

# Developing an Approach to Calculate Fuzzy Reliability Based on Fuzzy Failure Rate

**Mahmoud Shahrokhi**

\*Corresponding author, Assistant Prof. of Industrial Engineering, Faculty of Engineering,  
University of Kurdistan, Sanandaj, Iran. E-mail: m.shahrokhi@uok.ac.ir

## Abstract

**Objective:** The aim of this paper is to propose a new method to deal with uncertainty in computing the reliability of components through expressing the failure rate as a fuzzy triangular number and using fuzzy calculations to convert it to a fuzzy reliability number.

**Methods:** Firstly, considering its uncertainty the failure rate is expressed as a triangular fuzzy number. Then, assuming the exponential life-time function for the target component, based on the fuzzy failure rate, the fuzzy reliability is calculated in two different ways and the results are compared with each other. In the first method, the extension principle is used and the fuzzy reliability number is calculated, accurately. In this case, the fuzzy number of reliability has a nearly triangular shape. In the second method, using linear regression, two linear functions are fitted for the right and left edges of the reliability fuzzy number, and thus a triangular fuzzy number is obtained.

**Results:** When the exponential density function is used for lifetime of a component, the fuzzy reliability calculation error, using the regression method is very small, compared to the original extension method.

**Conclusion:** The approximation of the fuzzy reliability function, applying the regression method, provides sufficient accuracy and can be used instead of the extension principle method.

**Keywords:** Fuzzy failure rate, Fuzzy logic, Fuzzy reliability, Regression, Extension principle.

**Citation:** Shahrokhi, M. (2018). Developing an Approach to Calculate Fuzzy Reliability Based on Fuzzy Failure Rate. *Industrial Management Journal*, 10(2), 183-200. (in Persian)

---

Industrial Management Journal, 2018, Vol. 10, No.2, pp. 183-200

DOI: 10.22059/imj.2018.245284.1007341

Received: September 6, 2017; Accepted: February 10, 2018

© Faculty of Management, University of Tehran

# ارائه رویکردی برای محاسبه قابلیت اطمینان فازی بر پایه آهنگ خرابی فازی

محمود شهرخی

\* نویسنده مسئول، استادیار مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه کردستان، سنندج، ایران. رایانامه: m.shahrokhi@uok.ac.ir

## چکیده

**هدف:** ارائه یک روش نوین برای مواجهه با عدم قطعیت در محاسبه قابلیت اطمینان قطعات از طریق بیان آهنگ خرابی قطعات به صورت عدد مثلثی فازی و به کارگیری محاسبات فازی برای تبدیل آن به عدد قابلیت اطمینان فازی

**روش:** ابتدا آهنگ خرابی با توجه به عدم قطعیت آن به صورت یک عدد فازی مثلثی بیان شده است؛ سپس با فرض تابع عمر نمایی برای قطعه مد نظر، بر پایه این عدد قابلیت اطمینان فازی به دو روش گوناگون محاسبه شده و نتایج آنها با یکدیگر مقایسه شده است. در روش اول از اصل گسترش استفاده شده و عدد قابلیت اطمینان فازی به صورت دقیق محاسبه شده است. در این حالت عدد فازی قابلیت اطمینان یک شکل تقریباً مثلثی پیدا کرده است. در روش دوم، با استفاده از رگرسیون خطی، دو تابع خطی برای یال راست و چپ عدد فازی قابلیت اطمینان برآزش شده و بدین گونه یک عدد فازی مثلثی ساخته شده است.

**یافته‌ها:** زمانی که تابع چگالی عمر نمایی برای یک قطعه به کار رود، میزان خطای محاسبه‌ی قابلیت اطمینان فازی با استفاده از روش رگرسیون، نسبت به روش اصل گسترش بسیار ناچیز است.

**نتیجه‌گیری:** تقریب تابع قابلیت اطمینان فازی با به کارگیری روش رگرسیون دقت کافی را دارا است و می‌تواند به جای استفاده از روش اصل گسترش مورد استفاده قرار گیرد.

**کلیدواژه‌ها:** رگرسیون، قابلیت اطمینان فازی، منطق فازی، آهنگ خرابی فازی، اصل گسترش.

**استناد:** شهرخی، محمود (۱۳۹۷). ارائه رویکردی برای محاسبه قابلیت اطمینان فازی بر پایه آهنگ خرابی فازی. فصلنامه مدیریت صنعتی، ۱۰(۲)، ۱۸۳-۲۰۰.

فصلنامه مدیریت صنعتی، ۱۳۹۷، دوره ۱۰، شماره ۲، صص. ۱۸۳-۲۰۰

DOI: 10.22059/imj.2018.245284.1007341

دریافت: ۱۳۹۶/۰۶/۱۵، پذیرش: ۱۳۹۶/۱۱/۲۱

© دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

## مقدمه

قابلیت اطمینان سیستم صنعتی، یکی از موضوعات مهم در طراحی آن است؛ زیرا احتمال وقوع توقف‌های غیرمنتظره و پرهزینه را نشان می‌دهد که اغلب مخاطرات زیادی را نیز به همراه دارد. به همین منظور، طراحان همواره در پی افزایش قابلیت اطمینان سیستم‌ها با هزینه معقول بوده‌اند. با انجام محاسبات قابلیت اطمینان می‌توان به مقایسه طرح‌های پیشنهاد شده مختلف پرداخت و مناسب‌ترین آنها را انتخاب کرد. با وجود این، یکی از مشکلات انجام این محاسبات، عدم قطعیت ذاتی آهنگ خرابی یعنی تعداد خرابی در واحد زمان قطعات است که چالشی اساسی برای محاسبه قابلیت اطمینان فراروی پژوهشگران قرار می‌دهد. استفاده از اعداد فازی یکی از راه‌های بیان و مواجهه با این عدم قطعیت است. در این مقاله با استفاده از نظریه فازی، چگونگی بیان آهنگ خرابی به صورت اعداد فازی بررسی شده و پس از آن، یک روش عددی برای تبدیل آن به قابلیت اطمینان فازی با استفاده از رگرسیون خطی پیشنهاد شده است. در ادامه مقاله، ابتدا پیشینه پژوهش و پس از آن، رویکرد پیشنهاد شده این پژوهش برای به دست آوردن قابلیت اطمینان فازی ارائه می‌شود و پس از حل یک مثال عددی، نتایج آن به بحث گذاشته خواهد شد.

## پیشینه پژوهش

پژوهشگران بسیاری در زمینه محاسبه قابلیت اطمینان تحقیق کرده‌اند که در این بخش به چند نمونه اشاره خواهد شد. چین چیا و لای (۲۰۱۶) یک مسئله حداکثرسازی جریان را در یک شبکه با در نظر گرفتن قابلیت اطمینان اجزای آن حل کردند. یی و همکارانش کارایی سیستم را مد نظر قرار داده و یک مسئله بهینه‌سازی قابلیت اطمینان را با توجه به سطوح مختلف قابلیت اطمینان برای هر یک از قطعات به صورتی در نظر گرفتند که کارایی سیستم کل تابعی از میزان خرابی هر یک از قطعات باشد (یی، چن، تانگ و کانگ، ۲۰۱۶). رویی، خبو و لی (۲۰۱۶) همین مسئله را با توسعه یک الگوریتم بهینه‌سازی قابلیت اطمینان با در نظر گرفتن امکان تسهیم کارایی و با هدف حداقل کردن نقش سیستم کلی، بهبود دادند. چنگ و فیوندلا (۲۰۱۶) با در نظر گرفتن یک توزیع دوجمله‌ای همبسته<sup>۱</sup> و روش فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید، روشی را برای بهینه‌سازی افزونگی در شبکه‌های رایانه‌ای ارائه کردند. نورالفتح و ایت‌کدی (۲۰۰۷) مسئله بهینه‌سازی ساختار یک سیستم سری - موازی چندحالتی<sup>۲</sup> با سیاست تعمیر مشخص را با ساختار افزونگی در نظر گرفتند. آنها در پژوهش خود مدلی برای بهینه کردن طراحی افزونگی با محدودیت‌های قابلیت اطمینان، هزینه‌های پیاده‌سازی و نگهداری برای سیستم‌های سری - موازی چندحالتی گسترش دادند. سیستم‌های چندحالتی می‌توانند وضعیتی بین عملکرد کامل و شکست کامل داشته باشند. در مدل آنها، سیستم شامل  $n$  گروه موازی است که به صورت سری قرار دارند. هر گروه تعدادی قطعه موازی را دربردارد که هزینه، عملکرد، آهنگ خرابی و آهنگ تعمیر در آن مشخص است. ویژگی پژوهش یاد شده، در نظر گرفتن محدودیت برای منابع تعمیر است که در پژوهش‌های قبلی لحاظ نشده است. مارسگورا، زویو و پدیفیلن (۲۰۰۵) این کار را با رویکرد چندمعیاره<sup>۳</sup> و با استفاده از معیار پارتو گسترش دادند. شیوه حل پژوهش اخیر،

