

# ارائه مدلی برای مسئله مسیریابی اتوبوس مدرسه با در نظر گرفتن تفکیک جنسیتی

علیرضا رشیدی کمیجان<sup>۱\*</sup>، پیمان قاسمی<sup>۲</sup>

۱. دانشیار مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد فیروزکوه

۲. دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب

(تاریخ دریافت ۹۴/۰۹/۱۵ - تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۹۵/۰۶/۱۲ - تاریخ تصویب ۹۵/۰۹/۰۶)

## چکیده

در کشور ما مسیر حرکت سرویس‌های مدارس به صورت تجربی و بدون در نظر گرفتن مسیر و مکان بهینه علمی تعیین می‌شود. همواره طی شدن مسیرهای اضافی توسط این سرویس‌ها موجب افزایش جابه‌جایی و افزایش مصرف سوخت و صرف هزینه‌های اقتصادی هنگفت می‌شود. از این رو، پژوهش حاضر حرکت سرویس‌های مدارس را در تهران با در نظر گرفتن دانش‌آموزان خاص بررسی می‌کند. در نهایت، مدلی ارائه می‌شود که حرکات را تا حد ممکن به حداقل می‌رساند و از عبورهای تکراری از ایستگاه‌ها جلوگیری می‌کند. مدل ارائه شده نیز از طریق نرم‌افزار گمز حل می‌شود. با توجه به NP-Hard بودن مدل، برای حل مسئله در ابعاد بزرگ از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. نوآوری عمده تحقیق در نظر گرفتن تفکیک جنسیتی در اتوبوس‌ها و مدارس است. برای حل این مسئله یک مدل برنامه‌ریزی اعداد صحیح خطی توسعه داده شده است. نتایج پژوهش بیانگر کاهش زمان حمل‌ونقل دانش‌آموزان مدارس است.

**واژه‌های کلیدی:** برنامه‌ریزی عدد صحیح خطی، تفکیک جنسیتی، دانش‌آموزان خاص، مسئله مسیریابی اتوبوس

مدرسه

## مقدمه

مسائل مسیریابی اتوبوس مدرسه معرفی می‌شوند [۱]. برای این سیستم که شامل مجموعه‌ای سرویس‌گیرنده و مجموعه‌ای سرویس‌دهنده می‌شود این پرسش مطرح است که هر سرویس‌دهنده به کدام عضو از مجموعه سرویس‌گیرنده سرویس دهد و عملیات سرویس‌دهی خود را چگونه انجام دهد. مسئله مسیریابی وسیله نقلیه در ساده‌ترین صورت خود در پی یافتن جواب این سؤال است که در صورت در اختیار داشتن ناوگانی محدود برای بازدید از نقاطی محدود در شبکه شهری یا بین‌شهری، هر وسیله نقلیه به کدام گره‌ها سر بزند و خدمات ارائه دهد و این وسیله نقلیه از مجموعه تحت وظیفه خود به چه ترتیبی بازدید کند و ایستگاه‌های در ارتباط با این وسیله نقلیه در چه مکانی مستقر شوند. در واقع، مسئله مسیریابی وسیله نقلیه در حالت ساده آن، شامل یک دسته‌بندی نقاط سرویس‌گیرنده و حل یک مسئله فروشنده دوره‌گرد برای

از آنجا که عمده‌ترین قسمت سیستم حمل‌ونقل عمومی در کشورهای در حال توسعه را شبکه اتوبوسرانی شهری تشکیل می‌دهد، طراحی بهینه شبکه اتوبوسرانی با هدف بهبود وضعیت حمل‌ونقل عمومی اهمیت فراوانی دارد. همچنین، در اغلب کشورها مسیر حرکت سرویس‌های مدارس به صورت تجربی و بدون در نظر گرفتن مسیر بهینه علمی تعیین می‌شود. همواره طی شدن مسیر اضافی از سوی این سرویس‌ها موجب افزایش جابه‌جایی و افزایش مصرف سوخت و صرف هزینه‌های اقتصادی هنگفت می‌شود. مسائل مسیریابی اتوبوس مدرسه شامل ترکیبی از انتخاب ایستگاه و تولید مسیر برای اتوبوس‌هاست که هم‌زمان به دنبال مجموعه‌ای از ایستگاه‌ها می‌گردد تا دانش‌آموزان را در این مکان‌ها سوار کند و همچنین به دنبال مسیرهایی برای اتوبوس‌ها می‌گردد تا ایستگاه‌های انتخاب شده را ویزیت کنند و دانش‌آموزان را به مدارس خود برسانند. این

مطالعه موردی، حل مدل از طریق نرم‌افزار گمز صورت می‌پذیرد. همچنین، حل مدل در ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ از طریق الگوریتم ژنتیک انجام می‌گیرد. سپس تحلیل حساسیت صورت می‌گیرد و در نهایت نیز نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

### مرور ادبیات

مسئله مسیریابی اتوبوس مدرسه در مقوله مسائل مسیریابی وسیله نقلیه قرار دارد که در آن یک ناوگان اتوبوس مدرسه طوری برنامه‌ریزی می‌شود که هر اتوبوس دانش‌آموزان را در ایستگاه‌ها سوار کند و در مدرسه مورد نظر پیاده کند. نیوتون و توماس برای اولین بار این مسئله را بررسی کردند [۴].

مسئله مسیریابی اتوبوس مدرسه در دو محیط شهری یا روستایی در نظر گرفته می‌شود. در محیط روستایی، دانش‌آموزان مجبور نیستند تا ایستگاه اتوبوس پیاده بروند و اتوبوس آن‌ها را مستقیم از در منزل سوار می‌کند، اما در محیط شهری دانش‌آموزان باید تا ایستگاه اتوبوس مشخص شده پیاده بروند و از آنجا سوار اتوبوس شوند [۵]. جنبه دیگری که مسائل مسیریابی اتوبوس مدرسه را از هم متمایز می‌کند امکان بارگذاری مختلط است. در بارگذاری مختلط، ممکن است یک اتوبوس دانش‌آموزان مربوط به بیش از یک مدرسه را سوار کند، اما اگر بارگذاری مختلط مجاز نباشد هر اتوبوس باید دانش‌آموزان یک مدرسه را سوار کند [۶].

در نظر گرفتن دانش‌آموزان خاص از جمله موضوعاتی است که در ادبیات موضوع مسئله مسیریابی و مکان‌یابی اتوبوس مدرسه وجود دارد؛ یعنی این دانش‌آموزان به دلیل ناتوانی، توانایی راه‌رفتن تا ایستگاه تعیین شده را ندارند و اتوبوس مورد نظر باید آن‌ها را از در منزل سوار کند [۷].

پارک و کیم مسئله‌ای را برای طراحی مسیر اتوبوس مدرسه به صورت تک‌مدرسه در نظر گرفتند و یک برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی را برای آن تعریف کردند [۸]. آن‌ها یک کران بالا برای مسئله ایجاد کردند و به این منظور از حل مسائل تخصیص به صورت مکرر استفاده کردند و جواب بهینه را با استفاده از روش حد و مشتق مشخص کردند.

هر دسته نقاط انتخابی می‌شود. اما مسئله در عمل به سادگی مسئله بالا نیست و شرایط دیگری نیز بر آن حاکم است که پیچیدگی مسئله را افزایش می‌دهد؛ برای مثال، ظرفیت وسایل نقلیه نامحدود نیست و ممکن است زمان سفر آن‌ها تحت تأثیر شرایط شبکه باشد که محققان به این شرایط به دلیل اهمیت آن‌ها جداگانه در مسائل مسیریابی-مکان‌یابی وسیله نقلیه توجه کرده‌اند [۲].

