

بهینه‌سازی هم‌زمان قیمت‌گذاری و راه‌اندازی خطوط محصولات جدید

مسعود ربانی^{۱*} حامد رفیعی^۲، عماد صانع زرنگ^۳

۱. استاد دانشکده مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

۲. دکتری مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۹۳/۱۱/۲۶ - تاریخ دریافت روایت اصلاح‌شده ۹۴/۱/۲۵ - تاریخ تصویب ۹۴/۲/۱۹)

چکیده

در این پژوهش، مسئله راه‌اندازی خطوط محصولات جدید بررسی شده است. به این ترتیب، خطوط محصولی راه‌اندازی می‌شود که با توجه به نیازمندی‌های خریداران ارائه‌دهنده بهترین محصول به بازار است و رضایتمندی مشتریان را افزایش می‌دهد. در مسئله مورد نظر، هم‌زمان سود به‌دست‌آمده توسط شرکت بیشینه می‌شود؛ بنابراین، باید به دنبال پیش‌بینی تمایل مشتریان به خرید محصول مورد نظرشان از بین محصول‌های متفاوت (برندهای مختلف) از میان یک خانواده محصول بود تا بدین ترتیب محصولات جدید با قیمت‌های مختلف به بازار ارائه شود و بیشترین رضایتمندی برای مشتریان و سودآوری برای شرکت به صورت دوطرفه به دست آید. آنچه این پژوهش را متمایز می‌سازد، در نظر گرفتن چند محصول برای چند بخش در بازار است. همچنین، براساس اینکه بخش‌های متفاوتی در بازار با سلیقه‌های مختلف وجود دارد، در این پژوهش سعی شده است با توجه به امکانات و تجهیزات شرکت مورد نظر چند محصول جدید به بازار ارائه شود. در نهایت، از راهبرد کاهش قیمت محصول برای افزایش تعداد مشتریان استفاده می‌شود. برای حل مسئله و براساس الگوریتم توسعه‌یافته، مسئله به زیرمسائلی تقسیم و با استفاده از نرم‌افزارهای Matlab و GAMS حل می‌شود. در نهایت، چگونگی حل مدل توسعه‌داده‌شده و پیاده‌سازی الگوریتم مورد نظر از طریق حل مثالی عددی ارائه می‌شود که در قالب آن، قیمت و ویژگی‌های محصولات جدید تعیین می‌شوند.

واژه‌های کلیدی: راه‌اندازی خطوط محصول، رضایت مشتری، قیمت‌گذاری، ویژگی‌های محصول.

مقدمه

و به این صورت است که مطلوبیت به صورت یک متغیر تصادفی فرض می‌شود و فرایند خرید محصول توسط مشتری به صورت فرایندی احتمالی صورت می‌پذیرد. این دو قانون به معنی این است که یک مشتری یک محصول را با احتمال نسبت مطلوبیت محصول ما در بازار به مطلوبیت کل محصولات موجود در بازار خریداری می‌کند و همچنین محصولی را می‌خرد که بیشترین مطلوبیت را مطابق با ترجیحاتش داشته باشد.

به دلیل وجود ترجیحات مختلف مشتریان و همچنین تعداد زیاد مشتریان از اقشار مختلف در جامعه، بازار را به بخش‌های تقریباً مشابهی تقسیم می‌کنیم که در هر یک از این بخش‌ها علایق مشتریان مشابه در نظر گرفته می‌شود. کو و استوارت روش‌های پیشنهادی و نحوه بخش‌بندی بازار را در پژوهش‌هایشان توضیح داده‌اند [۱، ۲].

تصمیم‌گیری در مورد خرید یک محصول علاوه بر

سودآوری هر شرکت متناسب با ارائه محصولات موفق در بازار صورت می‌گیرد. هر شرکتی در صورت اهمیت‌ندادن به توسعه خط تولید خود، به مرور سهم بازار و میزان فروش خود را از دست می‌دهد. مسئله مکان‌یابی محصول^۱ جدید بیانگر تعیین سطح‌های ویژگی‌های مختلف محصول جدید است؛ یعنی محصول جدید برای ارائه به بازار باید چه ویژگی‌ها و چه قیمتی داشته باشد تا رضایت مشتریان از محصول جدید افزایش یابد و فروش آن نیز در بازار در بیشترین حالت ممکن باشد تا مشتریان این محصول را به سایر محصولات موجود در بازار ترجیح دهند.

در شبیه‌سازی ترجیحات مشتریان از دو قانون در مورد رفتار مشتریان استفاده می‌شود. قانون اول، قانون قطعی^۲ نامیده می‌شود. طبق قانون قطعی، مشتریان همواره محصولی را انتخاب می‌کنند که بیشترین مطلوبیت را برای آن‌ها داشته باشد. قانون دوم قانون احتمالی^۳ نامیده می‌شود

مرور ادبیات

بیشتر پژوهش‌هایی که تاکنون در مورد این مسئله به ثبت رسیده‌اند به دنبال ماکزیمم‌سازی در راستای یکی از سه محور رفاه مشتری^۴، رفاه فروشنده^۵ و سهم بازار^۶ بوده‌اند و هر کدام از آن‌ها یک یا چند نوع از این محورها را تابع هدف خود قرار داده‌اند.

در مدل رفاه مشتری، هدف فقط کسب رضایت مشتریان و ارائه محصولات مطابق با ترجیحات مشتریان است. در این مسئله، فروشنده باید K عدد از یک بسته N تایی از محصولات که بیشترین تطابق را با نظر مشتری دارد، ارائه دهد و در واقع فروشنده به دنبال پیدا کردن این K محصول ممتاز است که معمولاً N عددی در حدود ۱۰۰ یا حتی بیشتر است و K عدد کوچکی بین ۸ تا ۱۰ است.

در همین راستا، شوکرت و سرنیوسن یک مدل به منظور ارائه محصول جدید به بازار معرفی کردند. آن‌ها برای تشخیص نقطه بهینه (محصول ایده‌آل)^۷ برخی ویژگی‌ها را مطابق با ساختار هر محصول به منظور تمایز ترجیحات مشتریان معرفی کردند. همچنین، با توجه به اینکه ویژگی‌های مختلف نسبت به هم ارزش‌های متفاوتی دارند، برای هر یک از ویژگی‌ها متناسب با تأثیرش در انتخاب محصول وزنی را در نظر گرفتند و با استفاده از روش تکنیک‌های برنامه‌ریزی خطی برای تحلیل چندبعدی ترجیحات^۸ و پیش‌بینی رفتار مشتریان مدلی را به منظور تعیین ویژگی‌های محصول ایده‌آل ارائه دادند [۴].

