

## بررسی شکل دهی معکوس شونده صفحات نازک با در نظر گرفتن پدیده باشینگر

مهران کدخدایان<sup>۱\*</sup> و جواد مسیبی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشیار گروه مکانیک - دانشکده مهندسی - دانشگاه فردوسی مشهد

<sup>۲</sup> دانش آموخته کارشناسی ارشد گروه مکانیک - دانشکده مهندسی - دانشگاه فردوسی مشهد

(تاریخ دریافت ۸۴/۷/۲۳، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۶/۶/۱۴، تاریخ تصویب ۸۷/۱۲/۱۸)

### چکیده

در این مقاله شکل دهی صفحات نازک فلزی تحت بارگذاری معکوس شونده با در نظر گرفتن پدیده باشینگر بررسی شده است. مدل های مختلف ساختاری در تئوری پلاستیسیته که قادر به تحلیل این گونه فرآیندها می باشند مورد بحث و بررسی قرار گرفته اند. در این راستا، انواع مدل های سخت شونده ایزوتروپیک و سینماتیک و ترکیبی از آنها به دو صورت خطی و غیر خطی شامل مدل های چابچی و یوشیدا بررسی شده است. توانایی برترین مدل های پیشنهادی در فرآیند کشش عمیق کاملاً معکوس شونده مورد مطالعه قرار گرفته و با سایر نتایج موجود مقایسه گردیده است. در فرآیند مورد بررسی، توزیع تنش محوری و فون میسر برای یک نقطه گواه در طول بارگذاری رفت و برگشتی به دست آمده است. تغییرات نیروی پانچ بر حسب تغییر مکان برای مدل های مختلف با ورقهایی از جنس و ضخامت های متفاوت محاسبه شده است.

**واژه های کلیدی:** شکل دهی معکوس شونده، اثر بوشینگر، ورق های نازک فلزی

### مقدمه

در نظریه سخت شونده سینماتیکی، اثر باشینگر برای رفتار سخت شونده مواد در نظر گرفته می شود. پراگر در تحقیق خود به این نتیجه رسیده است که سطح تسلیم در فضای تنش های اصلی در جهت بردار نموکرنش پلاستیک انتقال می یابد اما اندازه و شکل سطح تسلیم در طی تغییر فرم پلاستیک بدون تغییر باقی می ماند [۳]. شناخت انواع سطوح تسلیم نوع دوم در شکل دهی معکوس شونده (سیکلیک) ورقه های فلزی و در تحقیق جاری دارای اهمیت ویژه ای می باشد لذا در بخش بعد به طور جامع تری مورد بحث قرار می گیرد.

معمولاً وقتی که فلزات در دمای محیط تحت تغییر شکل پلاستیک قرار می گیرند مقاومت آنها در مقابل تغییر شکل افزایش می یابد که به این فرآیند کرنش سختی یا کار سختی گفته می شود. در مواردی که کار سختی وجود ندارد سطح تسلیم ثابت باقی می ماند. در مقابل، خاصیت کار سختی در ماده باعث تغییر تابع تسلیم می گردد. نظریات مختلفی برای پیش بینی این تغییرات در مواد مختلف ارائه شده است که عمده ترین آنها عبارتند از:

۱- نظریه سخت شونده ایزوتروپیک

۲- نظریه سخت شونده سینماتیک [۱].

نظریه سخت شونده ایزوتروپیک ساده ترین و در عین حال پرکاربردترین نظریه کار سختی در فلزات محسوب می شود. بر طبق این نظریه شکل سطح تسلیم در طی تغییر فرم پلاستیک بدون تغییر باقی مانده در حالی که اندازه آن افزایش می یابد و مقدار این افزایش تنها به یک عامل بستگی دارد که با تغییر فرم پلاستیک کنترل می شود (شکل ۱). برای مشخص ساختن این عامل طرح های مختلفی وجود دارد که در صورت استفاده از یک شرط تسلیم مناسب مانند معیار تسلیم میسر به نتایج نسبتاً یکسانی منجر می گردند [۲]. از طرف دیگر،

### مدل های پلاستیسیته معکوس شونده

در مدل ارائه شده توسط پراگر، سطح تسلیم اولیه با معادله  $f(\sigma_{ij}) = k^2$  بیان می شود که در آن  $k$  ثابت می باشد. اگر حرکت سطح تسلیم در فضای تنش توسط تانسور متقارن  $\alpha_{ij}$  بیان شود، آنگاه معادله سطح تسلیم به شکل ذیل خواهد بود:

$$f(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) = k^2 \quad (1)$$

در این صورت، جا به جایی سطح تسلیم در جهت افزایش کرنش پلاستیک در فضای تنش با معادله زیر بیان می شود:

پلاستیسیته متفاوت در بارگذاری و باربرداری) بررسی شد. نظر به اهمیت نسبی شناخت برخی از مدل‌هایی که در این بخش معرفی می‌گردند، شرح مختصر برخی از آنها در بخش ضمیمه این مقاله آورده شده است. در همین ارتباط و با بهره‌گیری از نتایج قبلی ارائه شده، چابچی یک مدل سخت شوندگی سینماتیکی غیرخطی را با جمع آثار مدل‌های سخت شوندگی آرمسترانگ - فردریک ارائه کرد. برای شبیه‌سازی عددی فرآیندهای شکل‌دهی ورق‌های فلزی، این مدل می‌تواند روابط تنش و کرنش و سه پدیده سکون کار سختی، اثر باشینگر و بازگشت فنری را به خوبی پیش‌بینی نماید [۹-۵]، (ضمیمه).

هو [۱۱-۱۰] نیز یک مدل ساختاری تک محوری پلاستیسیته در کرنشهای بزرگ را برای بیان سکون کار سختی ارائه کرد و سپس تئودوسیو [۱۲] آن را برای پلاستیسیته چند محوره توسعه داد. اگر چه این مدل‌ها می‌توانند اثر باشینگر و سکون کار سختی را شبیه‌سازی کنند ولی نمی‌توانند بازگشت فنری را پیش‌بینی نمایند [۱۳]. در این مورد و با مقایسه با مدل‌های ذکر شده، مدل یوشیدا قادر به انجام پیش‌بینی دقیق‌تری می‌باشد. این مدل ساختاری پلاستیسیته بر دو سطح مختلف بنا شده است بدین ترتیب که یک سطح تسلیم سینماتیکی به طرف یک سطح مرزی حرکت می‌کند (شکل ۴) [۱۳-۱۶]. یوشیدا سه مدل زیر را با مدل خود مقایسه کرد:

۱- مدل سخت شوندگی ایزوتروپیک (IH)

۲- مدل سخت شوندگی سینماتیکی خطی (LK)

۳- مدل سخت شوندگی ایزوتروپیک به اضافه سخت شوندگی سینماتیکی غیر خطی نوع AF [IH+NLK(AF)].