مسائل مسیریابی همواره از جمله مسائل پرکاربرد در بهینه‌سازی استفاده از منابع فیزیکی، انسانی و زمانی هستند که در موارد مختلف به صورت عملی از آن‌ها استفاده شده است. در حال حاضر، به دلیل افزایش نرخ بنزین از سوئی و کمبود منابع فسیلی از سوی دیگر، مسائل مسیریابی بیش از پیش به اقتصاد جامعه کمک می‌کند [۳]، در حالی که با استفاده از این تحقیقات، می‌توان از حجم مسافرت‌های روزانه کم کرد تا بار ترافیک کمتر شود و به این ترتیب آلاینده‌های خطرناک هوا- که در کشور ما و به ویژه در تهران بیش از حد مجاز است- کاهش یابد. براساس کاربرد، در موارد گوناگون شکل مسئله با حفظ کلیت آن تغییر می‌کند.

در این تحقیق، حرکت و عبور و مرور سرویس مدارس بررسی می‌شود. سرویس مدارس معمولاً برنامه‌ریزی ویژه‌ای برای چگونگی حرکت و ایجاد نظم در طول مسیر ندارد و معمولاً این حرکت‌ها مبتنی بر تجربه رانندگان است و چندان مبتنی بر اصول علمی نیست. از این رو، در پژوهش حاضر حرکت سرویس‌های مدارس بررسی می‌شود و مدلی ارائه می‌شود که حرکات را تا حد ممکن به حداقل می‌رساند و از عبورهای تکراری از ایستگاه‌ها جلوگیری می‌کند و کوتاه‌ترین مسیرها را معرفی می‌کند. همچنین، با معرفی راهکاری برای سوق دادن چند دانش‌آموز به یک ایستگاه، سعی شده است تعداد ایستگاه‌ها کاهش یابد. در ادامه، با توجه به کاهش حرکات وسایل نقلیه، مقدار زمان صرفه‌جویی‌شده و هزینه‌های اقتصادی آن تعیین می‌شود. نوآوری این پژوهش در نظر گرفتن حالت تفکیک جنسیتی در هر سرویس است که تاکنون در مسئله مسیریابی سرویس مدارس حالت تفکیک جنسیتی در نظر گرفته نشده است. در ادامه، ادبیات موضوع بیان می‌شود. سپس مسئله تعریف و مدل‌سازی می‌شود. در ادامه، پس از مطرح کردن

می‌کند. همچنین، یک الگوریتم ابتکاری به منظور زمان بندی مسیرها در این پژوهش ارائه شده است. الگوریتم مذکور به منظور رسیدن به یک جواب شدنی برای هر مسیر ارائه شده است. نتایج این مطالعه موردی عملکرد قابل قبولی را برای مدل نشان می‌دهد [۱۲].

چن و همکاران یک مدل عدد صحیح مختلط را برای زمان بندی و مسیریابی حرکت اتوبوس مدرسه ارائه دادند. برای حل این مسئله از الگوریتم فرا ابتکاری شبیه سازی بازبخت استفاده شده است. مسئله مورد نظر در این پژوهش به صورت تک مدرسه‌ای و ناوگان حمل و نقل همگن و در نظر گرفتن پنجره زمانی است [۱۳].

کنگ مدلی را به منظور مسیریابی و مکان یابی سرویس مدارس ارائه داد. مدل ارائه شده با استفاده از الگوریتم ژنتیک حل شده است. مسئله مورد بررسی شامل دو بخش است. بخش اول شامل زمان بندی و مسیریابی وسیله نقلیه است و در بخش دوم مکان یابی برای ایستگاه ها انجام می‌گیرد. در این پژوهش، ۳۰ اتوبوس در زمینه وسایل نقلیه مد نظر قرار گرفته است که نتایج تحقیق بیانگر عملکرد مناسب الگوریتم ژنتیک طراحی شده است [۱۴].

ویلیام با استفاده از تقریب پیوسته مدلی را به منظور مسیریابی سرویس مدارس ارائه داده است. بارگذاری مختلط و پنجره زمانی از جمله نکات شاخص پژوهش وی بوده است. مطالعه موردی وی شهر میسوری است. نتایج تحقیق بیان می‌کند بارگذاری مختلط برای کلان شهرها و همچنین در صورت نزدیک بودن مدارس به یکدیگر مفید است [۱۵].

لیما مدلی را به منظور مسیریابی سرویس مدارس در حالت شهری در برزیل و با در نظر گرفتن بارگذاری مختلط ارائه داده است. پنج الگوریتم فرا ابتکاری نیز به منظور حل این مدل ارائه شده است. همچنین، سه مثال عددی و یک مطالعه موردی برای صحت عملکرد مدل ارائه شده است. نتایج بیان می‌کند رویکرد بارگذاری مختلط نسبت به حالتی که بارگذاری مختلط در نظر گرفته نمی‌شود، هزینه بسیار کمتری دارد [۱۶].

در این پژوهش، مسیریابی سرویس مدارس در حالت چند مدرسه‌ای، شهری و بارگذاری مختلط در نظر گرفته

ناصری یک الگوریتم دومرحله‌ای برای حل مسئله DARP<sup>۱</sup> ارائه داده است. مسئله DARP در حالت کلی شامل طراحی مسیر و زمان بندی برای تعداد معینی کاربر و وسیله نقلیه با در نظر گرفتن حالت بارگذاری و تحویل است. مرحله اول این الگوریتم به پذیرش یا رد درخواست های جدید می‌انجامد و خروجی مرحله دوم، شامل مسیره‌ای بهبود یافته وسایل نقلیه است. هدف اساسی در این پژوهش، پذیرش حداکثر درخواست های جدید است، به گونه‌ای که سطح نارضایتی مسافران به حداقل برسد. نتایج این پژوهش نشان داد با الگوریتم پیشنهادی، بیش از ۹۰ درصد از درخواست های جدید پذیرفته می‌شود و با افزایش درجه پویایی سطح نارضایتی مسافران افزایش می‌یابد [۹].

داگلاس و همکاران مدلی DARP پویا را با در نظر گرفتن زودترین زمان حرکت و دیرترین زمان رسیدن به مقصد ارائه دادند. در این مسئله، سرویس ها بر اساس ماکزیمم زمان تأخیر مجاز مسیره‌ای خود را انتخاب می‌کنند. برای این کار رانندگان مکان و زمان شروع حرکت خود را به واحد کنترل گزارش می‌دهند. از جمله متغیرهای تصمیم در نظر گرفته شده در این پژوهش ظرفیت خودروها و متغیرهای مربوط به مسیریابی و مکان یابی ایستگاه هاست. با توجه به پویا بودن مسئله در هر دوره و در نظر گرفتن ماکزیمم زمان تأخیر، الگوریتم فرا ابتکاری در هر دوره برای حل پیشنهاد شده است [۱۰].

لو با استفاده از مدل DARP به طور هم زمان حالت های زیر را در نظر گرفت: ۱. وسایل حمل و نقل غیرهمگن؛ ۲. برنامه ریزی نیروی انسانی؛ ۳. بارگذاری مختلط. به این منظور، وی دو مدل مختلف ارائه داده است. مدل اول برای سوار کردن کارمندان و مدل دوم به منظور پیاده کردن آنها بیان شده است. وی با مثال های عددی مختلف در حجم های متفاوت از الگوریتم شاخه و برش برای حل این مسئله استفاده کرده است [۱۱].

