

## برنامه‌ریزی تصادفی چندهدفه برای انتخاب سبد سهام

علیرضا شریفی سلیم<sup>۱</sup>، منصور مؤمنی<sup>۲</sup>، محمد مدرس یزدی<sup>۳</sup>، رضا راعی<sup>۴</sup>

**چکیده:** در رویکردهای سنتی مقادیر مرتبط با اهداف یک مدل تصمیم‌گیری اغلب معین و قطعی فرض می‌شود، درحالی‌که در دنیای واقعی این مقادیر احتمالی است و تصمیم‌گیرنده نمی‌تواند آنها را به‌طور قطعی تعیین کند. بهینه‌سازی مالی یکی از حوزه‌های جذاب در تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان است. در مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری، تصمیم‌گیرنده همزمان با اهداف مختلف و گاه متعارض مانند نرخ بازده، نقدینگی، سود تقسیمی و ریسک مواجه است. تاکنون روش‌های مختلف برنامه‌ریزی چندهدفه از جمله برنامه‌ریزی آرمانی و برنامه‌ریزی توافقی که بیشترین میزان ترجیحات و آرمان‌های تصمیم‌گیرنده را ارضا کند و روش‌های مختلف برنامه‌ریزی چندمعیاره برای مواجهه با مسئله انتخاب سبد سهام استفاده شده‌اند. در این پژوهش با تشکیل برنامه‌ریزی تصادفی چندهدفه که شاخص‌های مرتبط با اهداف، تصادفی و مبتنی بر توزیع نرمال هستند، از مدل برنامه‌ریزی توافقی با محدودیت تصادفی به منظور انتخاب سبد استفاده شد. پس از توسعه و حل مدل، در نهایت نتایج مدل برنامه‌ریزی برای انتخاب سبد سهام در بازار بورس تهران ارائه شده است.

**واژه‌های کلیدی:** برنامه‌ریزی تصادفی محدود، برنامه‌ریزی توافقی، سبد سهام، مدل برنامه‌ریزی توافقی با محدودیت تصادفی.

۱. دانشجوی دکتری، مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۲. استاد مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۳. استاد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

۴. استاد مدیریت مالی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۸/۲۸

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۴/۰۳/۲۷

نویسنده مسئول مقاله: علیرضا شریفی سلیم

E-mail: Sharifisalim@ut.ac.ir

## مقدمه

مهم‌ترین موضوع سرمایه‌گذاران، انتخاب سهام مناسب به منظور کسب عایدی بیشتر است. تنوع و پیچیدگی روش‌های تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاری در دهه‌های اخیر تا حد بسیار زیادی گسترش یافته است. در این شرایط ارائه مدلی به منظور کمک به سرمایه‌گذاران در زمینه تصمیم‌گیری، ضروری است.

نظریه بنیادی انتخاب سبد سرمایه‌گذاری را ابتدا هری مارکوویتز (۱۹۵۲)، اقتصاددان آمریکایی مطرح کرد. مدل وی نحوه تفکر افراد در مورد پرتفوی دارایی‌ها را متحول کرد و آغازگر تئوری پرتفوی مالی نوین شد. مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری بر مبنای یک مدل تک‌دوره‌ای سرمایه‌گذاری است. تصمیم‌گیرنده برای سرمایه‌گذاری دارایی خود، از بین اوراق بهادار مختلف انتخاب می‌شود و به میزان مشخص به خرید آنها تخصیص می‌یابد. در این مدل‌ها سهم‌های مختلف به نسبتی با یکدیگر ترکیب می‌شوند که سبد سهام به ازای بازده معین با کمترین ریسک همراه باشد یا به ازای ریسک معین بیشترین بازده را کسب کند. به‌طور معمول در این مدل‌ها چندین محدودیت سیستمی در نظر گرفته می‌شود، برای مثال نسبت سرمایه‌گذاری شده در هر ورقه بهادار غیرمنفی باشد (اگریزاک، ۲۰۰۰).

## پیشینه پژوهش

در این قسمت تحقیقات انجام‌گرفته در دو بخش مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی و تحقیقات تصمیم‌گیری چندمعیاره شامل عوامل مؤثر بر تصمیمات سرمایه‌گذاران ارائه می‌شود.

## مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی

سرمایه‌گذاران اهداف و خواسته‌های سرمایه‌گذاری خود را در چارچوب مدل‌های ریاضی چندهدفه‌ای که تطابق بیشتری با واقعیات تصمیم‌گیری در انتخاب سبد مالی بهینه دارند، بیان می‌کنند. تا به امروز روش‌های مختلفی برای بهینه‌سازی این مسائل معرفی شده است.

پیش از مقاله مارکوویتز (۱۹۵۲)، تصمیم‌گیری در مورد اوراق بهادار، کاملاً مستقل صورت می‌گرفت و اصولاً رابطه بین این اوراق مدنظر نبود. بنابراین وقتی هدف افزایش بازده مورد انتظار باشد و ریسک هم به تنهایی در نظر گرفته شود، طبیعی است که به انتخاب یک ورقه بهادار منجر خواهد شد. نظریه مارکوویتز در حقیقت ورود مسئله هم‌افزایی به حوزه اوراق بهادار بود. روش میانگین-واریانس مارکوویتز در مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری محور فعالیت‌های تحقیقاتی و مبنایی برای توسعه تئوری مالی مدرن بوده است. وی اولین بار مسئله پرتفوی را در

قالب الگوهای برنامه‌ریزی ریاضی مطرح کرد و آغازگر ورود اندیشمندان حوزه تحقیق در عملیات به مباحث مربوط به پرتفوی شد (مارکوویتز، ۱۹۵۲ و ۱۹۵۹).

در پی معرفی مدل میانگین-واریانس مارکوویتز، مسئله انتخاب سبد مالی بهینه چندهدفه مورد توجه بسیاری از تصمیم‌گیران و برنامه‌ریزان مالی قرار گرفت. چندین الگوریتم از جمله مدل شارپ (۱۹۶۳) که در آن بخشی از بازده هر سهم ناشی از حاصل ضرب بازده بازار و ضریبی به نام بتا و بخشی مستقل از بازار است، مطرح شد. مدل شارپ (۱۹۶۷) و التون، گروبر و پادبرگ (۱۹۷۶) برای خطی کردن و بهبود کارایی محاسبات مدل کوواریانس مارکوویتز ایجاد شدند (نروکی و کارتر، ۱۹۹۸؛ شینگ و ناگاساوا، ۱۹۹۹). مدل مارکوویتز به دلیل عدم کارایی با مدل‌های متعارف ترجیحات انتخاب تحت ریسک مورد انتقاد قرار گرفت (بل و ریفا و تورسکی، ۱۹۸۸). لوی (۱۹۹۲) تأکید کرد که مدل‌های منطبق با ترجیحات، مبتنی بر رابطه تسلط تصادفی یا تئوری مطلوبیت مورد انتظارند. به همین دلیل، بالسترو و رومرو (۱۹۹۶) برای مثال ماکزیمم کردن مطلوبیت بازده‌های مورد انتظار سرمایه‌گذار را روی مرز کارا پیشنهاد کردند.

