

قیمت‌گذاری و موجودی در زنجیره تأمین با محصول‌های فاسدشدنی و قابل جایگزینی

سیدحسام‌الدین ذگردی^{۱*} و مریم مخلصیان^۲

۱. دانشیار گروه مهندسی صنایع دانشگاه تربیت مدرس

۲. دکتری مهندسی صنایع دانشگاه تربیت مدرس

(تاریخ دریافت ۹۳/۰۴/۱۴ - تاریخ دریافت روایت اصلاح‌شده ۹۳/۱۰/۰۴ - تاریخ تصویب ۹۳/۱۰/۲۸)

چکیده

تمرکز دایمی از زنجیره‌های تأمین، اجازه تصمیم‌گیری مستقل را به اجزا می‌دهد. در چنین ساختار غیرمتمرکزی، ممکن است اجزای قدرت، تصمیم‌گیری‌های متفاوتی داشته باشند که در این صورت، تصمیم‌های اجزا بر یکدیگر تأثیر می‌گذارند؛ بنابراین، استفاده از مدل‌های برنامه‌ریزی دوسطحی بسیار مفید است. در این پژوهش، قیمت‌گذاری یک زنجیره تأمین دو رده‌ای شامل یک تولیدکننده و چند خرده‌فروش رقابتی بررسی می‌شود که تولیدکننده، چند محصول فاسدشدنی و قابل جایگزینی تولید می‌کند. مسئله به صورت یک مدل برنامه‌ریزی دوسطحی چندپیرویی فرموله می‌شود. با توجه به NP-Hard بودن، برای حل مدل، از الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی استفاده می‌شود. نتایج تحلیل حساسیت نشان می‌دهد که در بازارهای با مقیاس بزرگ‌تر، حتی افزایش قیمت‌ها نیز افزایش فروش و در نتیجه، افزایش سود اجزا را به همراه دارد. در مورد مشتریان حساس به قیمت، تولیدکننده و خرده‌فروشان با کاهش قیمت خود، جذب مشتری کنند و سود خود را افزایش دهند.

واژه‌های کلیدی: برنامه‌ریزی دوسطحی، زنجیره تأمین دو رده‌ای، شبیه‌سازی تبریدی، قیمت‌گذاری، محصول‌های فاسدشدنی و قابل جایگزینی.

مقدمه

افزایش تقاضای محصول جایگزین منجر می‌شود [۳]. این محصول‌ها عمر محدودی دارند و فاسدشدنی‌اند. کالاها ممکن است به دلیل زوال فیزیکی (مانند سبزیجات، گوشت و سایر مواد غذایی)، زوال در ارزش (مانند صندلی پرواز یا بلیت سینما) و تغییرهای فناورانه ناشی از تغییر در ترجیح-های مصرف‌کننده (مانند کالاهای مد) فسادپذیر باشند [۴]. در زنجیره تأمین غیرمتمرکز، اجزا به صورت مستقل تصمیم‌گیری می‌کنند که البته این تصمیم‌ها از یکدیگر تأثیر می‌پذیرند. اغلب اجزای چنین زنجیره‌ای، قدرت‌های متفاوت دارند. قدرت به صورت «توانایی یک جزء زنجیره برای کنترل متغیرهای تصمیم در راهبرد بازاریابی جزء دیگر زنجیره در سطح توزیع متفاوت» تعریف می‌شود [۵]. چنین ساختاری با استفاده از مدل‌های برنامه‌ریزی دوسطحی فرموله می‌شود و در آن، جزء با قدرت بیشتر، «رهبر» و جزء با قدرت کمتر، «پیرو» نامیده می‌شود. در این پژوهش، یک زنجیره تأمین غیرمتمرکز دو رده‌ای، با

یک زنجیره تأمین شامل چندین جزء تجاری غیرمتمرکز است که در مناطق جغرافیایی مختلف پراکنده شده‌اند. در چنین زنجیره‌های غیرمتمرکزی، هر جزء به صورت مستقل تصمیم‌گیری می‌کند؛ بنابراین، هماهنگی بین تصمیم‌های قیمت‌گذاری و موجودی، بر کارایی زنجیره و اجزا تأثیرگذار است [۱]. در سال‌های اخیر، به هماهنگی میان اجزای زنجیره توجه شده است. یکی از تصمیم‌های مهم در زمینه هماهنگی، قیمت‌گذاری است که شامل تعیین قیمت عمده‌فروشی و خرده‌فروشی می‌شود. قیمت‌گذاری، یکی از مضامین هسته‌ای در ادبیات بازاریابی است که در مورد زنجیره تأمین انجام می‌شود [۲]. در یک زنجیره تأمین چندمحصولی، محصول‌ها ممکن است از نظر مراحل تولید یا در مرحله تقاضا به هم وابسته باشند. محصول‌های قابل جایگزینی، محصول‌هایی هستند که در صورت دسترسی‌نداشتن به آن‌ها، محصول جایگزین به مشتری پیشنهاد می‌شود. در این صورت، افزایش قیمت محصول، به

هماهنگی تصمیم‌های قیمت‌گذاری، موجودی و انتخاب تأمین‌کننده و اجزا در یک زنجیره تأمین چندرده‌ای تمرکز داشتند. سپس مسئله را به‌صورت یک بازی سه‌سطحی پویای بدون مشارکت، مدل کردند.