در این جا به منظور روشن‌گری بیشتر، مقایسه انجام شده در پاسخهای تنش-کرنش در یک پرپود گذرا برای مورد مذکور در شکل (۵) ارائه گردیده است [۱۴]، (ضمیمه). پس از آن، چنان تغییرات سطح تنش در سخت شوندگی ایزوتروپیک را اصلاح کرد [۱۷-۱۸] که این مدل رفتار ماده را اغلب نزدیک‌تر با نتایج تجربی پیش‌بینی می‌نماید، (ضمیمه). علاوه بر موارد مذکور، در سال‌های اخیر نیز محققین مختلف با استفاده از مدل‌های معرفی شده در این قسمت از نقطه نظرهای گوناگونی به بررسی مسائل پلاستیسیته معکوس شونده پرداخته‌اند [۲۳-۱۹].

$$d\alpha_{ij} = cd\varepsilon_{ij}^p \quad (2)$$

در این جا c اسکالری می‌باشد که رفتار ماده را مشخص می‌کند. اگر تغییر شکل‌ها کوچک فرض شوند از اثر چرخش المان بر روی  $d\alpha_{ij}$  صرف نظر می‌گردد. قانون سخت شوندگی فوق در شکل (۲) نشان داده شده است، O مرکز فضای تنش و C مرکز جاری سطح تسلیم می‌باشد و جا به جایی افزایشی سطح تسلیم در طول جزء PP'، توسط CC' مشخص گردیده است که موازی و مساوی با PQ نیز می‌باشد، در حالی که c ثابت است. کل جا به جایی سطح تسلیم با اندازه‌گیری کل کرنش پلاستیک به دست می‌آید. اگر سطح اولیه فون میسر باشد، معیار تسلیم به شکل ذیل ظاهر خواهد شد:

$$(s_{ij} - c\varepsilon_{ij}^p)(s_{ij} - c\varepsilon_{ij}^p) = 2k^2 \quad (3)$$

که در آن k تنش تسلیم اولیه در برش خالص می‌باشد. مقدار ثابت c در کرنش سختی خطی با مدول پلاستیک  $H = \frac{3}{2}c$  بیان می‌گردد.

لازم به ذکر است که در برخی حالات، سطح تسلیم در جهت عمود بر سطح تسلیم قبلی جا به جا نمی‌شود که در این حالت رابطه ذیل برقرار خواهد بود (سخت شوندگی زیگزر [۲-۳]):

$$d\alpha_{ij} = (\sigma_{ij} - \alpha_{ij})d\mu \quad (4)$$

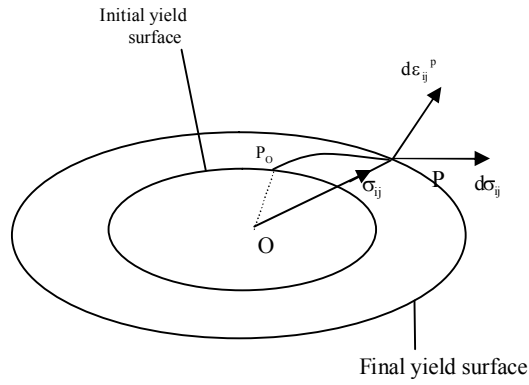
در این جا نیز  $d\mu$  یک کمیت اسکالر مثبت می‌باشد. این معادله بیان‌گر این مطلب است که سطح تسلیم در جهت خط مرتبط بین مرکز سطح تسلیم و نقطه تنش P جابجا می‌شود (شکل ۳). جزء جا به جایی سطح تسلیم با بردار CC' که معادل بار بردار PQ (بر امتداد CP قرار دارد) می‌باشد، به دست می‌آید. بنابراین:

$$(d\sigma_{ij} - d\alpha_{ij})d\varepsilon_{ij}^p = 0 \quad (5)$$

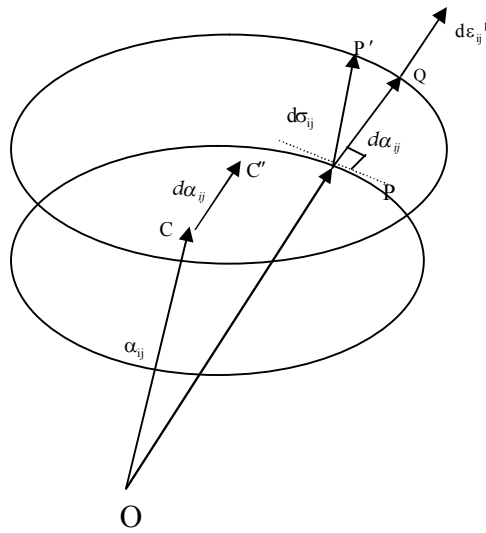
و در نهایت ضریب  $d\mu$  به شکل ذیل حاصل خواهد شد،

$$d\mu = \frac{d\sigma_{ij}d\varepsilon_{ij}^p}{(\sigma_{kl} - \alpha_{kl})d\varepsilon_{kl}^p} \quad (6)$$

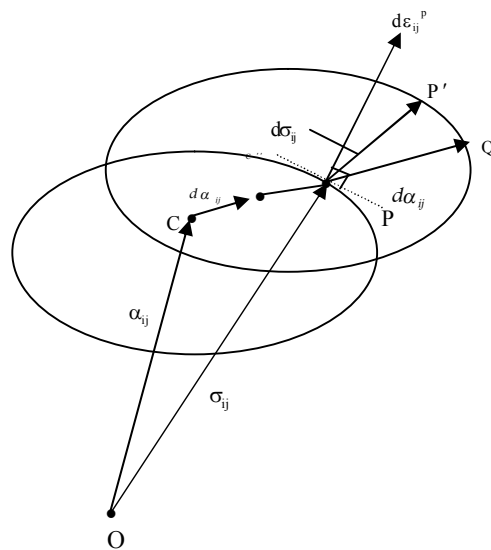
در تحقیقاتی که در دهه اخیر در این زمینه صورت پذیرفته است، مدل‌های متنوع دیگری نیز مورد بررسی قرار گرفته و ارائه گردیده‌اند که به عنوان مثال می‌توان به مدل سخت شوندگی سینماتیکی غیر خطی که توسط آرمسترانگ - فردریک [۴] ارائه شده است، اشاره نمود. در این مدل، اثر مسیر کرنش، خاصیت ایزوتروپی در منحنی کشش و فشار و انتقال سطح تسلیم در فضای تنش در طول بارگذاری و باربرداری (با فرض مدول‌های



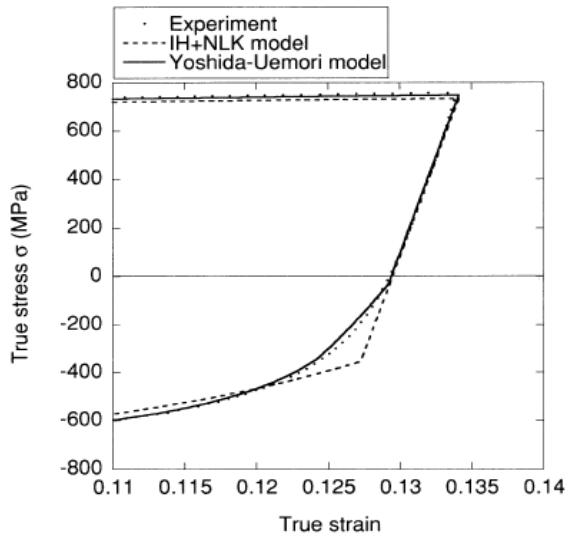
شکل ۱: سخت شونده‌گی ایزوتروپیک در فضای تنش.