1. Correlated binomial distribution  
 2. Multi State Systems  
 3. Multi Criteria Approach

استفاده از الگوریتم ژنتیک بوده و از شبیه‌سازی برای تخمین کیفیت جواب‌ها استفاده شده است. فینکلستین (۲۰۰۹) مدل موجودی قطعات یدکی برای سیستم‌های دارای افزونه با قطعات تعمیرنشده را با این فرض که قطعه یدکی می‌تواند به اشتراک گذاشته شود، طراحی کرد. دکر و پلاسمیجر (۱۹۹۷) به تخمین مقداری برای محاسبه هزینه‌های خرابی یک جزء در سیستم‌های پیچیده، به‌منظور کمک به تصمیم‌گیری برای تعمیر و کنترل موجودی دست یافتند. اسمیت دیستامبز (۲۰۱۱) در پژوهشی به بررسی خاصیت افزونگی با انتظار سرد در سطح سیستم پرداخت. لویتین و همکارانش (۱۹۹۸) مدلی برای تعیین کیفیت بهینه اجزا و افزونگی زیرسیستم‌های مختلف در سیستم‌های سری - موازی چندحالته ارائه دادند (لویتین، لیسینسکی، بن هام و الماکس، ۱۹۹۸). همچنین تیان، زوو و هانگ (۲۰۰۸) برای سیستم‌های سری - موازی چندحالته، یک روش بهینه‌سازی مشترک قابلیت اطمینان و افزونگی ارائه کردند که در آن حالت‌های توزیع اجزای متأثر از آهنگ‌های خرابی و افزونگی، متغیرهای طراحی در نظر گرفته شده است. بنا بر مطالعات چرن (۱۹۹۲) مبنی بر سخت بودن مسائل بهینه‌سازی تخصیص افزونگی، از دیرباز در این نوع مسائل از الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده می‌شده است. قاضی میرسعید و نجفی (۱۳۹۳) مسئله تخصیص و انتخاب مازاد را برای بهبود پایایی سیستم‌های  $k$  از  $n$  در نظر گرفتند و یک مدل برنامه‌ریزی خطی و یک روش حل دقیق برای آن ارائه دادند. ولی‌پور خطیر و قاسم‌نیا عربی (۱۳۹۵) از تئوری فازی و استنتاج فازی برای ارزیابی ریسک‌های بالقوه در تجهیزات پزشکی بهره برده و برای این منظور در چند مرحله به ارزیابی شاخص‌های اصلی و فرعی مؤثر در شکست این تجهیزات پرداختند. صادقی مقدم و غریب (۱۳۹۲) کارایی نواحی مدیریتی شرکت توزیع نیروی برق فارس و محدودیت فازی را برای کنترل و یافتن وزن‌ها به‌کار بردند. جعفرنژاد و یوسفی زنوز (۱۳۸۷) ابتدا ریسک‌های ممکن برای پروژه حفاری چاه نفت را شناسایی کردند و پس از آن با استفاده از مدل فازی به رتبه‌بندی آنها پرداختند. حقیقی و نایب‌پور (۱۳۹۶) با استفاده از ارزیابی فازی ترکیبی و الگوریتم ژنتیک، فاصله اقلیدسی بین رضایت از تک‌تک معیارها و رضایت کلی را به‌دست آوردند و بر اساس آن، در مرحله دوم شرکت‌های هواپیمایی را رتبه‌بندی کردند. اخوان نوری، مهرگان، زندیه و کاظمی (۱۳۹۶) از روش نگاشت فازی برای تحلیل محتوایی روابط مستقیم و غیرمستقیم میان عوامل مؤثر بر مصرف گاز طبیعی در بخش خانگی استفاده کردند. عموچی و قطانت (۱۳۹۶) یک سیستم خبره فازی را با استفاده از رویکرد تحلیل فرضیه‌های رقیب برای تمایز بین گونه‌های بیماری که علائم نزدیک به هم دارند، ایجاد کردند. در زمینه استفاده از تئوری فازی در محاسبات قابلیت اطمینان، می‌توان برای نمونه به پژوهش سیداصفهان‌ی و همکارانش اشاره کرد که در آن پارامترهای فازی برای توصیف قابلیت اطمینان، هزینه و اهمیت هر قسمت از سیستم به‌کار رفته و از روش شبیه‌سازی تبرید برای حل مدل استفاده شده است (سیداصفهان‌ی، حاجیان حیدری و جابری، ۱۳۹۲). بور، کولار و تانگ (۱۹۹۲) از تحلیل سلسله‌مراتبی در شرکت IBM برای رایانه AS-۴۰۰ استفاده کردند. در سال ۲۰۰۸، ساتی توانست تمام کاربردهای AHP را پس از گذشت ۱۸ سال از ارائه این روش، جمع‌آوری کند که در میان آنها می‌توان به استفاده از این روش در کمیته‌های مشورتی صنایع هسته‌ای، تعیین مکان مجدد زمین‌لرزه در شهر ترکیش، کمپانی فوردر در سال ۱۹۹۹، پیش‌بینی مسابقه فوتبال در سال ۱۹۹۵ و دفاع موشکی و... اشاره کرد. میرشمس و حسنی (۲۰۰۹) با استفاده از روش تحلیل سلسله‌مراتبی به ارزیابی ماهواره‌های سنجش از دور پرداختند. حاتمی، حقی فام و موسوی (۱۳۸۲) از داده‌ها و محاسبات فازی برای تعریف و

محاسبه شاخص‌های قابلیت اطمینان پست‌های برق استفاده کردند. ابراهیم‌پور و شیخ‌علیشاهی (۲۰۱۱) یک مسئله بهینه‌سازی تخصیص قطعات مازاد در حالت فازی را برای یک سیستم  $k$  از  $n$  مدل‌سازی کردند و با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی و الگوریتم ژنتیک به حل آن پرداختند.

با توجه به بررسی‌های انجام شده، تا کنون مطالعه‌ای برای محاسبه قابلیت اطمینان سیستم با توجه به آهنگ خرابی فازی برای قطعات و بهینه‌سازی طراحی بر اساس آن، توسعه داده نشده و در مقاله پیش رو، مدل جدیدی برای این حالت ارائه شده است. در ادامه، ابتدا به بیان مبانی نظری محاسبات فازی به کار رفته در پژوهش پرداخته و پس از آن مسئله پژوهش مطرح می‌شود و در بخش بعد، ضمن توضیح روش پیشنهاد شده و طرح یک مثال درباره آن، نتایج به دست آمده به بحث گذاشته می‌شود.

## محاسبات عددی

### اعداد LR

در این مقاله فرض می‌شود که اعداد به کار رفته برای بیان آهنگ خرابی، از نوع اعداد فازی LR هستند. اعداد LR به دلیل توانایی در بیان بسیاری از شرایط واقعی و همچنین سهولت انجام محاسبات، کاربرد بسیاری دارند که در زیر به تعریف آنها پرداخته می‌شود.