مولنبوج و همکاران با استفاده از مدل سازی DARP مدلی برای حمل و نقل بیماران در بلژیک ارائه دادند. برای حل مدل ارائه شده از جست و جوی محلی استفاده شده است. تابع هدف مد نظر در این پژوهش کاهش هزینه ها و کاهش زمان حمل و نقل بیماران است. مدل ارائه شده توازن خوبی را بین هزینه عملیاتی و کیفیت سرویس دهی ایجاد

مفهوم تفکیک جنسیتی در پژوهش حاضر به این معنی است که دو نوع مدرسه وجود دارد: ۱. مدارس پسرانه؛ ۲. مدارس دخترانه. همچنین، درون سرویس‌ها ظرفیت خاصی برای هر نوع دانش‌آموز (دختر و پسر) در نظر گرفته شده است؛ برای مثال، اگر ظرفیت اتوبوس ۲۰ نفر باشد (۱۰ نفر برای دانش‌آموزان پسر و ۱۰ نفر برای دانش‌آموزان دختر)، در صورتی که ظرفیت دانش‌آموزان دختر تکمیل باشد و ظرفیت دانش‌آموزان پسر تکمیل نشده باشد- با اینکه در اتوبوس فضای خالی وجود دارد- دیگر هیچ دانش‌آموز دختری نباید سوار شود. این موضوع مانند جابه‌جایی مسافران در اتوبوس‌های شهری در تهران است. شرایط فوق به دلیل شرایط خاص مطالعه موردی در نظر گرفته شده است. همچنین، در مسئله مذکور سرویس‌ها مقیدند در ساعات مشخص و از پیش تعریف‌شده‌ای به ایستگاه‌ها سرویس‌دهی کنند که به این امر پنجره زمانی گفته می‌شود. در واقع هدف، حضور به‌موقع سرویس‌ها در ایستگاه‌های تعیین‌شده است.

مدل‌های پنجره زمانی به دو صورت کلی تقسیم می‌شود:

**الف) مدل‌های سخت:** در این نوع مدل‌های پنجره زمانی، وسایل نقلیه باید به یک دانش‌آموز در بازه زمانی سرویس دهند، به عبارت دیگر، هر ایستگاه (ایستگاه  $J$ ) یک بازه زمانی سرویس به صورت  $[HL_t, HE_t]$  دارد که زمان سرویس حتماً باید در این بازه صورت گیرد.

**ب) مدل‌های نرم:** در حالت پنجره زمانی نرم، سرویس‌دهی تا حد معینی خارج از بازه تعیین‌شده مجاز است؛ یعنی برای هر گره (دانش‌آموز) علاوه بر یک پنجره زمانی معین  $[HL_t, HE_t]$  یک بازه زمانی دیگر به نام  $[SE_t, SL_t]$  تعریف می‌شود که بازه  $[HL_t, HE_t]$  داخل آن قرار می‌گیرد و سرویس‌هایی که خارج از بازه  $[HL_t, HE_t]$  انجام می‌گیرد باید جریمه بپردازند.

در این پژوهش، حالت پنجره زمانی سخت و نرم در نظر گرفته شده است که ترکیبی از دو حالت یادشده است. به این ترتیب، هر پنجره زمانی شامل یک محدوده نرم و یک محدوده سخت است، به طوری که محدوده نرم مشابه حالت ب قابل نقض است، ولی محدودیت سخت نباید نقض شود.

می‌شود. با توجه به مرور ادبیات، نوآوری‌های مد نظر این پژوهش به شرح زیر است:

۱. در نظر گرفتن تفکیک جنسیتی در مدارس و سرویس‌ها؛
۲. در نظر گرفتن بارگذاری مختلط در سرویس‌ها؛
۳. در نظر گرفتن دانش‌آموزان خاص؛
۴. به کارگیری مدل در مطالعه موردی؛
۵. طراحی الگوریتم فرا ابتکاری برای مدل ارائه‌شده؛
۶. در نظر گرفتن هم‌زمان پنجره زمانی نرم و سخت برای ایستگاه‌ها.

## بیان مسئله

تهران یکی از شهرهای در حال توسعه در ایران است. رشد و توسعه شهری همواره چالش برنامه‌ریزی حمل‌ونقل و ارائه خدمات شهری را در پی دارد. دانش‌آموزان به صورت مکرر بر سیستم حمل‌ونقل شهری تأثیر می‌گذارند. استفاده دانش‌آموزان از سیستم حمل‌ونقل شهری به دو صورت است. نوع اول دانش‌آموزانی که از سیستم حمل‌ونقل عمومی استفاده می‌کنند و نوع دوم دانش‌آموزانی که از سرویس مدارس استفاده می‌کنند. اغلب دانش‌آموزانی که از سرویس مدارس استفاده می‌کنند از زمان زیاد حمل‌ونقل ناراضی‌اند؛ بنابراین، ارائه مدلی برای مسیریابی سرویس مدارس که زمان حمل‌ونقل را نیز کاهش دهد، ضروری به نظر می‌رسد.

در این پژوهش، چهار مدرسه شامل دو مدرسه پسرانه و دو مدرسه دخترانه در نظر گرفته شده است. مدارس «ضحی» و «سما» دخترانه و مدارس «احسان» و «دانشمند» پسرانه هستند.

مدل مورد بررسی در این تحقیق شامل مسیریابی اتوبوس‌های مدرسه برای سوار کردن دانش‌آموزان از ایستگاه‌های اتوبوس و رساندن آن‌ها به مدارس خود است. در این مسئله، دانش‌آموزان خاص در نظر گرفته شده‌اند و اتوبوس‌ها باید آن‌ها را از در منزل سوار کنند. همچنین، هر اتوبوس ظرفیت ثابتی برای حمل دانش‌آموزان پسر، دختر و دانش‌آموزان خاص دارد و این موضوع همان مفهوم تفکیک جنسیتی در اتوبوس است. با شرایط ذکرشده، مسئله مورد نظر یک مسئله مسیریابی اتوبوس شهری چند مدرسه‌ای همراه با بارگذاری مختلط و تفکیک جنسیتی است.