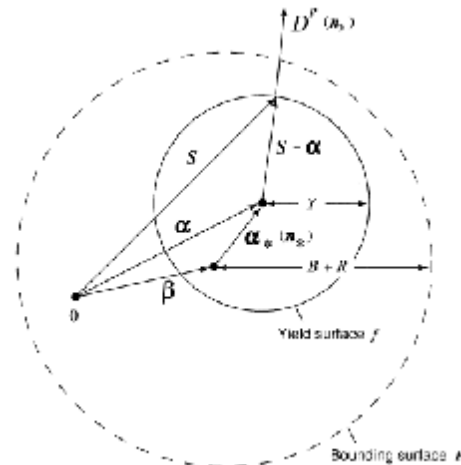
شکل ۲: سخت شونده‌گی پراگر در فضای تنش.



شکل ۳: سخت شونده‌گی زیگنر در فضای تنش.



شکل ۴: نموداری از سطح تسلیم در مدل یوشیدا. شکل ۵: پاسخ های تنش- کرنش و مدل کردن اثر باشینگر به کمک مدل



**یوشیدا و IH+NLK و نتایج تجربی.**

حرکت می نماید. ضریب اصطکاک برای تمام سطوح در حال تماس، یک نواخت و ثابت و مقدار آن برابر ۰/۱۶۸ در نظر گرفته شده است. نوع مش بندی به صورت آزاد بوده و چنانچه در انتخاب آنها دقت کافی مبذول نگردد در هنگام برگشت، همگرایی در محاسبات حاصل نمی شود. در تحقیق جاری، یک نقطه نمونه در فاصله ۶۴/۵ میلی متری از محور تقارن انتخاب شده و تمام مشخصه های مسئله اعم از تنش و کرنش در این نقطه بررسی گردیده است. علت انتخاب آن به دلیل امکان مقایسه نتایج بوده است. ورق به کار برده شده از جنس آلومینیوم و فولاد می باشد که خواص آنها در جداول (۱) و (۲) نشان داده شده است.

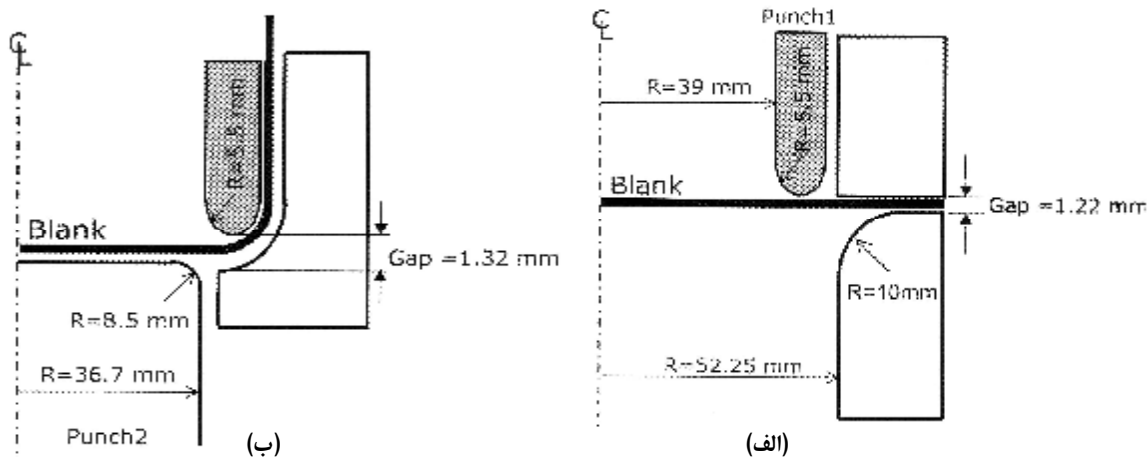
**نتایج و بحث**

در ابتدا و به منظور اطمینان از شباهت نسبی نتایج، ورقهای تغییر شکل یافته حاصل از نرم افزار Ansys در شبیه سازی جاری با نتایج چان [۱۸] که به کمک استفاده از نرم افزار Abaqus به دست آمده است در شکل (۸) برای مرحله رفت و برگشت مقایسه گردیده است. سپس و به منظور نشان دادن دقت محاسبات جاری در شبیه سازی فرآیند، مشخصه تنش محوری بدون بعد (حاصل تقسیم تنش محوری بر تنش تسلیم) در نقطه گواه در طول تاریخچه تغییر شکل برای تحلیل جاری و تحلیل صورت گرفته توسط چان در شکل (۹) مورد مقایسه قرار

فرآیند کشش عمیق معکوس شونده در صنعت شکل دهی ورق های نازک از جمله فرآیندهایی است که نیازمند بررسی و تحلیل به کمک تئوری ها و مدل های اشاره شده در این قسمت می باشد. در حقیقت لازمه درستی و دقت تحلیل ها در این نوع فرآیندها، بستگی به شناخت کامل مدل های حاکم بر این گونه تغییر شکل ها و به درستی و وارد کردن اثر باشینگر در معادلات پلاستیسیته حاکم دارد. هدف مقاله جاری بررسی قابلیت کاربرد و تعیین دقت مدل های ساختاری پلاستیسیته متفاوت در شکل دهی معکوس شونده ورق های نازک فلزی می باشد. در طی مطالعه و تحلیل، از ورق های با جنس و ضخامت مختلف استفاده می گردد. در بخش شبیه سازی فرآیند از نرم افزار Ansys 6.1 استفاده شده است.

**شبیه سازی فرآیند کشش عمیق معکوس شونده**

چگونگی انجام فرآیند مورد بررسی در شکل های (۶) و (۷) نشان داده شده است. این شبیه سازی به صورت تقارن محوری انجام گرفت و از اجزای Plane42، Visco، Contact172 و solid 106 به ترتیب برای قالب، ورق و تماس استفاده گردید. بارگذاری در هر دو مرحله در پانچ به صورت تغییر مکان و در مراحل مختلف صورت پذیرفت. پس از پایان اولین مرحله، پانچ اول ثابت شده و در نقش نگهدارنده ظاهر می گردد. سپس، پانچ دوم به سمت بالا



شکل ۶: هندسه و ابعاد قسمت های مختلف در فرآیند کشش معکوس شونده،

(الف) مرحله اول، (ب) مرحله دوم.

