

## مدل سازی و بهینه سازی آزمایش های پروفایل

### پاسخ به کمک مدل های خطی تعمیم یافته

رسول نورالسنا<sup>۱\*</sup>، فرهاد پژوهیان<sup>۲</sup>

۱. استاد دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۲. کارشناسی ارشد دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

(تاریخ دریافت: ۱۵/۰۹/۹۶، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده: ۱۶/۰۷/۹۷، تاریخ تصویب: ۱۷/۰۱/۹۸)

#### چکیده

طراحی آزمایش ها ابزاری مهم برای بهبود کیفیت محصول یا فرایند است. هدف کلی از آزمایش طراحی شده، دسترسی به مقدار بهینه داده های مشاهده شده خروجی با تغییر در عامل های ورودی به یک سیستم است. در بیشتر آزمایش های صنعتی، یک متغیر پاسخ متوالی در فضای داده ها مشاهده می شود. ساختار هم بستگی پروفایل خروجی ممکن است به برآوردهای گمراه کننده در ضرایب رگرسیونی منجر شود. در این مقاله، از روشی کیفی برای مدل سازی و بهینه سازی آزمایش های پروفایل پاسخ به کمک مدل های خطی تعمیم یافته استفاده شد. در مرحله اول، به منزله مطالعه طولی در آزمایش پروفایل پاسخ، مدل خطی تعمیم یافته برای مدل سازی تعیین شد. در مرحله دوم نیز تنظیم بهینه عامل های کنترل با استفاده از روش تابع مطلوبیت صورت گرفت که منجر به فرارگیری هم زمان پاسخ های چندگانه در مقادیر اسمی شد. کارایی روش پیشنهادی برای مثالی از ادبیات موضوع، نشان دهنده پیشرفت در تحلیل آزمایش های پروفایل پاسخ است.

واژه های کلیدی: پاسخ پروفایلی، تابع مطلوبیت، داده های طولی، مدل های خطی تعمیم یافته.

#### مقدمه

اغتشاش غیرحساس باشد. در بسیاری از مطالعه های طرح استوار، برآورد اثرها و بهینه سازی عملکرد سیستم مدنظر بر دامنه ای از مقادیر ورودی-خروجی مورد نیاز قرار دارد. در ادبیات موضوعی طراحی پارامتر استوار، این نوع پاسخ ها معمولاً ویژگی های پویا و ورودی، عامل سیگنال نامیده می شود [۴]. بسیاری از مسائل مهندسی در این مقوله قرار می گیرند و ممکن است این نوع سیستم ها، سیستم های سیگنال پاسخ نامیده شوند. برای تحلیل این داده ها روش های متنوعی وجود دارد که انتخاب روش مناسب به طرح استفاده شده و داده های موجود وابسته است [۵].

در طراحی آزمایش ها، عبارت «پروفایل» کمتر ذکر شده است؛ در حالی که مفهوم پروفایل داده ها به طور گسترده در کنترل فرایند آماری بیان می شود [۴]. در این کنترل، تجزیه و تحلیل داده هایی که شکل تابعی دارند «پایش پروفایل» نامیده می شود که عبارت است از بیان کیفیت محصول یا عملکرد فرایند تحت مطالعه با استفاده از رابطه خطی یا غیرخطی میان یک متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر مستقل [۶]. مدل سازی و تحلیل ارتباط پاسخ های

روش های متنوعی از طراحی آزمایش متناسب با شرایط مختلف کاربردی وجود دارند. از این میان، طرح عاملی اساسی ترین روش برای یافتن عوامل تأثیرگذار بر داده های آزمایش موجود با استفاده از آنالیز واریانس است [۱]. میلر و وو در دهه ۱۹۸۰، مفهوم استواری را در طراحی آزمایش ها معرفی و عامل های مؤثر بر فرایند را به دو گروه کنترل و اغتشاش تقسیم کردند [۲]. هرچند مسئله اصلی طراحی آزمایش استوار به یک متغیر پاسخ توجه دارد، آزمایش هایی با پاسخ چندمتغیره مانند پاسخ پروفایلی یا هندسی شکل نیز در کاربردهای صنعتی مشاهده می شوند [۳]. در بسیاری از فرایندهای صنعتی، رفتاری پویا مشاهده می شود. درحقیقت، بسیاری از این فرایندها پایدار هستند و شرایط کنترل آماری را نشان نمی دهند. به طور خاص، هم بستگی پاسخ ها در فرایندهای صنعتی مشهود است و پویایی فرایند موجب انتشار آشفتگی می شود. هدف از طراحی پارامتر استوار، انتخاب سطوحی از عامل های کنترل است که عملکرد سیستم در مقایسه با تغییر در عامل

پارامتری دومرحله‌ای برای مدل‌سازی آزمایش سیگنال پاسخ استفاده کردند. در این روش، با عامل‌های اغتشاش مانند عامل‌های کنترل طرح رفتار می‌شود و مطالعه پراکندگی اثرها با در نظر گرفتن اثر متقابل کنترل-اغتشاش صورت می‌گیرد. گوپتا و همکاران [۱۲] در تجزیه و تحلیل آزمایش‌های پروفایل پاسخ، از مدل‌های آمیخته خطی تعمیم یافته استفاده کردند. در این روش، طراحی پارامتر استوار با پاسخ پروفایلی به عنوان طرح کرت‌های خردشده در نظر گرفته شد. دل کاستیلو و همکاران [۱۳] روش سلسله‌مراتبی آمیخته را برای مسئله طراحی پارامتر استوار در آزمایش‌های پروفایل پاسخ معرفی کردند. در این روش، به منظور برآورد پارامترهای مدل از روش نمونه‌گیری گیبز استفاده شد. همچنین ونهتل و همکاران [۱۴] از تحلیل مداخله به کمک مدل‌های تابع انتقال-اغتشاش برای تعیین زمان انتقال در فرایندهای پویا استفاده کردند. استورم و همکاران [۱۵] نیز در آزمایش‌هایی با پاسخ پویا روش رویه پاسخ را به کار بردند. الشیرایده و همکاران [۱۶] از روش فضایی-زمانی به منظور مدل‌سازی آزمایش‌های پروفایل پاسخ استفاده کردند. در این روش، دو عامل «فضایی» و «زمانی» به ترتیب به فضای عامل طرح (فضای  $X$ ) و فضای عامل اندازه‌گیری (فضای  $S$ ) اشاره می‌کنند. در مدل پیشنهادی، استخراج برآورد پارامترها در یک فرم بسته سخت یا حتی غیرممکن است؛ بنابراین برای برآورد پارامترها از توزیع پسین، از الگوریتم متروپلیس-هستینگز استفاده شد. چوی و همکاران [۱۷] از روش کریجینگ برای مدل‌سازی و بهینه‌سازی پاسخ تابعی استفاده کردند. در این روش پیشنهادی، به منظور مقایسه مدل پاسخ تابعی و منحنی هدف از روش انتگرال استفاده شد.