وو و همکاران [۱۲] تصمیم‌های قیمت‌گذاری را در یک زنجیره تأمین دو رده‌ای شامل دو خرده‌فروش و یک تأمین‌کننده مشترک غیرمشارکتی در نظر گرفتند که بین خرده‌فروشان، رقابت افقی و بین تأمین‌کننده و خرده‌فروشان، رقابت عمودی وجود دارد. ژائو و همکاران [۱۳] مسئله قیمت‌گذاری محصول‌های قابل جایگزینی را برای یک زنجیره تأمین با یک تولیدکننده و دو خرده‌فروش رقیب بررسی کردند. مدل قیمت‌گذاری متمرکز و غیرمتمرکز، با استفاده از روش نظریه بازی توسعه یافت. گائو و همکاران [۱۴] روشی مبتنی بر بهینه‌سازی حرکت ذرات^۲ برای حل دو مسئله قیمت‌گذاری دوسطحی در یک زنجیره تأمین دو رده‌ای با یک فروشنده و یک خریدار توسعه دادند. مخلصیان و ذگردی [۱۵] یک مدل برنامه‌ریزی دوسطحی برای مسئله هماهنگی قیمت‌گذاری و موجودی یک زنجیره تأمین دو رده‌ای با چندین محصول قابل جایگزینی، شامل یک تولیدکننده و چندین خرده‌فروش رقیب ارائه کردند.

جدول ۱ خلاصه دیگر پژوهش‌ها در این زمینه را نشان می‌دهد. همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود و با توجه به مقاله‌های بررسی‌شده، هماهنگی تصمیم‌های قیمت‌گذاری و موجودی زنجیره تأمین مطالعه شده است. بعضی از آن‌ها در شرایط رقابتی و بعضی در حالت نبود تمرکز بررسی شده‌اند. بعضی محصول‌ها را قابل جایگزینی و بعضی فاسدشدنی در نظر گرفته‌اند. مسئله هماهنگی قیمت‌گذاری و موجودی در یک زنجیره غیرمتمرکز رقابتی چندمحصولی که محصول‌ها هم فاسدشدنی باشند و هم قابل جایگزینی، در خلأ ادبیاتی قرار می‌گیرد که مطالعه آن به دلیل کاربرد فراوان در صنایع مواد غذایی و بهداشتی، برای تصمیم‌گیری در این شرایط بسیار حائز اهمیت است.

یک تولیدکننده و چندین خرده‌فروش رقابتی در نظر گرفته شده است که تولیدکننده، چندین محصول فاسدشدنی و قابل جایگزینی تولید می‌کند. در زنجیره مورد نظر، تولیدکننده دارای قدرت بیشتر است و تصمیم‌های خرده‌فروشان را کنترل می‌کند؛ بنابراین تولیدکننده، رهبر و خرده‌فروشان، پیرو در نظر گرفته می‌شوند.

در بخش بعدی مقاله، مروری مختصر بر پژوهش‌های پیشین صورت می‌گیرد. در ادامه، پس از تعریف مسئله، مدل ریاضی آن ارائه و الگوریتم شبیه‌سازی^۱ تیریدی برای حل مدل پیشنهادی به کار گرفته می‌شود. در نهایت، مسئله با یک مورد عددی تحلیل می‌شود. نوشتار با جمع‌بندی نتایج و ارائه پیشنهادهایی برای تحقیق‌های آتی خاتمه می‌یابد.

مروری بر ادبیات

پژوهش‌های معدودی به بررسی مسائل ترکیبی قیمت‌گذاری و سفارش‌دهی محصول‌های فاسدشدنی پرداخته‌اند. گالگو و ون-رزین [۶] مدل قیمت‌گذاری یک محصول فاسدشدنی با تقاضای تصادفی را بدون بازپرسازی موجودی پیشنهاد کردند. چو و همکارانش [۷] تصمیم‌های توأم قیمت‌گذاری و تخصیص موجودی را برای یک محصول فاسدشدنی با دوره عمر از پیش تعیین‌شده بررسی کردند. ژایا و هو [۴] مسئله ترکیبی قیمت‌گذاری و سفارش‌دهی را برای یک محصول فاسدشدنی با عمر دو دوره‌ای و تقاضای تصادفی و حساس به قیمت مطالعه کردند. چو و همکارانش [۸] قیمت‌ها و مقادیر سفارش را برای یک محصول فاسدشدنی با عمر چنددوره‌ای تعیین کردند.