تانگ و بین نیز با در نظر گرفتن تابع رفاه مشتری، مسئله‌ای را طراحی کردند که در آن فروشنده دو نوع محصول در اختیار دارد، به طوری که محصول اول دارای قیمت و کیفیت بیشتری نسبت به محصول دوم است؛ بنابراین، فروشنده باید با ارزیابی سود یکی از سه گزینه راه‌اندازی خط تولید محصول اول یا دوم یا هر دو را انتخاب کند. آن‌ها مدلی تهیه کردند تا تأثیر سه عامل هزینه‌های تولید (ثابت و متغیر)، ظرفیت تولید و محصولات و قیمت ارائه‌شده توسط رقیبان بر انتخاب خط تولید بهینه، قیمت بهینه و مقدار تولید بهینه را بررسی کنند و جواب بهینه هر کدام را با توجه به تحلیل‌های آماری به دست آورند [۵]. پژوهش دیگری که مکان‌یابی محصولات را در شرایط وجود دو محصول بررسی کرده است، مرجع [۶] است که در آن

ویژگی‌های محصول تا حد زیادی به قیمت محصول بستگی دارد؛ بنابراین، قیمت باید عامل اصلی در نظر گرفته شود. مشتریان همواره به دنبال محصولی هستند که بیشترین ارزش را برای آن‌ها داشته باشد و در واقع، بین ارزش واقعی محصول و بهایی که برای محصول پرداخت می‌کنند، بیشترین تفاوت وجود داشته باشد؛ برای مثال، در فرایند خرید یک خودرو، مشتری به ویژگی‌هایی از قبیل ظاهر، ایمنی، مصرف سوخت، امکانات، خدمات پس از فروش و... توجه می‌کند، اما با توجه به قیمت خودروهای موجود در بازار خودرویی را برمی‌گزیند که با توجه به قیمت محصول و ترجیحات او، بیشترین ارزش را برای وی دارد. در نتیجه، شرکت‌های سازنده خودرو باید به دنبال موازنه هزینه-کیفیت منطبق با ترجیحات مشتریان باشند تا بیشترین میزان سود و سهم بازار را به دست آورند [۳]. آنچه به طور عمده در ادبیات موضوع به چشم می‌خورد، پرداختن به این مسئله برای یک محصول به منظور مکان‌یابی محصول و مسائل هم‌زمان با آن است.

در این پژوهش، تولیدکننده‌ای در نظر گرفته شده است که بیش از یک محصول را به بازار ارائه می‌دهد و هر یک از محصولات آن چندین ویژگی با سطوح مختلف دارد. در این راستا، یک مدل بهینه‌سازی ارائه می‌شود که به دنبال انتخاب محصولات مناسب و سطوح بهینه برای هر یک از ویژگی‌های آن‌ها در هر یک از بخش‌های بازار است. مدل توسعه داده شده به دنبال حداکثرسازی رضایت مشتریان و سودآوری تولیدکننده مورد نظر است. آنچه مدل توسعه داده شده در این پژوهش را از باقی پژوهش‌ها متمایز می‌کند، مطالعه و بررسی شرایط بازار است که در آن چندین محصول برای بخش‌های بازار ارائه می‌شود. در ادبیات موضوع مسئله پژوهش‌هایی معرفی می‌شود که به مکان‌یابی محصولات پرداخته‌اند. در ادامه، مدل بهینه‌سازی مسئله به همراه معرفی مسئله آورده می‌شود. سپس روش حل مسئله پیشنهاد شده بررسی می‌شود و به دنبال آن، مثالی کاربردی در مورد ارائه محصولات جدید در بازار دوربین‌های دیجیتال و به دست آوردن قیمت بهینه و ویژگی‌های آن‌ها از طریق مدل پیشنهادی آورده می‌شود. در نهایت، نتایج پژوهش و پیشنهادهایی برای تحقیقات بعدی مطرح می‌شود.

این نقطه ایده‌آل محدود است. آن‌ها این مسئله را به صورت برنامه‌ریزی غیرخطی مختلط عدد صحیح^{۱۰} مدل‌سازی کردند. آن‌ها برای حل مدل در نمونه‌های کوچک از روش الگوریتم‌های جواب دقیق و برای نمونه‌های بزرگ‌تر از روش‌های ابتکاری استفاده کردند و سپس مسئله خود را برای یک بازار خودروهای کوچک شبیه‌سازی کردند [۱۲].

گرین و کریگر نیز مدل سهم بازار را محور کار خود قرار دادند با این تفاوت که چگونه اختلاف سهم بازار شرکت، قبل و بعد از راه‌اندازی خط محصول توسعه‌یافته را افزایش دهند. در واقع، آن‌ها می‌خواستند تعیین کنند با حفظ خانواده اصلی محصول، توسعه خط محصول کدام برند موجب افزایش بیشتر سهم بازار شرکت می‌شود. آن‌ها برای محصول توسعه‌یافته خود رقیبی در بازار در نظر نگرفتند و هزینه‌های ثابت را نیز به‌عنوان هزینه جداگانه برای توسعه محصول بررسی نکردند [۱۳].

کوهلی و کریشنامورتی [۱۴] با استفاده از دو روش به بهینه‌سازی طراحی خط تولید تک‌محصوله پرداختند. اولین روش، اندازه‌گیری چندبعدی^{۱۱} است. هدف این روش مینیمم‌سازی فاصله نقطه ایده‌آل مشتری و محصول انتخابی از دید اوست که برای حل آن محققان قبلی از سه تابع هدف مختلف (افزایش درآمد فروش، افزایش سهم بازار و افزایش تعداد افرادی که محصول ارائه‌شده به نقطه ایده‌آل آن‌ها نزدیک‌تر باشد) استفاده کرده‌اند که در پژوهش گاویس و همکاران [۱۲] به آن پرداخته شد.

دومین روش تحلیل مشترک^{۱۲} است. در این روش، برای هر یک از محصولات برخی ویژگی‌ها تعریف می‌شود و سپس با استفاده از نظرهای مشتریان در زمینه اهمیت هر یک از این ویژگی‌ها و تحلیل این نظرها، وزن مربوط به هر ویژگی به دست می‌آید. همچنین، برای معرفی محصول جدید از این اوزان استفاده می‌شود که در پژوهش شوکرت و سرینیوسن به آن اشاره شد [۴]. زوفریدن نیز اولین بار برای بهینه‌سازی طراحی محصول از این روش استفاده کرد [۱۵]. او روشی ابتکاری را با استفاده از برنامه‌ریزی پویا و با استفاده از داده‌های ورودی حاصل از نتایج تحلیل مشترک، به منظور ماکزیمم‌سازی سهم بازار محصول جدید به کار برد و ادعا کرد این روش بسیار مناسب‌تر از روش آزادسازی لاگرانژ^{۱۳} و روش‌های قبلی است، زیرا هم زمان

مسئله با استفاده از شبکه‌های عصبی حل و نتایج آن با نتایج روش نیوتن مقایسه شده است.