در زمینه بهینه‌سازی پاسخ‌های چندگانه می‌توان به پژوهش‌های درینگر [۱۸]، مایرز و مونت‌گومری [۱۹]، رودیه و همکاران [۲۰]، لی و همکاران [۲۱] و اگوپول و همکاران [۲۲] اشاره کرد که دربرگیرنده روش تابع مطلوبیت هستند.

روش‌های مبتنی بر آمار بیز که دل کاستیلو و همکاران و الشیرایده و همکاران مطرح کردند، به شرایط خاص طرح و فرض نرمال بودن توزیع متغیر پاسخ محدود هستند. تحلیل آزمایش‌های پروفایل پاسخ، نیازمند معرفی روشی است که

تابعی و متغیرهای هم‌بسته، تجزیه و تحلیل طولی نامیده می‌شود. به طور مشابه، در آمار زیستی رفتار افراد در طول زمان و متأثر از داروهای مختلف بررسی می‌شود [۷، ۴].

نیر و همکاران طراحی دینامی الکتریکی را به عنوان مثالی از آزمایش پروفایل پاسخ مطالعه کردند [۸]. پاسخ این آزمایش شدت جریان تولیدشده در سرعت‌های چرخشی مختلف دینام الکتریکی بود. آزمایش شامل هشت عامل کنترل و دو عامل اغتشاش بود و شدت جریان الکتریکی در هفت مقدار متفاوت دور بر دقیقه اندازه‌گیری شد.

گوانترتز و نوئل [۹] آزمایشی را مطالعه کردند که در آن ۲۵ پروفایل از مدول‌های الاستیک قطعه‌های خام (محصولات قبل از عملیات پخت) در فرایند قالب‌گیری تزریقی فلز مشاهده شد. این مدول‌ها در ۷۰۱ دما (مکان) در محدوده ۱۰-۸۰ درجه سانتی‌گراد اندازه‌گیری شدند. این آزمایش شامل دو عامل قابل کنترل  $X_1$  (در پنج سطح) و  $X_2$  (در چهار سطح) بود.

کونت و روداک [۱۰] فرایند پاشش حرارتی را مطالعه کردند. از فناوری پاشش حرارتی می‌توان برای اعمال پوشش ترکیبی بر یک سطح به منظور پیشگیری از آثار مخرب ذره‌های معلق (برای حفاظت از سایش و افزایش دوام وسایل پزشکی و...) استفاده کرد. هدف از این کار کنترل فرایند به کمک تشخیص ویژگی‌های ذره‌های معلق است؛ بنابراین مدل‌سازی ارتباط میان پارامترهای قابل کنترل طرح و ویژگی‌های ذره‌های معلق مورد نظر است. این طرح شامل ۳۰ اجرا و چهار عامل کنترل آزمایش، هریک در پنج سطح است. دو ویژگی سرعت و دمای ذره‌های معلق نیز پاسخ‌های آزمایش هستند.

در زمینه‌های مرتبط با مدل‌سازی و بهینه‌سازی آزمایش‌های پروفایل پاسخ، تاگوچی [۱۱] در دهه ۱۹۸۰ نسبت پیام به بی‌نظمی ( $S/N$ ) را برای مطالعه طرح استوار با ویژگی‌های پویا معرفی کرد. میلر و وو [۲] نیز ضمن دسته‌بندی سیستم‌های سیگنال پاسخ به دو دسته اندازه‌گیری و چندهدفه، دو روش مدل‌سازی شاخص عملکرد و مدل‌سازی تابع پاسخ را معرفی کردند. روش تاگوچی حالت خاصی از روش مدل‌سازی شاخص عملکرد محسوب می‌شود. همچنین نیر و همکاران [۸] از مدل

مقطعی وجود دارد؛ یعنی برای رسیدن به توانی مشخص در داده‌های طولی به تعداد واحدهای آزمایشی کمتری در نمونه نیاز است. همچنین با اندازه‌گیری‌های مکرر، علاوه‌بر تغییرهای بین پروفایلی، امکان دسترسی به تغییرهای درون پروفایلی نیز در طول زمان میسر می‌شود؛ درحالی‌که در مطالعه‌های مقطعی تنها تفاوت‌های بین پروفایلی قابل‌محاسبه است [۲۳]. حداقل بخشی از هر واحد اندازه‌گیری‌شده مشخص، شامل یک متغیر پاسخ وابسته به زمان در آن واحد است. این نوع تغییرهای تصادفی، ناشی از هم‌بستگی میان اندازه‌گیری‌های جفتی یک واحد است. این هم‌بستگی به اختلاف زمانی زوج‌های اندازه‌گیری‌شده بستگی دارد و معمولاً با افزایش فاصله زمانی کاهش می‌یابد [۲۴]. اگر  $N$  نمونه در مطالعه‌ای طولی وجود داشته باشد و برای  $i$  امین نمونه حاضر در مطالعه،  $n_i$  اندازه‌گیری در زمان‌های  $(t_1, \dots, t_{n_i})$  انجام شده باشد،  $j$  امین پاسخ برای واحد آزمایشی  $i$  ام به صورت  $y_{ij}$  نشان داده می‌شود؛ بنابراین بردار پاسخ برای واحد آزمایشی  $i$  ام به صورت  $Y_i' = (y_{i1}, \dots, y_{in_i})$  و متغیرهای کمکی برای واحد آزمایشی  $i$  ام به صورت  $X_i = (x_{ij1}, \dots, x_{ijn_i})$  نشان داده می‌شوند. هم‌بستگی ساختاری میان داده‌های هر نمونه از ماتریس واریانس-کوواریانس بردار متغیر پاسخ  $Y_i$  به صورت رابطه ۱ بیان می‌شود:

$$\text{cov} \begin{pmatrix} Y_{i1} \\ Y_{i2} \\ \vdots \\ Y_{in_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_{nn} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$= \begin{pmatrix} \text{var}(Y_{i1}) & \cdots & \text{cov}(Y_{i1}, Y_{in_i}) \\ \text{cov}(Y_{i1}, Y_{i2}) & \cdots & \text{cov}(Y_{i2}, Y_{in_i}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(Y_{in_i}, Y_{i2}) & \cdots & \text{var}(Y_{in_i}) \end{pmatrix}$$