پژوهش‌های متعددی بر جوانب قیمت‌گذاری تمرکز دارند که با تصمیم‌های تولید و موجودی ادغام شده‌اند [۹] و [۱۰]. هسیه و وو [۱۱] تصمیم‌های هماهنگ را در زنجیره تأمین شامل یک تولیدکننده تجهیزات، یک تولیدکننده و یک توزیع‌کننده را مطالعه کردند که در آن، عرضه و تقاضا قطعیت ندارد. هوآنگ و همکاران [۱] بر

جدول ۱. خلاصه پژوهش‌های بررسی شده

منبع	تعداد محصول‌ها	نوع محصول		بازار		تصمیم					
		فاسدشدنی	قابل جایگزینی	بدون رقابت	رقابتی	قیمت	راهبرد تبلیغات	سیاست سفارش‌دهی	سیاست مسیریابی	سیاست تولید	سطح موجودی
[۱۶]	*	*		*		*					
[۱۷]	*			*	*	*	*				
[۱۸]	*			*		*					
[۱۹]	*			*		*		*			
[۲۰]	*			*	*	*					
[۲۱]	*			*	*	*				*	
[۲۲]	*			*		*					
[۲۳]	*	*		*		*			*		
[۲۴]	*	*		*		*					
[۲۵]	*	*		*		*					
[۲۷-۲۶]	*	*		*	*	*					
[۲۸]	*			*		*			*		*
[۲۹]	*			*		*		*			
[۳۰]	*			*		*			*		
[۳۱]	*			*		*			*		
[۳۳-۳۲]	*			*	*	*					

کامل نیست؛ بلکه بعضی از محصول‌ها، برای محصول خاصی قابل جایگزینی‌اند. محصول‌ها، عمر محدود دارند که برای تمام آن‌ها، دو دوره فرض می‌شود. خرده‌فروش فقط محصول‌های تازه خریداری می‌کند. به عبارت دیگر، تولیدکننده موجودی محصول‌های فروش‌نرفته ندارد و به اندازه سفارش‌های دریافتی تولید می‌کند. محصول‌های فروش‌نرفته خرده‌فروش در دوره اول، در دوره بعد با قیمت کمتری فروخته می‌شود. هدف، تعیین قیمت عمده‌فروشی/خرده‌فروشی و میزان سفارش است؛ به طوری که سود هر سطح، بیشینه شود.

چنین ساختاری در مورد کانال‌های توزیع کالاهای فسادپذیر و مواد غذایی، نظیر سبزیجات، لبنیات و... کاربرد دارد. در چنین کانال‌هایی، محصول‌های فسادپذیر را می‌توان در صورت در دسترس نبودن، با محصول دیگری جایگزین ساخت؛ برای مثال، در صورت موجود نبودن نوعی بستنی، می‌توان نوع دیگری را به خریدار پیشنهاد کرد. از سوی دیگر، محصول‌های فروخته‌نشده، پیش از فساد با قیمت کمتری عرضه می‌شوند تا به فروش برسند.

این تحقیق، هماهنگی تصمیم‌های موجودی و قیمت‌گذاری را در یک زنجیره تأمین دو رده‌ای غیرمتمرکز با چندین محصول فاسدشدنی و قابل جایگزینی، شامل یک تولیدکننده و چندین خرده‌فروش رقیب در نظر می‌گیرد. مدل برنامه‌ریزی دوسطحی برای بیان قدرت‌های متفاوت اجزای زنجیره به کار گرفته می‌شود.

تعریف مسئله

مسئله مورد نظر پژوهش، به صورت یک زنجیره تأمین غیرمتمرکز رقابتی دو رده‌ای، شامل یک تولیدکننده و چندین خرده‌فروش رقابتی در نظر گرفته می‌شود. این زنجیره غیرمتمرکز، دارای اعضای با قدرت بازارهای متفاوت است. قدرت تصمیم‌گیری تولیدکننده، بیش از خرده‌فروشان است و می‌تواند تصمیم‌هایی را که آن‌ها به طور مستقل اتخاذ کرده‌اند، کنترل کند و بر آن‌ها تأثیر بگذارد. هدف تمام تصمیم‌گیرندگان، بیشینه‌سازی سود است. مدل برنامه‌ریزی دوسطحی، چنین ساختاری را به خوبی نمایش می‌دهد.