کوانگ و همکاران روشی را تعریف کردند که در آن با استفاده از محدودیت‌های مهندسی و خانه کیفیت در زمینه ارتباط فضای ادراکی مشتری و فضای مهندسی محصول، ویژگی‌های محصول جدید را بررسی کردند. آن‌ها این مسئله را به صورت غیرخطی مدل‌سازی کردند و با استفاده از الگوریتم ژنتیک^{۱۴} حل کردند [۷]. در پژوهش دیگری، سویتینگ وجود حق اشتراک برای ایستگاه‌های رادیویی موسیقی را در ساختار ارائه برنامه‌های ایستگاه‌های رادیویی با استفاده از تخمین پارامتریک توابع ارزش هر یک از گروه مشتریان بررسی کرد و نتیجه گرفت بهای بالاتر حق اشتراک به کاهش شایان‌توجه جمعیت مشتریان هر یک از ایستگاه‌های رادیویی منجر می‌شود [۸]. فنگ و ژیونگ در مرجع [۹]، مسئله مکان‌یابی محصول را در حمل‌ونقل ریلی شرکت چین ارزیابی کردند و با استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی دوسطحی، یک مورد مطالعاتی از شبکه حمل‌ونقل ریلی کشور چین را حل کردند. همچنین، ونگ مسئله مکان‌یابی محصول را برای ساعت‌های مچی و عینک‌های دیجیتال مطالعه کرده است. در این راستا، از ترکیب تحلیل رفاه مشتریان و روش تحلیل سلسله‌مراتبی استفاده شده است [۱۰].

در مدل سهم بازار، هدف به دست آوردن بیشترین سهم بازار نسبت به رقبای موجود در بازار است. گلن و یوربن مدلی به منظور تخمین سهم برند جدید در بازار ارائه کردند. در واقع، این مدل جایگاه برند جدید را در بین برندهای موجود پیش‌بینی می‌کند و میزان اختلاف این محصول با محصول ایده‌آل و میزان احتمال خرید آن توسط مشتریان را ارائه می‌دهد. در واقع، خروجی این مدل به مدیران در طراحی و ارزیابی محصولات خود و ارائه آن‌ها مطابق با نظر مشتریان کمک می‌کند. آن‌ها از طریق محاسبه دو عامل سهم برند جدید در میان برندهای موجود در بازار و سهم برند جدید معرفی‌شده در میان برندهای جدید معرفی‌شده به بازار، سهم برند جدید در بازار را تخمین زدند [۱۱].

گاویس و همکاران نیز مدل افزایش سهم بازار را مبنای فرضیات خود قرار دادند. در مدل آن‌ها، هر مشتری بودجه و نقطه ایده‌آل مخصوص خود را دارد که تعداد ویژگی‌های

و هزینه‌های ثابت راه‌اندازی خط محصول را نیز مد نظر قرار دادند. آن‌ها از روش‌های ابتکاری برای حل مدل استفاده کردند و لیست محصولات پیشنهادشده و قیمت‌هایش را برای هر بازار محصول ارائه دادند. همچنین، آن‌ها عدم قطعیت در مورد خواسته مشتریان و عملکرد محصول را نیز در نظر گرفتند. آن‌ها این فرض را مد نظر قرار دادند که بازار از بخش‌های مختلف تشکیل می‌شود و این بخش‌ها در هریک مشتریان مشابه است. البته آن‌ها به وجود رقابت بین بخش‌های مختلف بازار توجهی نداشتند [۱۸].

کوهلی و سوکومار [۱۹] روش کوهلی و کریشنمورتی [۱۴] را ادامه دادند با این تفاوت که ویژگی‌ها را به صورت پیوسته در نظر گرفتند و مسئله را از یک خط محصول به چندین خط محصول تعمیم دادند. در واقع، چند خط محصول جدید به بازار ارائه دادند. همچنین، محور کار خود را ماکزیم کردن هریک از سه تابع هدف سهم بازار، رفاه خریدار و رفاه فروشنده قرار دادند.

لو و همکاران [۲۰] و کومار و چاتارجی [۲۱] سعی کردند هم‌زمان با افزایش مطلوبیت مشتریان، قیمت بهینه محصول جدید را به گونه‌ای تعیین کنند که رفاه فروشنده تأمین شود و بیشترین سهم فروش در بازار به دست آید.

در زمینه حداکثرسازی هم‌زمان سهم بازار و رفاه فروشنده می‌توان به پژوهش منتشرشده در مرجع [۲۲] اشاره کرد که در آن مکان‌یابی یک محصول برای شرایطی مطالعه شده است که امکان ارائه یک محصول به همراه یک ویژگی از آن محصول در بخش سلامت هندوستان وجود دارد. نویسندگان در دو حالت فروش هم‌زمان محصول و ویژگی، فروش پیاپی محصول و ویژگی، سودآوری و سهم بازار فروشنده را تحلیل کرده‌اند. در این پژوهش، به منظور جبران کمبودهای موجود در ادبیات موضوع، مکان‌یابی محصولات در شرایط حضور چند محصول با وجود چند سطح از ویژگی‌های چندگانه در هر محصول مطالعه می‌شود. بدین منظور، یک مدل بهینه‌سازی با هدف حداکثرسازی سودآوری فروشنده و رفاه مشتریان توسعه داده می‌شود.

معرفی مسئله

شرکتی را در نظر بگیرید که قصد دارد چند محصول جدید

محاسباتی آن کمتر است و هم جواب به دست آمده از آن به جواب نهایی واقعی نزدیک‌تر است. در واقع، آن‌ها با استفاده از این مدل توانستند مسائل انتخاب خط محصول با تعداد ویژگی‌های مؤثر بیشتر نسبت به حالت‌های قبلی را حل کنند. از فرضیات مدل مذکور این است که ویژگی‌ها به صورت گسسته هستند و ترکیب ویژگی‌های ثابت و پیوسته در این پژوهش در نظر گرفته نشده است.

مدل رفاه فروشنده اولین بار در پژوهش گرین و کریگر بررسی شد که در آن فروشنده به دنبال معرفی بهترین محصول خود است و خریدار نیز به دنبال انتخاب بهترین محصول از K محصول ارائه شده توسط فروشنده است. نقطه عطف این است که هرچه فروشنده به تعداد محصولات در بسته K تایی اضافه کند، هزینه ثابت بیشتری برای راه‌اندازی خط تولید آن باید بردارد، اما هرچه تعداد محصولات ارائه شده کمتر باشد از مطلوبیت مورد نظر مشتری کاسته می‌شود. هدف این مدل پیدا کردن ماکزیم سود برای فروشنده است و همچنین در این مدل فرض می‌شود مشتری اولین محصول مورد نظر خود را انتخاب می‌کند و فقط یک بسته را خریداری می‌کند؛ بنابراین، برای حل آن از روش ابتکاری حریصانه استفاده کردند. آن‌ها مسئله رفاه خریدار را در کنار مسئله رفاه فروشنده در نظر گرفتند و برای حل این مدل از مدل پژوهش زوفرین استفاده کردند که یک مدل عدد صحیح دودویی برای ماکزیم‌سازی سهم بازار به همراه ویژگی‌های موزون برای محصول جدید است. همچنین، آن‌ها ترکیب و اندازه خط محصول و مجموعه ویژگی‌های تبلیغاتی را برای افزایش درآمدها در نظر گرفتند [۱۶].