هم‌بستگی میان اندازه‌های تکراری در مطالعه‌های طولی مثبت است و به‌ندرت به صفر می‌رسد؛ حتی اگر میان دو اندازه‌گیری سال‌ها فاصله باشد [۲۴].  
مدل‌های خطی تعمیم‌یافته (GLM<sub>s</sub>) رایج‌ترین شیوه تحلیل داده‌های طولی هستند که توزیع احتمالی متغیر پاسخ مدل رگرسیون خطی را به خانواده توزیع‌نمایی توسعه

از روش‌های موجود عمومی‌تر و انعطاف‌پذیرتر باشد [۱۶]، [۱۳]. در پژوهش حاضر، از مدل آمیخته خطی تعمیم‌یافته برای مدل‌سازی پاسخ پروفایلی استفاده شد. برآورد پارامترها نیز به کمک روش انعطاف‌پذیر درست‌نمایی سلسله‌مراتبی صورت گرفت. سپس تنظیم بهینه عامل‌های کنترل که منجر به قرارگرفتن هم‌زمان پاسخ‌های چندگانه در مقادیر هدف می‌شود، براساس مقادیر پیش‌بینی‌شده مدل و به‌کمک روش تابع مطلوبیت تعیین شد.

### مدل‌های خطی تعمیم‌یافته در مطالعه‌های طولی

جهت‌گیری پیشرفت فناوری به‌سوی روش‌های جدید، سریع و دقیق اندازه‌گیری است. نتیجه اندازه‌گیری متغیر تصادفی در چندین نقطه متوالی، داده‌های تابعی نامیده می‌شود. به عبارت دیگر نمونه  $\{x_1, \dots, x_n\}$  حاصل متغیر تابعی  $X$  در یک فاصله پیوسته، مجموعه داده‌های تابعی است [۷]. در مهندسی، معمولاً پاسخ‌های پروفایلی در فرکانس بالا نمونه برداری می‌شوند؛ بنابراین طبیعی است مقدار پاسخ‌های نمونه‌گیری‌شده در مکان‌های نزدیک، هم‌بسته باشند. به‌طور مشابه، زمانی که مقادیر اندازه‌گیری‌شده هر پروفایل با مقادیر اندازه‌گیری‌شده سایر پروفایل‌ها هم‌بسته باشند، هم‌بستگی بین پروفایلی مشاهده می‌شود. اگر هم‌بستگی درون پروفایلی یا هم‌بستگی بین پروفایلی نادیده گرفته شود، برآورد پارامترهای مدل کارایی ندارد و در نتیجه از دقت پیش‌بینی کاسته می‌شود [۶].

زمینه مرتبط با تحلیل داده‌های تابعی در ادبیات آمار، مطالعه‌های طولی است. ویژگی تعریف‌کننده داده‌های طولی اندازه‌گیری‌های مکرری است که از یک واحد آزمایشی در طول زمان گرفته می‌شود. داده‌های طولی در مقابل داده‌های مقطعی قرار دارند که از هر پاسخ تنها یک اندازه‌گیری در یک مقطع زمانی در دسترس است. هدف از جمع‌آوری داده‌های طولی، دستیابی به تغییرهای پاسخ در طول زمان و یافتن عوامل تغییردهنده پاسخ است [۲۳، ۲۴].

باید توجه داشت مطالعه‌هایی که منجر به تولید داده‌های طولی می‌شوند، از مطالعه‌های مقطعی برتر هستند. در داده‌های طولی به‌دلیل هم‌بستگی در مشاهده‌های یک واحد آزمایشی، توان بیشتری در داده‌های

### درست‌نمایی سلسله‌مراتبی

رویکرد حداکثر درست‌نمایی برای استنباط در یک کلاس از مدل‌ها شامل دو نوع متغیر مشاهده‌پذیر (داده‌ها) و پارامترهای ثابت مجهول است. حضور اثرهای تصادفی در مدل‌های آمیخته خطی تعمیم‌یافته برآورد را پیچیده می‌کند. اثرهای تصادفی داده‌هایی مشاهده‌ناپذیر هستند که باید از توزیع توأم تابع درست‌نمایی خارج شوند تا درست‌نمایی حاشیه‌ای که تنها بر داده‌های مشاهده‌پذیر مبتنی است حاصل شود. از نظر محاسباتی، خارج کردن اثرهای تصادفی از تابع درست‌نمایی همیشه امکان‌پذیر نیست. روش درست‌نمایی سلسله‌مراتبی برای برآزش مدل آمیخته خطی تعمیم‌یافته در طیف وسیعی از توزیع احتمالی تابع مفصل، از اثرهای تصادفی و متغیر پاسخ استفاده می‌شود [۲۹، ۳۰].

لی و نلدرد درست‌نمایی سلسله‌مراتبی را به شکل رابطه ۳ معرفی کردند:

$$h = h(y, b | \beta, \theta, \lambda) = \log f(y | b; \beta, \theta) + \log f(b; \lambda) \quad (3)$$

در رابطه ۳،  $f(b; \lambda)$  و  $f(y | b; \beta)$  به ترتیب نشان‌دهنده تابع چگالی شرطی اثرها و تابع چگالی  $b$  هستند. همچنین  $\beta$  اثرهای ثابت،  $\theta$  پارامتر پراکندگی توزیع شرطی  $b | y$  و  $\lambda$  پارامتر پراکندگی اثرهای تصادفی است.  $\theta$  نیز نشان‌دهنده واریانس مدل و  $\lambda$  نشان‌دهنده واریانس اثر تصادفی ( $\lambda = \sigma_e^2$ ) هستند. پیشگوی خطی در مدل سلسله‌مراتبی به شکل رابطه ۴ است:

$$\eta = g(\mu) = X\beta + Zv \quad (4)$$

که  $\hat{\beta}$  و  $\hat{b}$  برآوردهای حداکثر درست‌نمایی سلسله‌مراتبی نام دارند، به ترتیب به کمک  $\frac{\partial h}{\partial \beta} = 0$  و  $\frac{\partial h}{\partial b} = 0$  محاسبه می‌شوند. برآوردهای حداکثر درست‌نمایی سلسله‌مراتبی نسبت به تغییر در اثر تصادفی  $b$  ناوردا هستند؛ برای مثال به ازای تابع یکنوا  $v = v(b)$  معادله‌های  $\partial h / \partial v = 0$  و  $\partial h / \partial b = 0$  منجر به برآوردهای یکسانی از اثر تصادفی می‌شوند [۳۱].