زنجیره مورد بررسی، چندین محصول فاسدشدنی و قابل جایگزینی را عرضه می‌کند. جایگزینی محصول‌ها

مفروضات مسئله

مفروضات ساخت مدل، عبارت‌اند از:

- دوره عمر تمام محصولات یکسان و به اندازه دو دوره است.
- تقاضای هر محصول، قطعی است و تابعی خطی از قیمت خود محصول، قیمت محصولات جایگزین، قیمت رقبا و قیمت محصول‌های فروش‌نرفته دوره پیش است که شناخته‌شده‌ترین تابع تقاضا و قیمت است.
- خرده‌فروش فقط محصولات تازه را از تولیدکننده خریداری می‌کند؛ بنابراین، برای تولیدکننده موجودی در نظر گرفته نمی‌شود (تولیدکننده از نوع MTO است).
- قیمت خرده‌فروشی محصولات تازه و محصولات فروش‌نرفته متفاوت در نظر گرفته می‌شود تا محصولات فروش‌نرفته، پیش از فساد و زیان به خرده‌فروش فروخته شوند.
- برای جلوگیری از کاهش اعتبار و ازدست‌رفتن مشتری، کمبود مجاز نیست.
- تولیدکننده محدودیت ظرفیت دارد.
- خرده‌فروشان، بودجه محدودی در اختیار دارند.
- قیمت خرده‌فروشی محصولات تازه به صورت قیمت حاشیه‌ای و درصدی بیشتر از قیمت عمده‌فروشی است.
- محصولات فروش‌نرفته، با تخفیفی که درصدی از قیمت دوره قبل است، فروخته می‌شود.

مدل ریاضی مسئله

مسئله برنامه‌ریزی دوسطحی (پیوسته) را در حالت کلی می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$\min_{x \in X, y} F(x, y)$$

s.t.

$$G(x, y) \leq 0$$

که y برای هر مقدار x جواب مسئله‌ای است که مسئله سطح پایین‌تر نامیده می‌شود:

$$\min_y f(x, y)$$

s.t.

$$g(x, y) \leq 0$$

که $x \in \mathbb{R}^{n_1}$ و $y \in \mathbb{R}^{n_2}$. محدودیت‌های سطح بالاتر شامل متغیرهای هر دو سطح است و نقش مهمی ایفا

می‌کند. البته این دو به طور غیرمستقیم اجرا می‌شوند و تصمیم‌گیرنده سطح پایین‌تر را اجبار نمی‌کند [۳۴]. از آنجاکه زنجیره مورد بررسی تأمین، غیرمتمرکز است و اجزای آن قدرت‌های متفاوتی در تصمیم‌گیری دارند، با مدل‌های یک‌سطحی نمی‌توان به خوبی مسئله را تعریف کرد؛ بنابراین، استفاده از مدل‌های برنامه‌ریزی دوسطحی مفید است. برای بیان مدل ریاضی مسئله، نمادهای زیر باید معرفی شوند:

▪ نمادهای مشترک تولیدکننده و خرده‌فروش	
i اندیس محصول	
r اندیس دوره ($\forall r = 1, 2$)	
N تعداد محصولات	
J_i مجموعه محصولات‌های قابل‌جایگزینی با محصول i	
▪ نمادهای تولیدکننده	
P_i ظرفیت تولید محصول i	
C_i هزینه تولید محصول i	
g هزینه ثابت تولید	
w_{ij} متغیر تصمیم: قیمت عمده‌فروشی محصول i برای خرده‌فروش j	
▪ نمادهای خرده‌فروش	
j اندیس خرده‌فروش	
M تعداد خرده‌فروشان	
α_{ij}^r ثابتی در تابع تقاضای محصول i خرده‌فروش j در دوره r به معنای مقیاس بازار	
β_{ij}^r ضریب کشش تقاضای محصول i در مقایسه با محصول l خرده‌فروش j در دوره r	
μ_{ije}^r ضریب حساسیت تقاضای خرده‌فروش j در مقایسه با رقیب e در دوره r در مقایسه با محصول i	
b_{ij} ضریب حساسیت تقاضای محصول i فروش‌نرفته i خرده‌فروش j	
d_{ij}^r تقاضای محصول i خرده‌فروش j در دوره r	
O_{ij}^r هزینه سفارش‌دهی محصول i خرده‌فروش j در دوره r	
BD_j^r بودجه در دسترس خرده‌فروش j در دوره r	
f_j^r هزینه ثابت خرده‌فروش j در دوره r	
p_{ij}^r متغیر تصمیم: قیمت خرده‌فروشی محصول i خرده‌فروش j در دوره r	
θ_{ij}^r متغیر تصمیم: سود حاشیه‌ای محصول i خرده‌فروش j در دوره r	

$$\sum_{i=1}^N w_{ij} z_{ij}^r + \sum_{i=1}^N h_{ij} I_{ij} \quad \forall r = 1, 2$$

$$+ \sum_{i=1}^N O_{ij}^r z_{ij}^r + f_j^r \leq BD_j^r \quad \forall i = 1, 2, \dots, N$$