جدول ۱: خواص و اطلاعات آلیاژ آلومینیوم.

AL6016-T4	ماده
$t=1/15$ و $0/9$ mm	ضخامت ورق
$\phi = 170$ mm	قطر ورق
$E=69$ Gpa, $\nu=0/29$ , $\sigma_0=130$ Mpa,	خواص مکانیکی
$c'=2/8$ Gpa, $\gamma=20$ , $R_{sat}=215$ MPa, $m=9/5$	ضرایب مدل چابچی
$\mu = 0/168$	ضریب اصطکاک

جدول ۲: خواص مکانیکی فولاد.

HSS	ماده
$t=1/15$ mm	ضخامت ورق
$\phi = 170$ mm	قطر ورق
$E=200$ Gpa, $\nu=0/3$ , $\sigma_0=341$ Mpa,	خواص مکانیکی
$c'=15/4$ Gpa, $\gamma=140$ , $R_{sat}=245$ MPa, $m=9/1$	ضرایب مدل چابچی
$\mu = 0/168$	ضریب اصطکاک

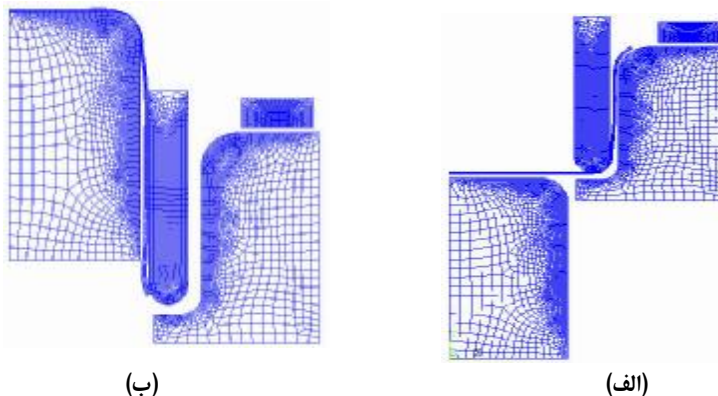
اول شکل دهی، بار اعمالی از طرف پانچ به حداقل مقدار خود می رسد و سپس مجدداً افزایش می یابد که به دلیل نوع شکل دهی موجود می باشد. در شکل (۱۱) حداکثر نیروی پانچ ایجاد شده در دو مرحله تغییر شکل به ازای مدل های مختلف پلاستیسیته نشان داده شده است. چنان چه از این نمودار بر می آید، مدل ترکیبی چابچی و سخت شوندهگی ایزوتروپیک غیرخطی (Chaboche & Nliso) نزدیک ترین مقدار نیرو به نتایج تجربی را پیش بینی می نماید. با این حال، مدل های دیگر مانند ایزوتروپیک خطی (Isotropic hardening (IH)) و ایزوتروپیک دو خطی (Bi-linear isotropic hardening (Biso)) به دلیل پیش بینی رفتار غیرواقعی در ماده، خطای بیشتری از خود نشان

گرفته اند. لازم به ذکر است که به دلیل فراهم آوردن امکان مقایسه با نتایج چان، در این نمودار از مدل سخت شوندهگی ایزوتروپیک استفاده شده است. همان گونه که مشاهده می گردد نتایج مربوط به تنش نرمالیزه محوری انطباق خوبی با یکدیگر داشته ضمن این که تنش محوری در طول فرآیند به تناوب از حالت کششی به فشاری تبدیل می گردد که نشان دهنده ضرورت به کارگیری اثر باشینگر در این نوع شکل دهی می باشد. بررسی تغییرات نیروی پانچ نیز به عنوان یک مشخصه مهم در فرآیند شکل دهی حائز اهمیت بوده، لذا مقادیر حاصل از آن نیز با نتایج چان مقایسه گردیده است، باتوجه به شکل (۱۰) می توان دریافت که نیروی پانچ حاصل از شبیه سازی جاری به نتایج تجربی بسیار نزدیک بوده و در پایان مرحله

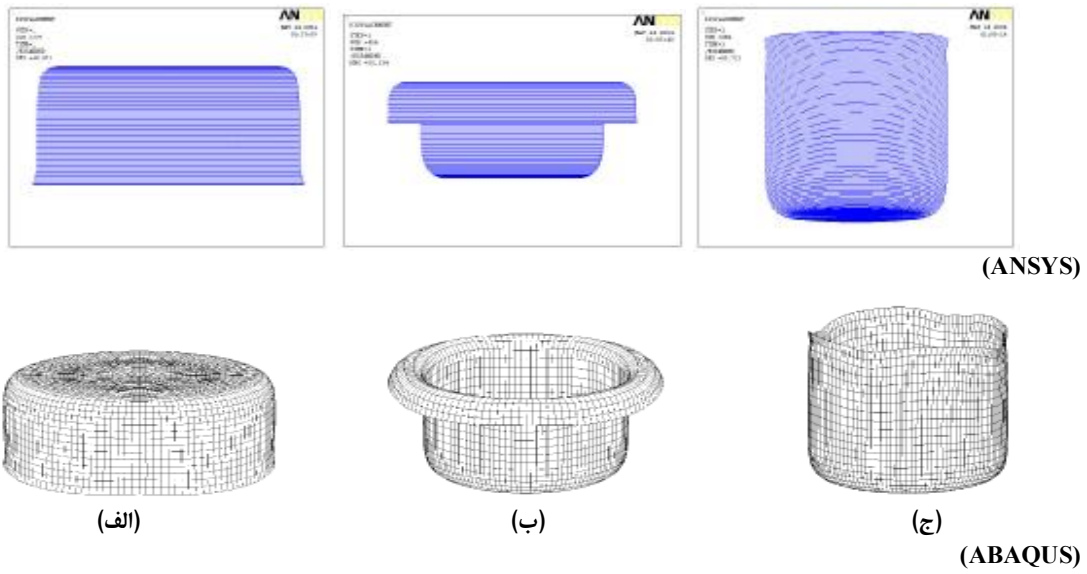
محدودی تنش محوری منفی در ورق فولادی افزایش می‌یابد ولی مجدداً در همین مرحله تنش محوری در ورق آلومینیومی پیشی می‌گیرد. در مرحله برگشت (کمی قبل از شماره ۳ در شکل (۱۵)) نیز اگرچه با مقادیر متفاوتی لیکن با ترتیب مشابهی این روند بدین ترتیب ادامه یافته است. ابتدا تنش محوری منفی در ورق آلومینیومی بیشتر بوده، سپس در فاصله محدودی تنش محوری مثبت در ورق فولادی بیشتر می‌گردد ولی مجدداً در همین مرحله تنش محوری منفی در ورق آلومینیومی پیشی می‌گیرد. در شکل (۱۶) تغییرات نیروی پانچ برای دو ورق آلومینیومی و فولادی با ضخامت یکسان ( $t=1/15\text{mm}$ ) رسم شده است. حداکثر نیروی پانچ مورد نیاز برای ورق فولادی در مراحل رفت و برگشت به ترتیب حدود ۳۰ و ۲۳ درصد بیشتر از مقدار آن در ورق آلومینیومی بوده است. هم چنین ملاحظه می‌گردد که به دلیل تاثیر پدیده باشینگر، حداکثر نیروهای مورد نیاز برای هر دو جنس در مرحله رفت بیش از مقدار آن در مرحله برگشت بوده که این اختلاف به ترتیب حدود ۲۰ و ۱۲ درصد برای صفحات فولادی و آلومینیومی مشاهده گردیده است.

