

وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های مغناطیس‌سنجی با روش بولانگر و شوتو: مطالعه موردی

روی داده‌های مغناطیس‌سنجی شهر قدیمی پمپی

رامین ورفی‌نژاد^{۱*} و بهروز اسکوئی^۲

۱. دانشجوی دکتری، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

۲. دانشیار، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

(دریافت: ۹۸/۷/۱۵، پذیرش نهایی: ۹۹/۳/۲۰)

چکیده

با توجه به آن‌که ساختارهای زیر سطح در حالت کلی سه‌بعدی هستند، وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های مغناطیس‌سنجی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار هستند. مسأله وارون‌سازی دارای دو نوع عدم‌یکتایی است: عدم‌یکتایی جبری و عدم‌یکتایی نظری به دلیل قضیه گاوس. از طرف دیگر، تغییرات کم در مقدار داده‌ها به دلیل وجود نوفه باعث تغییرات شدیدی در تخمین پارامترهای مدل می‌شود و این به معنای ناپایداری مسأله وارون‌سازی است. برای رفع این مشکلات می‌توان از قیدهای مختلف و اطلاعات اولیه بهره گرفت. در اینجا از الگوریتم وارون‌سازی بولانگر و شوتو استفاده خواهیم کرد که برای وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های گرانی‌سنجی معرفی شده است. در این الگوریتم سه قید همواری، فشردگی و وزن‌دهی عمقی به کار گرفته شده است. قید عمقی قبلاً در وارون‌سازی داده‌های مغناطیس‌سنجی و گرانی‌سنجی به کار گرفته شده است، اما از قید فشردگی در وارون‌سازی داده‌های مغناطیس‌سنجی به ندرت استفاده شده است. برای بررسی کارایی الگوریتم، از داده‌های مصنوعی حاصل از (۱) مدل بلوک و (۲) مدل دایک قائم و شیب‌دار استفاده شده است و مدل‌های بازیابی شده برای حالت بدون نوفه و با نوفه دلالت بر تفکیک‌پذیری خوب الگوریتم دارد. برای بررسی کارایی عملی الگوریتم پیشنهادی، این الگوریتم بر روی داده‌های برداشت شده در ناحیه‌ای از شهر قدیمی پمپی در ایتالیا اعمال شده است. نتایج حاصل از وارون‌سازی با استفاده از این الگوریتم، انطباق خوبی را با واقعیت نشان می‌دهند.

واژه‌های کلیدی: مغناطیس‌سنجی، وارون‌سازی، قید فشردگی، وزن‌دهی عمقی، مدل مصنوعی.

۱. مقدمه

موارد خاصی بهتر عمل می‌کنند (سیلوا و باربوسا، ۲۰۰۶؛ پیلکینگتون، ۲۰۰۹؛ سه‌لا و فدی، ۲۰۱۲؛ پائولتی و همکاران، ۲۰۱۳). مسأله‌های وارون‌سازی روش‌های نظری پتانسیل (مغناطیس‌سنجی و گرانی‌سنجی) با مشکلاتی همچون عدم‌یکتایی و ناپایداری روبه‌رو هستند (ورفی‌نژاد و همکاران، ۲۰۲۰). عدم‌یکتایی بر دو نوع است: عدم‌یکتایی جبری که به دلیل کمتر بودن داده‌ها نسبت به پارامترهای مدل است و عدم‌یکتایی نظری که طبق آن چشمه‌های گوناگون می‌توانند بی‌هنجاری یکسانی تولید کنند. برای حل این مشکلات دو راه وجود دارد: (۱) استفاده از اطلاعات اولیه که یا می‌تواند اطلاعات زمین‌شناسی باشد و یا حاصل از اطلاعات مربوط به دیگر روش‌های ژئوفیزیکی است. (۲) اعمال قید روی مسأله

هدف اصلی از تفسیر داده‌های مغناطیس‌سنجی تعیین پارامترهایی مانند عمق، موقعیت افقی و خودپذیری مغناطیسی بی‌هنجاری‌های زیرسطحی است (کوپر و کاوان، ۲۰۰۶) و برای این منظور باید از وارون‌سازی داده‌های مغناطیس‌سنجی استفاده کرد، زیرا روش‌هایی چون سیگنال تحلیلی (کیتینگ و پیلکینگتون، ۲۰۰۴)، روش تصویرسازی مشخصه‌های چشمه یا SPI (فیلیس و همکاران، ۲۰۰۷)، واهمامیخت اولیر (استاورو و رید، ۲۰۰۷؛ فدی و فلوریو، ۲۰۰۹) برای تخمین عمق و ANEUL (سالم و راوات، ۲۰۰۳) و DEXP (فدی، ۲۰۰۶) تمامی این پارامترها را به دست نمی‌دهد.

در دهه‌های اخیر، روش‌های مختلفی برای وارون‌سازی داده‌های مغناطیس‌سنجی ارائه شده‌اند و که هر کدام در

به صورت ماتریسی زیر تعریف می شود:

$$W_d = \frac{1}{(Z+\varepsilon)^{(\beta/2)}} \quad (2)$$

که در آن W_d ماتریس وزن دهی عمق می باشد که قطری است و Z بردار مؤلفه z مرکز سلول ها و β توان تابع وزن دهی می باشد. در اینجا فرض بر آن است که داده ها در سطح زمین برداشت شده اند. اگر ارتفاع برداشت Z_0 باشد، آنگاه داخل پراتر باید به $Z+Z_0$ تغییر کند. لی و الدنبرگ (۱۹۹۶) توان تابع وزن دهی $\beta/2$ را برای روش مغناطیس سنجی برابر $1/5$ در نظر گرفتند یعنی $\beta = 3$. در این تحقیق برای $\beta/2$ بازه ۱ تا $1/5$ استفاده شده است.

- قید کمینه گشتاور: این قید که به وسیله گیلن و مندیجیتی (۱۹۸۴) معرفی شد، گشتاور آنومالی حول یک نقطه یا محور را کمینه می کند.

در سال ۲۰۰۱ بولانگر و شوتوا با استفاده از ترکیب سه قید فشرده گی، همواری و وزن دهی عمقی یک الگوریتم تکراروار برای وارون سازی داده های گرانی معرفی کردند که هدف ما اعمال این روش روی داده های مغناطیس سنجی است. به منظور بررسی عملکرد این الگوریتم در وارون سازی داده های مغناطیس سنجی، آن را بر روی داده های مصنوعی و داده های صحرائی اعمال می کنیم.

۲. روش کار

شکل ماتریسی مسأله پیشرو گسسته سازی شده به صورت زیر می باشد:

$$d=Gm \quad (3)$$

G ماتریس عملگر پیشرو، m بردار پارامترهای مدل d بردار داده ها است. طبق معادله ماتریسی ۳ برای یک مدل معین، می توان پاسخ مغناطیسی آن را محاسبه کرد. برای این کار ابتدا باید زیر سطح را به سلول هایی گسسته سازی کنیم (شکل ۱).