مؤلفه‌های پراکندگی با ماکزیمم‌کردن پروفایل تعدیل‌شده h-likelihood به شکل رابطه ۵ برآورد می‌شوند:

$$h_p = \left( h + \frac{1}{2} \log |2\pi H^{-1}| \right)_{\beta=\hat{\beta}, b=\hat{b}} \quad (5)$$

می‌دهند و از روش حداکثر درست‌نمایی به منظور برآورد پارامترهای رگرسیونی استفاده می‌کنند [۲۵]. این مدل‌ها را که انعطاف‌پذیری بیشتری در خطاهای مدل رگرسیونی برای هر توزیع از خانواده‌نمایی فراهم می‌کنند، نخستین بار نلدرد و ودربورن [۲۶] معرفی کردند. بریسلو و کلایتون [۲۷] و ولفینگر و اوکنل [۲۸] این مدل‌ها را با رویکرد مدل آمیخته ترکیب کردند و به معرفی مدل‌های آمیخته خطی تعمیم‌یافته پرداختند.

مدل آمیخته خطی هم‌زمان شامل اثرهای ثابت و تصادفی است. فرض تلویحی در چنین مدل‌هایی این است که برآمدهای پاسخ به شرط اثرهای تصادفی مستقل و هم‌توزیع با توزیعی از خانواده‌نمایی هستند. منظور از اثرهای ثابت، آن دسته از ویژگی‌های جامعه است که میان تمام آزمودنی‌ها مشترک هستند و پارامترهای رگرسیونی با مقدار یکسان را برای همه آزمودنی‌ها مدنظر قرار می‌دهند؛ درحالی‌که اثرهای تصادفی از یک آزمودنی به آزمودنی دیگر متفاوت هستند و پارامترهای منحصربه‌فردی را برای هر آزمودنی در نظر می‌گیرند [۲۵]. در مدل خطی اثرهای تصادفی، پاسخ مورد نظر تابعی خطی از متغیرهای کمکی با ضرایب رگرسیونی است که می‌توانند به صورت تصادفی از یک آزمودنی به آزمودنی دیگر تغییر کنند؛ بدین معنی که آزمودنی‌ها می‌توانند تغییرهای زمانی منحصربه‌فردی را در طول زمان بر متغیر پاسخ اعمال کنند. این تغییرپذیری در ضرایب رگرسیونی، ناهمگنی ناشی از عوامل پنهان را در مدل منعکس می‌کند که در رابطه ۲ آمده است:

$$g(E(y_{ij} | b_i)) = \beta_0 + X'_{ij} + b_i + \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

که در آن  $g(E(y_{ij} | b_i))$  تابعی است که میانگین پاسخ به شرط اثر تصادفی در آزمودنی  $i$  و اندازه‌گیری  $j$  را به  $X_{ij}$  مرتبط می‌کند؛ به طوری که  $X_{ij}$  ماتریس عامل‌ها به‌عنوان متغیرهای کمکی،  $\beta$  بردار ضرایب،  $b_i$  اثر تصادفی مشاهده‌ناپذیر  $i$ ام و  $\varepsilon_{ij}$  جمله خطاست و معمولاً به صورت  $b_i \sim N(0, \sigma_b^2)$ ،  $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_e^2)$  فرض می‌شود؛ بنابراین در مدل آمیخته خطی، به شرط اثر تصادفی  $b_i$ ، برآمدهای  $y_{i1}, \dots, y_{in_i}$  مستقل و هم‌توزیع از یک توزیع خانواده‌نمایی هستند [۲۳، ۲۴].

$$D = (d_1(y_1)d_2(y_2)\cdots d_j(y_j))^{1/J} \quad (9)$$

که در آن  $J$  نشان‌دهنده تعداد پاسخ‌هاست. تنظیم بهینه پارامتر نیز به کمک ماکزیمم‌سازی  $D$  تعیین می‌شود [۱۹].

### روش پیشنهادی

$X = (x_c, x_n)$  را عامل‌های ورودی و  $f(x_i, t_j)$  را تابعی از تنظیم‌های این عامل‌ها در  $J$  آمین سطح یا مکان عامل زمانی و  $i$  آمین ترکیب تیماری از فضای طرح در نظر بگیرید. همچنین فرض می‌شود همه  $N$  پروفایل‌ها در  $J$  مکان اندازه‌گیری می‌شوند. سپس به عنوان مطالعه طولی در آزمایش‌های پروفایل پاسخ، متغیر پاسخ ترکیب تیماری  $i$  در  $J$  آمین مکان عامل زمانی همراه با  $K$  عامل کنترل و اغتشاش  $x_{ij1}, \dots, x_{ijk}$  به عنوان متغیرهای کمکی، به فرم  $y_{ijk}$  ثبت می‌شوند. مدل به فرم سلسله‌مراتبی نمایانده می‌شود؛ به طوری که در مرحله اول، اثرهای تصادفی و در مرحله دوم، اثرهای ثابت به عنوان متغیرهای کمکی وارد می‌شوند. با استفاده از مقایسه ضرایب آکائیکه، بهترین مدل خطی تعمیم‌یافته با اثرهای تصادفی انتخاب می‌شوند و برآورد پارامترهای رگرسیونی با استفاده از روش درست‌نمایی سلسله‌مراتبی صورت می‌گیرد. سپس براساس مقادیر برآوردشده متغیر پاسخ رگرسیونی، از روش تابع مطلوبیت برای بهینه‌سازی هم‌زمان پاسخ‌های آزمایش استفاده می‌شود. در تحلیل داده‌ها، متغیر پاسخ به کمک نرم‌افزار STATA به فرم طولی تبدیل می‌شود. مدل‌سازی داده‌های طولی نیز با استفاده از بسته hglm در نرم‌افزار R و بهینه‌سازی به کمک نرم‌افزار Minitab 14 صورت می‌گیرد.