مک‌براید و زوفرین به دنبال گرین و کریگر تابع هدف رفاه فروشنده را در نظر گرفتند و نشان دادند مسئله رفاه خریدار نیز حالت ساده‌تری از مسئله رفاه فروشنده است و آن را به صورت یک مدل‌سازی دودویی ارائه کردند. آن‌ها در این پژوهش نشان دادند به دست آوردن جواب بهینه در مسائل عملی، امکان‌پذیر است و کد بهینه‌سازی را معرفی کردند که به X-System شناخته می‌شود [۱۷].

دابسون و کالیش به منظور ماکزیم‌سازی سود فروشنده (رفاه مشتری)، خط محصول را انتخاب کردند با این تفاوت که قیمت را یک ویژگی مجزا و منحصر به فرد در نظر گرفتند

P_n	قیمت محصول رقیبان موجود در بازار
C^{fix}	هزینه ثابت تولید
C_{kl}	هزینه متغیر تولید سطح (l) از ویژگی (k) که با استفاده از تحلیل مشترک به دست می‌آید.
Q_m	تعداد مشتریان برای محصول m
PR_{im}	احتمال خرید محصول (m) توسط بخش بازار (i)
U_{im}	مطلوبیت محصول (m) در بخش بازار (i)
C_m^{var}	هزینه متغیر تولید هر واحد از محصول (m)

متغیرها

x_{mkl}	یک متغیر (۰ و ۱) که $x_{mkl} = 1$ وقتی (l) مین سطح از ویژگی (k) به محصول جدید (m) اختصاص یابد و در غیر این صورت $x_{mkl} = 0$
y_{im}	یک متغیر (۰ و ۱) که $y_{im} = 1$ وقتی که محصول (m) به بخش بازار (i) تخصیص یابد و در غیر این صورت $y_{im} = 0$
P_m	قیمت محصول m

معادلات

$$Q_m = \sum_{i=1}^I Q_i PR_{im} \quad \forall m \in M \quad (1)$$

$$PR_{im} = \frac{U_{im} - P_m}{(U_{im} - P_m) + \sum_{n=1}^N (U_{in} - P_n)} \quad \forall i \in I, \forall m \in M \quad (2)$$

$$U_{im} = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L_k} u_{ikl} x_{mkl} \quad \forall i \in I, \forall m \in M \quad (3)$$

$$C_m^{var} = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L_k} c_{kl} x_{mkl} \quad \forall m \in M \quad (4)$$

مدل ریاضی

تابع هدف

$$Max Z = \sum_{m=1}^M Q_m (P_m - C_m^{var}) - C^{fix} \quad (5)$$

محدودیت‌ها:

$$\sum_{l=1}^{L_k} x_{mkl} = 1 \quad \forall k \in K, \forall m \in M \quad (6)$$

به بازار عرضه کند. هر محصول با K ویژگی مشخص می‌شود که هر کدام از این ویژگی‌ها سطحی از L_k را در اختیار می‌گیرد. همچنین، فرض می‌شود ترکیب تمام سطوح مختلف از ویژگی‌های محصول برای محصول جدید ارائه شده قابل اجراست. با توجه به اینکه قشرها و گروه‌های مختلفی از مشتریان با سلیقه و علایق متفاوت در بازار وجود دارند، بازار به M بخش تقسیم می‌شود که در هر بخش ترجیحات مشتریان در آن بخش یکسان است. برای هر بخش از بازار نیز میزان Q_i مشتری در نظر گرفته می‌شود. در بازار نیز N محصول رقیب برای محصولات شرکت موجود است که هر یک دارای قیمت P_j است.

با توجه به سطوح مختلف از ویژگی‌های متفاوت محصول، در هر بخش از بازار مطلوبیت‌های متفاوتی برای محصول جدید وجود دارد. هدف مسئله این است که تعیین کند کدام سطح از ویژگی‌ها باید برای هر یک از M محصول جدید انتخاب شود تا در کنار افزایش سطح رضایت مشتریان، سود شرکت نیز ماکزیمم شود.

در این پژوهش، تعداد M محصول به جای یک محصول واحد به بازار معرفی شده است، زیرا با توجه به وجود بخش‌های متفاوت در بازار ترجیحات و علایق متفاوتی نسبت به محصولات مختلف در هر بخش از بازار وجود دارد.

اندیس‌ها

$i=1,2,\dots,I$	بخش‌های بازار
$k=1,2,\dots,K$	ویژگی‌های محصول
$l_k=1,2,\dots,L_k$	سطح‌های مختلف از هر ویژگی
$m=1,2,\dots,M$	محصولات جدید پیشنهاد شده
$n=1,2,\dots,N$	محصولات رقیب موجود در بازار

پارامترها

Q_i	تعداد مشتریان در هر بخش بازار (i)
u_{ikl}	مطلوبیت سطح (l) از ویژگی (k) در بخش بازار (i) که از روش‌های مختلف تحلیل مشترک به دست می‌آید و مقدار آن براساس مقایسه با میزان قیمت محصول به صورت دلار بیان شده است.
U_{im}	مطلوبیت محصول رقیب (n) در بخش بازار (i)

بیشتری نسبت به U_{im}^* و $C_m^{var,*}$ دارند. حال اگر برای این مسئله قیمت بهینه به صورت زیر تعریف شود، داریم:

$$P'_m = C_m^{var,'} + (P_m^* - C_m^{var,*}) \quad (12)$$

$$\Rightarrow P'_m - C_m^{var,'} = P_m^* - C_m^{var,*} \quad (13)$$

$$\Rightarrow U'_{im} - P'_m > U^*_{im} - P_m^* \quad (14)$$

$$\Rightarrow \frac{U'_{im} - P'_m}{(U'_{im} - P'_m) + \sum_{n=1}^N (U'_{in} - P'_n)} > \frac{U^*_{im} - P_m^*}{(U^*_{im} - P_m^*) + \sum_{n=1}^N (U_{in} - P_n)} \quad (15)$$

بنابراین، با فرض ثابت بودن y_{im} داریم $Z' > Z^*$ و فرض خلف رد می شود و قضیه اثبات می شود.

با استفاده از قضیه شماره ۱، تابع هدف (عبارت شماره ۱۰) به دو بخش تقسیم و حل می شود، به این صورت که در بخش اول مقدار متغیرهای x_{mkl} و y_{im} مشخص می شود و سپس در بخش دوم میزان بهینه p_m تعیین می شود. در ادامه، بخش های اول و دوم به طور خلاصه ارائه می شود.