از آنجا که بازده آتی تصادفی است، بازده مورد انتظار یک سبد به صورت تقریبی به دست می‌آید که این امر تشکیل سبدي با لحاظ کردن تمام بازده‌های محتمل را برای سرمایه‌گذار به سختی امکان‌پذیر می‌سازد (لیو، ۱۹۹۹).

مدل مارکوویتز گسترش مدل کلاسیک با گنجانیدن یک هدف دیگری است که برای توصیف خطر از واریانس استفاده می‌کند. اردیتی (۱۹۶۷) و ساموئلسون (۱۹۷۰) استدلال می‌کنند که گشتاورهای بالاتر را نمی‌توان نادیده گرفت. لای (۱۹۹۱) و پراکش و چانگ و پاکتوا (۲۰۰۳) گشتاورهای بالاتر به ویژه چولگی را در برنامه‌ریزی آرمانی چندجمله‌ای وارد کردند. پس از آن مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری به عنوان یک برنامه ریاضی چندهدفه در نظر گرفته شد.

اشتویر و نا (۲۰۰۳) در مقاله‌ای با موضوع طبقه‌بندی مکتوبات منتشره در زمینه کاربرد تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره بیان می‌دارند که ۶۹ درصد مقالات چاپ‌شده از برنامه‌ریزی آرمانی و برنامه‌ریزی چندهدفه استفاده کرده‌اند. در همین حال، ۲۹ درصد به مسئله انتخاب سبد پرداخته‌اند. زوپونیدیس و دومپوس (۲۰۰۲) ادعا می‌کنند که چارچوب روش شناختی تصمیم‌گیری چندمعیاره به‌خوبی با طبیعت پیچیده مسائل تصمیم‌گیری مالی منطبق است.

برنامه‌ریزی آرمانی (GP) و برنامه‌ریزی توافقی (CP) کاربردهای متعددی در زمینه‌های مختلف دارند، مانند مسئله انتخاب سبد که به طور معمول شامل اهداف متعارض‌اند. در GP و CP، تصمیم‌گیرنده به راحتی و با دقت قادر به ایجاد مقادیر آرمان برای اهداف در نظر گرفته شده

است. لی و چسر (۱۹۸۰)، لواری و اوری (۱۹۸۴) و کومار، فیلیپاتوس و ازل (۱۹۷۸) کاربرد برنامه‌ریزی آرمانی و زنی (۱۹۸۲) برنامه‌ریزی توافقی را در مسئله انتخاب سبد پیشنهاد کرده‌اند. در بسیاری از مسائل تصمیم‌گیری، تصمیم‌گیرنده به راحتی و به طور دقیق قادر به ایجاد مقادیر برخی پارامترهاست. با این حال، در مسئله انتخاب پرتفوی این مقادیر تصادفی‌اند (اونی، بن عبدالعزیز و مارتل، ۲۰۰۵). حسین‌زاده، منهاج و کاظمی (۱۳۹۳) از تئوری امکان با متغیرهای فازی برای مواجهه با مسائل برنامه‌ریزی چندهدفه با ضرایب و منابع غیرقطعی استفاده کردند. از برنامه‌ریزی تصادفی<sup>۱</sup> (SP) و به ویژه مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی چندهدفه می‌توان برای مقابله با این گونه مشکلات استفاده کرد (بن عبدالعزیز، لانگ و نادئو، ۱۹۹۵، ۱۹۹۹؛ بن عبدالعزیز و مجری، ۲۰۰۱؛ زیمبا و مولیوی ۱۹۹۸). برای حل مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی چارنز و کوپر (۱۹۵۹، ۱۹۶۳) رویکردهای متعددی همچون رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی دومرحله‌ای و رویکرد CCP توسعه‌یافته را پیشنهاد کرده‌اند.

در مسئله انتخاب پرتفوی، در مقالات متعدد از برنامه‌ریزی تصادفی چندهدفه استفاده شده است، از جمله اوگریژاک (۲۰۰۰) مدل مارکوویتز را از طریق برنامه‌ریزی آرمانی خطی چندمعیاره توسعه داد. شینگ و ناگاساوا (۱۹۹۹) مدلی را ارائه دادند که در آن میانگین و واریانس بازده اوراق بهادار دارای چندین سناریو با احتمال‌های شناخته‌شده است. بالسترو (۲۰۰۱) براساس تابع مطلوبیت و میانگین - واریانس به تدوین برنامه‌ریزی آرمانی تصادفی<sup>۲</sup> (SGP) پرداخت. موهلان، لوکت و گیر (۱۹۷۸) یک مدل برنامه‌ریزی خطی تصادفی چندهدفه مسئله انتخاب پرتفوی در شرایط عدم قطعیت را توسعه دادند. تامیز، هشام جونز، هنسی و فارگر (۱۹۹۶) مدل برنامه‌ریزی آرمانی دومرحله‌ای را برای انتخاب پرتفوی پیشنهاد دادند. اونی و همکاران (۲۰۰۵) به روشنی ترجیحات تصمیم‌گیرندگان را بیان داشته و از مدل CCP برای مدل SGP اقتباس کرده‌اند. در مدل ایشان که نمونه یک انتخاب پرتفوی است، مقادیر آرمان مرتبط با هر هدف توزیع نرمال دارد.

### مدل‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره و عوامل مؤثر بر تصمیمات سرمایه‌گذاران

در زمینه تصمیم‌گیری انتخاب سهام و حوزه مطالعات مالی، پاتر (۱۹۷۱) شش معیار سود سهام، رشد سریع قیمت و سود، هدف سرمایه‌گذاری مانند پس‌انداز، سود معاملات، مدیریت سرمایه‌گذاری و رشد بلندمدت در انتخاب سهام مؤثر است.

1. Stochastic Programming  
2. Stochastic goal programming

بیکر و هاسلم (۱۹۷۴) در تحقیقی به بررسی عوامل بااهمیت برای سهامداران پرداختند. ویلیام اونیل (۱۹۹۱) در بررسی خود معیارهای درآمد سه ماهه جاری و درآمد سالیانه هر سهم، مدیریت سیستم، عرضه و تقاضا، رهبران سهام، تعداد سهام تحت تملک نهادهای مالی و سرمایه‌گذاری و جهت کلی بازار را به سهامداران توصیه کرد.

لانگ چن (۲۰۰۷) به بررسی عواملی که موجب تغییر قیمت سهام می‌شوند، پرداخت و به این نتیجه رسید که بیشترین تأثیر را جریان‌های نقدی بر قیمت سهام دارند و بین آنها ارتباط معناداری وجود دارد.