پارامترها	در بخش بعدی، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح خطی برای این مسئله مطرح می‌شود.
زمان جابه‌جایی بین گره $t$ و دپوی مرکزی	$c_{0t}$
ظرفیت اتوبوس $k$ برای دانش‌آموزان پسر	$Q'_k$
ظرفیت اتوبوس $k$ برای دانش‌آموزان دختر	$Q''_k$
زمان جابه‌جایی از گره $t$ به گره $t'$	$c_{tt'}$
زمان شروع سرویس برای گره $t$ ام با اتوبوس $k$	$F_{tk}$
مقدار زمان زودکرد شروع سرویس اتوبوس $k$ ام به گره $t$ ام	$ME_{tk}$
مقدار زمان دیرکرد شروع سرویس اتوبوس $k$ ام به گره $t$ ام	$ML_{tk}$
جریمه یک واحد زودکرد سرویس	$PNE$
جریمه یک واحد دیرکرد سرویس	$PNL$
حد پایین پنجره زمانی سخت برای گره $t$ ام	$HE_t$
حد بالای پنجره زمانی سخت برای گره $t$ ام	$HL_t$
حد پایین پنجره زمانی نرم برای گره $t$ ام	$SE_t$
حد بالای پنجره زمانی نرم برای گره $t$ ام	$SL_t$
<b>متغیرها</b>	
متغیر دودویی، برابر یک است در صورتی که اتوبوس $k$ از گره $t$ در $p$ امین نقطه از مسیر خود عبور کند. در غیر این صورت، برابر صفر است.	$x_{tpk}$
اگر گره $t'$ بلافاصله پس از گره $t$ توسط اتوبوس $k$ ویزیت شود برابر یک.	$e_{tt'k}$
متغیر دودویی، برابر یک است در صورتی که دانش‌آموز $d$ توسط اتوبوس $k$ در گره $t$ سوار خودرو شود.	$w_{tdk}$
متغیر دودویی، برابر یک است اگر گره $t$ آخرین گره‌ی باشد که توسط اتوبوس $k$ ویزیت می‌شود.	$h_{tk}$
متغیر کمکی به منظور خطی کردن معادله	$n_{tdpk}$
با استفاده از متغیرها و پارامترهای توضیح داده‌شده، مسئله مورد نظر به شکل زیر مدل می‌شود:	
	در این بخش یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح برای حل مسئله توصیف شده توسعه داده می‌شود. علائم به کاررفته برای مدل‌سازی مسئله مورد نظر به شرح زیر است:
	<b>مدل‌سازی</b>
	<b>اندیس‌ها و مجموعه‌ها</b>
	$d'$ مجموعه دانش‌آموزان پسر (اعم از معمولی و خاص)
	$d''$ مجموعه دانش‌آموزان دختر (اعم از معمولی و خاص)
	$D$ مجموعه تمام دانش‌آموزان ( $D = d' \cup d''$ )
	$d$ اندیس دانش‌آموز
	$S$ مجموعه همه مدارس
	$S$ اندیس مدرسه
	$J$ مجموعه همه ایستگاه‌ها
	$T$ مجموعه همه گره‌ها به جز دپو ( $T = S \cup J$ )
	$t, t'$ اندیس همه گره‌ها به جز دپو
	$O$ اندیس دپو
	$D_t$ مجموعه دانش‌آموزانی که با گره $t$ مرتبط‌اند (اگر $t$ مدرسه باشد، $D_t$ مجموعه دانش‌آموزان آن مدرسه و اگر $t$ ایستگاه باشد، $D_t$ مجموعه دانش‌آموزانی را نشان می‌دهد که می‌توانند در آن ایستگاه سوار شوند)
	$J_d$ مجموعه ایستگاه‌هایی که دانش‌آموزان $d$ می‌توانند در آنجا سوار شود
	$K$ مجموعه همه اتوبوس‌ها
	$k$ اندیس اتوبوس
	$P$ مجموعه‌ای از یک تا کل تعداد گره‌های ممکن در مسئله ( $ P  =  S  +  J  +  J' $ )
	$p$ شماره‌دهی متعلق به مجموعه $p$

$$\min z_1 = \sum_{t' \in T} \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} c_{tt'} e_{tt'k} + \sum_{k \in K} \sum_{t \in S} c_{0t} h_{tk} + \sum_{k \in K} \sum_{t \in J} c_{0t} x_{tpk} + \sum_{k \in K} \sum_{t \in J} PNE.ME_{tk} + PNL.ML_{tk} \quad (1)$$

$$x_{tpk} - \sum_{t' \in T} x_{t', p+1, k} \leq h_{tk} \quad \forall t \in S, k \in K, p \in P \quad (۲)$$

$$\sum_{t \in T} x_{tpk} \leq 1 \quad \forall p \in P, k \in K \quad (۳)$$

$$\sum_{d \in D_t} w_{tdk} \leq M \sum_{p \in P} x_{tpk} \quad \forall t \in J, k \in K \quad (۴)$$

$$\sum_{t \in J} \sum_{d \in d' \cap D_t} w_{tdk} \leq Q'_k \quad \forall k \in K \quad (۵)$$

$$\sum_{t \in J} \sum_{d \in d'' \cap D_t} w_{tdk} \leq Q''_k \quad \forall k \in K \quad (۶)$$

$$\sum_{t \in J} \sum_{d \in D} w_{tdk} = 1 \quad \forall d \in D \quad (۷)$$

$$x_{tpk} + x_{t', p+1, k} \leq u_{ttk} + 1 \quad \forall t, t' \in T: t \neq t', k \in K, p \in P \quad (۸)$$

$$\sum_{t \in J_d} w_{tdk} x_{tpk} \leq \sum_{p'=p+1} x_{t', p', k} \quad \forall t' \in S, d \in D_t, p \in P, k \in K \quad (۹)$$

$$w_{tdk} + x_{tpk} \leq n_{tdpk} + 1 \quad \forall t, d, p \in P, k \in K \quad (۱۰)$$

$$w_{tdk} + x_{tpk} \geq 2n_{tdpk} \quad \forall t, d, p \in P, k \in K \quad (۱۱)$$

$$\sum_{t \in T} x_{t(p+1)k} \leq \sum_{t \in T} x_{tpk} \quad \forall k \in K, p \in P \quad (۱۲)$$

$$\sum_{p \in P} x_{tpk} \leq \sum_{d \in D_t} w_{tdk} \quad \forall t \in J, k \in K \quad (۱۳)$$

$$F_{tk} + M \cdot (1 - x_{tpk}) - F_{t'k} - c_{tt'} \geq 0 \quad \forall t, t' \in T: t \neq t', k \in K, p \in P \quad (۱۴)$$

$$F_{tk} \geq SE_t \quad \forall t \in J, k \in K \quad (۱۵)$$

$$F_{tk} \geq SL_t \quad \forall t \in J, k \in K \quad (۱۶)$$

$$ME_{tk} \geq HE_t - F_{tk} \quad \forall t \in J, k \in K \quad (۱۷)$$

$$ML_{tk} \geq F_{tk} - HL_t \quad \forall t \in J, k \in K \quad (۱۸)$$

$$w_{tdk}, x_{tpk}, h_{tk}, e_{ttk}, n_{tdpk} \in \{0, 1\} \quad (۱۹)$$

قسمت چهارم تابع هدف به زمان حمل و نقل بین دپوی مرکزی تا اولین گره‌ای مربوط است که اتوبوس ویزیت می‌کند. جزء سوم تابع هدف نیز که با توجه به شرایط مسئله (پنج‌جره زمانی نرم) به مدل اضافه شده است، می‌کوشد در پنج‌جره زمانی سخت سرویس دهد و به هزینه‌های سرویس‌ندادن به موقع (زودکرد یا دیرکرد) مربوط است.

تابع هدف بیانگر مینیمم کردن زمان حمل و نقل است. قسمت اول تابع هدف مربوط به زمان حمل و نقل بین هر دو گره ممکن است. درواقع، این عبارت زمان حمل و نقل بین هر دو ایستگاه یا هر دو مدرسه یا زمان بین یک ایستگاه و یک مدرسه را محاسبه می‌کند. قسمت دوم و سوم تابع هدف به زمان حمل و نقل بین گره از دپوی مرکزی مربوط است.

تعیین می‌کنند. محدودیت ۱۹ نیز باینری بودن متغیرهای تصمیم را بیان می‌کند.