**تعریف:** فرض کنید توابع  $L$  و  $R$  دو تابع پیوسته در فضای اعداد حقیقی باشند، به طوری که  $L$  و  $R$  روی فاصله  $[0, +\infty)$ ، غیرافزایشی بوده و همچنین رابطه‌های زیر برقرار است:

$$L(x) = L(-x), \quad R(x) = R(-x) \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$R(0) = L(0) = 1 \quad \text{رابطه (۲)}$$

در این دو رابطه،  $x$  یک متغیر با مقادیر حقیقی است. در این صورت عدد فازی  $\tilde{A}$  یک عدد فازی LR روی  $x$  خواهد بود و با  $\tilde{A} = (\alpha_{\tilde{A}}, m_{\tilde{A}}, \beta_{\tilde{A}})_{LR}$  نشان داده می‌شود، اگر و تنها اگر رابطه ۳ برقرار باشد.

$$\mu_{\tilde{A}} = \begin{cases} L\left(\frac{m_{\tilde{A}} - x}{\alpha_{\tilde{A}}}\right) & m_{\tilde{A}} - \alpha_{\tilde{A}} < x \leq m_{\tilde{A}} \\ R\left(\frac{x - m_{\tilde{A}}}{\beta_{\tilde{A}}}\right) & m_{\tilde{A}} < x \leq m_{\tilde{A}} + \beta_{\tilde{A}} \\ 0 & x < m_{\tilde{A}} - \alpha_{\tilde{A}} \text{ or } x > m_{\tilde{A}} + \beta_{\tilde{A}} \end{cases} \quad \text{رابطه (۳)}$$

$$\alpha_{\tilde{A}} > 0, \beta_{\tilde{A}} > 0$$

یک عدد مثلثی مانند  $\tilde{\lambda}$  که در این مقاله با فرمت  $(\alpha_{\tilde{\lambda}}, m_{\tilde{\lambda}}, \beta_{\tilde{\lambda}})_{TR}$  و مانند شکل ۱ نشان داده می‌شود، حالت خاصی از اعداد فازی LR تحت شرایط  $L(x) = R(x) = 1 - |x|$  است. حال اگر همه مقادیر  $\alpha_{\tilde{\lambda}}, m_{\tilde{\lambda}}, \beta_{\tilde{\lambda}}$  مثبت باشند، رابطه بالا به صورت زیر درمی‌آید:

$$\mu_{\bar{\lambda}} = \mu_{(\alpha_{\bar{\lambda}}, m_{\bar{\lambda}}, \beta_{\bar{\lambda}})_{TR}} = \begin{cases} 1 - \left| \frac{m_{\bar{\lambda}} - \lambda}{\alpha_{\bar{\lambda}}} \right| & m_{\bar{\lambda}} - \alpha_{\bar{\lambda}} < \lambda \leq m_{\bar{\lambda}} \\ 1 - \left| \frac{\lambda - m_{\bar{\lambda}}}{\beta_{\bar{\lambda}}} \right| & m_{\bar{\lambda}} < \lambda \leq m_{\bar{\lambda}} + \beta_{\bar{\lambda}} \\ 0 & \lambda < m_{\bar{\lambda}} - \alpha_{\bar{\lambda}} \text{ or } \lambda > m_{\bar{\lambda}} + \beta_{\bar{\lambda}} \end{cases} \quad \text{رابطه (۴)}$$

$\alpha_{\bar{\lambda}} > 0, \beta_{\bar{\lambda}} > 0$

$$\mu_{\bar{\lambda}} = \begin{cases} \frac{\lambda - (m_{\bar{\lambda}} - \alpha_{\bar{\lambda}})}{\alpha_{\bar{\lambda}}} & m_{\bar{\lambda}} - \alpha_{\bar{\lambda}} < \lambda \leq m_{\bar{\lambda}} \\ \frac{(m_{\bar{\lambda}} + \beta_{\bar{\lambda}}) - \lambda}{\beta_{\bar{\lambda}}} & m_{\bar{\lambda}} < \lambda \leq m_{\bar{\lambda}} + \beta_{\bar{\lambda}} \\ 0 & \lambda < m_{\bar{\lambda}} - \alpha_{\bar{\lambda}} \text{ or } \lambda > m_{\bar{\lambda}} + \beta_{\bar{\lambda}} \end{cases} \quad \text{رابطه (۵)}$$

$\alpha_{\bar{\lambda}} > 0, \beta_{\bar{\lambda}} > 0$

رابطه بالا نشان می‌دهد که تابع عضویت به ازای  $\lambda = m_{\bar{\lambda}} - \alpha_{\bar{\lambda}}$  و  $\lambda = m_{\bar{\lambda}} + \beta_{\bar{\lambda}}$  برابر با صفر و به ازای  $\lambda = m_{\bar{\lambda}}$  برابر با ۱ می‌شود. در ادامه روش محاسبه با اعداد LR توضیح داده می‌شود.

اگر  $\tilde{n} = (m_{\tilde{n}}, \alpha_{\tilde{n}}, \beta_{\tilde{n}})_{LR}$  و  $\tilde{m} = (m_{\tilde{m}}, \alpha_{\tilde{m}}, \beta_{\tilde{m}})_{LR}$  محاسبات اعداد فازی LR بین آنها به صورت زیر است:

• جمع دو عدد فازی LR

$$\tilde{n} \oplus \tilde{m} = (m_{\tilde{n}} + m_{\tilde{m}}, \alpha_{\tilde{n}} + \alpha_{\tilde{m}}, \beta_{\tilde{n}} + \beta_{\tilde{m}})_{LR} \quad \text{رابطه (۶)}$$

• ضرب یک عدد اسکالر (crisp) در یک عدد فازی LR

$$\lambda \tilde{m} = \begin{cases} (\lambda m_{\tilde{m}}, \lambda \alpha_{\tilde{m}}, \lambda \beta_{\tilde{m}})_{LR} & \lambda > 0 \\ (\lambda m_{\tilde{m}}, -\lambda \alpha_{\tilde{m}}, -\lambda \beta_{\tilde{m}})_{LR} & \lambda < 0 \end{cases} \quad \text{رابطه (۷)}$$

• جمع یک عدد اسکالر (crisp) با یک عدد فازی LR

$$\lambda + \tilde{m} = (\lambda + m_{\tilde{m}}, \alpha_{\tilde{m}}, \beta_{\tilde{m}})_{LR} \quad \text{رابطه (۸)}$$

• ضرب دو عدد فازی LR

$$\tilde{n} \otimes \tilde{m} = (m_{\tilde{n}}, \alpha_{\tilde{n}}, \beta_{\tilde{n}})_{LR} \otimes (m_{\tilde{m}}, \alpha_{\tilde{m}}, \beta_{\tilde{m}})_{LR} \quad \text{رابطه (۹)}$$

$$= \begin{cases} (m_{\tilde{n}}m_{\tilde{m}}, m_{\tilde{n}}\alpha_{\tilde{m}} + m_{\tilde{n}}\alpha_{\tilde{m}}, m_{\tilde{m}}\beta_{\tilde{n}} + m_{\tilde{n}}\beta_{\tilde{m}})_{LR} & m_{\tilde{m}}, m_{\tilde{n}} > 0 \\ (m_{\tilde{n}}m_{\tilde{m}}, m_{\tilde{n}}\alpha_{\tilde{m}} - m_{\tilde{m}}\alpha_{\tilde{n}}, m_{\tilde{n}}\beta_{\tilde{m}} - m_{\tilde{m}}\beta_{\tilde{n}})_{LR} & m_{\tilde{n}} < 0, m_{\tilde{m}} > 0 \\ (m_{\tilde{n}}m_{\tilde{m}}, -(m_{\tilde{m}}\beta_{\tilde{n}} + m_{\tilde{n}}\beta_{\tilde{m}}), -(m_{\tilde{m}}\alpha_{\tilde{n}} + m_{\tilde{n}}\alpha_{\tilde{m}}))_{LR} & m_{\tilde{m}}, m_{\tilde{n}} < 0 \end{cases}$$

• تفریق دو عدد فازی LR

$$\tilde{n} \ominus \tilde{m} = (m_{\tilde{m}} - m_{\tilde{n}}, \alpha_{\tilde{m}} + \alpha_{\tilde{n}}, \beta_{\tilde{m}} + \beta_{\tilde{n}})_{LR} \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

• قرینه یک عدد فازی LR

$$-\tilde{m} = (-m_{\tilde{m}}, \beta_{\tilde{m}}, \alpha_{\tilde{m}})_{LR} \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

### اصل گسترش

اصل گسترش برای به دست آوردن نتیجه استفاده از اعداد فازی به عنوان متغیر در توابع دلخواه استفاده می شود که نتیجه آن یک عدد فازی جدید خواهد بود. تعریف زیر نحوه استفاده از این اصل را نشان می دهد.

اگر تابع  $f$  یک تابع از  $X$  به  $Y$  بوده و  $\tilde{A}$  یک عدد فازی روی  $X$  باشد، آنگاه  $f(\tilde{A})$ ، یعنی حاصل اعمال تابع روی عدد فازی  $\tilde{A}$  نیز یک مجموعه فازی است که به صورت زیر به دست می آید:

$$f(\tilde{A}) = (y, \mu_{f(\tilde{A})}(y)) \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

که در آن:

$$\mu_{f(\tilde{A})}(y) = \begin{cases} \sup_{x:f(x)=y} (\mu_{\tilde{A}}(x)) & f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases} \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

رابطه بالا نشان می دهد که تابع عضویت هر نقطه مانند  $y$  در حاصل تابع برابر است با بزرگترین مقدار تابع عضویت  $\tilde{A}$  به ازای همه مقادیری از متغیر  $x$  که در تابع  $f$  مقدار  $y$  را نتیجه می دهند.