(۱۲)

$$z_{ij}^r, p_{ij}^r, p'_{ij}, I_{ij} \geq 0 \quad \forall r = 1, 2$$

$$0 \leq \theta_{ij}^r, \lambda_{ij} \leq 1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, N$$

تابع هدف ۱ سود تولیدکننده (تفاضل درآمد فروش و مجموع هزینه‌های تولید و ثابت) را بیشینه می‌کند. مجموعه محدودیت ۲، محدودیت ظرفیت تولید هر محصول را نشان می‌دهد. مجموعه محدودیت‌های ۳، علامت متغیرهای تصمیم را بیان می‌کند. تابع هدف ۴، سود هر خرده‌فروش را بیشینه می‌کند که تفاضل سود حاصل از فروش محصول‌های تازه و فروش نرفته از مجموع هزینه‌های نگهداری، سفارش‌دهی و هزینه‌های ثابت است. مجموعه محدودیت ۵، رابطه قیمت حاشیه‌ای خرده‌فروشی با قیمت عمده‌فروشی را نمایش می‌دهد. مجموعه محدودیت ۶، بیانگر درصد تخفیف در قیمت خرده‌فروشی محصول‌های فروش نرفته است. میزان محصول‌های فروش نرفته که مازاد سفارش از تقاضاست، از طریق مجموعه محدودیت ۷ تعیین می‌شود. مجموعه محدودیت‌های ۸ و ۹، کافی بودن محصول برای خرده‌فروش را تضمین می‌کنند. رابطه خطی بین تقاضا و قیمت خرده‌فروشی محصول، محصول‌های جایگزین، قیمت رقبا و قیمت محصول‌های فروش نرفته، در مجموعه محدودیت‌های ۱۰ ارائه شده است. مجموعه محدودیت ۱۱، بیانگر بودجه محدود خرده‌فروشان است. محدودیت علامت متغیرهای تصمیم خرده‌فروشان، در رابطه ۱۲ بیان می‌شود.

الگوریتم حل مسئله

از آنجاکه اثبات می‌شود مدل بیان‌شده در بخش قبل NP-Hard است، برای حل آن باید از الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده کرد.

فرضیه: مدل مسئله، NP-Hard است (اثبات در بخش پیوست).

الگوریتم‌های فراابتکاری موجود در ادبیات برای حل مسئله برنامه‌ریزی دوسطحی عبارت‌اند از:

✓ جست‌وجوی ممنوع [۳۵]

متغیر تصمیم: میزان سفارش محصول i خرده‌فروش j در دوره r z_{ij}^r

متغیر تصمیم: میزان محصول i خرده‌فروش j I_{ij}

متغیر تصمیم: قیمت محصول فروش نرفته i خرده‌فروش j p'_{ij}

متغیر تصمیم: درصد تخفیف قیمت محصول فروش نرفته i خرده‌فروش j λ_{ij}

با توجه به مفروضات و نمادها، مدل برنامه‌ریزی دوسطحی مربوط برای تعیین متغیرهای تصمیم هر سطح و بیشینه‌سازی سود آن به صورت زیر است:

$$\max \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{r=1}^2 z_{ij}^r w_{ij} - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{r=1}^2 C_i z_{ij}^r - g \quad (۱)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M z_{ij}^r \leq P_i \quad \forall r = 1, 2 \quad (۲)$$

$$w_{ij} \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (۳)$$

$$\quad \quad \quad \forall j = 1, 2, \dots, M \quad (۴)$$

$$\max \sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^2 \theta_{ij}^r z_{ij}^r + \sum_{i=1}^N p'_{ij} I_{ij} - \sum_{i=1}^N h_{ij} I_{ij} \quad \forall j = 1, 2, \dots, M$$

$$- \sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^2 O_{ij}^r z_{ij}^r - f_j^r$$

s.t.

$$p_{ij}^r = w_{ij} (1 + \theta_{ij}^r) \quad \forall r = 1, 2 \quad (۵)$$

$$\quad \quad \quad \forall i = 1, 2, \dots, N$$

$$p'_{ij} = p_{ij}^r (1 - \lambda_{ij}) \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (۶)$$

$$I_{ij} = z_{ij}^1 - d_{ij}^1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (۷)$$

$$\sum_{i \in J_i} z_{ij}^1 \geq \sum_{i \in J_i} d_{ij}^1 \quad (۸)$$

$$\sum_{i \in J_i} z_{ij}^2 \geq \sum_{i \in J_i} d_{ij}^2 - \sum_{i \in J_i} I_{ij} \quad (۹)$$

$$\quad \quad \quad (۱۰)$$

$$d_{ij}^r = \alpha_{ij}^r - \beta_{ij}^r p_{ij}^r + \sum_{l \neq i} \beta_{il}^r p_{lj}^r \quad \forall r = 1, 2$$

