب	شماره برگه	لبّ الحساب	شماره برگه	رساله هندسه پاریس
۱۲۳ر	باب مساحة القسم الثانی و هو مختلف الابعاد	۹۹پ	ثانی مساحة مختلف الابعاد	۸۶ر	ف- در قسم ثانی و آن مختلف الابعاد بود
۱۲۵ر	باب المساحة المخروطین التام والناقص	۱۰۰ر	مساحت مخروطات	۸۶پ ۸۷ر	فصل- چون اسطوانة مدور ف- در مخروط تام
۱۲۶ر	فصل فی مساحة المخروط الناقص	۱۰۱پ	مخروط ناقص	۸۷ر	ف- در مخروط ناقص
۱۲۷پ	باب مساحة الكرة	۱۰۲پ	مساحت کره	۸۸ر	ف- در مساحت کره
۱۲۸پ	ف- فی مساحة القبة المجوفة	۱۰۳ر	در مساحت قبة مجوفه	۸۸پ	ف- در مساحت قبة مجوفه
۱۲۹ر	باب مساحة الازاج والطیقان	۱۰۳پ	مساحة آزاج و طیقان	۸۸پ	ف- در مساحت آزاج و طیقان
-	-	-	-	۸۹ر	خاتمه- بدانکه اقلیدس قسمت کردا خطوط ...

۱. این بخش ترجمه فارسی بابی از کتاب البدیع فی الحساب (۲۹) اثر کرجی است.

در باره سه رساله هندسی فارسی... / ۴۸۱

جدول ۲. فهرست محتوای مشابه رساله‌های در اصلاح اهل مساحت (۹۰پ- ۱۰۰)
مجموعه پاریس ۷۷۲، لب الحساب و منازل السبع

شماره برگه	نسخه پاریس	شماره برگه	لب الحساب	شماره صفحه	منازل السبع
۹۰پ	اندازه گیری مساحت و ضرب این مراتب	۱۱۱ر	در معرفت آلات مساحت- در ضرب این مراتب بعضی در بعضی	۲۰۵	فی الالفاظ والاذرع المستعملة فی المساحة و ضربها بعضها فی بعض
۹۱ر	در مساحت دایره	۱۱۹ر	در مساحت دایره	۲۲۲	فصل فی مساحة الدایره
۹۲ر	در مساحت قطع دوائر	۱۲۳پ	ف۶- در مساحة قطع دایره	۲۲۸	فی مساحة قطع الدوائر
۹۲پ	[عمل به جدول]	۱۲۳پ	عمل به جدول	۲۳۰	العمل بالجدول
۹۴پ	در مساحت مثلث	۸۷ر	در مساحت مثلثات	۲۳۴	در مساحت مثلثات
۹۷ر	در معرفت عمود جميع ملثات بطریق واحد	۹۲ر	معرفت عمود جميع مثلثات بطریق واحد	۲۴۴	معرفه عمود جميع مثلثات بطریقه واحدة
۹۷پ	در مساحت مربعات	۱۱۲پ	در مساحت مربعات	۲۴۷	در مساحت مربعات
۹۷پ	در مساحت منحرفات	۱۱۴ر	اما منحرفات	۲۵۱	در مساحت منحرفات
۹۸ر	در مساحت ذوات اضلاع كثیرة	۹۲پ	ف۹- در مساحت ذوات اضلاع كثیره	۲۵۴	فی مساحة ذوات الاضلاع الكثیرة و غيرها من الاشكال المركبة
۹۹ر	طریق استخراج قطر كه ارشمیدس بیرون آورده	۹۳ر	طریق استخراج قطر كه ارشمیدس بیرون آورده است	۲۵۶	فی معرفه اضلاع الاشكال من قطر الدائرة
۹۹پ	مثال مسدسی.. -	۹۴ر ۹۴پ	اما مساحت مسدس	۲۵۷	فی مساحة المسدسات و غيرها

۴۸۲ / تاریخ علم، دوره ۱۸، شماره ۲، پاییز و زمستان ۱۳۹۹

شماره برگه	نسخه پاریس	شماره برگه	لب الحساب	شماره صفحه	منازل السبع
		۹۴ پ	مساحت مسدس به طریقی آخر مساحت مسبع		- -
۹۹ پ	بیضی- هلالی- اخمصی- کره	۱۲۲ ر	در مساحت شکل هلالی	۲۶۰	مساحة الشكل الهلالی