### محاسبه قابلیت اطمینان فازی

در موارد بسیاری قابلیت اطمینان سیستم های صنعتی بر اساس قابلیت اطمینان تک تک قطعات اصلی آنها محاسبه می شود. برای این کار، لازم است که ابتدا قابلیت اطمینان هر یک از قطعات به عنوان احتمال سالم ماندن آنها در دوره مد نظر محاسبه شود. سه روش اصلی برای تخمین قابلیت اطمینان یک قطعه وجود دارد: ۱. استفاده از آمار خرابی قطعه در گذشته که توسط آن آهنگ خرابی قطعه برآورد می شود؛ ۲. استفاده از نظر کارشناسان و ۳. استفاده از پایگاه های داده (هندبوک) استاندارد (مانند OREDA<sup>۱</sup>) که در آنها حد پایین، میانگین و حد بالای آهنگ خرابی مشخص شده است.

در نگاه نخست به نظر می رسد که با استفاده از این روش ها، تعیین قابلیت اطمینان قطعات صنعتی به سادگی امکان پذیر است، اما هر سه روش همراه با عدم قطعیت بوده و در عمل نمی توان عدد دقیقی برای قابلیت اطمینان یک قطعه مشخص کرد. این مشکل به دلایل مختلفی ایجاد می شود که از آن جمله می توان به تفاوت های کوچک در جنس و کیفیت قطعات، روش های استفاده از آنها و تغییر شرایط محیطی اشاره کرد. علاوه بر این، در موارد بسیاری هیچ گونه اطلاعاتی از قبل درباره قابلیت اطمینان یک قطعه خاص که توسط سازنده خاصی ساخته می شود، وجود ندارد. به همین دلیل، اغلب، تخمین قابلیت اطمینان قطعات صنعتی با عدم قطعیت همراه می شود.

پس از برآورد آهنگ خرابی قطعات، باید به قابلیت اطمینان تبدیل شود تا بتوان از آن در محاسبه قابلیت اطمینان کل سیستم استفاده کرد. این کار به دانستن نوع تابع احتمال خرابی قطعه و انجام محاسبات ریاضی نیاز دارد. البته در بیشتر موارد، می توان با فرض قرار داشتن قطعات در دوره بلوغ و با اتکا به ثابت بودن آهنگ خرابی آنها در دوره عمر، از

توزیع نمایی استفاده کرد؛ اما در چنین حالتی نیز، مشکل چگونگی مواجهه با عدم قطعیت اطلاعات، به طوری که با وجود آن بتوان محاسبات قابلیت اطمینان را با سادگی مورد نیاز کاربردهای عملی انجام داد، باقی می ماند. استفاده از اصل گسترش برای محاسبه قابلیت اطمینان فازی چالش‌هایی به همراه دارد که یکی از مهم‌ترین آنها، تغییر شکل تابع عضویت است. به این ترتیب که معمولاً برای سهولت انجام محاسبات فازی در کاربردهای عملی، از توابع عضویت LR و به خصوص تابع مثلثی استفاده می‌شود. دلیل استفاده از این اعداد، الگوی ساده انجام محاسبات ریاضی با آنهاست. همچنین برای اغلب محاسبات اصلی، نتایج محاسبات همچنان به صورت اعداد LR باقی می‌مانند؛ ولی در توابع احتمال خرابی رایجی همچون نمایی، نرمال و وایبول، استفاده از اعداد LR نیز به سادگی امکان‌پذیر نیست و فرم توابع عضویت به دست آمده نیز پیش‌بینی‌ناپذیر می‌شود. برای مثال، در توزیع نمایی به عنوان رایج‌ترین تابع احتمال خرابی، حاصل اعمال تابع تبدیل آهنگ خرابی به قابلیت اطمینان، یعنی  $y = R(\lambda)$  به صورت زیر است.

$$y = R(\lambda) = e^{-\lambda t} \quad \text{رابطه ۱۴}$$

$$t = \text{Const}$$

گفتنی است از آنجا که قابلیت اطمینان برای یک دوره زمانی مشخص محاسبه می‌شود، در رابطه ۱۴ پارامتر  $t$  ثابت و آهنگ خرابی ( $\lambda$ ) متغیر است. حال اگر آهنگ خرابی به صورت عدد فازی  $\tilde{\lambda} = (\alpha_{\tilde{\lambda}}, m_{\tilde{\lambda}}, \beta_{\tilde{\lambda}})_{TR}$  بیان شود، قابلیت اطمینان نیز یک عدد فازی خواهد بود که از رابطه ۱۵ محاسبه می‌شود.

$$\bar{R}(\tilde{\lambda}) = e^{-\tilde{\lambda}t} \quad \text{رابطه ۱۵}$$

$$t = \text{Const.}$$

با استفاده از اصل گسترش، رابطه ۱۵ به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\bar{R}(\tilde{\lambda}) = (y, \mu_{\bar{R}(\tilde{\lambda})}) \quad \text{رابطه ۱۶}$$

$$y \in [0, 1]$$

$$\mu_{\bar{R}(\tilde{\lambda})}(y) = \begin{cases} \sup_{\lambda: e^{-\lambda t} = y} \mu_{\tilde{\lambda}} & R^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & R^{-1}(y) = \emptyset \end{cases} \quad \text{رابطه ۱۷}$$

$$y \in [0, 1]$$

که در آن  $y$  متغیر قابلیت اطمینان و یک عدد حقیقی در فاصله صفر تا ۱ است. رابطه بالا نشان می‌دهد که برای محاسبه قابلیت اطمینان، ابتدا باید برای هر یک از مقادیر مختلف، متغیر  $y$  را در فاصله صفر و یک در نظر گرفت، سپس از میان درجات عضویت مربوط به نرخ‌های خرابی که این مقدار قابلیت اطمینان را نتیجه داده‌اند، بزرگ‌ترین مقدار درجه عضویت را به مقدار  $y$  در عدد فازی قابلیت اطمینان نسبت داد. باید دانست که همواره تابع  $R$  نسبت به  $\lambda$  یک تابع اکیداً نزولی است، یعنی با افزایش آهنگ خرابی قابلیت اطمینان کاهش می‌یابد. بنابراین  $R^{-1}(y)$  به ازای هر مقدار  $R$  یگانه بوده و به استفاده از عملگر سوپریمم در رابطه ۱۷ نیازی نیست و این رابطه به صورت زیر ساده خواهد شد:



$$\mu_{\bar{R}(\bar{\lambda})}(y) = \begin{cases} \mu_{\bar{\lambda}}(\lambda) & R^{-1}(y) = \lambda \\ 0 & R^{-1}(y) = \emptyset \end{cases} \quad \text{رابطه ۱۸}$$

$$y \in [0, 1]$$

در ادامه مقاله، روش ارائه شده برای تبدیل آهنگ خرابی که به صورت فازی مثلثی بیان شده، به قابلیت اطمینان فازی توضیح داده می شود.

### بیان مسئله

برای محاسبه قابلیت یک سیستم، تعیین مقدار قابلیت اطمینان قطعات آن ضروری است. تعیین قابلیت اطمینان هر قطعه باید با استفاده از آهنگ خرابی آن صورت گیرد که دارای عدم قطعیت است. در این پژوهش فرض می شود که اطلاعات مربوط به آهنگ خرابی هر قطعه با یک عدد فازی مثلثی مانند  $\bar{\lambda} = (\alpha_{\bar{\lambda}}, m_{\bar{\lambda}}, \beta_{\bar{\lambda}})_{TR}$  برآورد شده است. در ادامه، ابتدا مفروضات مسئله، نمادها و پارامترهای به کار رفته در مدل معرفی شده و پس از آن، رویکرد جدید توضیح داده می شود.

### مفروضات مسئله

۱. مسئله برای یک دوره با مدت مشخص یک ساله حل می شود.
۲. قابلیت اطمینان برآورد شده برای قطعات، دارای عدم قطعیت بوده و از روی آهنگ خرابی فازی که به صورت اعداد فازی مثلثی هستند، محاسبه می شود.
۳. تابع عمر قطعات از توزیع نمایی پیروی می کند.