لی، تزنگ، گوان، چی ین و هوانگ (۲۰۰۹) مدلی را برای تصمیمات سرمایه‌گذاری با استفاده از معیارهای مدل گوردن (سود تقسیمی، نرخ تنزیل و نرخ رشد سود تقسیمی) از طریق تکنیک ANP ارائه کردند. نتایج بررسی آنها نشان داد، سود تقسیمی پیش‌بینی شده تحت تأثیر چشم‌انداز صنعت، سود خالص، جریان‌های نقدی عملیاتی و نسبت پرداخت سود تقسیمی؛ نرخ تنزیل تحت تأثیر بتا و نرخ بازده بدون ریسک؛ و نرخ رشد سود تقسیمی نیز تحت تأثیر نرخ رشد عایدات و نرخ رشد پرداخت سود تقسیمی قرار دارد. نتایج نشان می‌دهد که از نظر کارشناسان خبره از بین هشت معیار بررسی شده، به ترتیب بتای بازار، نرخ رشد سود تقسیمی و نرخ بازده بدون ریسک، مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار بر تصمیمات سرمایه‌گذاری هستند.

در تحقیقی مشابه، ونرانگ جری (۲۰۱۱) به تبیین مدلی برای تصمیمات سرمایه‌گذاری با استفاده از عناصر مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای CAPM از طریق روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره دیمتل، فرایند تحلیل شبکه‌ای و ویکور پرداخت. معیارهای مورد بررسی در این تحقیق کسر بودجه دولت، نرخ تنزیل و نرخ تسعیر ارز (زیرمعیارهای نرخ بازده بدون ریسک)؛ ریسک کشور، ساختار صنعتی و عوامل کلان اقتصادی (زیرمعیارهای بازده مورد انتظار بازار)؛ ریسک شرکت و ریسک مالی (زیرمعیارهای بتا) هستند. نتایج نشان می‌دهد که از نظر کارشناسان عوامل کلان اقتصادی، نرخ تسعیر ارز و ریسک شرکت به ترتیب مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار بر تصمیم سرمایه‌گذاری هستند.

هیبتی (۱۳۷۸) با استفاده از سیزده معیار، به ارزیابی عملکرد مدیریت شرکت‌های سرمایه‌گذاری پرداخت. نتایج نشان داد که بازده حقوق صاحبان سهام، نسبت بدهی، تغییرات ارزش بازار در فاصله دو مجمع، تغییرات سود هر سهم و نسبت سهام معامله شده طی سال به تعداد کل سهام، معیارهای اصلی ارزیابی عملکرد این شرکت‌ها هستند.

حامدیان (۱۳۷۹) معیارهای درآمد هر سهم، سود نقدی هر سهم، افزایش سرمایه انجام گرفته در شرکت‌ها، نوع مالکیت، محصولات انحصاری، توصیه و مشاوره کارگزاران را بررسی کرد. نتایج تأثیر تمام عوامل به جز توصیه و مشاوره کارگزاران را در زمینه تصمیم‌گیری نشان داد.

دلبری (۱۳۸۰) بیان کرد خبرگان، سود تقسیمی سهم را مهم‌ترین عامل انتخاب سهام می‌دانند. اکبرپور شیرازی و احمدپور (۱۳۸۸) شرکت‌های دارویی بورس اوراق بهادار تهران را بررسی و معیارهای مؤثر بر انتخاب سهام را نسبت قیمت به درآمد (P/E)، عایدی هر سهم (EPS)، سود تقسیمی هر سهم (DPS)، نسبت ارزش بازار به ارزش دفتری سهام (MV/BV)، نسبت قیمت به فروش (P/S)، نسبت بدهی به سرمایه (L/E)، نرخ بازده دارایی‌ها (ROA)، نرخ بازده حقوق صاحبان سهام (ROE)، مقدار سرمایه‌گذاری بازار (MC)، روند سود تقسیمی (DT)، حجم معاملات (VOL)، افشا و شفافیت اطلاعاتی شرکت شناسایی کرد. نتایج نشان داد حجم معاملات و مقدار سرمایه‌گذاری بازار دارای بیشترین وزن و اهمیت‌اند.

هادوی‌نژاد (۱۳۸۸) با بررسی عوامل مؤثر بر انتخاب سهام در شرکت‌های سیمان بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره، سیاست‌ها و مقررات اقتصادی را مهم‌ترین معیار انتخاب سهام در این شرکت‌ها معرفی کرد.

انواری رستمی، حسینیان و رضایی (۱۳۹۱) سبزه شاخص مالی را که اطلاعات آنها در دسترس بوده، از جمله رشد سود خالص، سود خالص به فروش، سرمایه در گردش به فروش، سود قبل از بهره و مالیات به هزینه، سود عملیاتی به درآمد، سرمایه در گردش به کل دارایی‌ها، وجه نقد عملیاتی به جمع دارایی‌ها، سود قبل از مالیات به کل دارایی‌ها، اندازه شرکت، گردش مجموع دارایی‌ها، بهای تمام شده به درآمد، هزینه‌های مالی به درآمد و ارزش بازاری سهام شرکت لحاظ کرده‌اند.

مؤتمنی و شریفی سلیم (۱۳۹۱) هشت شاخص رونق و رکود اقتصادی، مزیت رقابتی صنعت، نوسانات قیمت فلزات پایه، نرخ ارز، رشد فروش، متوسط بازدهی، رشد سود قابل تخصیص و رشد حاشیه سود را شاخص‌های اصلی تصمیم‌گیری در مورد صنایع معرفی کرد.

### روش‌شناسی پژوهش

در این تحقیق مدلی برای انتخاب پرتفوی ارائه می‌شود که در آن برخی از پارامترها تصادفی و دارای توزیع نرمال‌اند. به این منظور از مدل برنامه‌ریزی توافقی تصادفی محدود (CCCP) که ترکیب مدل CP و رویکرد CCP است، استفاده می‌شود. مدل CCCP به تصمیم‌گیرنده اجازه می‌دهد تا چندین هدف متعارض و تصادفی را در نظر بگیرد. برای تعیین میزان سرمایه‌گذاری در

صنایع ابتدا با مرور تحقیقات معیارهای موجود جمع‌آوری و با روش رتبه‌بندی نظر خبرگان کسب و معیارهای اصلی شناسایی می‌شود. سپس با استفاده از تکنیک تاپسیس و مقایسه زوجی اوزان صنایع تعیین و به عنوان محدودیت در مدل ریاضی لحاظ می‌شود. در ادامه ابتدا مدل‌های چندهدفه مانند GP و CP ارائه و برنامه‌ریزی چندهدفه CCP معرفی می‌شود. پس از آن، مدل CCCP که مدل برنامه‌ریزی تصادفی چندهدفه است، ارائه می‌شود. نتایج به‌دست‌آمده سازگاری بیشتری با خواسته‌های تصمیم‌گیرنده نشان می‌دهند.