در این قسمت می‌توان اختلاف دو مدل ساختاری مهم در پلاستیسیته معکوس شونده مورد استفاده در این مقاله را بطور دقیق تری بررسی نمود. بدین منظور می‌توان به مقایسه شکل های (۹) با (۱۵) و (۱۰) با (۱۶) پرداخت. چنانچه قبلاً ذکر گردید شکل های (۹) و (۱۰) بر اساس پیش بینی مدل ایزوتروپیک خطی و دو شکل بعد بر طبق پیش بینی مدل ترکیبی چاپچی و سخت شوندگی ایزوتروپیک غیرخطی رسم گردیده اند.

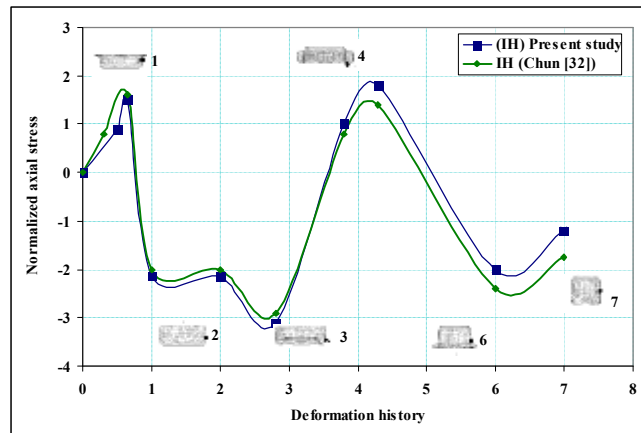
می‌دهند. شکل (۱۲) نشان دهنده تنش فون میسز برای همین سه مدل سخت شوندگی در طول بارگذاری در نقطه گواه می‌باشد. به روشنی ملاحظه می‌گردد که مدل ایزوتروپیک دو خطی در پیش بینی رفتار ماده دچار خطای فاحش گردیده در حالی که دو مدل دیگر تقریباً تنش مشابهی را در طول تاریخچه تغییر شکل برای نقطه گواه نشان می‌دهند. چنانچه قبلاً ذکر گردید دو خطی فرض کردن رفتار ماده باعث ایجاد چنین خطایی شده و لذا استفاده از این مدل در تغییر شکل های معکوس شونده صفحات توصیه نمی‌گردد. مقایسه نیروی پانچ در طول فرآیند تغییر شکل برای این سه مدل نیز به نتایج مشابهی از نقطه نظر دقت آنها منجر می‌شود، شکل (۱۳). تاثیر افزایش ضخامت ورق نیز در میزان حداکثر نیروی پانچ قابل مطالعه می‌باشد. این بررسی برای ضخامت های  $1/15$  و  $0/9$  میلی متر و با اعمال مدل ترکیبی چاپچی و ایزوتروپیک غیرخطی صورت گرفته است، شکل (۱۴). بررسی نتایج حاصل، افزایش ۱۰ درصدی حداکثر بار اعمالی را در صفحه ضخیمتر نشان می‌دهد. به منظور مشاهده تغییرات ایجاد شده در منحنی تنش محوری و نیروی پانچ برای جنس های مختلف، از دو نوع ورق فولادی و آلومینیومی استفاده گردیده است. تاثیر خصوصیات مواد بر روی نتایج حاصل در طول بارگذاری رفت و برگشتی قابل توجه می‌باشد، شکل های (۱۵) و (۱۶). تغییرات تنش محوری نرمالیزه شده برای مراحل رفت و برگشتی در شکل (۱۵) نشان داده شده است. همان گونه که ملاحظه می‌گردد در مرحله رفت، ابتدا تنش در ورق آلومینیومی بیشتر بوده، سپس در فاصله



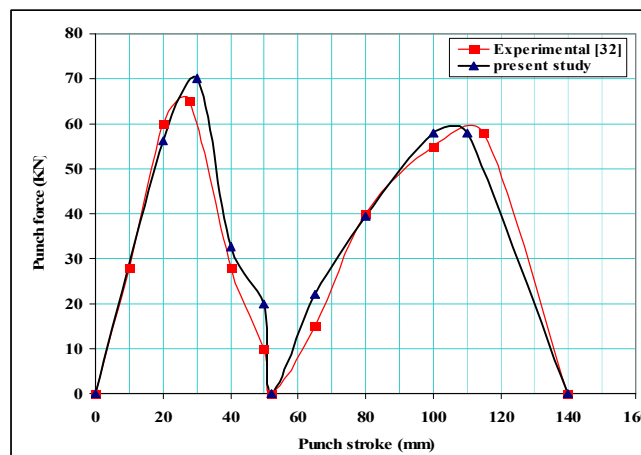
شکل ۷: چگونگی انجام فرآیند، الف- پانچ اول در پایان مرحله رفت، ب- پانچ دوم در پایان مرحله برگشت.



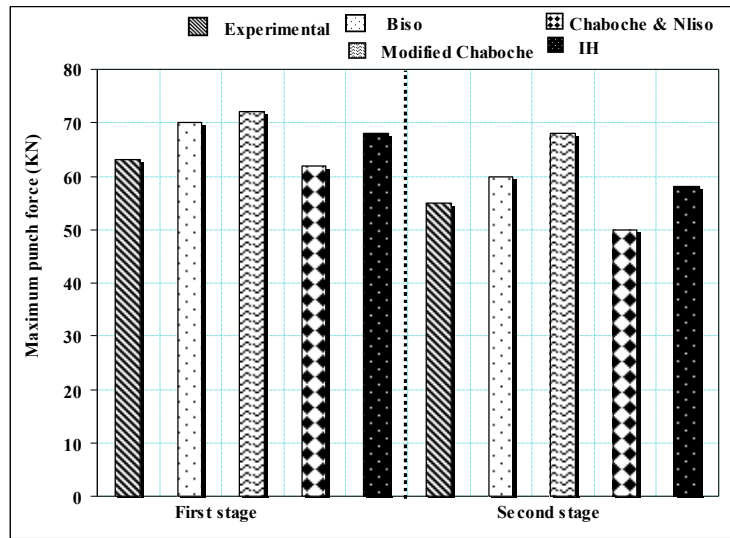
شکل ۸: فرآیند تغییر شکل ورق در کشش عمیق معکوس شونده با ماده آلومینیوم، الف- پس از مرحله اول، ب- پس از ۵۵ mm جابجایی پانچ دوم، ج- پس از مرحله برگشت.