بخش اول

مسئله زیر برای تعیین مقدار بهینگی متغیرهای و تعریف می شود.

$$Max Z = \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M Q_i \left(\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L_k} (u_{ikl} - c_{ikl}) x_{mkl} y_{im} \right) \quad (16)$$

$$\sum_{l=1}^{L_k} x_{mkl} = 1 \quad \forall k \in K, \forall m \in M \quad (17)$$

$$\sum_{m=1}^M y_{im} = 1 \quad \forall i \in I \quad (18)$$

$$x_{mkl}, y_{im} = \{0, 1\} \quad \forall l \in L_k, \forall k \in K \quad (19)$$

بخش دوم

پس از تعیین مقدار بهینگی متغیرهای x_{mkl} و y_{im} ، مقدار بهینه قیمت برای هر محصول m از طریق مسئله زیر حل می شود.

$$\sum_{m=1}^M y_{im} = 1 \quad \forall i \in I \quad (7)$$

$$\forall i \in I, \forall m \in M$$

$$x_{mkl}, y_{im} = \{0, 1\} \quad \forall l \in L_k \quad (8)$$

$$\forall k \in K$$

$$P_m \geq 0 \quad \forall m \in M \quad (9)$$

تابع هدف ۵ بیانگر سود شرکت است و از میزان درآمد حاصل از فروش محصولات منهای هزینه های ثابت و متغیر به دست می آید که البته به دلیل اینکه مقدار هزینه ثابت (C^{fix}) تأثیری بر مقدار بهینگی پارامترها ندارد، می توان آن را از تابع هدف حذف کرد و تابع هدف را به صورت زیر در آورد:

$$Max Z = \sum_{m=1}^M Q_m (P_m - C_m^{var}) \quad (10)$$

محدودیت ۶ بیان می کند فقط یک سطح از هر ویژگی محصول به ویژگی مربوطه تخصیص می یابد. محدودیت ۷ نیز بیان می کند در هر بخش از بازار مشتریان فقط یک محصول را به عنوان بهترین محصول انتخاب و خریداری می کنند.

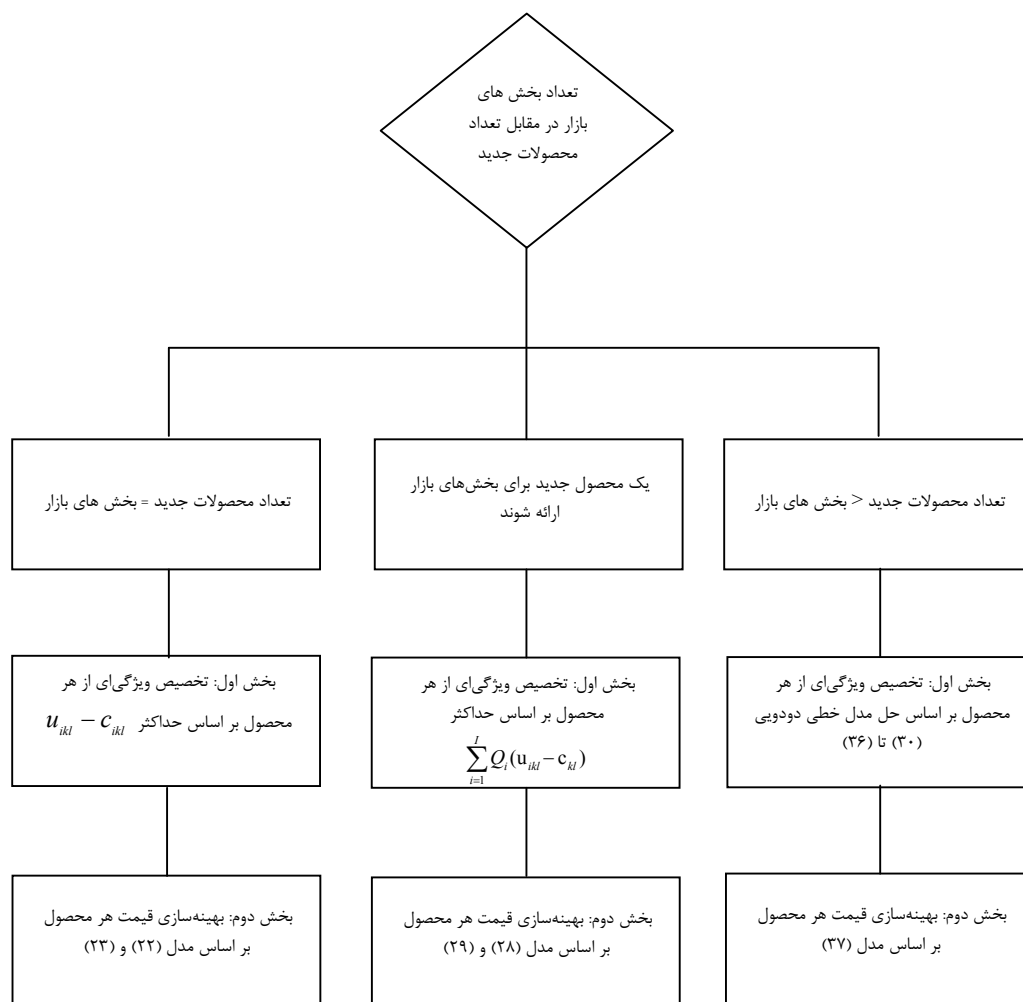
روش حل پیشنهادی

قضیه ۱: هر چه مقدار اختلاف میزان مطلوبیت (U_{im}) و هزینه متغیر (C_m^{var}) بیشتر باشد، میزان سود شرکت یا میزان تابع هدف بهتر است.

اثبات: در صورتی که مقدار معادله Q_m را در تابع هدف جایگزین کنیم، داریم:

$$Max Z = \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^I Q_i \frac{U_{im} - P_m}{(U_{im} - P_m) + \sum_{n=1}^N (U_{in} - P_n)} \times y_{im} (P_m - C_m^{var}) \quad (11)$$

حال از طریق برهان خلف فرض می شود U_{im}^* و $C_m^{var,*}$ مقادیر بهینه مسئله هستند. فرض می شود مقادیر U'_{im} و $C_m^{var,'}$ مقادیر دیگری هستند که اختلاف



شکل ۱. ارتباطات حالات مختلف مسئله

بخش‌های اول و دوم تشریح شده به طریقی حل می‌شوند که در ادامه و در هر حالت، نحوه حل مسائل بخش‌های اول و دوم توضیح داده می‌شود. شکل ۱ بخش‌های اول و دوم را در حالات مختلف نشان می‌دهد.

حالت اول: تعداد محصولات معرفی شده به بازار برابر با تعداد بخش‌های موجود در بازار باشد ($m = i$).

بخش اول: در این حالت، بخش اول به صورت زیر حل می‌شود. در هر بخش از بازار، آن سطحی از هر ویژگی به آن ویژگی اختصاص می‌یابد ($x_{mkl} = 1$)، که میزان بیشترین مقدار را داشته باشد؛ بنابراین، مقادیر $(u_{ikl} - c_{ikl})$

$$\text{Max } Z_m = \sum_{i=1}^I Q_i \frac{U_{im} - P_m}{(U_{im} - P_m) + \left(\sum_{n=1}^N U_{in} - P_n \right)} \times$$

$$y_{im} (P_m - C_m^{\text{var}}) \tag{۲۰}$$

$$P_m \geq 0 \quad \forall m \in M \tag{۲۱}$$

پس از ارائه بخش‌های اول و دوم، با توجه به مقادیر مختلف تعداد محصولات پیشنهادی (m) سه حالت مختلف برای مسئله به وجود می‌آید که در هر یک از این حالات،

$$P \geq 0 \quad (29)$$

با توجه به اینکه بخش‌های مختلف بازار از ده بخش فراتر نمی‌رود، می‌توان بیشینه این تابع هدف بدون محدودیت را با نرم‌افزار Matlab به دست آورد.