### مدل برنامه‌ریزی آرمانی

مدل برنامه‌ریزی آرمانی را چارنر و همکاران (۱۹۵۵) و چارنر و کوپر (۱۹۶۱) تحت مدل ۱ پیشنهاد کردند:

$$\min \sum_{i=1}^m (d_i^- + d_i^+) \quad (\text{مدل ۱})$$

st:

$$f_i(x) + d_i^- - d_i^+ = f_i$$

$$g_k(x) \leq b_k$$

$$x \in X$$

$$x, d_i^-, d_i^+ \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad k = 1, 2, \dots, k$$

که در آن:  $d_i^-$  انحراف منفی از آرمان،  $d_i^+$  انحراف مثبت از آرمان،  $f_i$  میزان آرمان مربوط به هدف  $i$  ام،  $f_i(x) = \sum_{j=1}^n C_{ij}x_j$  میزان دستیابی به هدف  $i$  ام،  $g_k(x) = \sum_{j=1}^n A_{kj}x_j \leq b_k$  محدودیت سیستمی  $k$  ام،  $b_k$  مقدار منابع یا اعداد سمت راست،  $X$  مجموعه جواب‌های موجه.

### مدل برنامه‌ریزی توافقی

مدل برنامه‌ریزی توافقی را زلنی (۱۹۷۴) ارائه کرد. مبنای مدل به حداقل رساندن فاصله ارزش ایده‌آل هر هدف  $f_i^*$  و مقادیر قابل اکتساب هر هدف  $f_i(x)$  است. ارزش ایده‌آل هر هدف برای مواردی که بیشینه تابع هدف مطلوب است، با استفاده از حل مدل ۲ بدون در نظر گرفتن سایر اهداف به‌دست می‌آید.

$$f_i^* = \max f_i(x) \quad (\text{مدل ۲})$$

$$\text{st:} \quad g_k(x) \leq b_k$$

$$x \in X$$

$$x \geq 0$$

پس از تعیین مقادیر ایده آل هر هدف مدل برنامه ریزی توافقی از طریق مدل ۳ نوشته می شود:

$$\min \sum_{i=1}^m d_i^- \quad \text{مدل (۳)}$$

st:

$$\begin{aligned} f_i(x) + d_i^- &= f_i^* \\ g_k(x) &\leq b_k \\ x &\in X \\ x, d_i^- &\geq 0 \end{aligned}$$

در صورتی که کمینه تابع هدف مطلوب باشد، ارزش ایده آل هر تابع هدف  $f_{i*}$  با استفاده از حل مدل ۴ به دست می آید:

$$f_{i*} = \min f_i(x) \quad \text{مدل (۴)}$$

st:

$$\begin{aligned} g_k(x) &\leq b_k \\ x &\in X \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

و مدل برنامه ریزی توافقی آن به وسیله مدل ۵ مدل سازی می شود:

$$\min \sum_{i=1}^m d_i^+ \quad \text{مدل (۵)}$$

st:

$$\begin{aligned} f_i(x) - d_i^+ &= f_{i*} \\ g_k(x) &\leq b_k \\ x &\in X \\ x, d_i^+ &\geq 0 \end{aligned}$$

مدل برنامه ریزی توافقی بر مبنای انتخاب راه حل های نزدیک تر به ایده آل ( $f_i^*$  و  $f_{i*}$ ) است (زلنی، ۱۹۷۲ و ۱۹۸۲).

### برنامه ریزی تصادفی

برخلاف مدل های سنتی که در آن داده های ورودی به مدل شامل ضرایب تابع هدف، ضرایب فنی و اعداد سمت راست قطعی اند، داده های ورودی به یک مدل تصادفی در زمان ایجاد مدل با اطمینان کامل شناخته شده نیستند. برنامه تصادفی یک مدل بهینه سازی ریاضی است که همه پارامترهای ورودی آن قطعی نیست و پارامترهای غیرقطعی با توزیع های احتمالی تعیین می شوند.



برنامه‌ریزی تصادفی در زمینه‌های متعددی از جمله برنامه‌ریزی تولید، برنامه‌ریزی اکتشاف نفت، نیروگاه‌های تولید برق، سرمایه‌گذاری انرژی، ترکیب فلزات در ریخته‌گری، مدیریت آب، مدیریت درآمد در صنعت هتلداری و گردشگری، مدیریت رسانه و تبلیغات، مدیریت نیروی انسانی، حمل‌ونقل، اورژانس، هوانوردی و مسائل مالی کاربرد دارد. پورزند و زیبایی (۱۳۹۰) در تحقیقی از برنامه‌ریزی آرمانی تصادفی در مدیریت مصرف منابع آب استفاده کرد.

### مدل‌های اصلی برنامه‌ریزی تصادفی

مدل‌های پیش‌بین و تطبیقی مبانی اصلی برنامه‌های تصادفی‌اند. با ترکیب آنها مدل ارجاعی تشکیل می‌شود که در زمینه مالی کاربرد بسیاری دارد.

### مدل‌های پیش‌بین

مدل پیش‌بین<sup>۱</sup> از جمله مدل‌های ایستاست، بدین معنا که تصمیمات به‌هیچ‌وجه به مشاهدات آینده از محیط بستگی ندارد. برنامه‌ریز باید با احتیاط تمام شرایط محتمل پیش‌رو را از قبل محاسبه کند، زیرا پس از برنامه‌ریزی فرصتی برای انطباق تصمیمات وجود نخواهد داشت. این مسئله ممکن است به تصمیم‌گیری‌های بیش از حد محافظه‌کارانه بینجامد. در مدل پیش‌بین امکان‌پذیری از طریق محدودیت احتمالی بیان می‌شود. این مدل سیاستی را اتخاذ می‌کند که محدودیت‌ها و تابع هدف را برآورده کند.

### مدل‌های تطبیقی

در مدل تطبیقی<sup>۲</sup>، اطلاعات در زمینه عدم اطمینان تا حدودی پیش از تصمیم‌گیری در دسترس است، بنابراین بهینه‌سازی در محیط یادگیری صورت می‌گیرد. اگر مجموعه فضای نمونه تمام اطلاعات مرتبط از مشاهدات در دسترس باشد، متغیر تصمیم به صورت احتمال شرطی وقوع یکی از حالات ممکن بررسی شده و مدل به ازای تمام شرایط حل می‌شود.

### مدل‌های ارجاعی

این مدل، ترکیبی از مدل‌های پیش‌بین و تطبیقی در چارچوب ریاضی مشترک است، به طوری که به‌دنبال سیاستی است که علاوه بر پیش‌بینی مشاهدات آینده، اطلاعات در دسترس را به‌طور

---

1. Anticipative models  
2. Adaptive models

موقتی محاسبه می کند تا تصمیم گیری کند. برای مثال یک مدیر سبد سهام تغییرات آینده قیمت سهام (پیش بین) و تعادل مجدد سبد پس از تغییر قیمت (تطبیقی) را مدنظر قرار می دهد.