منابع

- ابن حنبلی، محمد بن ابراهیم. مخائل الملاحه فی مسائل المساحة. نسخه خطی شماره ۲۴۷۴. کتابخانه ملی پاریس.
- احمد بن ثبات همامی واسطی. غنیة الحسَاب فی علم الحساب، نسخه خطی شماره ۶۲۴۸. کتابخانه مجلس شورای اسلامی.
- بغدادی، ابو منصور. (۱۳۴۷ش). الايضاح عن اصول صناعة المساح، ترجمه ابو الفتوح اصفهانی. مقدمه احمد گلچین معانی. چاپ عکسی. تهران: انتشارات بنیاد فرهنگ ایران.
- بوزجانی، ابوالوفا. (۱۹۷۱م). «المنازل السبع مع مقدمة و دراسة بالمقارنة بكتاب الکافی فی الحساب لابى بکر الکرجى الحاسب». تاریخ علم الحساب العربی. احمد سلیم سعیدان.
- بیرونی. ابوریحان. (۱۳۶۷ش). التفهیم لاوائل صناعه التنجیم. به تصحیح جلال الدین همایی. تهران: مؤسسه نشر هما.
- دانش پژوه. محمد تقی. جزوه نمایشگاه نسخ خطی کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران.
- دانش پژوه. محمد تقی. (۱۳۳۹ش). فهرست کتب خطی دانشگاه تهران. ج ۱۵.
- دانش پژوه. محمد تقی. «آشنایی با دو کتاب ریاضی فارسی». راهنمای کتاب. سال ششم. شماره های ۱۰ و ۱۱.
- دانش پژوه. محمد تقی. (۱۳۴۸ش). فهرست میکروفیلم های کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران، جلد اول. تهران.
- روشن، محمد، جواد مقصود همدانی، پرویز اذکائی. (۱۳۵۳ش). فهرست نسخه های خطی کتابخانه های رشت و همدان، تهران.
- زرکلی دمشقی، خیرالدین. (۲۰۰۲م). الأعلام قاموس تراجم. چاپ یازدهم. بیروت: دارالعلم للملایین.
- شرف الدین علی یزدی. عقد انامل، نسخه خطی شماره ۸۴۹۸ (ص ۱۷۷-۱۸۰). کتابخانه مجلس شورای اسلامی.
- طبری. محمد بن ایوب. (۱۳۴۹ش). مفتاح المعاملات. به کوشش محمد امین ریاحی. چاپ اول. تهران: انتشارات بنیاد فرهنگ ایران.
- علی بن یوسف علی منشی. لب الحساب، نسخه خطی شماره ۵۲۱۳. کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران.
- غلامی، یدالله. (۱۳۷۳ش). «احمد بن ثبات». دایرة المعارف بزرگ اسلامی. ج ۶. تهران: ص ۷۰۹.
- قربانی، ابوالقاسم. (۱۳۶۵ش). زندگی نامه ریاضی دانان دوره اسلامی. تهران: مرکز نشر دانشگاهی.
- قسطنط بن لوقا بعلبکی. فی برهان علی عمل حساب الخطأین. نسخه خطی شماره ۱۳۹۳. کتابخانه و موزه ملی ملک.

در باره سه رساله هندسی فارسی.../ ۴۸۵

کاوه یزدی، محمد مهدی. (۱۳۹۸ ش). «بررسی محتویات نسخه ۱۶۹ فارسی کتابخانه ملی پاریس»، دو فصلنامه میراث علمی اسلام و ایران، شماره ۱۶، ص ۱۴۸-۱۸۵.
کحالة، عمر. (۱۴۰۸ ق). معجم المؤلفین. بیروت: مکتبة المثنی، دار احیاء التراث العربی.
کرامتی، یونس. (۱۳۷۸ ش). «ابواسحاق کوبنانی». دایرة المعارف بزرگ اسلامی. ج ۵. تهران. ص ۱۷۳-۱۷۵.

کرجی، ابوبکر محمد بن حسن. (۱۹۶۴ م). البدیع فی الحساب. تحقیق: عادل انبویا. منشورات الجامعة اللبنانیة.

کرجی، ابوبکر محمد بن حسن. (۱۹۸۶ م). الکافی فی الحساب. تحقیق: سامی شلهوب. جامعة حلب، معهد التراث العلمی العربی.

کوبنانی، ابواسحاق. شرح شمسیة الحساب. نسخه خطی شماره ۱۷۰۱۲. کتابخانه آستان قدس رضوی.

مجموعه ۷۷۲ کتابخانه ملی پاریس.

نصیرالدین طوسی. بیست باب در اسطرلاب. نسخه خطی شماره ۲۵۲۰۴۰. کتابخانه مجلس شورای اسلامی.

هروی هیوی، محمود. مختصر در علم حساب. نسخه خطی شماره ۱۳۹۳.۰۴.۰۵.۳۱/۰۱. کتابخانه و موزه ملی ملک.

Bloch, Edgar. (1905) ed. *Catalogue des manuscrits persans: nos. 721-1160*. vol. 2. Imprimerie nationale.

Gülru Necipoğlu, and Carol Bier. (2017). *The Arts of Ornamental Geometry (A Persian Compendium on similar and Complementary Interlocking Figures)*. Brill.

R. C. Gupta. (2002). "Cultural Unity of An Ancient Mathematics: the example of the Surveyor's Rule." *HPM (History and Pedagogy of Mathematics) Newsletter*. No. 50. pp 2-3.

Richard, Francis. (1989). *Catalogue des manuscrits persans*. vol. 1, Ancien fonds. Paris: Bibliothèque nationale de France.