### مثال کاربردی

نیر و همکاران اعتبارسنجی روش پیشنهادی بر مثال طراحی دینام الکتریکی ارائه‌شده را نشان دادند. پاسخ مورد نظر در این آزمایش، شدت جریان الکتریکی تولیدشده در سرعت‌های چرخشی مختلف دینام الکتریکی برحسب دور بر دقیقه (RPM) بود. آزمایش شامل هشت عامل کنترل  $(x_c)$  (همگی در سه سطح، به جز  $x_1$  که در دو سطح تغییر می‌کرد) و دو عامل اغتشاش  $x_9$  (در دو سطح) و  $x_{10}$  (در سه سطح) بود. طرح  $L_{18}$  تاگوچی با شش مرتبه تکرار

که در آن  $H$  ماتریس مشتق مرتبه دوم  $h$  نسبت به  $\beta = \hat{\beta}$  و  $b = \hat{b}$  است [۳۲].

### تابع مطلوبیت

روش تابع مطلوبیت مبتنی بر این ایده است که اگر ویژگی‌های کیفی یک محصول یا فرایند، خارج از محدوده مطلوب باشد، کیفیت محصول یا فرایند مورد نظر پذیرفته نیست. این روش، تنظیم بهینه عامل‌های ورودی را که به حداکثر مطلوبیت منجر می‌شود تعیین می‌کند. مقادیر پیش‌بینی‌شده پاسخ‌های چندگانه، به کمک سه نوع مطلوبیت مختلف برای سه معیار بهینگی (حداکثر، حداقل و مقدار اسمی) به مقادیری درون محدوده  $0/1$  تبدیل می‌شوند؛ بدین معنی که برای مقادیر پیش‌بینی‌شده پاسخ‌ها، هر ترکیب از عامل‌های ورودی با یک مطلوبیت منحصر به فرد متناظر است [۱۸]. اگر مطلوبیت متغیر پاسخ از نوع «مقدار اسمی بهتر» باشد، تابع مطلوبیت تکی به صورت رابطه ۶ است:

$$d(\hat{y}_i) = \begin{cases} \left( \frac{\hat{y}_i(X) - L_i}{T_i - L_i} \right), & L_i \leq \hat{y}_i(X) \leq T_i \\ \left( \frac{\hat{y}_i(X) - U_i}{T_i - U_i} \right), & T_i \leq \hat{y}_i(X) \leq U_i \end{cases} \quad (6)$$

اگر مطلوبیت متغیر پاسخ از نوع «بزرگ‌تر، بهتر» باشد، مطلوبیت تکی به صورت رابطه ۷ است:

$$d(\hat{y}_i) = \begin{cases} 0, & \hat{y}_i < L_i \\ \left( \frac{\hat{y}_i(X) - L_i}{T_i - L_i} \right)^s, & L_i \leq \hat{y}_i(X) \leq T_i \\ 1, & \hat{y}_i > T_i \end{cases} \quad (7)$$

اگر مطلوبیت متغیر پاسخ از نوع «کوچک‌تر، بهتر» باشد، مطلوبیت تکی به صورت رابطه ۸ است:

$$d(\hat{y}_i) = \begin{cases} 0, & \hat{y}_i > U_i \\ \left( \frac{\hat{y}_i(X) - U_i}{T_i - U_i} \right)^s, & T_i \leq \hat{y}_i(X) \leq U_i \\ 1, & \hat{y}_i < T_i \end{cases} \quad (8)$$

که در آن  $L_i$ ،  $T_i$  و  $U_i$  به ترتیب حد پایین، مقدار اسمی و حد بالای مشخصه کیفی  $y_i$  و  $s$ ،  $s_1$  و  $s_2$  مقادیر وزن بر مبنای هدف بهینه‌سازی هستند [۱۸]. میانگین هندسی مطلوبیت‌های تکی، به صورت رابطه ۹ مطلوبیت کلی را محاسبه می‌کند:

**جدول ۳. مقایسه مدل‌های خطی تعمیم‌یافته متناسب با داده‌های آزمایش طراحی دینام الکتریکی**

مدل برازش یافته	$y   b$	$g(.)$	$b$	$AIC_c$
مدل آمیخته خطی	گاوسی	همانی	گاوسی	۵۸۵۲/۴۹
Gamma	گاما	لگاریتم	گاوسی	۲۹۰۸۳/۶۹
GLMM				
Gamma	گاما	معکوس	گامای	۳۵۶۳۰/۳۷
Conjugate			معکوس	

**نتایج برازش مدل آمیخته خطی تعمیم یافته**

مدل آمیخته خطی تعمیم یافته با عرض از مبدأ تصادفی برای شدت جریان خروجی از دینام الکتریکی به صورت رابطه ۱۰ است:

$$y_{ijk} = \beta_0 + \sum_{k=1}^{10} \beta_k x_{ijk} + \sum_{k=11}^{22} \beta_k x_{ijk} t_j \quad (10)$$

$$+ \beta_{21} t_j + b_i + \varepsilon_{ijk}, i = 1, \dots, 108, j = 1, \dots, 7$$

به طوری که  $b \sim N(0, I\sigma_b^2)$  و  $\varepsilon \sim N(0, I\sigma_\varepsilon^2)$

**جدول ۴. برآورد اثرهای اصلی از روش درست‌نمایی سلسله‌مراتبی**

پارامتر	برآورد	std error	t-value	p-value
اثر ثابت	-۱۹۹/۷۶	۱۳/۶۳	-۸/۷۸	$2 \times 10^{-16}$
زمان	۵۰/۷۶	۱/۵۸	۳۱/۹۴	$2 \times 10^{-16}$
$x_1$	۲۸/۴۶	۳/۳۷	۸/۴۴	$2 \times 10^{-16}$
$x_2$	۳/۹۹	۲/۰۶	۱/۹۳	۰/۰۵
$x_3$	۵/۸۲	۲/۰۶	۲/۸۱	۰/۰۰۴۹۷
$x_4$	-۱۱/۱۵	۲/۰۶	-۵/۴۱	$۸/۶۹ \times 10^{-8}$
$x_5$	۴/۲۵	۲/۰۶	۲/۰۶	۰/۰۰۳۹۶۵
$x_6$	۲۲/۲۰	۲/۰۶	۱۰/۷۷	$2 \times 10^{-16}$
$x_7$	۰/۵۵	۳/۴۱	۰/۲۷	۰/۷۸
$x_8$	۵۱/۵۴	۲/۰۶	۲۴/۹۵	$2 \times 10^{-16}$
$x_9$	-۱۵/۸۶	۲/۰۶	-۴/۶۴	$۴/۱۵ \times 10^{-6}$
$x_{10}$	۱۷/۴۱	۲/۰۶	۸/۴۵	$2 \times 10^{-16}$
$x_1 \times t$	-۱۳/۲۰	۳/۴۱	-۳۳/۶۰	$2 \times 10^{-16}$
$x_2 \times t$	-۰/۱۹	۲/۰۶	-۰/۸۲	۰/۴۱
$x_3 \times t$	۰/۲۶	۰/۳۹	۱/۰۸	۰/۲۷
$x_4 \times t$	۰/۱۴	۰/۲۴	۰/۵۹	۰/۵۵
$x_5 \times t$	-۰/۷۲	۰/۲۴	-۲/۹۹	۰/۰۰۲۸
$x_6 \times t$	-۱/۶۳	۰/۲۴	-۶/۸۰	$۲/۳۶ \times 10^{-11}$
$x_7 \times t$	۰/۲۴	۰/۲۴	۱/۰۲	۰/۳۰
$x_8 \times t$	-۶/۱۷	۰/۲۴	-۲۵/۶۵	$2 \times 10^{-16}$
$x_9 \times t$	۲/۶۰	۰/۳۹	۶/۵۳	$۱/۲۷ \times 10^{-10}$
$x_{10} \times t$	-۱/۵۵	۰/۲۴	-۶/۴۶	$۱/۹۹ \times 10^{-10}$