### مطالعه موردی

داده‌های مورد استفاده در این پژوهش برگرفته از مدارس شهر تهران است. در این پژوهش، چهار مدرسه شامل دو مدرسه پسرانه و دو مدرسه دخترانه در تهران در نظر گرفته شده است. مدارس «ضحی» و «سما» دخترانه (مدارس ۱ و ۲) و مدارس «احسان» و «دانشمند» پسرانه (مدارس ۳ و ۴) هستند. ۱۳ دانش آموز از مدرسه ضحی (دانش آموزان ۱ تا ۱۳)، ۱۷ دانش آموز از مدرسه سما (دانش آموزان ۱۸ تا ۳۰)، ۱۵ دانش آموز از مدرسه احسان (دانش آموزان ۳۱ تا ۴۵) و ۱۵ دانش آموز از مدرسه دانشمند (دانش آموزان ۴۶ تا ۶۰) در نظر گرفته شده است. در این مسئله، ده گره وجود دارد. گره‌های ۱ و ۲ مدارس دخترانه ضحی و سما، گره ۳ و ۴ مدارس پسرانه احسان و دانشمند هستند. گره‌های ۵، ۶، ۷ و ۸ ایستگاه‌ها و گره‌های ۹ و ۱۰ منازل دانش آموزان خاص است. ۴ عدد اتوبوس برای حمل دانش آموزان وجود دارد. ظرفیت دانش آموزان دختر و پسر برای هر اتوبوس ۱۰ نفر برای هر جنس محسوب شده است. در این مسئله، دانش آموزان خاص در نظر گرفته شده‌اند و اتوبوس‌ها باید آن‌ها را از در منزل سوار کنند. همچنین، هر اتوبوس ظرفیت ثابتی برای حمل دانش آموزان پسر، دختر و دانش آموزان خاص دارد و این موضوع همان مفهوم تفکیک جنسیتی در اتوبوس است. براساس شرایط یادشده، مسئله مورد نظر یک مسئله مسیریابی اتوبوس شهری چند مدرسه‌ای همراه با بارگذاری مختلط و تفکیک جنسیتی است. جدول ۱ بیانگر زمان حمل و نقل بین هر دو گره متوالی است که ورودی مسئله محسوب می‌شود. جدول ۲ نیز فاصله زمانی دپو تا هر ایستگاه است. شایان ذکر است هر اتوبوس در اولین مسیر حرکت خود به ایستگاه یا خانه دانش آموز خاص می‌رود.

محدودیت ۲ بیان می‌کند اگر مدرسه‌ای وجود داشته باشد که بعد از آن هیچ گره‌ای اعم از مدرسه، ایستگاه، منزل دانش آموز خاص وجود نداشته باشد، آن مدرسه آخرین گره‌ای است که یک اتوبوس ویزیت می‌کند. محدودیت ۳ نشان می‌دهد به هر مکان  $p$  از مسیر  $k$  حداکثر یک گره اختصاص داده می‌شود. این محدودیت در واقع رابطه بین دو متغیر  $t$  و  $p$  را بیان می‌کند. محدودیت ۴ بیان می‌کند اگر اتوبوس  $k$  از ایستگاه  $t$  عبور نکند،  $W_{tdk}$  باید برابر صفر شود. محدودیت ۵ در مورد ظرفیت اتوبوس برای دانش آموزان پسر است. محدودیت ۶، محدودیت ظرفیت دانش آموزان دختری است که در هر اتوبوس حمل می‌شوند. محدودیت ۷ اطمینان می‌دهد همه دانش آموزان سوار اتوبوس شده‌اند و هیچ دانش آموزی در ایستگاه باقی نمانده است. محدودیت ۸ متغیر  $U_{tt'k}$  را محاسبه می‌کند و در صورتی که گره‌های  $t$  و  $t'$  پشت سر هم از طریق یک اتوبوس ویزیت شوند،  $e_{tt'k}$  برابر یک می‌شود. محدودیت ۹ بیان می‌کند اگر اتوبوسی در  $p$  امین مسیر حرکت خود از ایستگاه  $t$  عبور کند و دانش آموز  $l$  در آن ایستگاه حضور داشته باشد، می‌تواند آن دانش آموز را سوار کند. محدودیت ۱۰ و ۱۱ فقط به منظور خطی‌سازی محدودیت ۹ به کار می‌رود. محدودیت ۱۲ بیان می‌کند مکان‌های موجود در مسیریابی هر اتوبوس باید به ترتیب صعودی پر شوند؛ یعنی اتوبوس باید ابتدا حرکت اول و سپس حرکت دوم را انجام دهد و به همین ترتیب مکان‌ها باید به شکل صعودی طی شوند. محدودیت ۱۳ بیان می‌کند تا یک دانش آموز به یک ایستگاه نرود، نمی‌تواند سوار اتوبوس شود.

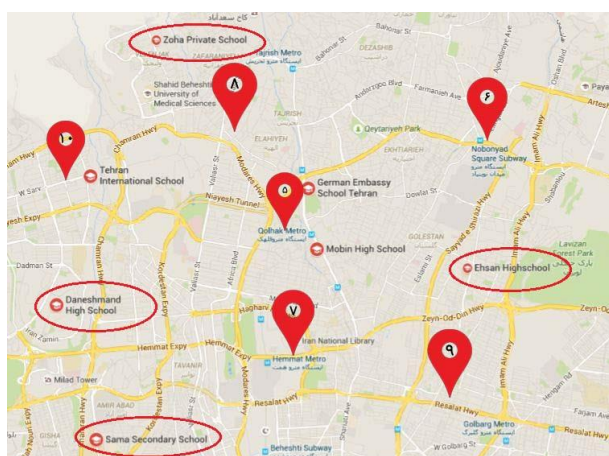
مجموعه محدودیت‌های ۱۴ تا ۱۶ جزء محدودیت‌های مدل‌های نرم در پنجره زمانی هستند. بدین صورت که محدودیت ۱۴ زمان شروع سرویس برای هر گره را مشخص می‌کند و محدودیت‌های ۱۵ و ۱۶ شرط پنجره زمانی نرم را در مدل برآورده می‌سازند. محدودیت‌های ۱۷ و ۱۸ نیز تعداد واحد زمانی سرویس ندادن را در بازه زمانی سخت