وارون که شامل چندین نوع قید می باشند. این قیدها عبارتند از:

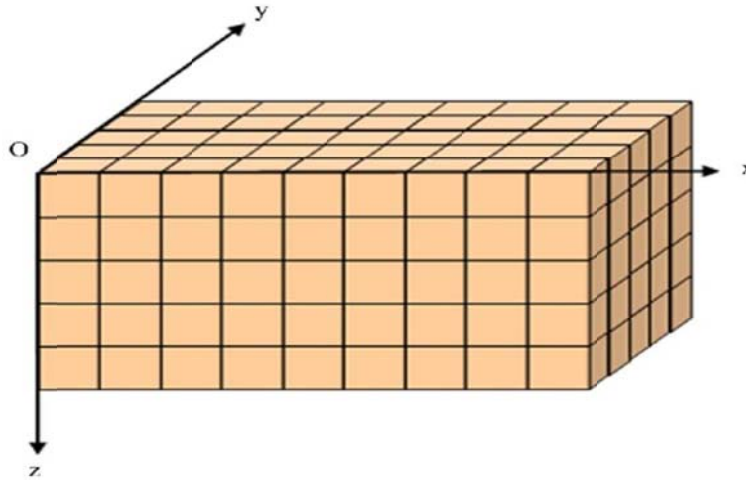
- قید فشرده گی: این قید برای اولین بار در سال ۱۹۸۳ توسط لاست و کوییک معرفی و به عنوان قید اصلی مسأله وارون به کار گرفته شد و برای وارون سازی داده های گرانی سنجی مربوط به ناهنجاری های توده ای مناسب است.

$$W_c = \frac{1}{(m)^2 + \varepsilon} \quad (1)$$

در رابطه ۱، W_c ماتریس فشرده گی، m بردار پارامترهای مدل و ε عدد بسیار کوچکی است که برای جلوگیری از صفر شدن مخرج کسر استفاده شده است. در مسأله وارون، به دلیل این که قید فشرده گی وابسته به بردار پارامترهای مدل است، وارون سازی یک فرآیند تکراری (iterative) خواهد بود. قید فشرده گی در حالت دوبعدی سطح و در سه بعد حجم را کمینه می کند. در واقع هرچه تعداد تکرارها در فرآیند تکرار بیشتر شود سطح یا حجم کمینه تر و پارامتر مدل سازی بزرگ تر خواهد شد. بنابراین برای جلوگیری از این مشکل، روی پارامتر مدل کران بالا و پایین قرار می دهیم.

- قید تخت بودن و همواری: دو قید تخت بودن (flatness) و همواری (smoothness) در وارون سازی به ترتیب باعث کمینه شدن مشتق مرتبه اول و مشتق مرتبه دوم پارامترهای مدل می شوند. توضیحات جامعی از این دو قید در کتاب تخمین پارامتر و مسائل وارون سازی (استر و همکاران، ۲۰۱۸) آمده است.

- تابع وزن دهی عمق: این تابع وزن دهی عمق توسط لی و اولدنبرگ (۱۹۹۶) معرفی شد. در واقع چون میدان های پتانسیل با فاصله از چشمه کاهش می یابند، بنابراین اثر سلول هایی که در عمق قرار دارند در سطح کمتر دیده می شود. در نتیجه برای جبران این موضوع آنها این تابع را وارد فرآیند وارون سازی کردند. این تابع در حالت گسسته



شکل ۱. گسسته‌سازی ناحیه مورد نظر به تعداد زیادی سلول در جهت‌های x ، y و z برای مدل‌سازی سه‌بعدی (گران‌دیس، ۲۰۱۳).

اطلاعات اولیه متنوعی را وارد فرآیند وارون‌سازی کرد. ماتریس A در رابطه بالا به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A = \begin{bmatrix} G \\ L \end{bmatrix}_{(N+M) \times M} \quad (5)$$

که در آن $G_{N \times M}$ ماتریس عملگر پیشرو و $L_{M \times M}$ ماتریس مشتق دوم (همواری) است که در یک α ضرب شده است. برای حالت وارون‌سازی سه‌بعدی می‌توان در هر راستا α متفاوتی را تعریف کرد یا اینکه در هر سه جهت یک α تعریف کرد که در اینجا حالت دوم انجام شده است. این دوقید دو کارکرد دارد: (۱) مدل همواری از پارامترهای مدل به دست می‌دهد و دوم آن که پایداری عددی جواب را بهبود می‌بخشد.

ماتریس b به صورت $\begin{bmatrix} \Delta g \\ 0 \end{bmatrix}$ است که در آن $\Delta g_{N \times 1}$ اختلاف بین داده‌های مشاهده شده و پاسخ محاسبه شده از آنومالی است و $0_{M \times 1}$ بردار صفر است. همچنین ضریب لاگرانژ t به صورت بردار ستونی $\begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix}_{(N+M) \times 1}$ است و شامل بردارهای ستونی β برای Δg و γ برای 0 است.

x^0 مدل اولیه است که می‌توان آن را بردار صفر در نظر گرفت، اما اگر اطلاعات اولیه به گونه‌ای باشد که بتوان مدلی از آن استنتاج کرد به جای x^0 آن را وارد فرآیند وارون‌سازی می‌کنیم. ماتریس $w_{M \times M} = P^{-1}W_dW_c$ شامل سه ماتریس قطری است

برای محاسبه عناصر ماتریس عملگر پیشرو G از رابطه ارائه شده توسط راثو و بابو (۱۹۹۱) استفاده شده است که در اینجا به خاطر اختصار و تمرکز روی مدل‌سازی وارون از پرداختن به آن خودداری شده است. حال می‌خواهیم برای بردار داده‌های اندازه‌گیری شده با استفاده از روش بولانگر و شوتو بردار پارامترهای مدل را تخمین بزنیم.

۲-۱. روش بولانگر و شوتو

گرین (۱۹۷۵) براساس روش بوکس و گیلبرت (۱۹۶۷) یک روش خطی برای وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی مطرح کرد. این روش براساس کمینه‌سازی یک تابع هدف بود. این تابع عبارت بود از فاصله وزن‌دار یک جواب قابل قبول از یک جواب اولیه که تحت یک قید برابری بود. این مسأله با استفاده از روش ضرایب لاگرانژ قابل حل بود. بولانگر و شوتو (۲۰۰۱) از روش گرین استفاده کردند و یک الگوریتم وارون‌سازی سه‌بعدی را برای تفسیر داده‌های گرانی توسعه دادند. تابع لاگرانژ روش آنها به صورت زیر است:

$$l(x, \theta) = \frac{1}{2} (x - x^0)^T w^T w (x - x^0) + (b - A(x - x^0))^T t \quad (4)$$

این تابع هدف انعطاف‌پذیر است و می‌توان قیدها و

آن در برازش داده‌های محاسباتی با داده‌های اندازه‌گیری شده بهبودی حاصل نشود.

۳. مدل‌سازی مصنوعی

در بررسی‌های ژئوفیزیکی، به‌منظور بررسی روش‌های مورد استفاده در پردازش و تفسیر داده‌های به‌دست‌آمده از عملیات صحرایی و سنجش دقت و قابلیت عملی این روش‌ها، آنها را بر داده‌های مصنوعی حاصل از شکل‌های هندسی ساده اعمال می‌کنند. بنابراین، می‌توان نتایج به‌دست‌آمده را با مقادیر اولیه پارامترهای هدف مقایسه کرد و برآورد مناسبی از میزان دقت روش مورد استفاده به‌دست آورد. در این پژوهش از دو مدل مصنوعی متفاوت به‌منظور ارزیابی توانایی الگوریتم مورد نظر در بازیابی توده‌های زیرسطحی استفاده می‌شود. در هر دو مدل، نیم‌فضای زیرسطحی به‌صورت ۲۰ سلول در راستای محور x و y و ۸ سلول در راستای محور z گسسته‌سازی می‌شود. در اینجا طول هر سلول در راستاهای x ، y و z همگی برابر ۱ است. همچنین به‌منظور شبیه‌سازی بهتر شرایط واقعی، به‌هریک از مدل‌ها نوفه تصادفی ۵ درصد، افزوده می‌شود.