### نمادها و پارامترها

- $\bar{\lambda}$  : آهنگ خرابی قطعه که با عدد فازی مثلثی  $(\alpha_{\bar{\lambda}}, m_{\bar{\lambda}}, \beta_{\bar{\lambda}})_{TR}$  بیان می شود
- $\lambda$  : متغیر آهنگ خرابی به صورت عدد کلاسیک (عدد حقیقی)
- $\mu_{\bar{\lambda}}(\lambda)$  : مقدار درجه عضویت عدد فازی آهنگ خرابی به ازای آهنگ خرابی  $\lambda$
- $\bar{R}$  : قابلیت اطمینان قطعه که با عدد فازی بیان می شود
- $f(\lambda)$  : تابع حقیقی تبدیل آهنگ خرابی به قابلیت اطمینان
- $y$  : متغیر قابلیت اطمینان (عدد حقیقی در فاصله  $[0, 1]$ )

### محاسبه قابلیت اطمینان فازی

قابلیت اطمینان یک قطعه که احتمال خرابی آن از تابع چگالی احتمال نمایی پیروی کند، به کمک رابطه ۱۴ محاسبه می شود. همچنین فرم فازی آن به صورت رابطه ۱۵ است. تابع معکوس رابطه ۱۴ برابر است با:

$$\lambda = -\frac{\ln(y)}{t} \quad \text{رابطه ۱۹}$$

با توجه به اینکه دوره ثابت یک ساله مد نظر است ( $t=1$ )، پس:

$$\lambda = -\ln(y) \quad \text{رابطه ۲۰}$$

بنابراین با استفاده از اصل گسترش، رابطه‌های ۱۶ تا ۱۸ به صورت زیر خواهند بود:

$$\bar{R}(\bar{\lambda}) = (y = e^{-\lambda}, \mu_{\bar{R}(\bar{\lambda})}(\lambda)) \quad \text{رابطه (۲۱)}$$

$$y \in [0,1]$$

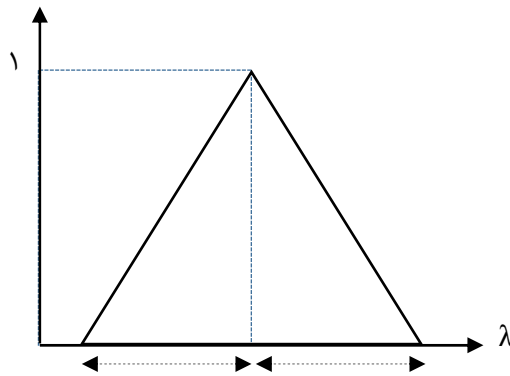
$$\mu_{\bar{R}(\bar{\lambda})}(y) = \begin{cases} \mu_{\bar{\lambda}}(\lambda) & -\ln(y) = \lambda \\ 0 & -\ln(y) = \emptyset \end{cases} \quad \text{رابطه (۲۲)}$$

$$y \in [0,1]$$

با توجه به اینکه  $y \in [0,1]$  بنابراین برای رابطه ۲۲ داریم:

$$\mu_{\bar{R}(\bar{\lambda})}(y) = \begin{cases} \mu_{\bar{\lambda}}(-\ln(y)) & y \in (0,1] \\ 0 & y = 0 \end{cases} \quad \text{رابطه (۲۳)}$$

$$y \in [0,1]$$



شکل ۱. عدد فازی مثلثی و پارامترهای آن

حال فرض کنید، آهنگ خرابی با عدد فازی مثلثی به صورت  $(\alpha_{\bar{\lambda}}, m_{\bar{\lambda}}, \beta_{\bar{\lambda}})_{TR}$  و مانند شکل ۱ برآورد شده و با رابطه ۵ بیان می‌شود. در این صورت، با تغییر متغیر  $\lambda = -\ln(y)$  و  $y = e^{-\lambda}$  به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$\mu_{\bar{R}(\bar{\lambda})}(y) = \begin{cases} \frac{\ln(y) + (m_{\bar{\lambda}} - \alpha_{\bar{\lambda}})}{\alpha_{\bar{\lambda}}} & \rightarrow m_{\bar{\lambda}} - \alpha_{\bar{\lambda}} < -\ln(y) \leq m_{\bar{\lambda}} \\ \frac{(m_{\bar{\lambda}} + \beta_{\bar{\lambda}}) + \ln(y)}{\beta_{\bar{\lambda}}} & \rightarrow m_{\bar{\lambda}} < -\ln(y) \leq m_{\bar{\lambda}} + \beta_{\bar{\lambda}} \\ 0 & \rightarrow -\ln(y) < m_{\bar{\lambda}} - \alpha_{\bar{\lambda}} \text{ or } -\ln(y) > m_{\bar{\lambda}} + \beta_{\bar{\lambda}} \end{cases} \quad y \in [0,1] \quad \text{رابطه (۲۴)}$$

$$\mu_{\bar{R}(\bar{\lambda})}(y) = \begin{cases} \frac{\ln(y) + (m_{\bar{\lambda}} - \alpha_{\bar{\lambda}})}{\alpha_{\bar{\lambda}}} \\ \rightarrow e^{-m_{\bar{\lambda}}} \leq y < e^{(\alpha_{\bar{\lambda}} - m_{\bar{\lambda}})} \\ \frac{(m_{\bar{\lambda}} + \beta_{\bar{\lambda}}) + \ln(y)}{\beta_{\bar{\lambda}}} \\ \rightarrow e^{-(\beta_{\bar{\lambda}} + m_{\bar{\lambda}})} \leq y < e^{-m_{\bar{\lambda}}} \\ 0 \\ \rightarrow e^{(\alpha_{\bar{\lambda}} - m_{\bar{\lambda}})} \langle y \text{ or } e^{-(\beta_{\bar{\lambda}} + m_{\bar{\lambda}})} \rangle y \end{cases} \quad y \in [0,1] \quad (\text{رابطه ۲۵})$$

همان گونه که مشاهده می شود، رابطه به دست آمده برای تابع عضویت قابلیت اطمینان، خطی نیست؛ بنابراین برای تخمین آن به تابع مثلثی، باید از روش های برازش استفاده کرد. در پژوهش حاضر برای این کار از دو روش اتصال نقاط اصلی و رگرسیون خطی استفاده شده که در ادامه به تشریح این دو روش پرداخته می شود.

در روش نخست، دو خط واصل نقاط مرزی و نقطه وسط مشخص می شود. در این حالت با دانستن اینکه تابع عضویت قابلیت اطمینان باید از سه نقطه اصلی  $(f(m_{\bar{\lambda}} - \alpha_{\bar{\lambda}}), 0)$ ،  $(f(m_{\bar{\lambda}}), 1)$  و  $(f(m_{\bar{\lambda}} + \beta_{\bar{\lambda}}), 1)$  بگذرد، بدون توجه به مقادیر تابع در بین این نقاط، با اتصال آنها تابع عضویت را رسم می کنیم. در این حالت معادله خط چپ به صورت  $y' = a'R + b'$  است و باید از دو نقطه  $(f(m_{\bar{\lambda}}), 1)$  و  $(f(m_{\bar{\lambda}} + \beta_{\bar{\lambda}}), 0)$  بگذرد که بر اساس آن دستگاه دو معادله و دو مجهول زیر تشکیل می شود:

$$\begin{cases} 0 = a'e^{-(\beta_{\bar{\lambda}} + m_{\bar{\lambda}})} + b' \\ 1 = a'e^{-m_{\bar{\lambda}}} + b' \end{cases} \quad (\text{رابطه ۲۶})$$

که از آنجا:

$$\begin{cases} a' = \frac{1}{e^{-m_{\bar{\lambda}}} - e^{-(\beta_{\bar{\lambda}} + m_{\bar{\lambda}})}} \\ b' = \frac{e^{-(\beta_{\bar{\lambda}} + m_{\bar{\lambda}})}}{e^{-(\beta_{\bar{\lambda}} + m_{\bar{\lambda}})} - e^{-m_{\bar{\lambda}}}} \end{cases} \quad (\text{رابطه ۲۷})$$

معادله خط راست به صورت  $y'' = a''R + b''$  است و باید از دو نقطه  $(f(m_{\bar{\lambda}}), 1)$  و  $(f(m_{\bar{\lambda}} - \alpha_{\bar{\lambda}}), 0)$  بگذرد که بر اساس آن دستگاه دو معادله و دو مجهول زیر شکل می گیرد.

$$\begin{cases} 0 = a''e^{-(m_{\bar{\lambda}} - \alpha_{\bar{\lambda}})} + b'' \\ 1 = a''e^{-m_{\bar{\lambda}}} + b'' \end{cases} \quad (\text{رابطه ۲۸})$$