صورت گرفت و شدت جریان الکتریکی در هفت مقدار RPM اندازه گیری شد. در جدول ۱، عامل‌های کنترل و اغتشاش آزمایش آمده است.

برای هر یک از هفت سطح دور بر دقیقه به عنوان عامل زمانی آزمایش، حدود مشخصات تعیین شد و مقدار هدف هر پروفایل، نقطه وسط حدود مشخصات در نظر گرفته شد. در جدول ۲، مقادیر اسمی پاسخ پروفایلی در سطوح مختلف عامل زمانی آمده است.

**جدول ۱. عامل‌های کنترل و اغتشاش آزمایش طراحی دینام الکتریکی**

عامل	تعداد سطوح
$x_1$ : دور سیم پیچ	۲
$x_2$ : ضخامت	۳
$x_3$ : قدرت	۳
$x_4$ : نسبت ضخامت گام ۱	۳
$x_5$ : نسبت ضخامت گام ۲	۳
$x_6$ : نسبت قطر	۳
$x_7$ : نسبت طول	۳
$x_8$ : قطر خارجی	۳
$x_9$ : پراکندگی شکاف هوایی	۲
$x_{10}$ : دما	۳

**جدول ۲. مقادیر اسمی پاسخ پروفایلی در سطوح مختلف عامل زمانی**

زمان	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$
مقدار اسمی	۱۵۵	۱۷۵	۱۸۵	۱۹۵	۲۰۵	۲۱۵	۲۱۵

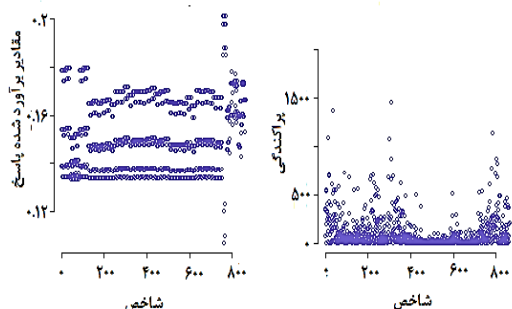
هدف آزمایش، تعیین تنظیم بهینه عامل‌های کنترل است که منجر به قرار گرفتن هم‌زمان پاسخ‌های چندگانه بر مقادیر اسمی می‌شود.

**انتخاب مدل مناسب برای برازش به داده‌ها**

سه مدل آمیخته خطی، آمیخته خطی تعمیم یافته گاما و مدل آمیخته خطی تعمیم یافته مزدوج با مشخصات نشان داده شده در جدول ۳ مقایسه شدند و مناسب‌ترین مدل انتخاب شد.

بر اساس مقایسه ضرایب آکائیکه، مدل آمیخته خطی با توزیع شرطی گاوسی متغیر پاسخ و تابع مفصل همسانی مناسب‌ترین مدل برای برازش به داده‌های آزمایش است.

با توجه به شکل ۲، نمودار مقادیر برازش یافته در برابر باقی‌مانده‌های استاندارد شده، نظم شدید کیفی شکل یا سینوسی شکل ندارد؛ بنابراین به‌طور شهودی فرض خطی بودن رابطه رگرسیونی به شرط اثر تصادفی پنهان تأیید می‌شود. در شکل ۳، فرض استقلال مشاهده‌ها به شرط اثر تصادفی پنهان آمده است.



شکل ۳. بررسی فرض استقلال پاسخ پروفایلی به شرط اثر تصادفی پنهان

مقادیر برازش یافته مدل رگرسیونی نظم خاصی از قبیل کیفی شکل یا سینوسی شکل شدید ندارند؛ بنابراین به شرط اثر تصادفی پنهان، مشاهده‌های پاسخ دو به دو مستقل و هم‌توزیع از خانواده‌ی نمایی هستند.

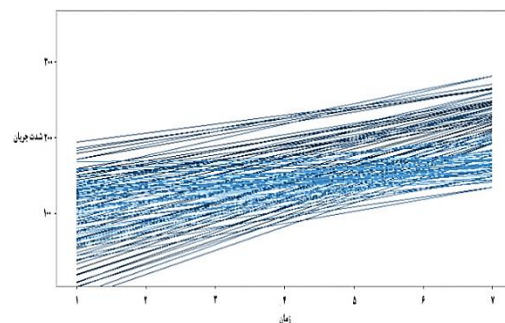
### تنظیم بهینه پارامتر

مقادیر برآورد شده پاسخ‌های رگرسیونی در هریک از سطوح عامل زمانی به‌عنوان بردارهای مستقل در نظر گرفته می‌شوند. در جدول ۵، تنظیم بهینه عامل‌های کنترل که منجر به قرار گرفتن هم‌زمان پاسخ‌های چندگانه بر مقادیر اسمی می‌شود، آمده است.

جدول ۵. تنظیم بهینه عامل‌های کنترل								
عامل	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
تنظیم بهینه	۰/۳	۰/۸	۱	-۰/۸	-۱	۰/۶	۰/۱	۰/۱
سطح بهینه	۰	۱	۱	-۱	-۱	۱	۰	۰

مقدار پیش‌بینی شده پاسخ‌های چندگانه و مطلوبیت متناظر با هر پاسخ، در جدول ۶ مشاهده می‌شود.