جدول ۱. زمان حمل و نقل از دپو به ایستگاه‌ها و منازل دانش آموزان خاص برحسب دقیقه

گره	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
دپو	۳۰	۳۳	۲۴	۳۳	۳۰	۴۰

جدول ۲. زمان حمل و نقل دانش آموزان بین ایستگاه‌ها بر حسب دقیقه

ایستگاه / دانش آموز	۵	۶	۷	۸	ایستگاه / دانش آموز	۵	۶	۷	۸
۱	۳۲	۳۴	۴۰	۴۵	۳۱	۵۰	۱۰۰	۱۵	۳۰
۲	۶۴	۵۶	۵۲	۲۰	۳۲	۶۰	۵۰	۴۴	۲۵
۳	۶۰	۲۵	۵۹	۴۲	۳۳	۹۰	۸۰	۵۰	۲۰
۴	۲۱	۴۱	۵۵	۶۲	۳۴	۳۳	۱۱۵	۳۰	۶۵
۵	۱۷	۴۲	۴۲	۵۸	۳۵	۴۵	۹۰	۷۰	۶۵
۶	۳۱	۴۴	۱۷	۱۹	۳۶	۷۰	۳۰	۴۰	۳۹
۷	۴۴	۴۳	۳۵	۹	۳۷	۴۰	۳۰	۸۰	۸۰
۸	۳۷	۲۳	۲۷	۱۵	۳۸	۹۰	۳۵	۴۰	۱۵
۹	۳۴	۱۲	۵۸	۵۵	۳۹	۲۰	۶۰	۲۰	۳۵
۱۰	۴۹	۱۶	۶۳	۵۵	۴۰	۷۰	۸۵	۷۵	۳۰
۱۱	۳۰	۸	۳۴	۳۸	۴۱	۸۰	۶۰	۴۰	۵۰
۱۲	۱۵	۴۶	۴۳	۶۲	۴۲	۲۵	۶۰	۲۰	۲۰
۱۳	۷۰	۷۵	۴۰	۳۵	۴۳	۳۰	۹۰	۲۰	۶۰
۱۴	۴۵	۳۰	۳۵	۱۵	۴۴	۶۰	۶۰	۶۵	۱۰۰
۱۵	۶۲	۷۰	۴۳	۳۰	۴۵	۷۰	۷۰	۸۵	۴۰
۱۶	۱۲	۳۵	۳۵	۶۰	۴۶	۷۰	۶۰	۷۵	۵۵
۱۷	۸۰	۳۰	۵۰	۳۰	۴۷	۵۵	۲۰	۶۰	۳۰
۱۸	۴۵	۴۰	۶۰	۴۰	۴۸	۷۰	۴۰	۵۵	۳۰
۱۹	-	-	-	-	۴۹	-	-	-	-
۲۰	۶۵	۳۵	۶۰	۷۰	۵۰	۵۵	۷۰	۳۰	۳۵
۲۱	۳۸	۶۰	۱۱۵	۹۰	۵۱	۴۵	۴۰	۷۰	۸۰
۲۲	۲۰	۹۰	۲۰	۱۱۰	۵۲	۲۰	۷۰	۴۰	۷۰
۲۳	۳۰	۳۰	۶۵	۲۰	۵۳	۳۰	۳۳	۵۰	۷۰
۲۴	۱۱۵	۵۰	۸۰	۵۰	۵۴	۸۰	۵۰	۸۰	۲۵
۲۵	۸۵	۴۶	۷۰	۹۰	۵۵	۴۰	۴۰	۵۰	۶۰
۲۶	۴۰	۷۵	۸۰	۷۰	۵۶	۴۰	۴۶	۳۰	۶۰
۲۷	۶۰	۲۰	۸۵	۴۹	۵۷	۹۰	۲۰	۸۰	۲۰
۲۸	۵۵	۵۰	۵۵	۷۷	۵۸	۴۰	۳۰	۲۵	۶۰
۲۹	۳۰	۹۰	۱۰۰	۶۵	۵۹	۴۰	۲۵	۱۵	۷۰
۳۰	۷۰	۶۵	۶۰	۳۰	۶۰	۱۰۰	۳۰	۱۵	۶۰



شکل ۱. نقشه مدارس و ایستگاه‌ها و منازل دانش آموزان خاص

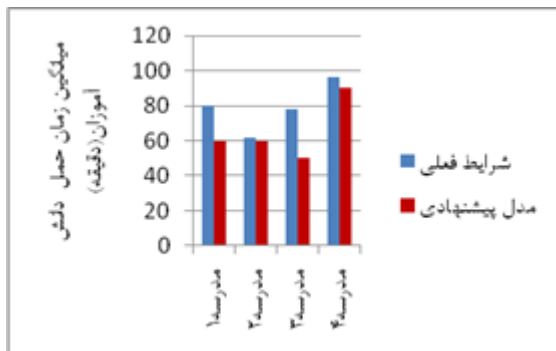


شکل ۱ نحوه استقرار مدارس، ایستگاه‌ها و منازل دانش‌آموزان خاص را نمایش می‌دهد. مدارس ۱ تا ۴ به ترتیب مدارس ضحی، سما، احسان و دانشمند هستند. گره‌های ۵ تا ۸ ایستگاه‌ها و گره‌های ۹ و ۱۰ منازل دانش‌آموزان خاص (دانش‌آموزان ۱۹ و ۴۹) است.

جدول ۳. مقادیر متغیر  $x_{tpk}$  (خروجی نرم‌افزار)

مسیر	اتوبوس ۱	اتوبوس ۲	اتوبوس ۳	اتوبوس ۴
مسیر اول	گره ۹	گره ۵	گره ۶	گره ۷
مسیر دوم	گره ۵	گره ۱۰	گره ۵	گره ۳
مسیر سوم	گره ۲	گره ۱	گره ۷	گره ۶
مسیر چهارم	گره ۴	گره ۸	گره ۴	گره ۸
مسیر پنجم	-	گره ۳	گره ۲	گره ۲
مسیر ششم	-	گره ۶	گره ۳	گره ۱
مسیر هفتم	-	گره ۲	-	گره ۴

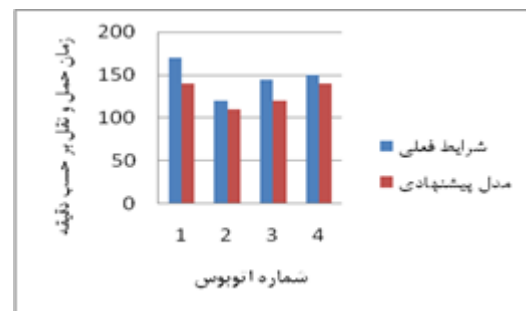
نشان می‌دهد زمان حمل‌ونقل پس از اجرای مدل برای اتوبوس ۱ به میزان ۱۷ درصد، برای اتوبوس ۲ به میزان ۱۵ درصد، برای اتوبوس ۳ به میزان ۱۷ درصد و برای اتوبوس ۴ به میزان ۰/۰۹ درصد کاهش یافته است.



شکل ۳. زمان حمل‌ونقل بر حسب مدرسه

شکل ۳ مقایسه زمان حمل‌ونقل قبل و بعد از اجرای مدل به تفکیک هر مدرسه است. میانگین زمان حمل‌ونقل دانش‌آموزان مدرسه ۱ قبل از اجرای مدل ۸۰ دقیقه بوده است که به ۶۰ دقیقه کاهش یافته است. این زمان برای مدارس ۲، ۳ و ۴ به ترتیب برابر ۶۴ دقیقه، ۷۹ دقیقه و ۹۸ دقیقه است که پس از اجرای مدل این زمان به ۶۱، ۵۳ و ۹۰ دقیقه کاهش یافته است. نتایج حمل‌ونقل دانش‌آموزان مدارس ۱ تا ۴ به ترتیب بیانگر کاهش ۲۵، ۴، ۳۲ و ۸ درصد در زمان است.

همان‌طور که در جدول ۳ مشخص است، اتوبوس ۱ در اولین حرکت از مسیر خود به منزل دانش‌آموز خاص ۹ می‌رود. این اتوبوس در دومین حرکت از مسیر خود به ایستگاه ۵ می‌رود. سپس در سومین حرکت خود به سمت مدرسه ۲ می‌رود و تمام دانش‌آموزان این مدرسه را پیاده می‌کند. اتوبوس ۳ در چهارمین مسیر حرکت خود به مدرسه ۴ می‌رود. زمان حل مدل برابر ۴۲۴ ثانیه یعنی تقریباً برابر ۷ دقیقه است. مقدار تابع هدف در این مدل برابر ۷۱۵۶ است.