۳-۱. مدل بلوک

به‌عنوان اولین مدل مصنوعی مدل یک بلوک را در نظر می‌گیریم که گستره عمقی آن از ۲ تا ۴ متر، گستره افقی آن در راستای x و y به‌ترتیب برابر ۳ و ۴ متر و تباین خودپذیری مغناطیسی آن برابر ۰/۱ واحد SI است. مقطع‌های مدل مورد نظر در چهار برش قائم با y برابر ۴/۵، ۸/۵، ۱۰/۵ و ۱۵/۵ متر در شکل ۲ نشان داده شده است و پاسخ پیشرو حاصل از آن در شکل ۳ به نمایش در آمده است.

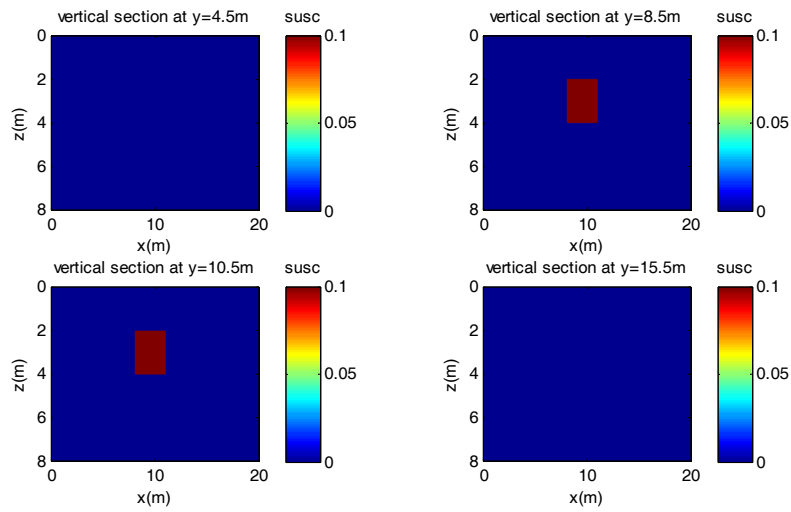
که ماتریس‌های W_d و W_c را در بالا معرفی کردیم. P ماتریس قید سختی است که در آن اگر اطلاعات زمین‌شناسی برای سلول j ام مقدار اولیه‌ای به‌دست دهد p_{jj} را برابر 10^{-2} و در غیر این صورت p_{jj} را برابر ۱ می‌گیریم. همچنین اگر مقدار پارامتر مدل سلولی (در اینجا مقدار خودپذیری مغناطیسی سلول) فراتر از مرزهای بالا و پایین اعمال شده روی مقدار خودپذیری مغناطیسی برود، p_{jj} برابر 10^{-2} می‌شود. در حل مسأله وارون‌سازی با توجه به اطلاعات اولیه می‌توان روی پارامترهای مدل قید گذاشت و مقادیر آن را در یک بازه $[x_{min}, x_{max}]$ محدود کرد.

کمینه کردن تابع هدف در معادله ۴ منجر به سیستم معادلات زیر می‌شود:

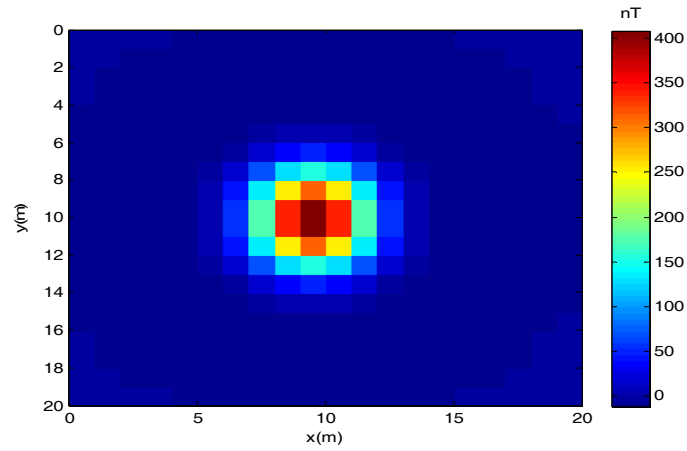
$$(AW^{-1})(AW^{-1})^T t^k = b^k \quad (6)$$

$$\rho^{k+1} = \rho^k + W^{-1}(AW^{-1})^T t^k \quad (7)$$

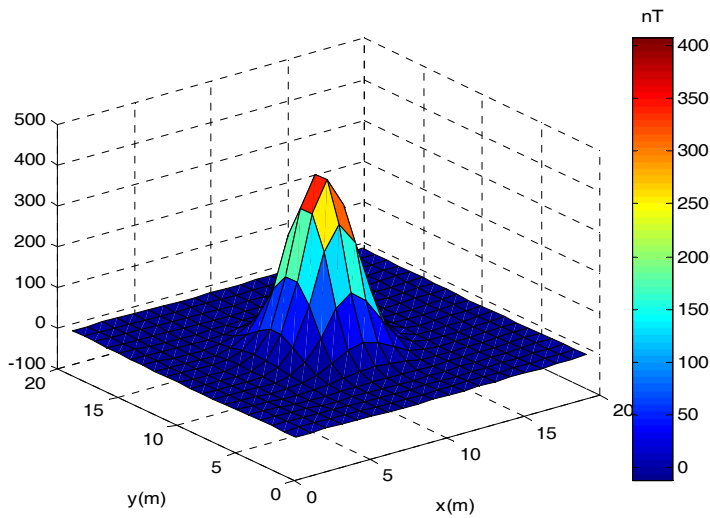
حل سیستم معادلات موجود در رابطه ۶ به‌منظور یافتن t^k صورت می‌گیرد و این بردار وارد رابطه (۷) می‌شود تا بردار پارامترهای مدل به‌دست آید. معادله ۶ را می‌توان با یکی از دو روش گرادیان مزدوج و یا روش تجزیه به مقدار تکین می‌توان حل کرد که در این تحقیق از روش گرادیان مزدوج استفاده شده است. چون W ثابت نیست، بنابراین الگوریتم ما تکراری است و در هر تکرار بردار جدیدی برای پارامترهای مدل به‌دست خواهد آمد. در شروع الگوریتم W را برابر ماتریس یکانی و بردار پارامترهای مدل را برابر صفر (یا برابر جواب حل کمترین مربعات با کمینه طول) قرار می‌دهیم. سپس در تکرار ابتدا از رابطه ۶ t^k را به‌دست آورده و سپس آن را در رابطه ۷ قرار می‌دهیم تا پارامترهای مدل دست آید. این فرآیند تا زمانی ادامه می‌یابد که پس از



شکل ۲. مدل اصلی بلوک با نمایش در چهار برش قائم در y برابر $۴/۵$ ، $۸/۵$ ، $۱۰/۵$ و $۱۵/۵$ متر.