در این مدل، شدت جریان خروجی از ترکیب تیماری  $i$  ام در  $J$  مکان عامل زمانی اندازه‌گیری شده و  $K$  عامل تأثیرگذار به‌عنوان متغیرهای کمکی فرض می‌شوند. در جدول ۴، برآورد اثرهای اصلی مدل با استفاده از درست‌نمایی سلسله‌مراتبی آمده است. در شکل ۱، مقدار پیش‌بینی شده پاسخ آزمایش طراحی دینام الکتریکی آمده است.

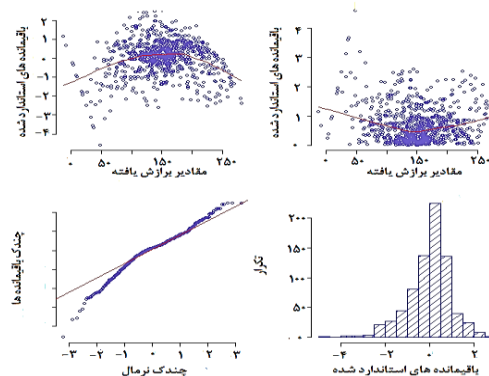


شکل ۱. مقدار پیش‌بینی شده پاسخ آزمایش از مدل آمیخته خطی تعمیم‌یافته

با توجه به شکل ۱، پروفایل پاسخ روندی صعودی دارد و با گذشت زمان (افزایش سرعت چرخشی)، مقدار شدت جریان خروجی از دینام الکتریکی افزایش می‌یابد.

### بررسی اعتبار فرض‌های مدل

در مدل آمیخته خطی تعمیم‌یافته فرض شد که به شرط اثر تصادفی پنهان  $b_i$ ، برآمدهای  $y_{ijk}$  دوه‌دو مستقل هستند و توزیعی از خانواده‌ی نمایی دارند. همچنین فرض شد میانگین مشاهده‌های پاسخ، به‌کمک تابع مفصل با مؤلفه سیستماتیک مرتبط است. در شکل ۲، فرض نرمال بودن باقی‌مانده‌های مدل به شرط اثر تصادفی مشاهده می‌شود.



شکل ۲. بررسی فرض خطی بودن ارتباط رگرسیونی به شرط اثر تصادفی پنهان

جدول ۸. برآورد اثرهای اصلی داده‌های شبیه‌سازی شده از روش درست‌نمایی سلسله‌مراتبی

پارامتر	برآورد	std error	t-value	p-value
اثر ثابت	۰/۹۵۶۱	۰/۰۳۹۳	۲۴/۳۳۱	$2 \times 10^{-16}$
زمان	۰/۰۰۲۵	۰/۰۰۰۰۸	۳۱/۳۲۷	$2 \times 10^{-16}$
$x_1$	۰/۰۰۰۷	۳/۰۰۲۸	۰/۲۵۴	$2 \times 10^{-16}$
$x_2$	-۰/۰۰۳۷	۰/۰۰۴۳	-۰/۸۶۴	$2 \times 10^{-16}$

### نتیجه‌گیری

هدف پژوهش حاضر نشان‌دادن کاربرد مدل‌های خطی تعمیم‌یافته در تحلیل آزمایش‌هایی با پاسخ پروفایلی بود. استفاده از روش درست‌نمایی سلسله‌مراتبی برای برآورد پارامترهای رگرسیونی در این پژوهش، از روش‌های قبلی عمومی‌تر و انعطاف‌پذیرتر است. در مقایسه با کارهای اخیر، مدل آمیخته خطی تعمیم‌یافته که گوپتا و همکاران ارائه دادند، به دلیل استفاده از روش درست‌نمایی مقید، و روش‌های مدل بیزی اثرهای آمیخته و مدل فضایی-زمانی به دلیل استفاده از روش‌های مونت‌کارلو به ساختارهای خاص طرح محدود هستند. همچنین فرض اساسی مدل‌هایی که دل کاستیلو و همکاران و الشرایده و همکاران مطرح کردند، نرمال بودن توزیع متغیر پاسخ است (Smith, 1950). وجود متغیرهای پنهان و نامعلوم بودن توزیع واقعی آن‌ها بر برآورد پارامترهای مدل و دقت پیشگوه‌ها تأثیرگذار است. به منظور افزایش دقت پارامترها و پیشگوه‌ها، استفاده از توزیع نرمال چوله، که رده بزرگ‌تر و انعطاف‌پذیرتری از رده توزیع نرمال است و بررسی کاربرد مدل آمیخته خطی تعمیم‌یافته فضایی برای تحلیل آزمایش‌های پروفایل پاسخ، برای پژوهش‌های آینده پیشنهاد می‌شود.

جدول ۶. مقادیر پیش‌بینی شده پاسخ‌های چندگانه

$y_i$	$d_i$	$\hat{y}_i$
$y_1$	۰/۸۹۶۹۴	۱۵۱/۳۹۳۰
$y_2$	۰/۶۸۰۵۰	۱۶۳/۸۱۷۴
$y_3$	۰/۷۰۸۰۶	۱۷۶/۲۴۱۹
$y_4$	۰/۷۴۶۶۵	۱۸۸/۶۶۶۳
$y_5$	۰/۸۰۴۵۴	۲۰۱/۰۹۰۷
$y_6$	۰/۹۰۱۰۱	۲۱۳/۵۱۵۲
$y_7$	۰/۲۷۰۶۹	۲۲۵/۹۳۹۶

تنظیم بهینه ارائه‌شده در جدول ۵ با تنظیم پیشنهادی نیر و همکاران (به جز عامل  $x_6$ ) یکسان است.

### مطالعه شبیه‌سازی

به عنوان مطالعه شبیه‌سازی، ۵۰ ترکیب تیماری از دو پارامتر کنترل  $x_1$  و  $x_2$  و ۳۰۰ مرتبه اندازه‌گیری طولی متغیر پاسخ با توزیع پواسون تولید شد. مدل آمیخته خطی تعمیم‌یافته پواسون و مدل مزدوج پواسون با مشخصات جدول ۷ مقایسه و مناسب‌ترین مدل انتخاب شد.

جدول ۷. مقایسه مدل‌های متناسب با داده‌های شبیه‌سازی شده

مدل برازش‌یافته	$y   b$	$g(\cdot)$	$b$	$AIC_c$
Poisson GLMM	پواسون	لگاریتم	گاوسی	۵۵۶۵۸/۸۹
Poisson conjugate	پواسون	لگاریتم	گاما	۵۵۶۵۸/۹۹

بر اساس مقایسه ضرایب آکائیکه، مدل آمیخته خطی تعمیم‌یافته پواسون برای برازش به داده‌های شبیه‌سازی شده مناسب‌تر است. برآورد اثرهای اصلی به کمک درست‌نمایی سلسله‌مراتبی در جدول ۸ آمده است.