شکل ۲. زمان حمل‌ونقل هر اتوبوس

شکل ۲ زمان حمل‌ونقل هر اتوبوس را قبل و بعد از اجرای مدل نمایش می‌دهد. طبق این شکل، بعد از اجرای مدل زمان استفاده از اتوبوس ۱ از ۱۷۵ دقیقه به ۱۴۵ دقیقه، اتوبوس ۲ از ۱۳۰ دقیقه به ۱۱۰ دقیقه، اتوبوس ۳ از ۱۴۵ به ۱۲۰ دقیقه و اتوبوس ۴ از ۱۵۰ به ۱۴۰ دقیقه کاهش یافته است. نتایج

## الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک جزء کلاس الگوریتم‌های بهینه‌سازی تصادفی است. این الگوریتم به‌ویژه برای بهینه‌سازی مسائل پیچیده با فضای جست‌وجوی ناشناخته مناسب است. درواقع، این الگوریتم فرا ابتکاری از یک الگوریتم تکاملی منتج می‌شود که با روش‌های جست‌وجو ادغام شده است تا در نهایت نتایج کیفیت خوبی داشته باشند. اصول الگوریتم‌های فرا ابتکاری به این صورت است که از رخدادهای طبیعی الهام می‌گیرند و به دنبال جواب‌های نزدیک به بهینه با زمانی متناسب حرکت می‌کنند. الگوریتم ژنتیک نیز از همین اصول استفاده کرده است، به طوری که ایده اولیه شکل‌گیری آن از نظریه داروین نشئت گرفته است و براساس قانون ژنتیک کار می‌کند. در نگاهی کلی، الگوریتم ژنتیک با مجموعه‌ای از جواب‌ها آغاز می‌شود که با کروموزوم‌ها به نمایش درمی‌آیند. به این مجموعه، جمعیت اولیه می‌گویند. جمعیت‌های بعدی با استفاده از جواب‌های جمعیت قبلی خود به دست می‌آیند. فرایند انتخاب برای به دست آوردن جمعیت جدید از بین جمعیت گذشته از طریق تابع برازندگی و تعیین مقدار مطلوبیت آن‌ها شکل می‌گیرد. در نتیجه، جواب‌هایی برای ادامه انتخاب می‌شوند که مطلوبیت بهتری نسبت به بقیه دارند. این روند همین‌طور ادامه می‌یابد تا شرایط مشخص شده از قبل، حاصل شود.

## مکانیزم انتخاب در الگوریتم ژنتیک

به منظور انتخاب والدین برای تولید نسل جدید براساس میزان برازندگی چندین روش وجود دارد. در این پژوهش، از مکانیزم چرخ رولت برای انتخاب استفاده می‌شود.

## عملگر تقاطع

در این بخش دو یا چند کروموزوم انتخاب می‌شود و بخشی از ژن‌های آن‌ها برای تولید نسل بعدی ترکیب می‌شود. این عملیات، تقاطع نام دارد و هدفش این است که کروموزوم‌های جدید قسمت‌های مطلوب کروموزوم‌های قبلی را داشته باشند تا احتمال کارایی بهتر کروموزوم‌های جدید افزایش یابد. در این پژوهش، از عملگر تقاطع دو نقطه‌ای استفاده شده است.

## عملگر جهش

کروموزوم‌ها قبل از قرار گرفتن در نسل بعدی، ممکن است دچار جهش یا تغییر ناگهانی شوند. جهش یک تغییر ناگهانی در ژن است. عملیات جهش برای جلوگیری از قرارگیری الگوریتم ژنتیک در مشکل بهینه محلی استفاده می‌شود؛ بنابراین، فرصت برای تولیدمثل متغیرهای دیگر یا امکان جست‌وجوی دیگر فضاهای حل که قابلیت کمتری دارند فراهم می‌شود. در این پژوهش، برای عملگر جهش از سه عملگر تعویض، معکوس‌سازی و حذف و انتقال استفاده می‌شود که به تصادف از یکی از این مکانیزم‌ها استفاده می‌شود.

برای حل مسئله با الگوریتم ژنتیک، مسائلی در سایزهای کوچک، متوسط و بزرگ طراحی شده است. نتایج محاسباتی در جدول ۴ مشاهده می‌شود. برای هر مثال، مقدار تابع هدف از میانگین ۱۰ بار اجرای الگوریتم محاسبه شده و در جدول ۴ ذکر شده است.

جدول ۴. نتایج محاسباتی حل دقیق و الگوریتم ژنتیک

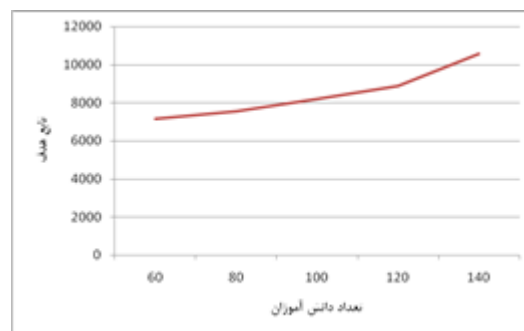
N	GAMS			GA	
	C.F	t(s)	C.F	$t_{av}(s)$	
سایز کوچک	۱	۷۱۵۶	۴۲۰	۷۱۸۳	۱۵۲/۸
	۲	۷۳۲۲	۴۲۲	۷۲۰۹/۹	۱۶۳/۳
	۳	۷۳۹۹	۴۳۰	۷۳۱۹/۱	۱۷۰/۲
سایز متوسط	۱	۱۳۲۵۰	۲۵۶۳۲/۳۶	۱۴۰۵۳/۲۶	۲۸۹
	۲	۱۴۲۶/۵	۲۸۴۴۱/۱۴	۱۵۱۸۸/۲۶	۳۱۷/۶
	۳	۱۸۲۵۳	۳۶۲۶۶	۲۰۹۳۶/۳	۴۲۳/۷
سایز بزرگ	۱	-	-	۵۱۴۸۸/۱	۸۳۲/۱
	۲	-	-	۵۶۷۸۹/۰۱	۹۷۷/۸
	۳	-	-	۶۷۰۱۸/۵	۱۰۰۱/۱

## تحلیل حساسیت

در تحلیل حساسیت، آثار تغییرات در پارامترهای یک مدل بر جواب نهایی آن مدل بررسی می‌شود. علت اهمیت بحث تحلیل حساسیت این است که در دنیای واقعی پارامترهای مدل تغییر می‌کند و این تغییرات به شرایط محیطی مربوط است. در نتیجه، در این بخش تأثیر تغییر در دو پارامتر تعداد دانش‌آموزان و تعداد اتوبوس‌ها بر مدل بررسی می‌شود.

شکل ۴ رابطه بین مقدار تابع هدف و تعداد دانش‌آموزان (پسر، دختر و دانش‌آموزان خاص) را نشان می‌دهد. همان‌طور که در نمودار مشاهده می‌شود، مقادیر تابع هدف در پنج حالت بررسی می‌شود. در این پنج حالت، تمام پارامترها و داده‌های مسئله ثابت فرض شده‌اند و فقط تعداد دانش‌آموزان تغییر می‌کند. داده‌های اولیه مسئله مانند همان داده‌های مثال مسیریابی است که پیش‌تر ذکر شد.

همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، تعداد دانش‌آموزان از ۶۰ نفر به ۱۴۰ نفر افزایش یافته است و مقادیر تابع هدف به ترتیب برابر ۷۱۵۶، ۷۵۶۶، ۸۲۰۱، ۸۸۸۹ و ۱۰۵۵۱ است.



شکل ۴. تحلیل حساسیت تعداد دانش‌آموزان

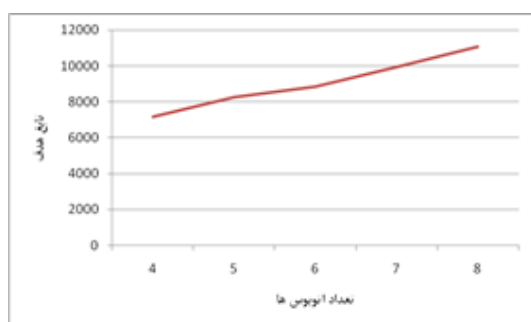
از جمله دلایل افزایش مقدار تابع هدف، موارد زیر است:

۱. افزایش تعداد دانش‌آموزان موجب می‌شود ظرفیت هر اتوبوس نسبت به حالت قبل سریع‌تر تکمیل شود. سریع‌تر تکمیل شدن ظرفیت هر اتوبوس، به تغییر روند حرکت یک اتوبوس منجر می‌شود. به این ترتیب، هر اتوبوس پس از تکمیل ظرفیت باید به یک مدرسه برود و تعدادی از

دانش‌آموزان را پیاده کند و دوباره به ایستگاه برود و همین افزایش حرکت، افزایش زمان را در پی دارد.