حالت سوم: تعداد m محصول برای کل بخش‌های موجود در بازار معرفی شود ($1 < m < i$).
بخش اول: در این حالت، مدل بالا ابتدا به صورت زیر خطی می‌شود.

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M Q_i \cdot \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L_k} w_{imkl} \cdot (u_{ikl} - c_{ikl}) \quad (30)$$

$$\sum_{k=1}^{L_k} x_{mkl} = 1 \quad \forall m \in M, \forall k \in K \quad (31)$$

$$\sum_{m=1}^M y_{im} = 1 \quad \forall i \in I \quad (32)$$

$$x_{mkl} + y_{im} - 1 \leq w_{imkl} \quad \forall i \in I, \forall m \in M \quad (33)$$

$$\forall l \in L_k, \forall k \in K \quad (34)$$

$$w_{imkl} \leq x_{mkl} \quad \forall l \in L_k, \forall k \in K \quad (35)$$

$$w_{imkl} \leq y_{im} \quad \forall i \in I, \forall m \in M \quad (36)$$

$$\forall l \in L_k, \forall k \in K \quad (37)$$

$$x_{mkl}, y_{im}, w_{imkl} = \{0, 1\} \quad \forall l \in L_k, \forall k \in K \quad (38)$$

به دلیل وجود تنها متغیرهای دودویی در مسئله و خطی بودن، مدل با نرم‌افزار GAMS قابل حل است.
بخش دوم: در اینجا، حالت تعمیم یافته حالت دوم وجود دارد؛ یعنی با توجه به مقادیر y_{im} به دست آمده برای هر محصول، بخش‌های اختصاص یافته بازار به آن محصول تعیین می‌شود، سپس مانند حالت دوم برای هر محصول قیمت بهینه از طریق مدل ۳۷ به دست می‌آید و برای هر

بهینه متغیرهای x_{mkl} مشخص می‌شوند و به دلیل اینکه برای هر بخش یک محصول معرفی می‌شود، متغیرهای y_{im} تأثیری در بهینگی مسئله ندارد.

بخش دوم: هر محصول فقط در یک بخش از بازار استفاده شده است؛ بنابراین، مسئله بخش دوم به صورت زیر خلاصه می‌شود.

$$\text{Max } Z_m = \frac{U_{im} - P_m}{(U_{im} - P_m) + \sum_{n=1}^N (U_{in} - P_n)} (P_m - C_m^{\text{var}}) \quad (22)$$

$$P_m \geq 0 \quad \forall m \in M \quad (23)$$

در مسئله بالا نیز مقدار بهینه P_m از طریق نرم‌افزار Matlab برای هر محصول به دست می‌آید.

حالت دوم: فقط یک محصول برای کل بخش‌های موجود در بازار معرفی شود ($m = 1$).
در این حالت اندیس m از مسئله حذف می‌شود و بخش‌های یک و دو به صورت زیر خلاصه می‌شود.
بخش اول: مدل به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^I Q_i \left(\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L_k} (u_{ikl} - c_{ikl}) x_{mkl} \right) \quad (24)$$

$$\sum_{k=1}^{L_k} x_{kl} = 1 \quad \forall k \in K \quad (25)$$

$$\sum_{m=1}^M y_{im} = 1 \quad \forall i \in I \quad (26)$$

$$x_{kl} = \{0, 1\} \quad \forall l \in L_k, \forall k \in K \quad (27)$$

برای حل مدل بالا آن سطحی از هر ویژگی به آن ویژگی تخصیص داده می‌شود ($x_{mkl} = 1$)، که میزان بیشترین مقدار را داشته باشد؛

بنابراین، مقادیر بهینه متغیرهای x_{kl} مشخص می‌شود.
بخش دوم: از آنجاکه فقط یک محصول برای کل بازار معرفی شده است، مسئله به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^I Q_i \frac{U_i - P}{(U_i - P) + \sum_{n=1}^N (U_{in} - P_n)} * (P - C^{\text{var}}) \quad (28)$$

محصولات جدید دوربین دیجیتال به بازار معرفی شود. ویژگی‌ها و سطح‌های مختلف هر ویژگی در جدول ۱ آورده می‌شود.

جدول ۱. ویژگی‌ها و سطح ویژگی‌های دوربین‌های دیجیتال

عنوان ویژگی	سطح ویژگی
مگاپیکسل	۷، ۱۰
عملکرد آنتی‌شوک	ندارد، دارد
ابعاد صفحه نمایش	۲/۵، ۳
باتری	باتری AA، باتری لیتیومی
تشخیص چهره	ندارد، دارد
تعداد حالات مختلف عکسبرداری	۱۲، ۱۸
وزن (گرم)	۱۲۰-۱۴۰، ۱۲۰-۱۴۰
	۱۶۰-۱۸۰، ۱۶۰-۱۴۰
زوم اپتیکال	۳، ۵، ۷، ۹

فرض کنید سه بخش در بازار وجود دارد و تعداد مشتریان در هر یک از بخش‌ها به ترتیب برابر با ۶۱۰۰۰، ۳۳۰۰۰ و ۴۲۰۰۰ است. مطلوبیت هر یک از آن‌ها برای هر یک از سطح‌های مختلف ویژگی‌ها مطابق با معیار تبدیل شده به دلار در جدول ۲ آورده می‌شود. هزینه متغیر هر یک از سطح‌های متفاوت ویژگی‌ها در جدول ۳ آورده می‌شود.

ویژگی محصولات موجود در بازار (متعلق به رقبا) به همراه قیمت آن‌ها در جدول ۴ آورده می‌شود.

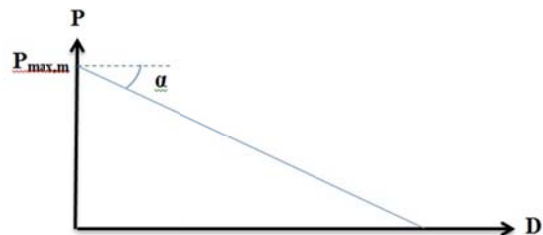
سه بخش در بازار وجود دارد؛ بنابراین، براساس توانایی شرکت می‌توان یک تا سه محصول جدید را به بازار عرضه کرد. طبق روش حل ارائه شده در قسمت قبل، مسئله برای هر یک از سه حالت حل می‌شود و ویژگی محصولات جدید و قیمت آن‌ها تعیین می‌شود.