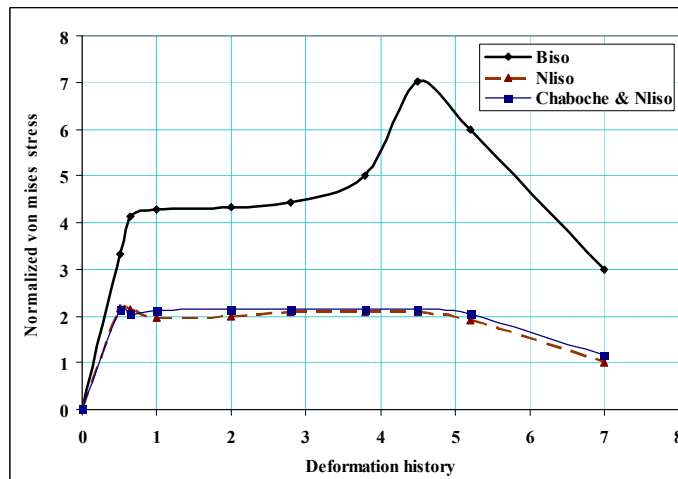
شکل ۹: تاریخچه تغییر تنش محوری در نقطه گواه (t=1.15mm-Al).



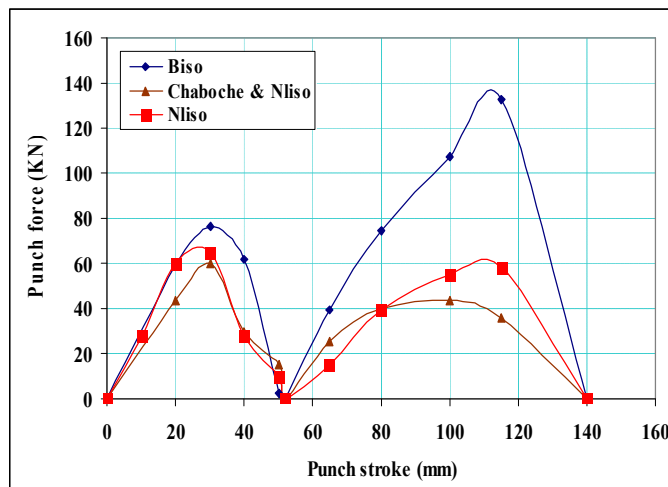
شکل ۱۰: نیروی پانچ بر حسب تغییر مکان پانچ برای (t=1.15mm-Al).



شکل ۱۱: مقایسه حداکثر نیروی پانچ در دو مرحله برای (t=1.15mm-Al) به کمک مدل های مختلف.

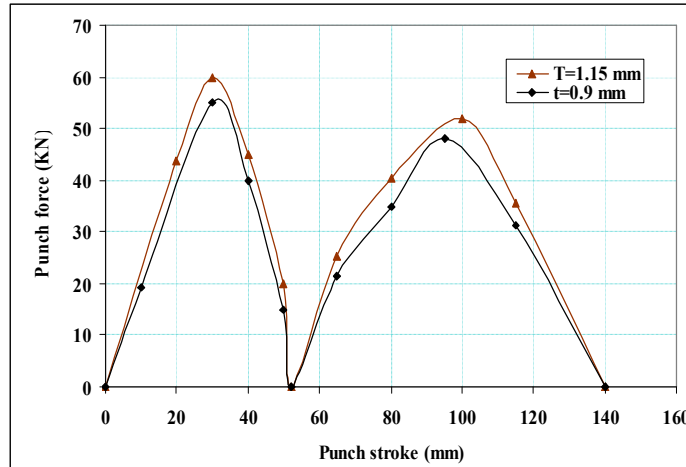


شکل ۱۲: تاریخچه تغییر تنش فون میسز در نقطه گواه برای (t=1.15mm-Al).

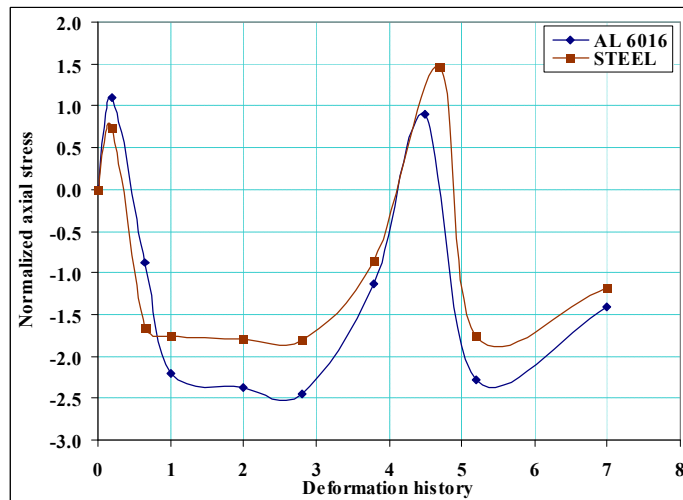


شکل ۱۳: تغییرات نیرو- تغییر مکان در طول مرحله اول و دوم برای (t=1.15mm-Al)

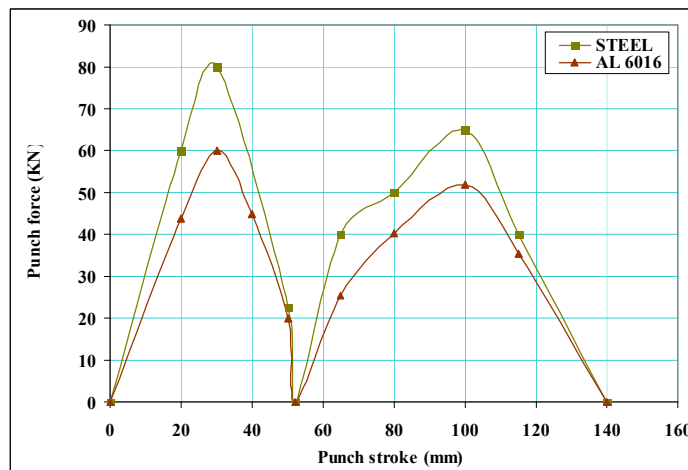




شکل ۱۴: تغییرات نیرو- تغییر مکان در طول مرحله اول و دوم برای (t=1.15mm-Al) با کاربرد مدل (Chaboche & Nliso) در ضخامت های مختلف.