### برنامه ریزی تصادفی محدود

در مدل های تک هدفه از دو رویکرد اصلی مدل های ارجاعی و برنامه ریزی تصادفی محدود برای حل برنامه ریزی تصادفی استفاده می شود. رویکرد برنامه ریزی تصادفی محدود از طریق بیشینه کردن مقدار مورد انتظار اهداف با در نظر گرفتن درجه معینی از امکان پذیری برای محدودیت های تصادفی این کار را انجام می دهد. برنامه ریزی تصادفی چندهدفه به صورت مدل ۶ بیان می شود:

$$\max \sum_{j=1}^n \tilde{C}_{ij} x_j \quad (\text{مدل ۶})$$

st:

$$\sum_{j=1}^n \tilde{A}_{kj} x_j \leq \tilde{b}_k$$

$$x \in X$$

$$x \geq 0$$

که در آن  $\tilde{C}_{ij}$  و  $\tilde{A}_{kj}$  ماتریس های تصادفی  $\tilde{b}_k$  یک بردار تصادفی است. در رویکرد CCP مدل برنامه ریزی تصادفی چندهدفه به مدل برنامه ریزی قطعی تبدیل می شود (پریکوپا، ۱۹۹۵) که در مدل ۷ آمده است.

$$\max E \left( \sum_{j=1}^n \tilde{C}_{ij} x_j \right) \quad (\text{مدل ۷})$$

st:

$$\text{Prob} \left( \sum_{j=1}^n \tilde{A}_{kj} x_j \leq \tilde{b}_k \right) \geq 1 - \alpha_k$$

$$x \in X$$

$$x \geq 0$$

که در آن  $E \left( \sum_{j=1}^n \tilde{C}_{ij} x_j \right)$  بردار مقادیر مورد انتظار توابع هدف با توجه به شرایط تصادفی، و  $\alpha_k$  مقادیر حد آستانه خطای قابل پذیرش است که به برنامه در دست، هزینه تعدی از محدودیت، و دیگر ملاحظات مشابه بستگی دارد و از جانب تصمیم گیرندگان تعیین می شود.

### برنامه‌ریزی توافقی تصادفی محدود

در ادامه چگونگی تبدیل اهداف و محدودیت‌های تصادفی به قطعی و برنامه‌ریزی معادلات قطعی برای برنامه‌ریزی تصادفی چندهدفه بر مبنای رویکرد CCP و مدل CP ارائه شده است که برنامه‌ریزی توافقی تصادفی محدود<sup>۱</sup> نامیده می‌شود.

### محدودیت‌های تصادفی

همانند رویکرد CCP که محدودیت‌های تصادفی آن دارای پارامترهای تصادفی  $\tilde{a}_{kj}$  و  $\tilde{b}_k$  با توزیع نرمال است، برای محدودیت  $\sum_{j=1}^n \tilde{A}_j x_j \leq \tilde{b}$  داریم:

$$\text{Prob} \left( \sum_{j=1}^n \tilde{A}_j x_j \leq \tilde{b} \right) \geq 1-\alpha \quad \text{رابطه (۱)}$$

برای جلوگیری از تکرار فرض کنید  $\tilde{I}(x) = \sum_{j=1}^n \tilde{A}_j x_j - \tilde{b}$  و  $\tilde{I}(x)$  دارای توزیع نرمال با میانگین  $E(\tilde{I}(x))$ ، واریانس  $Var(\tilde{I}(x))$  و انحراف معیار  $\delta(\tilde{I}(x)) = \sqrt{Var(\tilde{I}(x))}$  است. مطابق رابطه ۲ خواهیم داشت:

$$\text{Prob}(\tilde{I}(x) \leq \cdot) \geq 1-\alpha \quad \text{رابطه (۲)}$$

اگر از طرفین میانگین کسر و بر انحراف معیار تقسیم شود، توزیع نرمال  $\tilde{I}(x)$  به توزیع نرمال استاندارد تبدیل می‌شود.

$$\text{Prob} \left( \frac{\tilde{I}(x) - E(\tilde{I}(x))}{\delta(\tilde{I}(x))} \leq \frac{0 - E(\tilde{I}(x))}{\delta(\tilde{I}(x))} \right) \geq 1-\alpha \quad \text{رابطه (۳)}$$

$\varphi(y) = \text{Prob}(N(\cdot, \cdot) \leq y)$  بیانگر مقدار تابع توزیع احتمال متغیر  $y$  خواهد بود.

$$\frac{0 - E(\tilde{I}(x))}{\delta(\tilde{I}(x))} \geq \varphi^{-1}(1-\alpha) \quad \text{رابطه (۴)}$$

$$E(\tilde{I}(x)) + \varphi^{-1}(1-\alpha)\delta(\tilde{I}(x)) \leq 0 \quad \text{رابطه (۵)}$$

$$E\left(\sum_{j=1}^n \tilde{A}_j x_j - \tilde{b}\right) + \varphi^{-1}(1-\alpha)\delta\left(\sum_{j=1}^n \tilde{A}_j x_j - \tilde{b}\right) \leq 0 \quad \text{رابطه ۶}$$

### اهداف تصادفی

اگر  $\tilde{C}_{ij}$  پارامتری تصادفی با توزیع نرمال، و  $C_{ij}^* = \max_{\omega} \tilde{C}_{ij}$  بیشترین مقدار کسب شده برای هدف  $i$ ام و متغیر  $z$  برای تمام حالات ممکن  $\omega$  باشد،  $f_i^*$  جواب بهینه تابع هدف  $\sum_{j=1}^n C_{ij}^* x_j$  با لحاظ کردن محدودیت‌های سیستمی است و هدف  $i$ ام باید بیشینه شود.

$$f_i^* = \max \sum_{j=1}^n C_{ij}^* x_j \quad \text{مدل ۸}$$

st:

$$x \in X$$

$$x \geq 0$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

در حالت کلی  $\sum_{j=1}^n \tilde{C}_j x_j \leq f^*$  است. محدودیت توافقی تصادفی مرتبط با هدف  $i$ ام کمینه کردن  $\sum_{i=1}^m \epsilon_i$  با توجه به  $1-\alpha \geq \text{Prob}\left(\sum_{j=1}^n \tilde{C}_j x_j \geq f^* - \epsilon\right)$  که در آن  $\alpha$  حد آستانه هدف است.

$$\text{Prob}\left(\sum_{j=1}^n \tilde{C}_j x_j \geq f^* - \epsilon\right) \geq 1-\alpha \quad \text{رابطه ۷}$$

$$\text{Prob}\left(f^* - \sum_{j=1}^n \tilde{C}_j x_j \leq \epsilon\right) \geq 1-\alpha \quad \text{رابطه ۸}$$