(الف)

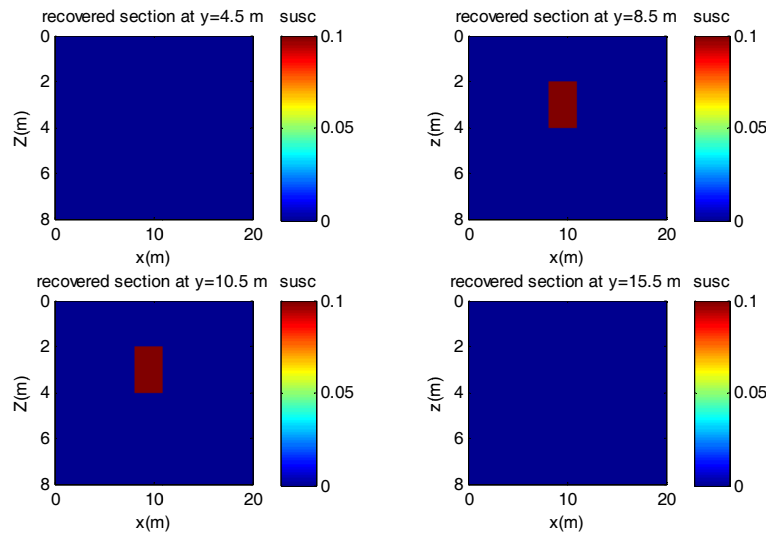


(ب)

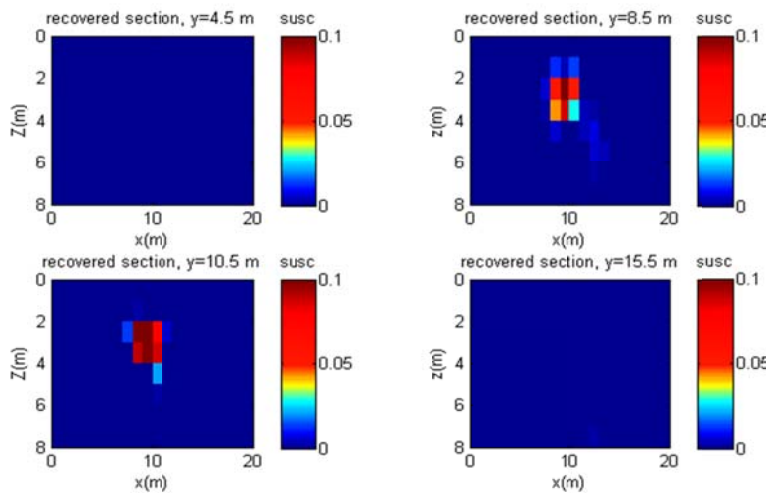
شکل ۳. پاسخ پیش‌رو حاصل از مدل بلوک (الف) از نمای بالا، (ب) از نمای جانبی.

منظم‌سازی بزرگ‌تری استفاده کرد تا جواب مسأله پایدار شود، اما از طرف دیگر یک‌سویه‌گی در بازیابی مدل افزایش می‌یابد و بنابراین شباهت مدل بازسازی شده به مدل اصلی کمتر می‌شود. در جدول ۱ تمامی پارامترهای مورد نیاز در فرآیند وارون‌سازی با داده‌های بدون نوفه و با نوفه آورده شده‌اند. طبق این جدول پارامتر منظم‌سازی در حالت داده‌های با نوفه ۱۰۰ برابر حالتی است که در آن روی داده‌ها نوفه‌ای اعمال نشده است و این نشان‌دهنده اثر بسیار نامطلوب نوفه در فرآیند وارون‌سازی است که طی آن باید چنین یک‌سویه‌گی بزرگی برای ۵ درصد نوفه وارد وارون‌سازی شود.

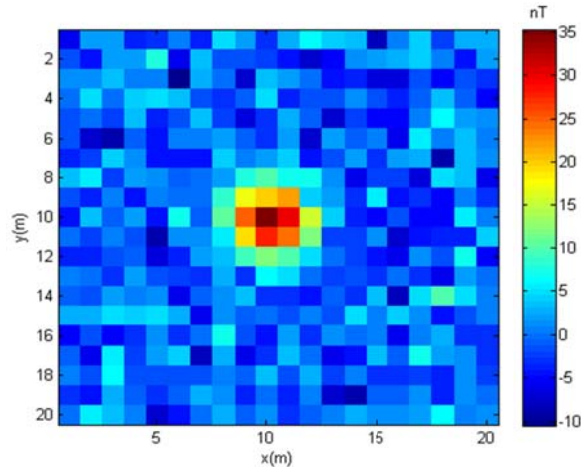
با استفاده از الگوریتم وارون مطرح شده، پاسخ پیشرو مدل را به‌عنوان داده ورودی در نظر گرفته و توانایی الگوریتم برای بازیابی مدل اصلی سنجیده می‌شود. نتایج حاصل از وارون‌سازی مدل بلوک، در شکل ۴ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که در حالت بدون نوفه، هندسه و چگالی مدل اصلی به‌طور دقیق بازیابی شده و همخوانی کاملی با مدل اولیه دارند (شکل ۴-الف). این درحالی است که با افزودن نوفه تصادفی ۵ درصد به داده‌ها، بازیابی هندسه و چگالی قسمت‌های عمیق مدل با خطا همراه می‌شود (شکل ۴-ب). در واقع برای وارون‌سازی داده‌های نوفه‌دار می‌بایست از پارامتر



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۴. مدل بازیابی شده از داده‌های (الف) بدون نوفه، (ب) با نوفه ۵ درصد. تصویر حاصل از اختلاف بین داده‌های مشاهده شده نوفه‌دار با داده‌های محاسبه شده از مدل بازیابی شده در قسمت (ب).

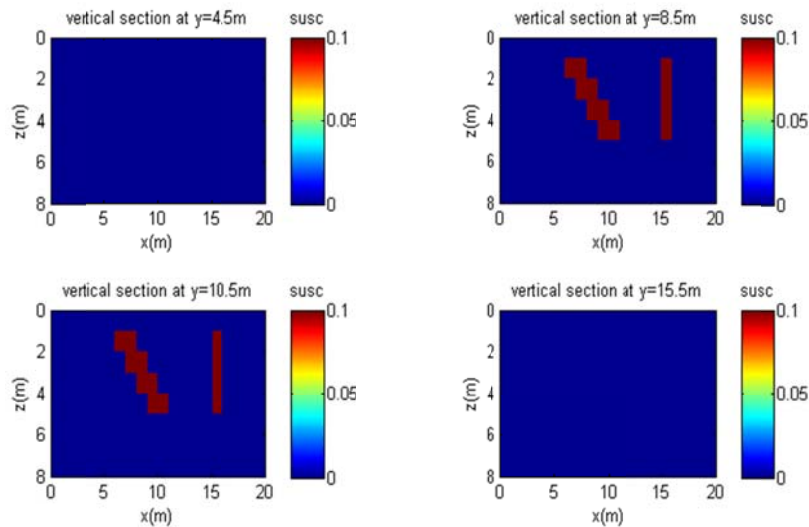
جدول ۱. پارامترهای انتخاب شده در وارون‌سازی مدل بلوک.

پارامتر منظم‌سازی	β	تعداد تکرارها	کران پایین برای پارامترهای مدل	کران بالا برای پارامترهای مدل	
۰/۱	۲	۷	۰	۰/۱	داده‌های بدون نوفه
۱۰	۲	۵	۰	۰/۱	داده‌های با نوفه ۵٪

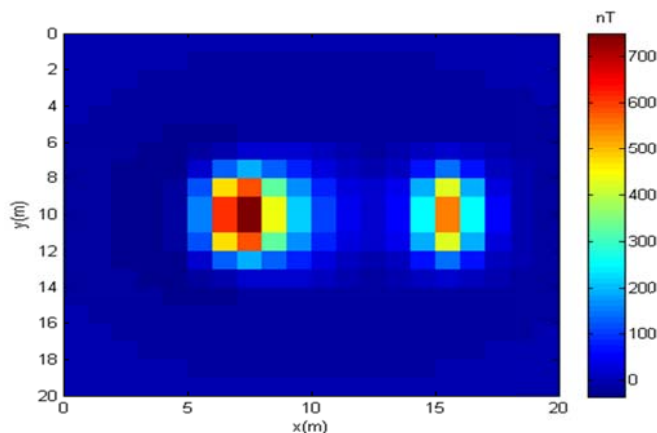
مغناطیسی آنها برابر ۰/۱ واحد SI است. مقطع‌های مدل مورد نظر در چهار برش قائم با y برابر ۴/۵، ۸/۵ و ۱۰/۵ و ۱۵/۵ متر در شکل ۵ نشان داده شده است و پاسخ پیشرو حاصل از آن در شکل ۶ به نمایش در آمده است.