$$+ \sum_{e \neq j} \mu_{ije}^r p_{ie}^r + b_{ij} p_{ij}^r \quad \forall i = 1, 2, \dots, N$$

$$(۱۱)$$

دارد. بالابودن دمای اولیه به اندازه کافی یا خنک کردن سریع، به نقص منجر می‌شود. چنین وضعیتی سبب می‌شود که تعادل حرارتی، در هیچ دمایی حاصل نشود. الگوریتم SA شبیه سازی تغییرهای انرژی در یک سیستم است که فرایند خنک کردن را تا زمان رسیدن به حالت تعادل همگرا تحمیل می‌کند. این سازوکار را می‌توان با یک مسئله بهینه سازی تطبیق داد. تابع هدف مسئله، مشابه وضعیت انرژی سیستم است. جواب مسئله بهینه سازی، مربوط به وضعیت یک سیستم می‌شود. متغیرهای تصمیم مسئله، شبیه به موقعیت مولکولی هستند [۳۹].

✓ الگوریتم ژنتیک^۴ [۳۶] و [۳۷]
 ✓ بهینه‌سازی حرکت ذرات [۱۴] و [۳۸]
 در این مطالعه، الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی (SA) برای حل مدل پیشنهادی به کار گرفته می‌شود.
 SA شکل ساده‌ای از الگوریتم جست‌وجوی محلی (الگوریتم نزولی)^۵ است که با یک جواب اولیه آغاز می‌شود و ممکن است به‌طور تصادفی تولید شود. SA براساس قوانین مکانیک آماری است؛ به طوری که فرایند سرد شدن، شامل گرم شدن و سپس به آرامی خنک کردن مواد برای دستیابی به یک ساختار کریستالی قوی است. قدرت و صلابت این ساختار، به میزان خنک کردن فلزها بستگی

Template of the proposed SA algorithm

Input: cooling schedule

SL=SL₀; %Generation of the leader's initial feasible solution

SF=SF₀; %Generation of the followers' initial feasible solution based on the SL₀

T=T_{max}; %Starting temperature

Repeat

Repeat %At a fixed temperature for a given number (ns)

Generate a neighbor (SF') for SF; %Migration method

$\Delta E = f(SF') - f(SF)$; %The change in the fitness

If $\Delta E \leq 0$, **Then** SF= SF'; %Accept the neighbor solution

Else accept the SF' with a probability $e^{-\frac{\Delta E}{T}}$;

SF= SF';

Until Equilibrium condition %A given number of iteration (f) executed at each temperature T

Update the leader solution (SL) based on the best found followers solution (SF);

T=g(T); %Temperature update: exponential cooling

Until Stopping criteria satisfied % $T \leq T_{max}$

Output: Best solution found.

شکل ۱. شبیه‌سازی الگوریتم پیشنهادی

پارامترها این‌گونه در نظر گرفته می‌شود:

$$ns = 15; \quad q = 15; \quad T_{max} = 60$$

برای بررسی اثر سایر پارامترها، روش فاکتوریل کلی طراحی آزمایش‌ها^۶ پیشنهاد می‌شود. دو پارامتر و برای هر پارامتر، دو سطح در نظر گرفته می‌شود. مقادیر دو سطح پارامترها در جدول ۲ مشاهده می‌شود که از طریق آزمایش و مشاهده به دست آمده‌اند.

تنظیم پارامترها

زمان حل و کیفیت جواب‌ها متأثر از مقادیر پارامترهای الگوریتم است؛ بنابراین، باید پارامترهای الگوریتم با دقت کافی تنظیم شوند. یکی از روش‌های متداول سنجش اهمیت پارامترها، روش ANOVA است. اجرای اولیه مسائل نمونه نشان می‌دهد T_{min} و f بیشتر از سایر پارامترها بر زمان حل و کیفیت جواب‌ها اثر دارند؛ بنابراین، مقادیر سایر

جدول ۲. سطوح DOE

سطوح	عنوان	پارامترها
۲۰	A	T_{min}
۲۵	B	f

بر اساس جدول ۵، T_{min} تأثیر چشمگیری بر متغیر پاسخ (تابع هدف تولیدکننده یا رهبر) دارد؛ بنابراین، باید مقدار مناسب این اثر تعیین شود. با انجام آزمایش‌ها و سعی و خطا، مقدار مناسب این پارامتر و نیز f ، برای مسائل با اندازه‌های مختلف، به صورت جدول ۵ در نظر گرفته می‌شود.