فرض کنید  $\tilde{h}(x) = f^* - \sum_{j=1}^n \tilde{C}_j x_j$  و  $\tilde{h}(x)$  دارای توزیع نرمال با میانگین  $E(\tilde{h}(x))$  واریانس  $Var(\tilde{h}(x))$  و انحراف معیار  $\delta(\tilde{h}(x)) = \sqrt{Var(\tilde{h}(x))}$  است. مطابق رابطه ۹ خواهیم داشت:

$$\text{Prob}(\tilde{h}(x) \leq \epsilon) \geq 1-\alpha \quad \text{رابطه ۹}$$

حال از طرفین نامساوی میانگین را کسر و بر انحراف معیار تقسیم می‌کنیم، توزیع نرمال  $\tilde{h}(x)$  به توزیع نرمال استاندارد تبدیل می‌شود.

$$\text{Prob}\left(\frac{\tilde{h}(x) - E(\tilde{h}(x))}{\delta(\tilde{h}(x))} \leq \frac{\epsilon - E(\tilde{h}(x))}{\delta(\tilde{h}(x))}\right) \geq 1-\alpha \quad (\text{رابطه } 10)$$

$$\frac{\epsilon - E(\tilde{h}(x))}{\delta(\tilde{h}(x))} \geq \varphi^{-1}(1-\alpha) \quad (\text{رابطه } 11)$$

$$\epsilon - E(\tilde{h}(x)) \geq \varphi^{-1}(1-\alpha)\delta(\tilde{h}(x)) \quad (\text{رابطه } 12)$$

$$E(\tilde{h}(x)) + \varphi^{-1}(1-\alpha)\delta(\tilde{h}(x)) - \epsilon \leq 0 \quad (\text{رابطه } 13)$$

$$E\left(f^* - \sum_{j=1}^n \tilde{C}_j x_j\right) + \varphi^{-1}(1-\alpha)\delta\left(f^* - \sum_{j=1}^n \tilde{C}_j x_j\right) - \epsilon \leq 0 \quad (\text{رابطه } 14)$$

با توجه به محدودیت و اهداف تصادفی داریم:

$$\min \sum_{i=1}^m (\epsilon_i + d_i^-) + \sum_{k=1}^k (d_k^-) \quad (\text{مدل } 9)$$

st:

$$E\left(f_i^* - \sum_{j=1}^n \tilde{C}_{ij} x_j\right) + \varphi^{-1}(1-\alpha_i)\delta\left(f_i^* - \sum_{j=1}^n \tilde{C}_{ij} x_j\right) - \epsilon_i + d_i^- = 0$$

$$E\left(\sum_{j=1}^n \tilde{A}_{kj} x_j \leq \tilde{b}_k\right) + \varphi^{-1}(1-\alpha_i)\delta\left(\sum_{j=1}^n \tilde{A}_{kj} x_j \leq \tilde{b}_k\right) + d_k^- = 0$$

$$\begin{aligned} & x \in X \\ & x, d_i^-, d_k^- \geq 0 \end{aligned}$$

مدل ۹ این امکان را برای تصمیم‌گیرنده فراهم می‌آورد تا اهداف متعارض و پارامترهای تصادفی را همزمان در نظر بگیرد.

### یافته‌های پژوهش

در ادامه کاربرد مدل معرفی شده در مسئله انتخاب سبد سهام که دربرگیرنده اهداف متعارض است، نشان داده شده و در مورد جواب به دست آمده بحث می‌شود. فرایند مدل سازی شامل چهار

گام زیر است: ۱. تعریف اهداف؛ ۲. تعریف محدودیت‌ها؛ ۳. محاسبه مقادیر ایده آل برای هر هدف؛ ۴. تدوین مدل در قالب تعریف‌شده و حل آن.

هدف ۱: به حداکثر رساندن بازده سبد که در آن بازده هر سهم در زمان  $t$  تصادفی و دارای توزیع نرمال با میانگین و انحراف معیار مشخص است از رابطه  $\bar{R}_j = \frac{\bar{P}_{j,t} - P_{j,t-1} + \bar{D}_{j,t}}{P_{j,t-1}}$  که در آن  $\bar{P}_{j,t}$  قیمت تصادفی و  $\bar{D}_{j,t}$  سود تقسیمی تصادفی سهم  $j$  در زمان  $t$  است، به دست می‌آید.

$$\text{Max } Z_1 = \sum_{j=1}^{50} \bar{R}_j X_j \quad (\text{رابطه ۱۵})$$

هدف ۲: پذیرش ریسک حداکثر در سطح ریسک بازار که با در نظر گرفتن ضریب بتا به عنوان معیار ریسک با به کارگیری رابطه  $\beta_j = \frac{\text{Cov}(\bar{R}_j, \bar{R}_m)}{\text{Var}(\bar{R}_m)}$  که وابستگی بازده سهم به بازار را نشان می‌دهد و در آن  $\bar{R}_j$  بازده هر سهم و  $\bar{R}_m$  بازده بازار است، به دست می‌آید. همبستگی پایین نشان می‌دهد که عملکرد سهم مستقل از تغییرات بازار و متکی به خود است. به منظور انتخاب پرتفوی با ریسکی در سطح بازار عدد ۱ برای این هدف تعیین می‌شود.

$$\text{Opt } Z_2 = \sum_{j=1}^{50} \beta_j X_j \quad (\text{رابطه ۱۶})$$

هدف ۳: به حداکثر رساندن نقدینگی که به وسیله رابطه  $L_j = \frac{N_j}{N_m}$  محاسبه می‌شود و در آن  $N_j$  تعداد روزهای معاملاتی سهم  $j$  و  $N_m$  تعداد روزهای معاملاتی بازار است.

$$\text{Max } Z_3 = \sum_{j=1}^{50} L_j X_j \quad (\text{رابطه ۱۷})$$

محدودیت ۱: مجموع نسبت سرمایه‌گذاری کلیه سهم‌ها برابر با ۱ است.

$$\sum_{j=1}^{50} X_j = 1 \quad (\text{رابطه ۱۸})$$

محدودیت ۲: به منظور تنوع‌بخشی به سبد برای هر سهم سقفی برابر با ۱۰ درصد کل سرمایه‌گذاری در نظر گرفته شود.

$$0 \leq X_j \leq 0/1 \quad (\text{رابطه ۱۹})$$

محدودیت ۳: نسبت سرمایه‌گذاری در صنایع برتر پس از حل مدل چندشاخصه تاپسیس با در نظر گرفتن معیارهای کمی رشد حاشیه سود عملیاتی، متوسط بازدهی سرمایه‌گذاری، متوسط بازدهی حقوق صاحبان سهام و معیارهای کیفی نرخ سود بانکی، نرخ تورم، نرخ ارز، نوسانات قیمت فلزات پایه و رونق و رکود اقتصادی لحاظ می‌شود.

مقادیر ایده‌آل: مقادیر ایده‌آل هر هدف از حل مدل تک‌هدفه با در نظر گرفتن محدودیت‌های سیستمی به دست می‌آید.