۲. افزایش تعداد دانش‌آموزان موجب می‌شود تنوع تعداد دانش‌آموزان منتظر در یک ایستگاه اتوبوس افزایش یابد. تنوع به این معناست که یک ایستگاه به مدارس مختلفی مرتبط است و در صورتی که تعداد دانش‌آموزان کم باشد ارتباط بین مدارس و ایستگاه‌ها کمتر است و در نتیجه زمان کمتری صرف می‌شود.

شکل ۵ رابطه بین تعداد اتوبوس‌ها و مقدار تابع هدف را بیان می‌کند. محور افقی تعداد اتوبوس‌ها و محور عمودی مقدار تابع هدف را نشان می‌دهد. این مسئله نیز همان مسئله مسیریابی ذکر شده است با این تفاوت که تعداد اتوبوس‌ها متغیر است.



شکل ۵. تحلیل حساسیت تعداد اتوبوس‌ها

با توجه به شکل ۵، افزایش تعداد اتوبوس‌ها به افزایش زمان حمل‌ونقل منجر می‌شود. در شرایط واقعی، با توجه به هزینه خرید اتوبوس‌ها و نابالانس شدن تعداد دانش‌آموزان هر اتوبوس، در صورت خرید اتوبوس‌های بیشتر این امر اتفاق نمی‌افتد و افزایش تعداد اتوبوس‌ها مقرون به صرفه نیست.

## نتیجه‌گیری

در این پژوهش، چهار مدرسه شامل دو مدرسه پسرانه و دو مدرسه دخترانه در تهران بررسی شده و ۶۰ دانش‌آموز در نظر گرفته شده است. سپس حرکت سرویس‌های مدارس بین این مدارس و ایستگاه‌ها بررسی شده و مدلی ارائه شده است تا حرکات را به حداقل برساند و از عبورهای تکراری از

از جمله محدودیت‌های این پژوهش می‌توان به تقریبی بودن زمان حمل‌ونقل دانش‌آموزان اشاره کرد که از اطلاعات حاصل از نظرهای دانش‌آموزان و رانندگان استخراج شده است.

در تحقیقات آتی نیز می‌توان موارد زیر را در نظر گرفت:

۱. مطرح کردن و حل مسئله مسیریابی سرویس مدارس به صورت مسئله‌ای چندهدفه برای پوشش دادن تقاضاهای بیشتر؛
۲. در نظر گرفتن حالت چند دیویی در مسئله سرویس مدارس؛
۳. در نظر گرفتن زمان خرابی سرویس‌ها در مسئله.

ایستگاه‌ها جلوگیری کند و زمان رسیدن دانش‌آموزان به مدارس کمینه شود. در نتیجه، تابع هدف علاوه بر کاهش زمان رسیدن دانش‌آموزان به مدارس، به‌طور غیرمستقیم موجب کاهش هزینه سوخت رانندگان، کاهش ترافیک درون‌شهری و برون‌شهری، کاهش آلودگی زیست‌محیطی، صرفه‌جویی در وقت رانندگان و صرفه‌جویی در وقت دانش‌آموزان می‌شود.

نوآوری این تحقیق در نظر گرفتن حالت تفکیک جنسیتی در مسئله به همراه پنجره زمانی نرم و سخت به صورت هم‌زمان است که تاکنون در مسئله مسیریابی سرویس مدارس حالت تفکیک جنسیتی در نظر گرفته نشده است. نتایج به کاهش ۲۵، ۴، ۳۲ و ۸ درصدی زمان حمل‌ونقل دانش‌آموزان مدارس ۱ تا ۴ منجر شده است.

## مراجع

1. Houda, D., Bassem, J., Saïd, H. and Habib, C. (2012). "Genetic algorithm with iterated local search for solving a location-routing problem", *Journal of Expert Systems with Applications*, Vol. 39, No. 3, PP. 2865– 2871.
2. Norouzi, N., Tavakkoli-Moghaddam, R., Ghazanfari, M., Alinaghian, M. and Salamatbakhsh, A. (2012). "A new multiobjective competitive open vehicle routing problem solved by particle swarm optimization", *Networks and Spatial Economics*, Vol. 14, No.4, PP. 603– 633.
3. Fügenschuh, A. (2009). "Solving a school bus scheduling problem with integer programming", *European Journal of Operational Research*, Vol. 193, No. 3, PP. 867- 884.
4. Newton, R. M. and Thomas, W. H. (1969). "Design of school bus routes by computer", *Socio-Economic Planning Sciences*, Vol. 3, No. 1, PP. 75- 85.
5. Banos, R., Ortega, J., Gil, C., Marquez, A. L. and Toro, F. D. (2013). "A hybrid meta-heuristic for multi-objective vehicle routing problems with time windows", *Comput. Ind. Eng.*, Vol. 65, No.2, PP. 286- 296.
6. Nahum, O. E., Hadas, Y. and Spiegel, U. (2014). "Multi-objective vehicle routing problems with time windows: A vector evaluated artificial bee colony approach", *Int. J. Comput. Inf. Technol.*, Vol. 3, No. 1, PP. 41- 47.
7. Park, J., Tae, H., Kim. and B. I. (2012). "A post-improvement procedure for the mixed load school bus routing problem", *European Journal of Operational Research*, Vol. 217, No.1, PP. 204- 213.
8. Park, J., and Kim, B. I. (2010). "The school bus routing problem: A review", *European Journal of Operational Research*, Vol. 202, No.2, PP. 311- 319.
9. Naseri, A. and Mansouri, E. (2012). "Two-stage algorithm for the taxi in dynamic mode", *Journal of Transportation*, Vol. 9, No. 2, PP. 137- 152.
10. Santos, D, Xavier, E. (2015). "Taxi and ride sharing: A dynamic dial-a-ride problem with money as an incentive", *Expert Systems with Applications*, Vol. 42, No. 19, PP. 6728– 6737.
11. Liu, M., Luo, Z. and Lim, A. (2015). "A branch-and-cut algorithm for a realistic dial-a-ride problem", *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 81, No. 1, PP. 267– 288.
12. Molenbruch, Y., Braekers, K., Caris, A. and Berghe, G. (2017). "Multi-directional local search for a bi-objective dial-a-ride problem in patient transportation", *Computers & Operations Research*, Vol. 77, No. 1, PP. 58– 71.

13. Chen, X., Kong, Y., Dang, L., Yane, H. and Xinyue, Y. (2015). "Exact and metaheuristic approaches for a bi-objective school bus scheduling problem", Vol. 11, No. 4, PP. 1-2.
14. Kang, M., Kim, S., Felan, T., Choi, H. and Cho, M. (2015). "Development of a genetic algorithm for the school bus routing problem", *International Journal of Software Engineering and Its Applications*, Vol. 9, No. 5, PP. 107- 126
15. William, A., Ellegood, F. and Campbell, J. (2015). "Continuous approximation models for mixed load school bus routing", *Transportation Research Part B*, Vol. 77, No. 3, PP. 182– 198.
16. Lima, F., Pereira, D., Samuel, C. and Nilson, N. (2016). "A mixed load capacitated rural school bus routing problem with heterogeneous fleet: Algorithms for the Brazilian context", *Expert Systems with Applications*, Vol. 56, No. 2, PP. 320– 334.

## واژگان انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1. Dial a Ride Problem (DARP)
-