محصول مانند حالت قبل با استفاده از نرم‌افزار Matlab قیمت بهینه به دست می‌آید.

$$\text{Max } Z_m = \sum_{i=1}^I Q_i \frac{U_i - P}{(U_i - P) + \sum_{n=1}^N (U_n - P_n)} * (P - C_m^{\text{var}}) \quad (37)$$

تحلیل حساسیت

فرض کنید مقدار P_m^{max} قیمت ارائه شده برای محصول (m) با استفاده از حل مدل ۳۷ است. حال فرض کنید مشتریان بالقوه‌ای در بازار وجود دارند که در صورت کاهش قیمت محصول، به خرید محصول مورد نظر جذب می‌شوند. حال اگر α نرخ کاهش قیمت محصول براساس افزایش یک مشتری نامیده شود و D_m میزان تقاضای افزوده برای محصول (m) بعد از راهبرد قیمت‌گذاری معرفی شود، مدل بخش دوم به صورت زیر تبدیل می‌شود:



برای هر محصول m

$$\text{Max } Z_m = \sum_{i=1}^I Q_i \frac{U_i - (P_m^{\text{max}} - \alpha D_m)}{U_i - (P_m^{\text{max}} - \alpha D_m) + \sum_{n=1}^N (U_n - P_n)} + D_m * (P_m^{\text{max}} - \alpha D_m - C_m^{\text{var}}) \quad (38)$$

$$D_m \geq 0 \quad \forall m \in M \quad (39)$$

نتایج عددی

مثال کاربردی مورد بررسی در این مسئله در پژوهش لو و همکاران (۲۰۱۲) آورده شده است. فرض کنید قرار است

جدول ۳. مطلوبیت هر یک از سطح‌های مختلف ویژگی‌ها

مقدار ثابت	زوم اپیکال	وزن (گرم)	تعداد		تشخیص		باتری	ابعاد صفحه نمایش		عملکرد آنتی‌شوک	مگاپیکسل	بخش بازار						
			حالات	چهره	Y	N		Lith	AA				۳	۲.۵				
۳۶۴	۲۰۴	۵۷	۷۹	۰	-۶۵	۰	۸۰	۰	۳۰	-۱۲	۰	۱۹	۰	۹۱	۰	۳۸	۰	S1
۱۴۴	۸۴	۹۴	۵۶	۰	-۱۳	۰	۴۵	۰	۷۰	۱۷۳	۰	۱۶	۰	۱۹۵	۰	۵۴	۰	S2
۶۱۱	۳۰	۳۵	-۲۰	۰	-۴۰	۰	۳	۰	۸	۴۳	۰	-۳	۰	۴۳	۰	۲۳	۰	S3

جدول ۳. هزینه متغیر هر یک از سطح‌های متفاوت ویژگی‌ها

مقدار ثابت	زوم اپیکال	وزن (گرم)	تعداد حالات		تشخیص		ابعاد صفحه نمایش	ابعاد صفحه نمایش	عملکرد آنتی‌شوک	مگاپیکسل	ویژگی										
			حالات	چهره	Y	N						Lith	AA	۳	۲.۵						
۱۱۶	۷۲.۵	۱۲۵	۸.۷	۰	-۶۲.۳	۰	۳۴.۴	۰	۶۳.۱	۰	۴۸.۱	۰	۸.۱	۰	۴۹.۴	۰	۱۸.۱	۰	هزینه		
۹	۷	۵	۳	۱۸۰-۱۶۰	۱۶۰-۱۴۰	۱۴۰-۱۲۰	۱۰۰-۱۲۰	۱۸	۱۲	۱۸	۱۲	Y	N	Lith	AA	۳	۲.۵	Y	N	۱۰	۷

جدول ۴. ویژگی محصولات موجود در بازار (متعلق به رقبا) به همراه قیمت آن‌ها

رقبای مگاپیکسل	عملکرد آنتی‌شوک	ابعاد صفحه نمایش	باتری	تشخیص	تعداد حالات	وزن (گرم)	زوم اپیکال	قیمت														
									Y	N	Lith	AA	۳	۲.۵	Y	N	۱۰	۷				
۴۱۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۱	
۴۷۰	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۲
۵۸۰	۱	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۳

حالت اول: ارائه سه محصول جدید به بازار

این حالت طبق رویه حل در بخش اول قسمت قبل حل می‌شود. ویژگی‌های سه محصول جدید در جدول ۵ مشاهده می‌شود. مقدار قیمت بهینه نیز برای سه محصول جدید به ترتیب با استفاده از نرم‌افزار Matlab ۵۶۹,۰۸۸ و ۶۰۷,۷۱۸۰ و ۴۵۴,۴۹۸۰ دلار به دست آمده است.

حالت سوم: ارائه دو محصول جدید به بازار

در این حالت با استفاده از شیوه حل در بخش سوم قسمت قبل، ابتدا ویژگی‌های دو محصول جدید ذکر شده در جدول ۷ به دست می‌آید و سپس مقدار قیمت بهینه با استفاده از نرم‌افزار Matlab برای محصول اول ۵۶۹,۰۸۸ دلار و برای محصول دوم ۵۰۰,۸۰۱۱ به دست می‌آید.

جدول ۵. ویژگی‌های سه محصول جدید

عنوان ویژگی	سطح ویژگی		
	محصول جدید ۱	محصول جدید ۲	محصول جدید ۳
مگاپیکسل	۱۰	۱۰	۱۰
عملکرد آنتی شوک	دارد	دارد	ندارد
ابعاد صفحه نمایش	۳	۳	۲,۵
باتری	AA	Lith	AA
تشخیص چهره	ندارد	دارد	ندارد
تعداد حالات عکسبرداری	۱۸	۱۸	۱۲
وزن (گرم)	۱۴۰ تا ۱۶۰	۱۶۰ تا ۱۸۰	۱۴۰ تا ۱۶۰
زوم اپتیکال	۹	۷	۷
بخش بازار	۱	۲	۳

جدول ۷. ویژگی‌های دو محصول جدید

عنوان ویژگی	سطح ویژگی	
	محصول جدید ۱	محصول جدید ۲
مگاپیکسل	۱۰	۱۰
عملکرد آنتی شوک	دارد	دارد
ابعاد صفحه نمایش	۳	۳
باتری	AA	Lith
تشخیص چهره	ندارد	دارد
تعداد حالات عکسبرداری	۱۸	۱۸
وزن (گرم)	۱۴۰ تا ۱۶۰	۱۶۰ تا ۱۸۰
زوم اپتیکال	۹	۷
بخش بازار	۱	۲

حالت دوم: ارائه یک محصول جدید به بازار

این حالت نیز طبق رویه حل در قسمت دوم بخش قبل حل می‌شود. ویژگی‌های محصول جدید در جدول ۶ آورده می‌شود. مقدار قیمت بهینه نیز برای محصول جدید با استفاده از نرم‌افزار Matlab ۵۳۴,۷۵۶۲ دلار به دست آمده است.