۳-۲. مدل شامل دایک قائم و شیب‌دار

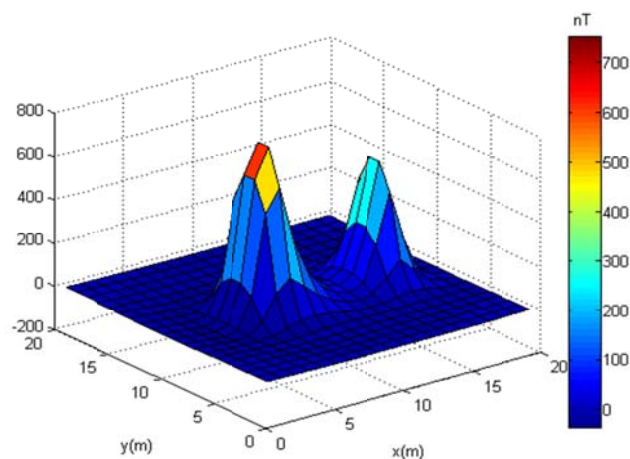
برای مدل مصنوعی دوم مدل شامل یک دایک قائم و یک دایک شیب‌دار را در نظر می‌گیریم که گستره عمقی آنها از ۱ تا ۵ متر، گستره افقی آنها در راستای y به ترتیب برابر ۴ متر و تباین خودپذیری



شکل ۵. مدل اصلی دایک قائم و شیب‌دار با نمایش در چهار برش قائم در y برابر ۴/۵، ۸/۵، ۱۰/۵ و ۱۵/۵ متر.



(الف)



(ب)

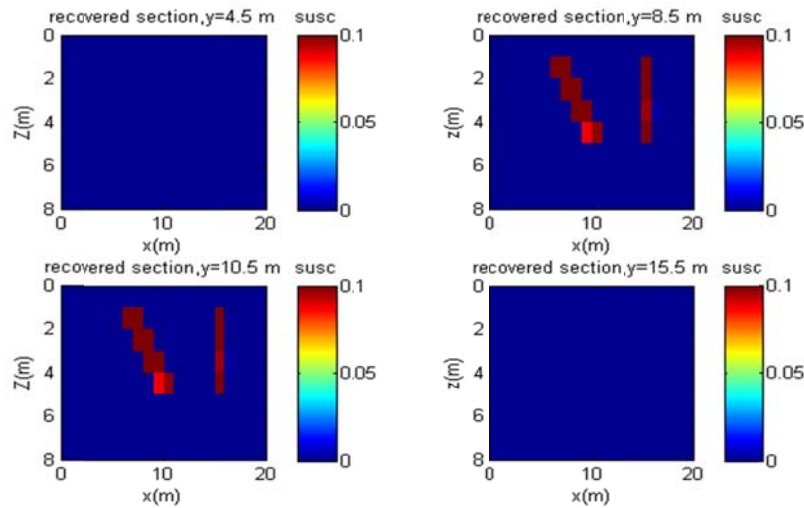
شکل ۶. پاسخ پیشرو حاصل از مدل دایک قائم و شیب‌دار (الف) از نمای بالا، (ب) از نمای جانبی.

تصادفی کاملاً قابل‌توجه است که اثر آن در هر نقطه می‌تواند با نقطه دیگر متفاوت باشد. در واقع خطای افزوده شده به‌وسیله نوفه تصادفی بر نقاط اندازه‌گیری داده‌های پروفیل با y برابر $8/5$ متر دقیقاً مثل خطای افزوده شده به نقاط اندازه‌گیری داده‌های پروفیل با y برابر $10/5$ متر عمل نمی‌کند. مثلاً برای مدل مورد نظر، در یک x معین داده‌های بدون نوفه تصادفی برای دو پروفیل واقع در y برابر $8/5$ و $10/5$ متر یکسان است، اما با اضافه شدن نوفه تصادفی مقدار مربوط به هر دو نقطه اندازه‌گیری یکسان نخواهد بود، زیرا نوفه تصادفی است و بر هر دو نقطه متفاوت (هرچند که مقدار داده‌های اندازه‌گیری شده در آن دو نقطه یکسان باشد) تأثیرات متفاوتی می‌گذارد.

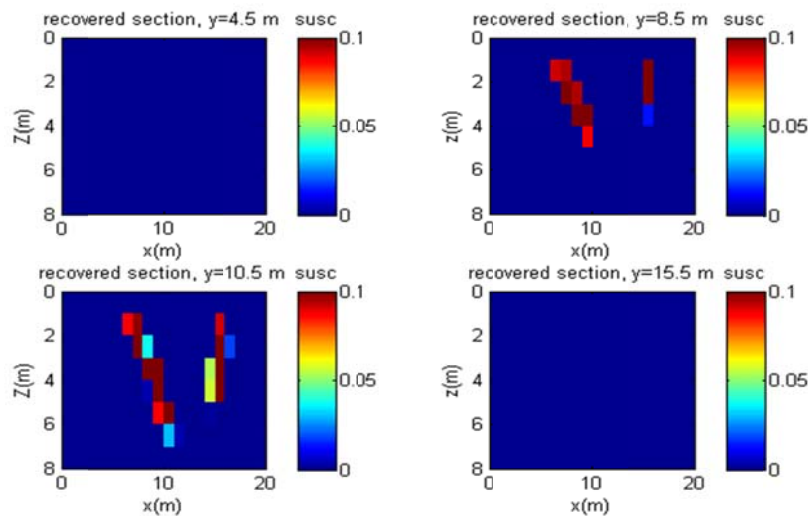
حال الگوریتم وارون‌سازی بولانگر و شوتورا بر داده‌های بدون نوفه و با نوفه ۵ درصد اعمال می‌کنیم تا عملکرد آن روی این مدل پیچیده مشخص شود. نتایج حاصل از وارون‌سازی، در شکل ۷ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که در حالت بدون نوفه، هندسه و چگالی مدل اصلی تقریباً به‌طور دقیق بازیابی شده و همخوانی تقریباً کاملی با مدل اولیه دارد (شکل ۷-الف). این درحالی است که با افزودن نوفه ۵ درصد به داده‌ها، بازیابی هندسه و چگالی مدل با خطا همراه می‌شود (شکل ۷-ب). در جدول ۲ تمامی پارامترهای مورد نیاز در فرآیند وارون‌سازی با داده‌های بدون نوفه و با نوفه آورده شده‌اند. دقت کنید که مقاطع با y برابر $8/5$ و $10/5$ متر دارای تفاوت‌هایی می‌باشند و این موضوع به‌دلیل اثر نوفه

جدول ۲. پارامترهای انتخاب‌شده در وارون‌سازی مدل بلوک.

پارامترهای مدل	پارامترهای مدل	تعداد تکرارها	β	پارامتر منظم‌سازی	
کران بالا برای پارامترهای مدل	کران پایین برای پارامترهای مدل	۷	۲/۵	۰/۱	داده‌های بدون نوفه
۰/۱	۰	۵	۲/۵	۴۰۰	داده‌های با نوفه ۵٪



(الف)



(ب)

شکل ۷. مدل بازیابی‌شده از داده‌های (الف) بدون نوفه، (ب) با نوفه ۵ درصد.