جدول ۵. سطوح مناسب پارامترهای الگوریتم

سطح پارامتر	اندازه مسئله (N, M)
$T_{min} = 10, f = 20$	کوچک (۱۰، ۵، ۵، ۵)
$T_{min} = 10, f = 25$	متوسط (۲۰، ۱۵، ۱۰، ۱۰، ۱۰)
$T_{min} = 20, f = 25$	بزرگ (۳۰، ۲۵، ۱۵، ۱۰، ۱۰)

سنجش عملکرد الگوریتم

برای ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی، نتایج حاصل از آن را با یک الگوریتم موجود در ادبیات مقایسه می‌کنیم که از سوی Gao و همکارانش [۱۴] ارائه شده است. بهترین جواب هر یک از نمونه‌های حل شده، از طریق هریک از دو الگوریتم (SA یا PSO) را $Best_{sol}$ و جواب حاصل از هر نمونه از طریق SA (الگوریتم پیشنهادی) را Alg_{sol} می‌نامیم؛ بنابراین، انحراف درصد نسبی γ ، معیاری برای مقایسه است که به شرح زیر محاسبه می‌شود:

$$RPD = \frac{Best_{sol} - Alg_{sol}}{Best_{sol}} \times 100$$

جدول ۶ نتیجه این مقایسه و سنجش عملکرد الگوریتم را نشان می‌دهد.

جدول ۶. نتیجه سنجش عملکرد

اندازه مسئله (N, M)	میانگین RPD	میانگین زمان حل SA (ثانیه)
کوچک (۱۰ و ۵)	٪۱/۲	۷۰
متوسط (۲۵ و ۱۵)	٪۱/۰۵	۲۰۵
بزرگ (۲۵ و ۵۰)	٪۰/۸۵	۷۳۰

جدول ۶ نشان می‌دهد الگوریتم به کاررفته، به طور میانگین در ۱/۲ درصد مواقع بهترین جواب برای مسائل در اندازه کوچک، ۱/۰۵ درصد در اندازه متوسط و ۰/۸۵ درصد برای مسائل در اندازه بزرگ است.

برای هر ترکیب از مقادیر پیشنهادی پارامترها، ۴۵ مسئله نمونه تصادفی در نظر گرفته می‌شود. پس از حل این مسائل، متغیر پاسخ - که همان مجموع مقادیر تابع هدف‌هاست - ارزیابی می‌شود. مجموعه داده‌های مربوط به تولید تصادفی پارامترهای مسائل نمونه در جدول ۳ مشاهده می‌شود.

جدول ۳. پارامترهای مسئله

پارامترها	سطوح زنجیره تأمین
$P_i \sim U(10000, 50000)$	تولیدکننده
$C_i \sim U(2, 5)$	
$g \sim U(1000, 10000)$	
$J_i \sim DU(1, N)$	
$\alpha_{ij} \sim U(10000, 50000)$	
$\beta_{ij}^r \sim U(5, 15)$	
$b_{ij} \sim U(5, 15)$	
$\mu_{ije}^r \sim U(5, 15)$	خرده‌فروشان
$h_{ij} \sim U(0, 1)$	
$BD_j^r \sim U(1000000, 5000000)$	
$O_{ij}^r \sim U(1, 10)$	
$f_j^r \sim U(1000, 10000)$	

جدول ۴ نتایج اجرای ANOVA را نشان می‌دهد.

جدول ۴. نتیجه اجرای ANOVA

Sources	Df	SS	MS	F	P-value
A	۱	۸/۱۸E+۱۴	+۱۴E۸/۱۸	۲/۷۲	۰/۱۰
B	۱	۲/۱۳E+۱۴	+۱۴E۲/۱۳	۰/۷۰۷	۰/۴۰
A×B	۱	۳/۰۱E+۱۴	+۱۴E۳/۰۱	۰,۹۹۹	۰/۳۲
Error	۱۷۶	۵/۳۰۱E+۱۶	+۱۴E۳/۰۱		
Total	۱۷۹	۵/۳۹E+۱۶			

تحلیل نتایج

به منظور بررسی تأثیر ویژگی‌های تقاضا (مقیاس بازار و حساسیت خرده‌فروش به قیمت) بر تصمیم‌های زنجیره، مسئله‌ای کوچک با ۱۰ محصول و ۵ خرده‌فروش رقیب در نظر گرفته شد؛ برای نمونه، زنجیره تأمین یک محصول لبنی مانند شیر که دوره مصرف آن محدود است، با زنجیره محصول‌های مختلف (با طعم‌ها و درصد چربی‌های

مختلف) - که قابل جایگزینی هستند - بسیار متفاوت است. در اینجا تحلیل هریک از آن‌ها براساس پارامترهای تصادفی انجام شده است. نتایج مقایسه به ترتیب در جداول ۷ و ۸ مشاهده می‌شود. میانگین مقادیر هر متغیر تصمیم در مقایسه با محصول‌ها، برای ساده کردن نمایش و درک بهتر نتایج نشان داده شده است. در این تحلیل حساسیت فرض می‌شود که تمام α_{ij}^r و β_{ij}^r ها مقادیر برابر دارند.