در اهداف مدنظر هدف اول به صورت تصادفی است، به طوری که  $\tilde{R}_j$  دارای توزیع تصادفی نرمال با میانگین و انحراف معیار مشخص است. حد آستانه  $\alpha$  با توجه به میزان تصادفی بودن مدل در سه مقدار  $\alpha = 0/01$ ،  $\alpha = 0/025$  و  $\alpha = 0/05$  و اوزان توابع هدف با توجه به سه سناریوی سرمایه‌گذاری ریسک‌پذیر ( $\omega_1 = 0/34$ ،  $\omega_2 = 0/13$ ،  $\omega_3 = 0/54$ )، ریسک‌خنثی ( $\omega_1 = 0/33$ ،  $\omega_2 = 0/33$ ،  $\omega_3 = 0/34$ ) و ریسک‌گریز ( $\omega_1 = 0/13$ ،  $\omega_2 = 0/54$ ،  $\omega_3 = 0/34$ ) انتخاب می‌شوند. مدل کلی قطعی‌شده مسئله اصلی به شرح مدل ۱۰ است.

$$\text{Min } Y = \omega_1(\epsilon + d_1^-) + \omega_2(d_2^- + d_2^+) + \omega_3 d_3^- \quad (\text{مدل } 10)$$

St:

$$E \left( R^* - \sum_{j=1}^{50} \tilde{R}_j x_j \right) + \varphi^{-1}(1 - \alpha) \delta \left( R^* - \sum_{j=1}^{50} \tilde{R}_j x_j \right) - \epsilon + d_1^- = 0$$

$$\sum_{j=1}^{50} \beta_j X_j + d_2^- - d_2^+ = 1$$

$$\sum_{j=1}^{50} L_j X_j + d_3^- = L^*$$

$$\sum_{j=1}^{50} X_j = 1$$

$$X_1 + X_2 + X_3 \leq 0/00401$$

$$X_4 \leq 0/05754$$

$$X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq 0/08678$$

$$X_{14} \leq 0/09176$$

$$X_{15} \leq 0/07840$$

$$\begin{aligned}
 X_{16} + X_{17} + X_{18} &\leq 0/09290 \\
 X_{19} &\leq 0/04491 \\
 X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} &\leq 0/05825 \\
 X_{24} &\leq 0/03480 \\
 X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} &\leq 0/04667 \\
 X_{29} + X_{30} + X_{31} + X_{32} &\leq 0/06404 \\
 X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} &\leq 0/06048 \\
 X_{37} &\leq 0/07407 \\
 X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + \\
 X_{46} &\leq 0/03672 \\
 X_{47} &\leq 0/06987 \\
 X_{48} + x_{49} &\leq 0/03641 \\
 X_{50} &\leq 0/06239 \\
 \epsilon, d_i^-, d_k^- &\geq 0
 \end{aligned}$$

داده‌های ماهانه ۵۰ شرکت برتر سه‌ماهه اول ۱۳۹۲، معرفی شده توسط سازمان بورس در دوره فروردین ۱۳۸۸ تا اسفند ۱۳۹۲ از نرم‌افزار TseClient استخراج و با استفاده از نرم‌افزار متلب مقادیر متوسط بازدهی، ریسک، ضریب بتا و تعداد روزهای معاملاتی محاسبه شد. مدل ۱۰ به وسیله نرم‌افزار لینگو حل و نتایج ناشی از حل سناریوهای مختلف در جدول ۱ آورده شده است. تحلیل نتایج بیان می‌دارد که از بین ۵۰ شرکت، ۲۵ شرکت در هیچ یک از شرایط تصمیم انتخاب نشده و به‌طور کامل از مجموع گزینه‌های تصمیم حذف شده‌اند. از ۲۵ شرکت باقیمانده، ۱۲ شرکت در تمام سناریوهای تصمیم، مقادیر یکسانی را کسب کرده‌اند و بی‌شک در همه شرایط انتخاب می‌شوند. بنابراین در صورتی که تصمیم در مورد انتخاب سهام توسط گروهی از خبرگان صورت پذیرد، می‌توان با در نظر گرفتن سایر شاخص‌های مالی در مورد ۱۳ سهم باقیمانده بحث و تصمیم‌گیری کرد.

براساس نتایج این تحقیق در مجموع با پذیرش ریسک بیشتر در اغلب حالات عدم قطعیت، بازده اکتسابی افزایش می‌یابد و نسبت عکس ریسک و بازده در نتایج به خوبی نمایان است. از سوی دیگر، در شرایط ریسک‌پذیری با افزایش عدم قطعیت مقدار بازده بهینه روند نزولی را نشان می‌دهد و در شرایط ریسک‌خنثی و ریسک‌گریزی با افزایش عدم قطعیت، مقدار بازده بهینه روند صعودی را نشان می‌دهد. همچنین با افزایش ریسک‌پذیری نقدینگی نیز افزایش یافته است.





### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

برنامه‌ریزی تصادفی چندهدفه روشی مناسب برای تصمیم‌گیرنده در مواجهه با مسئله انتخاب پرتفوی با چندین هدف متعارض و با پارامترهای گاه تصادفی است. در مقاله حاضر، روشی برای قطعی‌سازی برنامه‌ریزی چندهدفه تصادفی با ادغام نتایج تکنیک تاپسیس در آن، معرفی شد. در این تبدیل ابتدا مقادیر آرمانی هر یک از اهداف از بهینه‌سازی مسئله بدون در نظر گرفتن سایر اهداف به دست می‌آید. سپس از ادغام برنامه‌ریزی توافقی و برنامه‌ریزی تصادفی محدود برای تبدیل برنامه‌ریزی چندهدفه تصادفی به مدلی قطعی استفاده می‌شود. مدل ارائه شده در بورس اوراق بهادار تهران با یک نمونه شامل ۵۰ سهم توضیح داده شد. نتایج حاصل از برنامه‌ریزی تصادفی سازگاری بیشتری با خواسته‌های تصمیم‌گیرنده دارد. همچنین نشان داده شد که فرایند حل مدل بسیار ساده و کاربردی است و می‌تواند در حل سایر مسائل تصادفی نیز به طور گسترده به کار رود. طراحی و حل مدل تصادفی چندمرحله‌ای در تشکیل سبد سهام و استفاده از مدل در حل سایر مسائل با ضرایب غیرقطعی به پژوهشگران پیشنهاد می‌شود.

### References

- Akbarpour Shirazi, M. & Ahmadpor, A. (2010). The Use of Multiple Attribute Decision making in selecting stock. *Quarterly Journal of Securities Exchange*, 5, 5–38. (in Persian)
- Anvary Rostamy, A., Hoseinian, S. & Rezaei Asl, M. (2013). Financial Ranking of Firms Listed in Tehran Stock Exchange Corporations Using MADM and Mixed Methods. *Financial Research*, 14: 31–54. (in Persian)
- Aouni, B., Ben Abdelaziz, F. & Martel, J. M. (2005). Decision-maker's preferences modeling in the stochastic goal programming. *European Journal of Operational Research*, 162(3): 610-618.
- Arditti, F. D. (1967). Risk and the required return on equity. *The Journal of Finance*, 22(1): 19-36.
- Baker, H. K., & Haslem, J. A. (1974). The impact of investor socioeconomic characteristics on risk and return preferences. *Journal of Business Research*, 2(4): 469-476.