باستانی شهر سوخته پمپنی واقع در نزدیکی شهر ناپل در ایتالیا استفاده شده است، این داده مربوط به پروفیل‌های ۸۴ و ۸۷ است که در نقشه (شکل ۸) مشخص شده‌اند. پروفیل ۸۴ از روی دیوارهای در فاصله ۱۲، ۱۷ و ۳۳ متری از

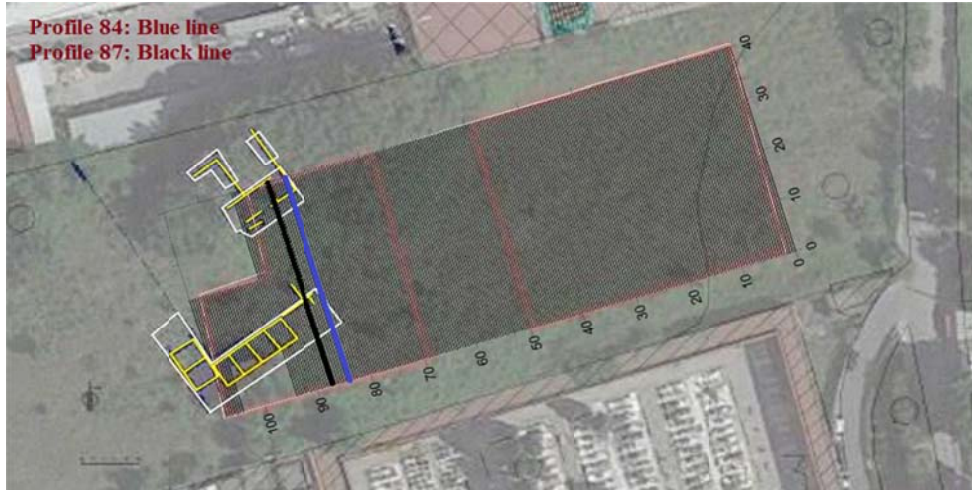
۴. داده واقعی: آثار باستانی شهر سوخته پمپنی در ایتالیا برای بررسی کارآمدی الگوریتم وارون‌سازی سه‌بعدی با داده‌های واقعی، از داده‌های برداشت شده در منطقه

ابتدای پروفیل عبور کرده است. پروفیل ۸۷ از روی دیوارهایی گذر کرده است که در فواصل ۱۱، ۱۴، ۱۶، ۱۹، ۳۳ و ۳۴ متری از ابتدای پروفیل قرار دارند. طول هر دو پروفیل ۳۵/۵ m است و تعداد داده‌های برداشت شده شامل ۳۴۲ داده با فواصل برداشت ۱۰/۴ cm می‌باشد. برای انجام وراون‌سازی، شبکه سه‌بعدی از سلول‌های مربعی با ابعاد ۰/۵ m تولید شده است. تعداد سلول‌ها در امتداد محورهای x، y و z به ترتیب ۷۱، ۱۰ و ۸ می‌باشد. پارامتر منظم‌سازی، β و تعداد تکرارها به ترتیب ۳۰۰، ۲ و ۴ انتخاب شده‌اند. روی پارامتر مدل (خودپذیری مغناطیسی) مرز پایین صفر و مرز بالای ۰/۵ انتخاب شده است. پس از انجام وراون‌سازی با کد سه‌بعدی مدل‌های نشان داده در شکل ۹ برای پروفیل‌های ۸۴ و ۸۷ به دست می‌آید.

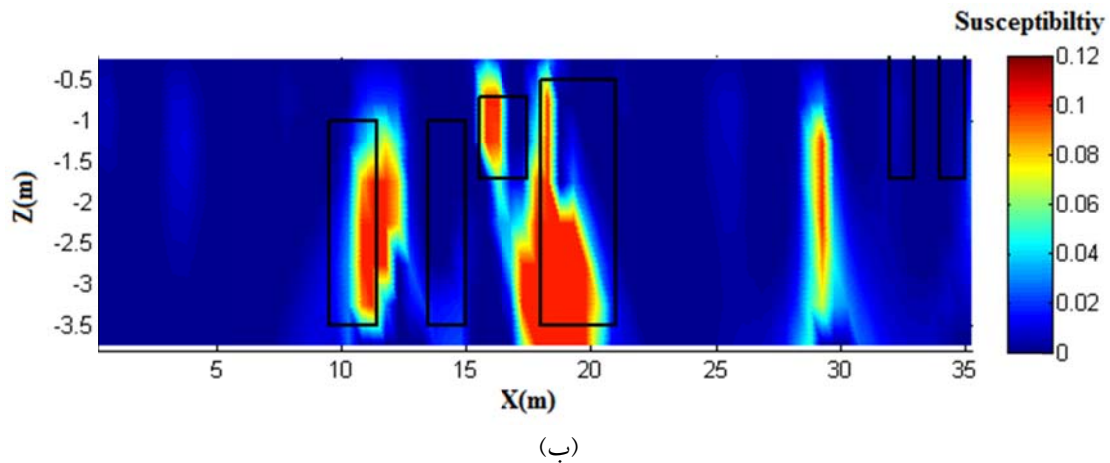
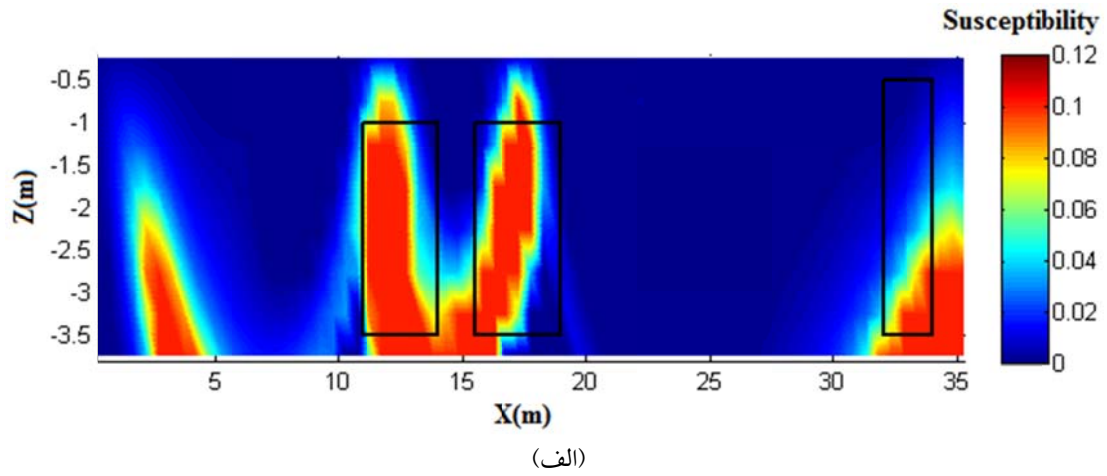
پروفیل ۸۴ (شکل ۹-الف): همان‌طور که مشاهده می‌شود، این مقطع شامل چهار بی‌هنجاری است: بی‌هنجاری اول که تباین آن با زمینه نسبت به دیگر بی‌هنجاری‌های کمتر است، در فاصله افقی ۲ تا ۵ متر و گستره عمقی ۲ تا ۳/۵ متر قرار دارد و نشان‌دهنده دیوارهایی که پروفیل از رو آن عبور کرده نیست. در واقع گزارشی که عامل ایجاد کننده این بی‌هنجاری مغناطیسی را مشخص کند، در دست نبود. بی‌هنجاری‌های دوم و سوم که نشانگر دیوار اول و دومی هستند که با پروفیل ۸۴ تقاطع داشته‌اند و همان‌طور که در نقشه مشخص است گسترش افقی و قائم آن با دیوارهای زیرسطحی (با مستطیل‌هایی که ضلع‌های آنها مشکی است نشان داده شده‌اند) تطابق بسیار خوبی دارند. بی‌هنجاری آخر، در گستره عمقی بسیار بیشتری از دیوار سوم قرار بازیابی شده است اما مکان افقی آن صحیح است. دلیل این موضوع می‌تواند در نتیجه ناقص بودن پروفیل در قسمت انتهایی باشد. در شکل ۱۰، منحنی برازش داده‌های محاسبه‌شده از مدل وراون‌سازی با داده‌های اندازه‌گیری شده را نشان می‌دهد. نرم ۲ خطای برازش برابر ۳/۸۲ nT می‌باشد.