شکل ۱۵: تاریخچه تغییر تنش محوری نقطه نمونه برای مدل (Chaboche & Nliso) برای مواد مختلف (t=۱/۱۵mm).



شکل ۱۶: مقایسه نیرو- تغییر مکان برای مدل (Chaboche & Nliso) برای مواد مختلف (t=۱/۱۵mm).

$c'$ : مشخصه ماده  
 $c_i$ : مشخصه ماده  
 $E$ : مدول یانگ  
 $F$ : سطح تسلیم مرزی  
 $f$ : سطح تسلیم اولیه  
 $k$ : تنش تسلیم اولیه در برش  
 $m$ : مشخصه ماده  
 $R$ : تنش سخت شونده ایزوتروپیک  
 $R_{sat}$ : تنش نهایی در سخت شونده  
 $S_{ij}$ : تانسور تنش انحرافی  
 $t$ : ضخامت ماده  
 $Y$ : تنش تسلیم اولیه  
 $\alpha_{ij}$ : تانسور حرکت مرکز سطح تسلیم  
 $\alpha_i$ : تنش برگشتی  
 $\dot{\alpha}_i$ : نرخ تنش برگشتی  
 $\beta$ : مرکز سطح مرزی  
 $\dot{\beta}$ : نرخ تغییر مرکز سطح مرزی  
 $\dot{\epsilon}^p$ : نرخ کرنش پلاستیک  
 $\bar{\epsilon}^p$ : نرخ کرنش پلاستیک معادل  
 $d\epsilon_{ij}^p$ : جزء تانسوری کرنش پلاستیک  
 $\gamma$ : مشخصه ماده  
 $\mu$ : ضریب اصطکاک  
 $d\mu$ : اسکالر  
 $\nu$ : نسبت پواسون  
 $\sigma_0$ : تنش تسلیم  
 $\sigma_{ij}$ : المان تانسور تنش

از مقایسه شکل ها می توان نتیجه گیری نمود که منحنی های تغییرات تنش محوری بدون بعد در نقطه گواه ( مخصوصا در مورد آلومینیوم) هم از نظر نوع و هم از نظر مقادیر حداکثر با یک دیگر متفاوت بوده ضمن این که مقادیر پیش بینی شده در مدل اول برای حداکثر نیروی پانچ مورد نیاز در مراحل اول و دوم شکل دادن حدود ۱۷ درصد بیش از مدل دوم است. این مقایسه نشان دهنده میزان برتری نسبی مدل پیشنهادی دوم نسبت به مدل نسبتاً قدیمی و قراردادی ایزوتروپیک خطی می باشد.

### نتیجه گیری

در فرآیند کشش عمیق معکوس شونده، توانایی مدل های گوناگون ساختاری در تئوری پلاستیسیته مورد بررسی قرار گرفت و تأثیر در نظر گرفتن اثر پدیده باشینگر در این چنین فرآیند هایی مطالعه و مشخص گردید که مدل ساختاری و ترکیبی چابچی - ایزوتروپیک غیرخطی رفتار ماده را با دقت بیشتری شبیه سازی نموده و در مقابل، مدل های ایزوتروپیک خطی و دوخطی در پیش بینی رفتار ماده بسیار ناتوان می باشند، ضمن این که عواملی نظیر جنس و ضخامت ورق و نقش آنها در رفتار ماده به ویژه در نیروی پانچ مورد نیاز مورد بررسی قرار گرفت.

### فهرست علائم

$a_i$ : مشخصه ماده  
 $B$ : اندازه اولیه سطح مرزی  
 $b$ : مشخصه ماده  
 $c$ : اسکالر مشخص کننده رفتار ماده

### مراجع

- 1 - Chakbarty, (1989). *Theory of plasticity*, McGraw-Hill, Pub .Co., New York.
- 2 - Chen, W. F. (1994). *Constitutive Equations for Engineering Materials*, McGraw-Hill, Pub .Co., New York.
- 3 - Johnson, W. and Mellor, P. B. (1983). *Engineering Plasticity*, John Wiley & Sons, Pub .Co., New York .
- 4 - Armstrong, P. J. and Frederick, C. O. (1966). "A mathematical representation of the multiaxial bauschinger effect." GEGB report RD/B/N731, Berkeley Nuclear Laboratories.
- 5 - Chaboche, J. L. (1983). "On the constitutive equations of materials under monotonic or cyclic loading." Engineer, Head Research Section, ONERA Structures Department.
- 6 - Chaboche, J. L. (1986). "Time-Independent constitutive theories for cyclic plasticity." *Int. J. Plasticity*, Vol. 2, PP.149-188.

- 7 - Chaboche, J. L. (1989). "Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic visco plasticity." *Int. J. Plasticity*, Vol. 5, PP. 247-302.
- 8 - Chaboche, J. L. (1989). "A new kinematic hardening with discrete memory surfaces." ONERA, BP No, 79, 92322 CHATILLON Cedex (France).
- 9 - Chaboche, J. L. (1994). "Modeling of ratcheting: evaluation of various approaches." *European Journal of Mechanics*, Vol. 13, PP. 501-518.
- 10 - Hu, Z., Rauch, E. F. and Teodosiu, C. (1992). "Work-hardening behavior of mild steel under stress reversal at finite strains." *Int. J. Plasticity*, Vol. 8, PP. 839-856.
- 11 - Hu, Z. (1994). "Work-hardening behavior of mild steel under cyclic deformation at finite strains." *Actametall. Mater*, Vol. 42, PP. 3481-3491.
- 12 - Teodosiu, C., Duval, J. L. and Haddadi, H. (1997). "Modelling the microstructural evolution during large plastic deformations." In: Bruhns, O.T., Stein, E. (Eds.), *Proceedings of the IUTAM Symposium on Micro- and Macrostructural Aspects of Thermoplasticity*, Kluwer Academic, PP. 479-488.
- 13 - Yoshida, F. (2000). "A constitutive model of cyclic plasticity." *Int. J. Plasticity*, Vol. 16, PP. 359-380.
- 14 - Yoshida, F. and Uemori, T. (2002). "A model of large-strain cyclic plasticity describing the bauschinger effect and work hardening stagnation." *Int. J. Plasticity*, Vol. 18, PP. 661-686.
- 15 - Yoshida, F., Uemori, T. and Fujiwara, K. (2002). "Elastic-plastic behavior of steel sheets under in-plane cyclic tension-compression at large strain." *Int. J. Plasticity*, Vol. 18, PP. 633-659.
- 16 - Yoshida, F. and Uemori, T. (2003). "A model of large-strain cyclic plasticity and application to spring back simulation." *Key Engineering Materials*, Vols. 233-236, PP. 47-58.
- 17 - Chun, B. K., Jin, J. T. and Lee, J. K. (2002). "Modeling the bauschinger effect for sheet metals." Part1, *Int. J. Plasticity*, Vol. 18, PP. 571-595.
- 18 - Chun, B. K., Kim, H. Y. and Lee, J. K. (2002). "Modeling the bauschinger effect for sheet metals, Part 2." *Int. J. Plasticity*, Vol. 18, PP. 597-616.
- 19 - Gau, J. T. and Kinzel, G. L. (2000). "An experimental investigation of the influence of the bauschinger effect on spring back predictions." *J. Mat. Proc. Technol*, Vol. 108, PP. 369-375.
- 20 - Gau, J. T. and Kinzel, G. L. (2000). "A new model for spring back prediction in which the bauschinger effect is considered." *J. Mech. Sciences*, Vol. 43, PP. 1813-1832.
- 21 - Toth, L. S., Molinari, A. and Zouhal, N. (2000). "Cyclic plasticity phenomena as predicted by polycrystal plasticity." *Mechanics of Materials*, Vol. 32, PP. 99-113.
- 22 - Mahbadi, H. and Eslami, M. R. (2002). "Cyclic loading of beams based on the prager and frederick-armstrong kinematic hardening models." *Int. J. Mechanical Sciences*, Vol. 44, PP. 859-879.
- 23 - Yip, T. H. and Wang, Z. (2003) "Cyclic plasticity of precipitation-hardenable stainless steel." *Key Engineering Materials*, Vols. 233-236, PP. 275-280.

#### واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1 - Ansys
- 2 - Plane42
- 3 - Visco solid 106
- 4 - Contact172
- 5 - Abaqus
- 6 - Isotropic hardening
- 7 - Chaboche
- 8 - Bi-linear isotropic hardening

### ضمیمه

در این ضمیمه مدل های ساختاری پلاستیسیته ذکر شده و یا مورد استفاده قرار گرفته در مقاله جاری به اختصار معرفی می گردند.

#### ۱- مدل آرمسترانگ- فردریک

مدل سخت شوندگی سینماتیکی غیر خطی آرمسترانگ- فردریک با رابطه ذیل نشان داده می گردد [۴]:

$$\dot{\alpha}_i = c_i \left( \frac{2}{3} a_i \dot{\varepsilon}^P - \alpha_i \bar{\varepsilon}^P \right) \quad (\text{ض } ۱)$$

در این معادله نرخ افزایش تنش برگشتی به وسیله پارامترهای ماده  $(c_i, a_i)$ ، نرخ کرنش پلاستیک  $(\dot{\varepsilon}^P)$ ، تنش برگشتی  $(\alpha_i)$  و نرخ کرنش پلاستیک معادل  $(\bar{\varepsilon}^P = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}^P \cdot \dot{\varepsilon}^P})$  محاسبه می شود.

#### ۲- مدل چابچی

مدل چابچی یک مدل سخت شوندگی سینماتیکی غیرخطی است که با جمع آثار مدل های سخت شوندگی آرمسترانگ - فردریک به دست می آید [۵-۹].

$$\alpha = \sum_{i=1}^{Nk} \alpha_i \quad (\text{ض } ۲)$$

#### ۳- مدل یوشیدا

در مدل پیشنهاد شده توسط یوشیدا معادله سطح تسلیم  $f$  به شکل ذیل می باشد [۱۳-۱۶]:

$$f = \frac{3}{2} (s - \alpha) : (s - \alpha) - (Y + R)^2 = 0, \quad (\text{ض } ۳)$$

$$\dot{\varepsilon}^P = \frac{\partial f}{\partial s} \dot{\lambda}$$

که در آن  $s, Y, \alpha, R$  و  $\dot{\varepsilon}^P$  به ترتیب انحراف تنش کوشی، تنش برگشتی، تنش تسلیم اولیه، تنش سخت شوندگی ایزوتروپیک و نرخ کرنش پلاستیک می باشند. ضمن این که سطح مرزی  $F$  نیز به صورت زیر بیان می شود:

$$F = \frac{3}{2} (s - \beta) : (s - \beta) - (B + R)^2 = 0 \quad (\text{ض } ۴)$$

در این معادله  $\beta$  مرکز سطح مرزی و  $B$  و  $R$  اندازه های ابتدایی آن و جزء سخت شوندگی ایزوتروپیک می باشد. بر طبق مدل یوشیدا سطح مرزی  $F$  خود دارای سخت شوندگی ایزوتروپیک و سینماتیک خواهد بود. ضمناً معادله فرض شده برای سخت شوندگی ایزوتروپیک به شکل ذیل می باشد:

$$\dot{R} = m(R_{sat} - R) \bar{\varepsilon}^P \quad (\text{ض } ۵)$$

که در آن  $R_{sat}$  تنش نهایی در سخت شوندگی ایزوتروپیک و  $m$  مشخصه ماده می باشد که نرخ سخت شوندگی ایزوتروپیک را کنترل می نماید. به علاوه برای سخت شوندگی سینماتیکی سطح مرزی نیز خواهیم داشت:

$$\dot{\beta} = m \left( \frac{2}{3} b \dot{\varepsilon}^P - \beta \bar{\varepsilon}^P \right) \quad (\text{ض } ۶)$$

که  $b$  مشخصه می باشد. چنانچه از معادله (۱۱) انتگرال گیری شود معادله ذیل حاصل می گردد:

$$R = R_{sat} (1 - e^{-m \bar{\varepsilon}^P}), \bar{\varepsilon}^P = \int \bar{\varepsilon}^P dt \quad (\text{ض } ۷)$$

این مدل در حقیقت به مدل چابچی نیز معروف است. در ترکیب با معادله (ض ۲) به کار می رود و در حال حاضر به عنوان یکی از بهترین مدل های شناخته شده در پلاستیسیته سیکلیک شناخته می گردد.

#### ۴- مدل چان

چان در حقیقت، در این مدل جمله ای را به سخت شوندگی ایزوتروپیک مدل چابچی اضافه نمود که در نتیجه رفتار ماده را اغلب نزدیک تر به نتایج تجربی پیش بینی می نماید [۱۷-۱۸].

$$R_{\text{Chun}} = R_{\text{sat}} (1 - e^{-m\bar{\epsilon}^p}) - \frac{c'}{\gamma} (1 - e^{-\gamma\bar{\epsilon}^p}) \quad (\text{ض ۸})$$

در این معادله اگر ضریب  $c' = 0$  باشد در این صورت  $R_{\text{Chun}}$  با مقدار  $R_{\text{Chaboche}}$  برابر می گردد. اصلاح پیشنهاد شده در بخش ایزوتروپیک را می توان با سخت شوندگی سینماتیکی مدل چابچی ترکیب نمود و مدل کامل تری را برای پیش بینی رفتار ماده معرفی نمود.