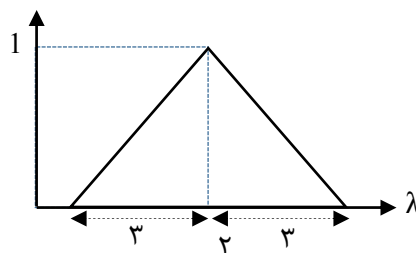
که از آنجا:

$$\begin{cases} a'' = \frac{1}{e^{-m_{\bar{\lambda}}} - e^{-(m_{\bar{\lambda}} - \alpha_{\bar{\lambda}})}} \\ b'' = \frac{e^{-(m_{\bar{\lambda}} - \alpha_{\bar{\lambda}})}}{e^{-(m_{\bar{\lambda}} - \alpha_{\bar{\lambda}})} - e^{-m_{\bar{\lambda}}}} \end{cases} \quad (\text{رابطه ۲۹})$$

برای استفاده از روش رگرسیون، داده‌های محاسبه شده از روش دقیق را از نقطه  $(f(m_{\bar{\lambda}}), 1)$  به دو قسمت سمت چپ و سمت راست تقسیم می‌کنیم، سپس با استفاده از روابط رگرسیون خطی، معادله دوخطی‌ای که با کمترین خطا از میان داده‌های سمت چپ و داده‌های سمت راست عبور کند را مشخص می‌کنیم. در ادامه با ذکر یک مثال عددی کاربرد این دو روش نشان داده شده است.

### مثال عددی

در این بخش به منظور توضیح بهتر روش پیشنهاد شده، یک مثال عددی برای محاسبه قابلیت اطمینان فازی بر اساس آهنگ خرابی فازی حل می‌شود. فرض کنید آهنگ خرابی یک قطعه که تابع عمر آن از توزیع نمایی پیروی می‌کند، به صورت عدد فازی مثلثی بر حسب تعداد خرابی بر میلیون ساعت به شکل  $(3, 20, 3)_{TR}$  است (شکل ۲).



شکل ۲. عدد فازی مثلثی آهنگ خرابی در مثال ۱

حال می‌خواهیم قابلیت اطمینان قطعه یاد شده را برای مدت یک سال به صورت یک عدد فازی محاسبه کنیم. ابتدا باید آهنگ خرابی را بر حسب تعداد خرابی در سال محاسبه کنیم. برای این کار، باید آهنگ خرابی در یک میلیون ساعت را بر یک میلیون تقسیم کرده، سپس آن را در ۸۷۶۰ (تعداد ساعات در یک سال) ضرب کنیم تا آهنگ خرابی سالانه مشخص شود. از آنجا که اعداد مثلثی یکی از حالات خاص اعداد LR با  $L(x) = R(x) = 1 - |x|$  هستند، از بخش ضرب عدد اسکالر در یک عدد فازی رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\bar{\lambda} = \frac{8760}{1000000} (3, 20, 3) = (0.026, 0.175, 0.026) \quad y \in [0, 1] \quad \text{رابطه ۳۰}$$

بنابراین با استفاده از رابطه ۵، تابع عضویت آهنگ خرابی فازی بر حسب تعداد خرابی بر سال به صورت زیر است:

$$\mu_{\bar{\lambda}} = \begin{cases} \frac{0.026 - 0.175 + \lambda}{0.026} & 0.149 < \lambda \leq 0.175 \\ \frac{0.026 - \lambda + 0.175}{0.026} & 0.175 < \lambda \leq 0.201 \\ 0 & \lambda \leq 0.149 \text{ or } \lambda > 0.201 \end{cases} \quad \text{رابطه ۳۱}$$

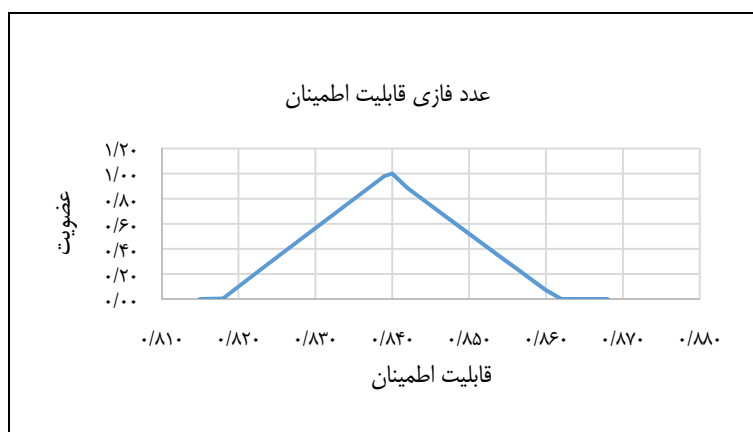
$$\mu_{\bar{\lambda}} = \begin{cases} \frac{\lambda - 0.149}{0.026} & 0.149 < \lambda \leq 0.175 \\ \frac{0.201 - \lambda}{0.026} & 0.175 < \lambda \leq 0.201 \\ 0 & \lambda \leq 0.149 \text{ or } \lambda > 0.201 \end{cases} \quad \text{رابطه ۳۲}$$

با استفاده از رابطه ۲۵ داریم:

$$\mu_{\bar{R}(\tilde{\lambda})}(y) = \begin{cases} -\frac{0.149 + \ln(y)}{0.026} & e^{-0.175} \leq y < e^{-0.149} \\ \frac{0.201 + \ln(y)}{0.026} & e^{-0.201} \leq y < e^{-0.175} \\ 0 & e^{-0.149} < y \text{ or } e^{-0.201} > y \end{cases} \quad y \in [0,1] \quad \text{رابطه (۳۳)}$$

$$\mu_{\bar{R}(\tilde{\lambda})}(y) = \begin{cases} -\frac{0.149 + \ln(y)}{0.026} & 0.839 \leq y < 0.861 \\ \frac{0.201 + \ln(y)}{0.026} & 0.818 \leq y < 0.839 \\ 0 & 0.861 < y \text{ or } 0.818 > y \end{cases} \quad y \in [0,1] \quad \text{رابطه (۳۴)}$$

شکل ۳ تابع عضویت قابلیت اطمینان را در مدت یک سال برای قطعه مد نظر نشان می دهد.



شکل ۳. تابع عضویت قابلیت اطمینان قطعه مربوط به مثال ۱

همچنان که مشاهده می شود، تابع عضویت شباهت زیادی به تابع مثلثی دارد؛ زیرا  $y$  عددی کوچک و کمتر از ۱ بوده و دامنه تغییرات آن نیز کوچک است. البته تابع با اینکه شباهت زیادی به تابع مثلثی دارد، به دلیل وجود تابع لگاریتم در آن، خطی نیست و استفاده از آن به عنوان عدد مثلثی، همراه با تقریب خواهد بود (شکل ۳)، برای مثال فوق:

$$\begin{cases} a' = \frac{1}{e^{-0.175} - e^{-0.201}} = 46.42 \\ b' = \frac{e^{-0.201}}{e^{-0.201} - e^{-0.175}} = -37.96 \end{cases} \quad \text{رابطه (۳۵)}$$

$$\begin{cases} a'' = \frac{1}{e^{-0.175} - e^{-0.149}} = -45.22 \\ b'' = \frac{e^{-0.149}}{e^{-0.149} - e^{-0.175}} = 38.96 \end{cases} \quad \text{رابطه (۳۶)}$$

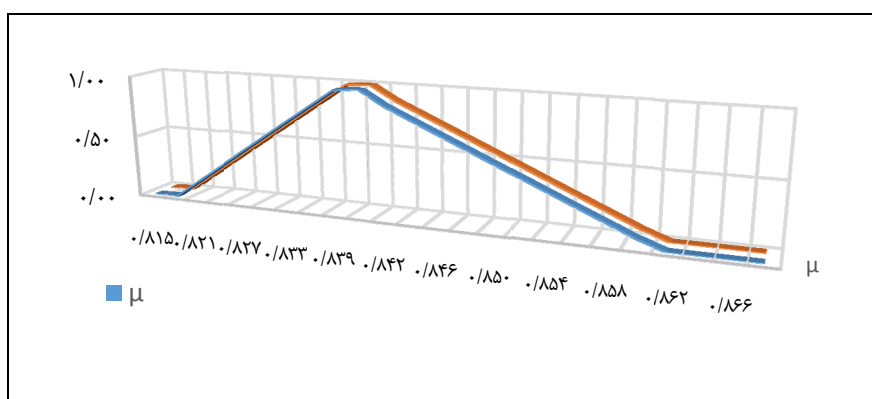
## اعتبارسنجی مدل

در این بخش، اعتبار مدل برای مثال بالا از طریق مقایسه نتایج به دست آمده از محاسبات دقیق با روش تقریبی پیشنهاد شده سنجیده می شود. در جدول ۱، داده های مربوط به پیش بینی درجه عضویت که از محاسبات دقیق به دست آمده ( $\mu$ ) با داده های به دست آمده از خط واصل سه نقطه اصلی ( $R$ ) مقایسه شده است. ستون  $e\%$  جدول، درصد خطای  $R$  نسبت به  $\mu$  را نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود، درصد خطا بین این دو داده در اغلب نقاط کمتر از  $0.1\%$  درصد (یک ده هزارم) است و فقط در یک نقطه به  $0.64\%$  درصد (شصت و چهار ده هزارم) می رسد. این مقدار ناچیز خطا، بسیار مطلوب است و استفاده از این روش را توجیه می کند.