پروفیل ۸۷ (شکل ۹-ب): مقطع بازیابی‌شده از وراون‌سازی سه‌بعدی در محل پروفیل ۸۷ نیز شامل ۴

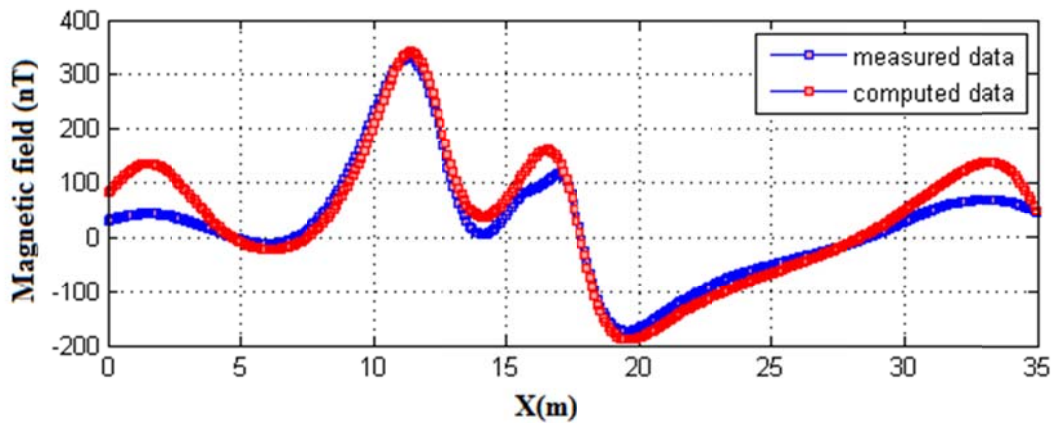
بی‌هنجاری مغناطیسی در ۱۱، ۱۴، ۱۹ و ۲۹ متری از ابتدای پروفیل ۸۷ است که سه بی‌هنجاری اول در تطابق قابل‌قبولی با دیوارهای موجود دارند. در واقع، گستره افقی در هر سه به‌خوبی بازسازی شده است اما گستره عمقی بازیابی‌شده برای دیوارهای واقع در ۱۱ و ۱۴ متری به‌خوبی گستره افقی بازیابی‌شده نیست. بی‌هنجاری واقع در ۲۹ متری نیز ارتباطی با دیوارهای موجود در محل پروفیل ۸۷ ندارد و همچون بی‌هنجاری واقع در ابتدای پروفیل ۸۴ منشاء آن برای ما مشخص نیست. سه دیوار دیگر در ۱۴، ۳۲ و ۳۴ متری بازیابی نشده‌اند. در مورد دیوار واقع در انتهای پروفیل (۳۴ متری) باید گفت که ناقص بودن پروفیل در انتها مانع از بازسازی شدن در مقطع وراون‌سازی شده است، زیرا در انتها پروفیل ۸۷ روند صعودی داشته که می‌تواند نشانگر آن باشد که این دیوار خاصیت مغناطیسی داشته است. در مورد دیوار واقع در ۳۲ می‌توان گفت: (۱) اثر آن با دیوار واقع در ۳۴ متری با همدیگر ترکیب شده که احتمال این موضوع با توجه به افزایش منحنی داده‌های اندازه‌گیری از حدود ۳۱ متری از آغاز پروفیل ۸۷ زیاد است، (۲) این دیوار می‌تواند مغناطیده نباشد که احتمال آن کمتر است با توجه به آنچه در حالت ۱ بیان شد. برای دیوار واقع در ۱۴ متری احتمال مغناطیده نبودن آن بیشتر است زیرا پروفیل به‌طور کامل از روی آن عبور کرده است و می‌بایست اثری از آن هرچند کم در مقطع وراون‌سازی قابل‌مشاهده می‌شد. بنابراین عدم رخداد این مسأله، پذیرش تفسیر مغناطیده نبودن این دیوار نسبت به از دست دادن آن در فرآیند وراون‌سازی به‌دلیل حضور بی‌هنجاری‌های دیگر را محتمل‌تر می‌کند. در مجموع باید گفت که با توجه به ناقص بودن انتهای دو پروفیل، عملکرد الگوریتم وراون‌سازی سه‌بعدی بولانگر و شوتو در بازیابی دیوارهای زیر سطح بسیار خوب بوده است، در حالی که روی یک داده واقعی ساده اعمال نشده است. در واقع به‌جز یک بی‌هنجاری (دیوار واقع در ۱۴ متری پروفیل ۸۷) الگوریتم بولانگر و شوتو امکان آشکارسازی بقیه بی‌هنجاری‌ها را فراهم کرده است.



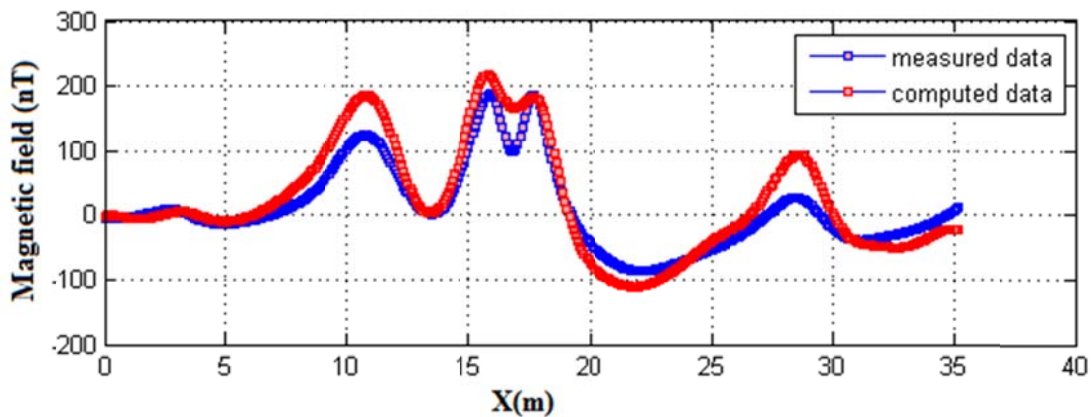
شکل ۸ نقشه ناحیه مورد نظر و پروفیل‌های ۸۴ و ۸۷ که به ترتیب با خط پرنگ آبی و سیاه نشان داده شده است.



شکل ۹. مدل حاصل از وارون‌سازی داده‌های پروفیل (الف) ۸۴، (ب) ۸۷



(الف)



(ب)

شکل ۱۰. برازش منحنی داده‌های محاسبه‌شده از مدل وارون‌سازی با داده‌های اندازه‌گیری شده پروفیل (الف) ۸۴، (ب) ۸۷.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی وارون‌سازی داده‌های مغناطیس‌سنجی با استفاده از روش بولانگر و شوتو پرداخته شد. الگوریتم موردنظر ابتدا روی داده‌های دو مدل مصنوعی برای حالت بدون نوفه و با نوفه اعمال شد. نتایج نشان دادند که برای داده‌های بدون نوفه بی‌هنجاری‌های زیر سطحی به‌خوبی بازیابی شدند. برای داده‌های نوفه‌دار می‌بایست از پارامتر منظم‌سازی بزرگ‌تری نسبت به حالت داده بدون نوفه استفاده کرد تا جواب مسأله پایدار شود، با انتخاب پارامتر منظم‌سازی بزرگ‌تر یک‌سویه‌گی (bias) در بازیابی مدل افزایش می‌یافت و شباهت مدل بازسازی شده به مدل اصلی کمتر شد. در پایان با توجه به کارآمدی روش مذکور در

بازیابی خودپذیری مغناطیسی و مشخصات هندسی مدل‌های مصنوعی، روش وارون‌سازی پیشنهادی روی داده‌های برداشت شده در ناحیه‌ای از شهر قدیمی پمپی در ایتالیا به‌عنوان داده واقعی مورد استفاده قرار گرفت. نتایج حاصل از وارون‌سازی با واقعیت زمین تطابق خوبی داشت.