### منابع

- Montgomery, Douglas C. (2008). "Design and Analysis of Experiments", *John Wiley and Sons*.
- Miller, A., and Wu, C. F. J. (1996). "Parameter Design for Signal-Response Systems: A Different Look at Taguchi's Dynamic Parameter Design", *Statistical Science*, Vol. 11, No. 2, PP. 122-136.
- Alshraideh, H. (2011). "Analysis and Optimization of Profile and Shape Response Experiments", (*Doctoral Dissertation, The Pennsylvania State University*).
- He, Z., Zhou, P., Zhang, M., and Goh, T. N. (2015). "A Review of Analysis of Dynamic Response in Design of Experiments", *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 31, No. 4, PP. 535-542.
- Fang, K. T., Li, R., and Sudjianto, A. (2005). "Design and Modeling for Computer Experiments", *CRC Press*.
- Noorossana, R., Saghaei, A., and Amiri, A. (2011). "Statistical Analysis of Profile Monitoring", *John Wiley and Sons*.



7. Ramsay, J. O. (2006). "Functional Data Analysis", *John Wiley and Sons, Inc.*
8. Nair, V. N., Taam, W., and Kennny, Q. Y. (2002). "Analysis of Functional Responses From Robust Design Studies", *Journal of Quality Technology*, Vol. 34, No. 4, PP. 355- 370.
9. Govaerts, B., and Noel, J. (2005). "Analysing the Results of a Designed Experiment When the Response Is a Curve: Methodology and Application in Metal Injection Moulding", *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 21, No. 5, PP. 509-520.
10. Kuhnt, S., and Rudak, N. (2013). "Simultaneous Optimization of Multiple Responses With the R Package JOP", *Journal of Statistical Software*, Vol. 54, No. 9, PP. 1-23.
11. Wang, P. C., and Lin, D. F. (2001). "Dispersion Effects in Signal-Response Data From Fractional Factorial Experiments", *Computational Statistics and Data Analysis*, Vol. 38, No. 1, PP. 95-111.
12. Gupta, S., Kulahci, M., Montgomery, D. C., and Borrer, C. M. (2010). "Analysis of Signal-Response Systems Using Generalized Linear Mixed Models", *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 26, No. 4, PP. 375-385.
13. Del Castillo, E., Colosimo, B. M., and Alshraideh, H. (2012). "Bayesian Modeling and Optimization of Functional Responses Affected by Noise Factors", *Journal of Quality Technology*, Vol. 44, No. 2, PP. 117-135.
14. Vanhatalo, E., Bergquist, B., and Vännman, K. (2013). "Towards Improved Analysis Methods for Two-Level Factorial Experiments with Time Series Responses", *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 29, No. 5, PP. 725-741.
15. Storm, S. M., Hill, R. R., and Pignatiello, J. J. (2013). "A Response Surface Methodology for Modeling Time Series Response Data", *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 29, No. 5, PP. 771-778.
16. Alshraideh, H., and Castillo, E. (2014). "Gaussian Process Modeling and Optimization of Profile Response Experiments", *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 30, No. 4, PP. 449-462.
17. Cui, Q. A., and He, B. (2016). "Modeling and Optimization of Functional Response Based on Kriging Model", *In Proceedings of the 22nd International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management 2015*, Atlantis Press, PP. 3-14.
18. Derringer, G. (1980). "Simultaneous Optimization of Several Response Variables", *Journal of Quality Technology*, Vol. 12, No. 4, PP. 214-219.
19. Montgomery, D. C., and Myers, R. H. (1995). "Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments", *A Wiley-Interscience Publications*.
20. Rueda, M. E., Sarabia, L. A., Herrero, A., and Ortiz, M. C. (2003). "Optimisation of a Flow Injection System with Electrochemical Detection Using the Desirability Function: Application to the Determination of Hydroquinone in Cosmetics", *Analytica Chimica Acta*, Vol. 479, No. 2, PP. 173-184.
21. Li, J., Ma, C., Ma, Y., Li, Y., Zhou, W., and Xu, P. (2007). "Medium Optimization by Combination of Response Surface Methodology and Desirability Function: An Application in Glutamine Production", *Applied Microbiology and Biotechnology*, Vol. 74, PP. 563-571.
22. Aggarwal, A., Singh, H., Kumar, P., and Singh, M. (2008). "Optimization of Multiple Quality Characteristics for CNC Turning Under Cryogenic Cutting Environment Using Desirability Function", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 205, PP. 42-50.
23. Diggle, P. (2002). "Analysis of Longitudinal Data", *Oxford University Press*.
24. Fitzmaurice, G. M., Laird, N. M., and Ware, J. H. (2012). "Applied Longitudinal Analysis", *John Wiley and Sons*, Vol. 998.
25. Agresti, A. (2015). "Foundations of Linear and Generalized Linear Models", *John Wiley and Sons*.
26. Nelder, J. A., and Wedderburn, R. W. M. (1972). "Generalized Linear Models", *JR Statist. Soc. A* 135.
27. Breslow, N. E., and Clayton, D. G. (1993). "Approximate Inference in Generalized Linear Mixed Models", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 88, No. 421, PP. 9-25.
28. Wolfinger, R., and O'connell, M. (1993). "Generalized Linear Mixed Models a Pseudo-Likelihood Approach", *Journal of Statistical Computation and Simulation*, Vol. 48, No. 3-4, PP. 233-243.
29. Kuk, A. Y., and Cheng, Y. W. (1999). "Pointwise and Functional Approximations in Monte Carlo Maximum Likelihood Estimation", *Statistics and Computing*, Vol. 9, No. 2, PP. 91-99.
30. Lee, Y., and Nelder, J. A. (2005). "Likelihood for Random-Effect Models", *Sort: Statistics and Operations Research Transactions*, Vol. 29, No. 2, PP. 141-182.
31. Lee, Y., and Nelder, J. A. (1996). "Hierarchical Generalized Linear Models", *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, PP. 619-678.
32. Rönnegård, L., Shen, X., & Alam, M. (2010). "Hglm: A Package For Fitting Hierarchical Generalized Linear Models", *The R Journal*, Vol. 2, No. 2, PP. 20-28.

## واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1. Profile Response
  2. Longitudinal Data
  3. Generalized Linear Models
  4. Desirability Function
  5. Robust Design
  6. Design Of Experiment
-