جدول ۱. مقایسه اطلاعات به دست آمده از محاسبات دقیق ( $\mu$ ) و محاسبات خط واصل سه نقطه اصلی ( $R$ )

$e$ (%)	$R$	$\mu$	$y$
0.00%	0.000	0.000	0.815
0.64%	0.012	0.004	0.818
0.04%	0.151	0.145	0.821
0.02%	0.290	0.285	0.824
0.01%	0.429	0.425	0.827
0.01%	0.569	0.564	0.830
0.01%	0.708	0.703	0.833
0.01%	0.847	0.841	0.836
0.01%	0.986	0.979	0.839
0.00%	1.000	1.000	0.840
0.00%	0.885	0.884	0.842
0.00%	0.794	0.792	0.844
0.00%	0.704	0.701	0.846
0.00%	0.613	0.611	0.848
0.01%	0.523	0.520	0.850
0.01%	0.433	0.430	0.852
0.01%	0.342	0.339	0.854
0.01%	0.252	0.249	0.856
0.01%	0.161	0.160	0.858
0.01%	0.071	0.070	0.860
0.00%	0.000	0.000	0.862

در شکل ۴ نتایج مقایسه این دو مقدار مشاهده می شود. این شکل نشان می دهد که همه خطاها مثبت اند، به بیان دیگر، درجه عضویت برای هر نقطه اندکی بیشتر از مقدار واقعی برآورد شده است.



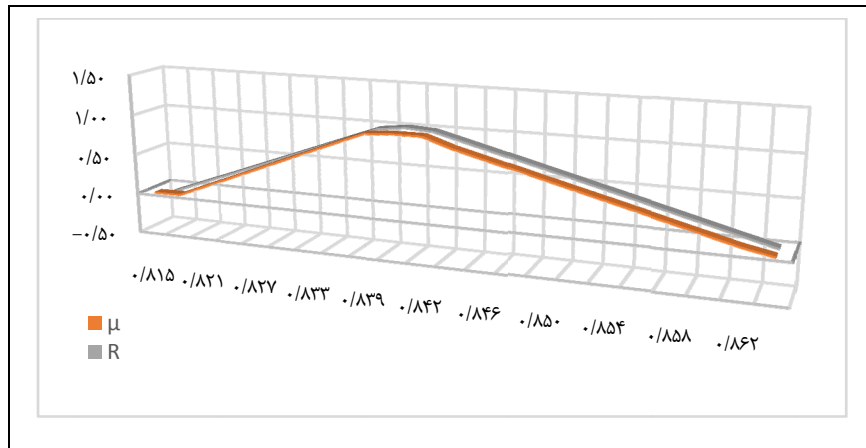
شکل ۴. مقایسه درجات عضویت محاسبه دقیق ( $\mu$ ) و نتایج حاصل از خط متصل کننده نقاط اصلی ( $R$ )

در ادامه مثال، تابع عضویت قابلیت اطمینان با استفاده از روش رگرسیون نیز برآورد شده و نتایج آن با روش پیشین مقایسه می‌شود. جدول ۲ مقایسه درجه عضویت قابلیت اطمینان را با دو روش محاسبات دقیق و روش تخمین رگرسیون خطی نشان می‌دهد. در این مثال، درجه عضویت تابع قابلیت اطمینان از دو خط  $R = 43/401 \times y - 35/455$  و  $R = 2/780 \times y - 1/921$  به دست می‌آید.

جدول ۲. مقایسه اطلاعات به دست آمده از محاسبات دقیق ( $\mu$ ) و محاسبات رگرسیون ( $R$ )

y	$\mu$	R	e%	
0.115	0.00	-0.083	NA	$R = 43/401 * y - 35/455$
0.118	0.00	0.048	10.57%	
0.121	0.14	0.178	0.23%	
0.124	0.29	0.308	0.08%	
0.127	0.42	0.438	0.03%	
0.130	0.56	0.568	0.01%	
0.133	0.70	0.699	-0.01%	
0.136	0.84	0.829	-0.01%	
0.139	0.98	0.959	-0.02%	
0.140	1.00	1.002	0.00%	
0.142	1.00	0.980	-0.02%	$R = 2/780 * y - 1/921$
0.144	0.88	0.889	0.01%	
0.146	0.79	0.799	0.01%	
0.148	0.70	0.708	0.01%	
0.150	0.61	0.617	0.01%	
0.152	0.52	0.527	0.01%	
0.154	0.43	0.436	0.01%	
0.156	0.34	0.346	0.01%	
0.158	0.25	0.255	0.01%	
0.160	0.16	0.164	0.02%	
0.162	0.07	0.074	0.04%	
0.164	0.00	-0.017	NA	

شکل ۵ میزان انطباق درجات عضویت به دست آمده از رگرسیون (R) را با نتایج محاسبات دقیق ( $\mu$ ) نشان می‌دهد. همان‌گونه که در نتایج جدول ۲ نیز مشاهده می‌شود، در این روش انطباق رضایت‌بخشی وجود دارد و تنها در یک مورد، نسبت خطای نسبی به ۱۰ درصد رسیده که دلیل این خطا، کوچک بودن عدد اصلی و میزان مطلق کمتر از ۰/۰۵ آن است. در سایر موارد، خطای به وجود آمده بسیار ناچیز است. نکته شایان توجه این است که در این روش میزان خطاها هم مثبت و هم منفی هستند که البته با توجه به روش تعیین معادله خط رگرسیون، طبیعی است.



شکل ۵. مقایسه درجات عضویت محاسبه دقیق ( $\mu$ ) و نتایج حاصل از رگرسیون

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله نحوه تخمین قابلیت اطمینان فازی بر اساس آهنگ خرابی فازی تحت شرایط خاص بررسی شد. روابط مربوطه بر اساس اصول حاکم بر محاسبات اعداد LR و اصل گسترش به دست آمدند. همچنین دو روش اتصال نقاط اصلی و رگرسیون خطی برای تقریب عدد فازی قابلیت اطمینان به عدد مثلثی پیشنهاد شد و با آوردن یک مثال، نشان داده شد که هر دو روش به نتایج مطلوبی می‌رسند. روابط مربوط به تعیین معادلات خطوط واصل و نتایج مثال عددی نشان می‌دهد که عدد فازی مثلثی  $(e^{-(m\bar{\lambda} + \beta\bar{\lambda})}, e^{-m\bar{\lambda}}, e^{-(m\bar{\lambda} - \alpha\bar{\lambda})})_{TR}$  می‌تواند تخمین خوبی برای قابلیت اطمینان قطعه‌ای باشد که آهنگ خرابی آن با عدد مثلثی  $(\alpha\bar{\lambda}, m\bar{\lambda}, \beta\bar{\lambda})_{TR}$  بیان شده است. روش پیشنهاد شده به منظور ساده‌سازی محاسبات قابلیت اطمینان فازی ارائه شده است و می‌تواند مسئله عدم قطعیت قابلیت اطمینان سیستم‌های پیچیده را که با استفاده از قابلیت اطمینان تک تک قطعات آنها محاسبه می‌شود، تسهیل کند. استفاده از قابلیت اطمینان فازی با روش ارائه شده، کمک می‌کند که اثر عدم قطعیت اطلاعات اولیه (آهنگ خرابی قطعات) در محاسبه قابلیت اطمینان کل سیستم منعکس شود. این روش ارزیابی کامل‌تری نسبت به کیفیت و دقت محاسبات فراهم کند که برای موضوع حساسی چون قابلیت اطمینان، بسیار ارزشمند است.