تشکر و قدردانی

این تحقیق در قالب طرح پژوهشی شماره ۶۲۰۱۰۰۱/۱/۲۲ با استفاده از اعتبارات دانشگاه تهران انجام شده است. نویسندگان از معاونت پژوهشی دانشگاه تهران و مؤسسه ژئوفیزیک برای حمایت مالی و لجستیکی قدردانی می‌نمایند.

مراجع

- Aster, R. C., Borchers, B. and Thurber, C. H., 2018, Parameter estimation and inverse problems. Elsevier.
- Backus, G. and Gilbert, J. F., 1967, Numerical applications of a formalism for geophysical inverse problems, *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 13, 247-276.
- Boulanger, O. and Chouteau, M., 2001, Constraints in 3D gravity inversion, *Geophys. Prospect.*, 49, 265-280.
- Cella, F. and Fedi, M., 2012, Inversion of potential field data using the structural index as weighting function rate decay, *Geophys. Prospect*, 60, 313-336.
- Cooper, G. R. J. and Cowan, D. R., 2006, Enhancing potential field data using filters based on the local phase, *Comput. Geosci.*, 32, 1585-1591.
- Fedi, M., 2006, DEXP: A fast method to determine the depth and the structural index of potential fields sources, *Geophysics*, 72, 1-11.
- Fedi, M. and Florio, G., 2009, Quarta T. Multiridge analysis of potential fields: geometrical method and reduced Euler deconvolution, *Geophysics*, 74, 53-65.
- Grandis, H., 2013, Equivalent-Source from 3D Inversion Modeling for Magnetic Data Transformation, *International Journal of Geosciences*, 4(7), 1024-1030.
- Green, W. R., 1975, Inversion of gravity profiles by use of a Backus- Gilbert approach: *Geophysics*, v. 40, p. 763-772.
- Guillen, A. and Menichetti, V., 1984, Gravity and magnetic inversion with minimization of a specific functional: *Geophysics*, 49, 1354-1360.
- Keating, P. and Pilkington, M., 2004, Euler deconvolution of the analytic signal and its application to magnetic interpretation, *Geophysical prospecting*, 52, 165-182.
- Last, B. J. and Kubik, K., 1983, Compact gravity inversion, *Geophysics*, 48, 713-721.
- Li, Y. and Oldenburg, D. W., 1996, 3-D inversion of magnetic data, *Geophysics*, 61, 394-408.
- Paoletti, V., Ialongo, S., Florio, G., Fedi, M. and Cella, F., 2013, Self-constrained inversion of potential fields, *Geophysical Journal International*, 195(2), 854-869.
- Pilkington, M., 2009, 3D magnetic data-space inversion with sparseness constraints, *Geophysics*, 74, 7-15.
- Phillips, J. D., Hansen, R. O. and Blakely, R., 2007, The use of curvature in potential field interpretation, *Explor. Geophys.* 38, 111-119.
- Rao, D. B. and Babu, N. R., 1991, A rapid method for three-dimensional modeling of magnetic anomalies. *Geophysics*, 56(11), 1729-1737.
- Salem, A. and Ravat, D., 2003, A combined analytic signal and Euler method (AN-EUL) for automatic interpretation of magnetic data, *Geophysics*, 68, 1952-1961.
- Silva, J. B. C. and Barbosa, V. C. F., 2006, Interactive gravity inversion, *Geophysics*, 71, 1-9.
- Stavrev, P. and Reid, A. B., 2007, Degrees of homogeneity of potential fields and structural indices of Euler deconvolution, *Geophysics*, 72, 1-12.
- Varfinezhad, R., Oskooi, B. and Fedi, M., 2020, Joint Inversion of DC Resistivity and Magnetic Data, Constrained by Cross Gradients, Compactness and Depth Weighting. *Pure Appl. Geophys.* <https://doi.org/10.1007/s00024-020-02457-5>.

3-D inversion of magnetic data using Boulanger and Chouteau algorithm: a case study on magnetic data of old Pompeii city

Varfinezhad, R.^{1*} and Oskooi, B.²

1. Ph.D. Student, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

2. Associate Professor, Student, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

(Received: 7 Oct 2019, Accepted: 9 June 2020)

Summary

Inversion of magnetic data is the most important step in the interpretation of magnetic anomalies. Availability of 3-D inversion of magnetic data is required because earth material properties generally change in all three special dimensions. Magnetic data inversion has two main problems about non-uniqueness and instability of the solution which can be obviated by using constraints and a priori information. Non-uniqueness is the consequence of two ambiguities: I) following Gauss theorem, there are many equivalent sources that can produce the same known field at the surface (theoretical ambiguity), II) since the parameterization of the problem is such that there are more unknowns than observations, the system does not provide enough information in order to uniquely determine model parameters (algebraic ambiguity). Every measurement of data on the earth's surface contains some noise which imposes large changes on the inverse solution, therefore the problem is also ill-posed. There are many constraints including compactness, minimization of inertia around an axis or a point, depth weighting and etc. Different combinations of these constraints in the objective function lead to different algorithms each of which are appropriate for some cases. In this paper, inversion algorithm proposed by Boulanger and Chouteau are utilized for the 3-D inversion of magnetic data. This technique was introduced for inversion of gravity data. Their algorithm takes the advantage of a model weighting matrix derived by multiplying compactness, hardness and depth weighting constraints. Furthermore, smoothness matrix is also inserted in the algorithm. Compactness constraint, introduced by Last and Kubic, try to minimize the volume of the anomalous body in 3-D. Hardness constraint, represented by \mathbf{P} , is a diagonal matrix for which diagonal elements p_{ii} is fixed at 10^{-2} or 1 depending on whether the value of the i th initial susceptibility is fixed by geological information or not. Depth weighting function, introduced by Li and Oldenberg, is used to counteract the natural decay of the kernel, so all the cells have an equal probability during the inversion. The subsurface is discretized into a lot of cells for which the susceptibility of each cell is assumed to be constant. The model parameter, susceptibility contrast, is also limited to lower and upper bounds. This algorithm was programmed in MATLAB software, and its efficiency was investigated by applying it on synthetic and real data. The first synthetic model is a cube and inversion process was done for free-noisy and noisy data (5 % random noise) and in both cases recovered models were satisfactory. The second case is the model of vertical and dip dykes as a more complex synthetic example. Inverting free-noisy data leads to the exact recovering of true model. The reconstructed model obtained from noisy data actually represented an acceptable model. Therefore, results of synthetic cases were promising enough and convince us in order to apply the algorithm to real cases. Finally, the algorithm was applied two real profiles related to the archaeological data sets of an area in old Pompeii city near Naples in Italy. Both profile lengths are 35.5 m with interval sampling of 10.4 cm. Inversion result of the data using this 3-D algorithm represents anomalies that are in a good agreement with subsurface anomaly positions.

Keywords: compactness, depth weighting, inversion, magnetic, synthetic model.

* Corresponding author:

ramin.varfi@ut.ac.ir