جدول ۶. ویژگی‌های محصول جدید

عنوان ویژگی	سطح ویژگی
مگاپیکسل	۱۰
عملکرد آنتی شوک	دارد
ابعاد صفحه نمایش	۳
باتری	Lith
تشخیص چهره	ندارد
تعداد حالات مختلف عکسبرداری	۱۸
وزن (گرم)	۱۴۰ تا ۱۶۰
زوم اپتیکال	۹

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش، مسئله راه‌اندازی خطوط محصولات جدید بررسی شد تا قیمت و ویژگی‌های محصولات جدید به نحوی تعیین شود و شرکت به بیشترین سود ممکن دست یابد و همچنین مشتریان از محصولات ارائه شده بیشترین رضایت را داشته باشند. دلیل تمایز مدل این پژوهش با دیگر مدل‌های توسعه‌یافته مذکور در ادبیات موضوع، در نظر گرفتن چند محصول به‌طور هم‌زمان برای تولیدکننده و سطوحی متفاوت از ویژگی‌های متمایز برای هر یک از این محصولات است. بدین ترتیب، در مقایسه با ادبیات موضوع، چند محصول و چند ویژگی عملیاتی برای هر یک از محصولات به‌طور هم‌زمان در نظر گرفته شده است، در صورتی که در کارهای گذشته به این دو موضوع توجهی نشده است. در این پژوهش سعی شد در راستای کسب فروش بیشتر و افزایش رفاه حال مشتریان به جای ارائه یک

قیمت‌گذاری، سهم محصولات جدید را در بازار افزایش داد. همچنین، با استفاده از تئوری بازی‌ها می‌توان رفتار رقیبان موجود در بازار را در هنگام مواجهه با ارائه محصولات جدید بررسی کرد. علاوه بر این، موضوع بسیار مهم و مؤثر بر مسئله مذکور این است که با گذشت زمان، علایق و ترجیحات مشتریان به محصولات موجود در بازار تغییر می‌کند و نیازمند بررسی مسئله در حالت تصادفی است. در نتیجه، رفتار مشتریان باید پیش‌بینی و محصولات جدید مطابق با بازه زمانی حال و آینده ارائه شود.

محصول، چند محصول جدید با ویژگی‌های متفاوت به بازار معرفی شود و برای افزایش خریداران از راهبرد کاهش قیمت محصول به صورت تخفیف استفاده شود. به منظور حل مدل توسعه داده شده، مسئله به مدل‌های کوچک‌تر تقسیم می‌شود و برای حل هر یک از زیرمسائل، الگوریتمی با استفاده از نرم‌افزارهای Matlab و GAMS ارائه شده است. به عنوان مسیرهای تحقیقاتی آینده می‌توان عوامل مختلف بازاریابی را برای افزایش میزان فروش بررسی کرد تا از طریق راهبردهای مختلف و تکنیک‌های مختلف

مراجع

1. Kuo, R.J., Ho, L.M., and Hu, C.M. (2002). "Cluster analysis in industrial market segmentation through artificial neural network." *Comput. Ind. Eng.*, Vol. 42, PP. 391-399.
2. Stewart, D.W. (1998). "Segmentation and positioning for strategic marketing decisions." *J. Market. Res.*, Vol. 35, No. 1, PP. 128-129.
3. Dobson, G. and Kalish, S. (1988). "Positioning and pricing a product line." *Market. Sci.*, Vol. 7, PP. 107-125.
4. Shocker, A. D. and Srinivasan, V. (1974). "A consumer-based methodology for the identification of new product ideas." *Manag. Sci.*, Vol. 20, PP. 921-937.
5. Tang, C. S. and Yin, R. (2010). "The implications of costs, capacity, and competition on product line selection." *Eur. J. Oper. Res.*, Vol 200, No. 2, PP. 439-450.
6. Hadjinicola, G. C, Charalambous, C. and Muller, E. (2013). "Product Positioning Using a Self-Organizing Map and the Rings of Influence." *Dec. Sci.*, Vol 44, No. 3, PP. 431-461.
7. Kwong, C. K., Luo, X. G. and Tang, J. F. (2011). "A methodology for optimal product positioning with engineering constraints consideration." *Int. J. Prod. Econ.*, Vol. 132, No. 1, PP. 93-100.
8. Sweeting, A. (2013). "Dynamic Product Positioning in Differentiated Product Markets: The Effect of Fees for Musical Performance Rights on the Commercial Radio Industry." *Econometrica*, Vol. 81, No. 5, PP. 1763-1803.
9. Feng, F. and Xiong, L. (2014). "Railway High-End Freight Product Positioning Model Based on Co-Benefits." *CICTP*, PP. 1661-1673.
10. Wang, C.-H. (2015). "A market-oriented approach to accomplish product positioning and product recommendation for smart phones and wearable devices." *Int. J. Prod. Res.*, Vol. 53, No. 8, PP. 2542-2553.
11. Glen, D. and Urban, L. (1975). "A Model For Product Positioning." *Manag. Sci.*, Vol. 21, No.8, PP. 858-871.
12. Gavish, B., Horsky, D. and Sirkanth, K. (1983). "An approach to the optimal positioning of a new product." *Manag. Sci.*, Vol. 29, No. 11. PP. 1277-1297.
13. Green, P. E. and Krieger, A. M. (1987). "A consumer-based approach to designing product line extensions." *Prod. Innov. Manag.*, Vol. 4, No. 1, PP. 21-32.
14. Kohli, R. and Krishnamurti, R. (1987). "A heuristic approach to product design." *Manag. Sci.*, Vol. 33, No. 12, PP. 1523-1533.
15. Zufryden, F.S. (1979). "A zero-one integer programming model for market segmentation and product positioning." *J. Oper. Res. Soc.*, Vol. 30, PP. 63-70.

16. Green, P. E. and Krieger, A. M. (1985). "Models and heuristics for product line selection." *Market. Sci.*, Vol. 4, No. 1, PP. 1-19.
17. McBride, R. D. and Zufryden, F. S. (1988). "An integer programming approach to the optimal product line selection problem." *Market. Sci.*, Vol. 7, No. 2, PP. 126-140.
18. Dobson, G. and Kalish, S. (1993). "Heuristics for pricing and positioning a product-line using conjoint and cost data." *Manag. Sci.*, Vol. 39, PP. 160-175.
19. Kohli, R. and Sukumar, R. (1990). "Heuristics for product line design using conjoint analysis." *Manag. Sci.*, Vol. 36, No. 12, PP. 1464-1478.
20. Luo, X. G., Kwong, C. K., Tang, J. F. and Tu, Y. L. (2012). "Optimal product positioning with consideration of negative utility effect on consumer choice rule." *Dec. Supp. Syst.*, Vol. 54, PP. 402-413.
21. Soumojit K. and Chatterjee, A. K. (2013). "A profit maximizing mathematical model for pricing and selecting optimal product line". *Comput. Ind. Eng.*, Vol. 64, PP. 545-551.
22. Palsule-Desai, O. D., Tirupati, D. and Shah J. (2015). "Product line design and positioning using add-on services." *Int. J. of Prod. Econ.*, Vol. 163, No. 1, PP. 16-33.

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1. Product Positioning
2. Deterministic Rule
3. Probabilistic Rule
4. Buyer's Welfare Problem
5. Seller's Welfare Problem
6. Market Share
7. Ideal Point
8. Linear Programming Techniques for Multidimensional Analysis of Preferences
9. Genetic Algorithm
10. Mixed-Integer Nonlinear Programming
11. Multi-dimensional Scalling Methods
12. Conjoint Analysis
13. Lagrangian Relaxation