برای پژوهش‌های آتی می‌توان استفاده از این روش را در توابع چگالی عمر (بجز تابع نمایی) بررسی کرد یا کارایی آن را برای محاسبه قابلیت اطمینان سیستم‌هایی که شامل چندین قطعه هستند، ارزیابی نمود.



## منابع

- اخوان نوری، محمدرضا؛ مهرگان، محمدرضا؛ زندیه، مصطفی؛ کاظمی، عالیه (۱۳۹۶). مدل سازی عوامل مؤثر بر مصرف گاز طبیعی در بخش خانگی با استفاده از نگاشت شناختی فازی (FCM). *فصلنامه مدیریت صنعتی*، ۹(۳)، ۵۱۵-۵۳۸.
- جعفرنژاد، احمد؛ یوسفی زنوز، رضا (۱۳۸۷). ارائه مدل فازی رتبه بندی ریسک در پروژه های حفاری شرکت پترو پارس. *فصلنامه مدیریت صنعتی*، ۱(۱)، ۲۱-۳۸.
- حاتمی، علیرضا؛ حقی فام، محمودرضا؛ موسوی، حسن (۱۳۸۲). ارزیابی قابلیت اطمینان پست ها به کمک مجموعه های فازی. *هجدهمین کنفرانس بین المللی برق*. تهران، شرکت توانیر، پژوهشگاه نیرو.
- حقیقی، محمد؛ نایب پور، حمید (۱۳۹۶). رتبه بندی شرکت های صنعت هواپیمایی ایران با ارزیابی فازی ترکیبی و الگوریتم ژنتیک. *فصلنامه مدیریت صنعتی*، ۹(۳)، ۴۰۹-۴۳۴.
- سید اصفهانی، میرمهدی؛ حاجیان حیدری، مجتبی؛ جابری، سعید (۱۳۹۲). ارائه الگوریتم شبیه سازی تبرید به منظور بهینه سازی قابلیت اطمینان سیستم های سری - موازی، k از n و جانیشینی با پارامترهای فازی. *نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید*، ۲۴(۴)، ۴۱۴-۴۲۴.
- صادقی مقدم، محمد رضا؛ غریب، علی حسین. (۱۳۹۲). ارزیابی کارایی با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده های فازی و اعمال محدودیت فازی برای کنترل اوزان و یافتن اوزان عمومی. *فصلنامه مدیریت صنعتی*، ۵(۲)، ۷۱-۸۴.
- عموجی، علی؛ فطانت، عبدالحمید (۱۳۹۶). ارائه یک سیستم خبره فازی برای تشخیص نوع بیماری صرع با استفاده از منطق وضعیت و مدل ACH در ایجاد پایگاه دانش. *فصلنامه مدیریت صنعتی*، ۹(۲)، ۳۵۳-۳۸۲.
- قاضی میرسعید، محمود؛ نجفی، امیرعباس؛ شهریاری، حمید (۱۳۹۳). ارائه روش حل دقیق برای بهبود پایایی سیستم های k از n در مسئله تخصیص مازاد با انتخاب راهبرد مازاد. *فصلنامه مدیریت صنعتی*، ۶(۱)، ۹۷-۱۱۰.
- ولی پور خطیر، محمد؛ قاسم نیا عربی، نرجس (۱۳۹۵). مدل سازی سیستم استنتاج فازی برای ارزیابی ریسک های بالقوه در تجهیزات پزشکی. *فصلنامه مدیریت صنعتی*، ۸(۴)، ۵۳۳-۵۵۴.

## References

- Akhavan Nouri, M. R., Mehreghan, M. R., Zandieh, M., Kazemi, A. (2017). Modeling of Factors Affecting Natural Gas Consumption in Household Using Fuzzy Cognitive Mapping (FCM). *Industrial Management Quarterly*, 9(3), 515-538.
- Amuji, A., Fetanat, A. (2017). Provide a fuzzy expert system to diagnose epilepsy type using the state logic and ACH model in creating a knowledge base. *Industrial Management Quarterly*, 9(2), 353-382.
- Bauer, R. A., Collar, E. & Tung. V. (1992). *The Silverlake Project*. New York: Oxford University press.
- Cheng-Ta, Y. & Fiondella, L. (2016). Optimal redundancy allocation to maximize multi-state computer network reliability subject to correlated failures. *Reliability Engineering & System Safety*, 166(1), 138-150.

- Chern, M. S. (1992). On the computational complexity of reliability redundancy allocation in a series system. *Operations Research Letters*, 11(5), 309–315.
- Chin-Chia, J. & Lai, Y. W. (2016). Distribution and Reliability Evaluation of Max-Flow in Dynamic Multi-State Flow Networks. *European Journal of Operational Research*, 259(3), 1045-1053.
- Dekker, R. & Plasmeijer, R. (1997). On the use of equipment criticality in maintenance optimization and spare parts inventory control. *Safety and Reliability*, 3(1), 1709–18.
- De Smidt-Destombes, K.S. (2011). A Spare parts model with cold-standby redundancy on system level. *Computers & Operations Research*, 38(7), 985–991.
- Ebrahimipur, V. & Sheikhalishahi, M. (2011). Reliability Optimization of Multi-State Weighted k-out-of-n Systems by Fuzzy Mathematical Programming and Genetic Algorithm. *IEEE International Systems Conference*.
- Finkelstein, M. (2009). On systems with shared resources and optimal switching strategies. *Reliability Engineering & System Safety*, 94(8), 1358–1362.
- Ghazi Mirsaeid, M., Najafi, A. A., Shahriyari, H. (2014). Provide a precise solving method for improving the reliability of k systems of n in the allocation problem with the choice of surplus strategy. *Industrial Management Quarterly*, 6(1), 97–110.
- Haghighi, M.n Nayebpour, H. (2017). Ranking of Iran Airlines Companies by Hybrid Fuzzy Assessment and Genetic Algorithm. *Industrial Management Quarterly*, 9(3), 409–434.
- Hatami, A., Haghifam, M. R., Musavi, H. (2003). Assess the reliability of posts by using fuzzy sets. *Eighteenth International Power Conference*. Tehran, Tavanir Co., Power Research Center.
- Jafarnezhad, A., Usefi Zonuz, R. (2008). Presentation of Fuzzy Risk Rating Model in Petro Pars Drilling Projects. *Industrial Management Quarterly*, 1(1), 21–38.
- Levitin, G., Lisnianski, A., Ben-Haim, H. & Elmakis, D. (1998). Redundancy optimization for series-parallel multi-state systems. *IEEE Transactions on Reliability*, 47(2), 165–172.
- Marseguerra, M., Zio, E. & Podofillini, L. (2005). Multi objective spare part allocation by means of genetic algorithms and monte-carlo simulation. *Reliability Engineering & System Safety*, 87(3), 325–335.
- Mirshams, M. & Hassani, M. (2009). Remote Sensing Satellites Evaluation Software (RSSE Software). *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 81(4), 323 - 333.
- Nourelfath, M. & Ait-Kadi, D. (2007). Optimization of series-parallel multi-state systems under maintenance policies. *Reliability Engineering & System Safety*, 92(12), 1620–166.
- Rui, P., Xiao, H. & Liu, H. (2016). Reliability of multi-state systems with a performance sharing group of limited size. *Reliability Engineering & System Safety*, 166(1), 164-170.
- Saaty, T.L. (2008) Decision Making with the Analytic Hierarchy Process. *International Journal of Services Sciences*, 1(1), 83-98.
- Sadeghi Moghadam, M. R., Gharib, A. H. (2013). Performance evaluation using the Fuzzy Data Envelopment Analysis Model and applying fuzzy limitation to control weights and to find the weights. *Industrial Management Quarterly*, 5(2), 71–84.

- Seyed Esfehni, M., Hajian Heydari, M., Jaberi, S. (2013). A refrigeration simulation algorithm for optimizing the reliability of parallel series systems, k out of n and substitution with fuzzy parameters. *International Journal of Industrial Engineering and Production Management*, 24(4), 414-424.
- Tian, Z., Zuo, M. J. & Huang, H. (2008). Reliability-redundancy allocation for multi-state series parallel systems. *IEEE Transactions on Reliability*, 57(2), 303–310.
- Valipour Khatir, M., Ghasemnia Arabi, N. (2016). Fuzzy Inference System Modeling to Assess Potential Risks in Medical Equipment, *Industrial Management Quarterly*, 8(4), 533–554.
- Ying, Y. L., Chen, Y., Tang, N. & Kang, R. (2016). Reliability analysis of multi-state systems subject to failure mechanism dependence based on a combination method. *Reliability Engineering & System Safety*, 166(1), 109-123.