- Ballestero, E. (2001). Stochastic goal programming: a mean–variance approach. *European Journal of Operational Research*, 131(3): 476-481.
- Ballestero, E., & Romero, C. (1996). Portfolio selection: A compromise programming solution. *Journal of the Operational Research Society*, 47: 1377-1386.
- Bell, D. E., Raiffa, H., & Tversky, A. (Eds.). (1988). *Decision making: Descriptive, normative, and prescriptive interactions*. Cambridge University Press, 99–112.
- Ben Abdelaziz, F. B., Lang, P., & Nadeau, R. (1995). Distributional efficiency in multiobjective stochastic linear programming. *European Journal of Operational Research*, 85(2): 399-415.
- Ben Abdelaziz, F., Lang, P., Nadeau, R. (1999). Efficiency in multiple criteria under uncertainty. *Theory and Decision*, 47: 191–211.
- Ben Abdelaziz, F., Mejri, S. (2001). Application of goal programming in a multi-objective reservoir operation model in Tunisia, *European Journal of Operational Research*, 133(2): 352-361.
- Charnes, A., & Cooper, W. W. (1959). Chance-constrained programming. *Management science*, 6(1): 73-79.
- Charnes, A., Cooper, W.W. (1963). *Deterministic equivalents for optimizing and satisfying under chance constraints*. *Operations Research*, 11: 18–39.
- Chen, L. (2007). *What drives stock price movement?, the Eli Broad College of business*, Michigan state university.
- Delbari, M. (2001). *Evaluation criteria for effective stock selection in Tehran Stock Exchange, based on the analytic hierarchy process*. M.A. Theses, Isfahan University. (in Persian)
- Elton, E.J., Gruber, M.J., Padberg, M. (1976). Simple rules for optimal portfolio selection. *Journal of Finance*, 31: 1341–1357.
- Hadavinejad, M. (2009). *Factors affecting stock selection in Tehran Stock Exchange by Using of MADM*. M.A. Theses, Emam Sadegh University. (in Persian)

- Hamediyani, M. (2000). *Factors affecting share prices and investors' decisions in Tehran Stock Exchange*. M.A. Theses, Shahid Beheshti University. (in Persian)
- Heybati, F. (1999). *Evaluation of maternal investment firms based on AHP*. Financial Research, 13, 32–49. (in Persian)
- Hosainzadeh, M., Menhaj, M., Kazemi, A. (2014). A method for solving possibilistic multi-objective linear programming problems with fuzzy decision variables. *Jornal of Industrial Management*, 6(4): 709-724. (in Persian)
- Jerry, W.R. (2011). *Combined DEMATEL technique with a novel MCDM model for exploring portfolio selection based on CAPM*, Expert Systems with Applications, 38:16-25.
- Kumar, P.C., Philippatos, G.C., Ezzell, J.R. (1978). Goal programming and the selection of portfolios by dual-purpose funds. *The Journal of Finance*, 33: 303–310.
- Lai, T.Y. (1991). *Portfolio selection with skewness: A multiple-objective approach*. Review of Quantitative Finance and Accounting, 293–305.
- Lee, S.M., Chesser, D.L. (1980). Goal Programming for Portfolio Selection, the *Journal of Portfolio Management* (Spring), 22–26.
- Lee, W.Sh., Tzeng, G.H., Guan, J.L., Chien, K.T., Huang, J.M. (2009). Combined MCDM techniques for exploring stock selection based on Gordon model, Expert Systems with Applications.
- Levary, R.R., Avery, M.L. (1984). *On practical application of weighting equities in a portfolio via goal programming*. Operation Research, 21: 246–261.
- Levy, H. (1992). Stochastic dominance and expected utility: Survey and analysis. *Management Science*, 38: 555–593.
- Liu, L. (1999). Approximate portfolio analysis. *European Journal of Operational Research*, 119: 35–49.
- Markowitz, H. M. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7: 77-91.
- Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio selection: efficient diversification of investments*. New York, Wiley.

- Moutameni, A. Sharifi Salim, A. (2013). Propounding a Model for Portfolio Selection in Stock Exchange by Using of MCDM (Case Study: 50 Better Companies). *Journal of Industrial Management Perspective*, 5, 73-89. (in Persian)
- Muhlemann, A.P., Lockett, A.G., Gear, A.E. (1978). *Portfolio modeling in multiple-criteria situations under uncertainty*. *Decision Sciences*, 9: 612–626.
- Nawrocki, D.N., Carter, W.L. (1998). Earnings announcements and portfolio selection. Do they add value? *International Review of Financial Analysis*, 7: 37–50.
- Ogryczak, W., (2000). *Multiple criteria linear programming model for portfolio selection*. *Annals of Operations Research*, 97: 143–162.
- Onil; W. J, (1991). *How to make money in stocks*, New York: McGraw-Hill.
- Potter; R. E, (1971). An empirical study of motivations of common stock investors, *Southern Journal of Business*, 6: 41–48.
- Pourzand, F. Zibaei, M. (2012). Application of Stochastic Goal Programming in Water Resources Use Management: A Case Study of Firozabad Plain. *Agricultural Economics & Development*, 25: 420–427. (in Persian)
- Prakash, A. J., Chang, C. H., & Pactwa, T. E. (2003). Selecting a portfolio with skewness: Recent evidence from US, European, and Latin American equity markets. *Journal of Banking & Finance*, 27(7): 1375-1390.
- Samuelson, P. (1970). The fundamental approximation of theorem of portfolio analysis in terms of means, variances and higher moments. *Review of Economic Studies*, 37: 537–542.
- Sharpe, W.F. (1967). A linear programming algorithm for mutual fund portfolio selection. *Management Science*, 13: 499–510.
- Shing, C., & Nagasawa, H. (1999). Interactive decision system in stochastic multiobjective portfolio selection. *International Journal of Production Economics*, 60: 187-193.
- Steuer, R.E., Na, P. (2003). Multiple criteria decision making combined with finance: A categorized bibliographic study. *European Journal of Operational Research*, 150: 496–515.

Tamiz, M., Hasham, R., Jones, D.F., Hesni, B., Fargher, E.K. (1996). A two staged goal programming model for portfolio selection. In: Tamiz, M., (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 432: 286–299.

Zeleny, M. (1982). *Multiple Criteria Decision Making*. McGraw-Hill, New York.

Zopounidis, C., & Doumpos, M. (2002). Multi-criteria decision aid in financial decision making: methodologies and literature review. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 11(4-5): 167-186.