جدول ۷. تحلیل حساسیت α_{ij}^r

مسئله	نتایج	دوره (r)	j				
			j=1	j=2	j=3	j=4	j=5
$\alpha_{ij}^r = 10,000$	\bar{z}_{ij}^r	r=1	۲۴۳۱۵	۲۶۵۰۷	۲۸۵۰۱	۳۰۹۷۵	۲۸۷۶۸
		r=2	۳۸۲۳۸	۳۳۴۵۸	۲۸۹۲۲	۳۹۹۶۴	۲۸۴۵۲
	$\bar{\lambda}_{ij}$	r=1,2	۰/۴۵۷	۰/۶۴۶	۰/۴۷۰	۰/۵۱۶	۰/۴۵۳
	$\bar{\theta}_{ij}^r$	r=1	۰/۳۸۶	۰/۵۸۶	۰/۶۳۶	۰/۴۶۷	۰/۵۱۶
		r=2	۰/۵۱۶	۰/۴۶۸	۰/۵۴۱	۰/۳۹۷	۰/۴۶۲
	\bar{I}_{ij}	r=1,2	.	.	۷۶۱	.	.
	\bar{W}_{ij}	r=1,2	۴۲	۴۸	۲۶۴	۱۸	۱۰۶
	سود تولیدکننده				۱۴۸۷۶۳۱		
	سود خرده‌فروش		۲۲۰۹۱	۲۷۶۲۱	۱۰۸۷۰	۱۹۶۷۱	۱۲۰۵۲
	$\alpha_{ij}^r = 25,000$	\bar{z}_{ij}^r	r=1	۲۵۵۳۰	۲۶۸۰۸	۲۹۲۰۷	۳۱۱۰۵
		r=2	۴۰۸۲۴	۲۲۶۸۱	۲۹۴۵۸	۴۰۵۸۳	۲۹۹۳۶
$\bar{\lambda}_{ij}$		r=1,2	۰/۵۹۵	۰/۴۴۸	۰/۴۷۰	۰/۵۶۵	۰/۳۷۰
$\bar{\theta}_{ij}^r$		r=1	۰/۶۷۷	۰/۴۹۸	۰/۵۵۵	۰/۵۰۶	۰/۳۷۳
		r=2	۰/۵۴۰	۰/۵۰۲	۰/۴۷۰	۰/۵۳۴	۰/۵۶۶
\bar{I}_{ij}		r=1,2	.	.	۳۳۸	.	.
\bar{W}_{ij}		r=1,2	۶۷	۲۰	۱۹۱	۶۸	۹۱
سود تولیدکننده					۱۵۰۲۰۷۸		
سود خرده‌فروش			۲۲۸۷۱	۲۸۱۰۲	۱۱۱۰۵	۲۰۰۶۴	۱۲۸۰۴
$\alpha_{ij}^r = 50,000$		\bar{z}_{ij}^r	r=1	۳۳۵۲۰	۲۷۵۷۹	۴۰۷۸۷	۳۴۵۱۶
		r=2	۴۳۳۹۶	۳۴۰۲۳	۳۲۳۹۸	۴۰۸۰۸	۴۰۹۱۵
	$\bar{\lambda}_{ij}$	r=1,2	۰/۴۹۵	۰/۵۸۳	۰/۴۴۶	۰/۵۱۷	۰/۴۹۳
	$\bar{\theta}_{ij}^r$	r=1	۰/۵۳۴	۰/۵۱۸	۰/۵۰۸	۰/۴۶۷	۰/۴۹۷
		r=2	۰/۶۳۱	۰/۴۵۸	۰/۵۰۷	۰/۴۳۰	-/۴۸۲
	\bar{I}_{ij}	r=1,2
	\bar{W}_{ij}	r=1,2	۱۷۰	۱۰	۲۴۹	۸۶	۶۵
	سود تولیدکننده				۱۵۶۴۹۸۳		
	سود خرده‌فروش		۲۳۱۶۴	۲۸۹۷۹	۱۲۰۱۳	۲۰۵۷۲	۱۳۱۱۱

یافت و این امر به افزایش سود تولیدکننده و خرده‌فروشان منجر خواهد شد. از سوی دیگر، خرده‌فروش برای افزایش سود خود ترجیح می‌دهد محصول‌های دارای قیمت بالاتر را به اندازه تقاضا سفارش دهد تا در همان دوره به‌فروش

همان‌طور که در جدول ۷ مشاهده می‌شود، با افزایش مقیاس بازار (α_{ij}^r)، حتی در صورت افزایش قیمت توسط تولیدکننده و خرده‌فروشان، میزان فروش افزایش خواهد

قابل عرضه، سهم بیشتری در بازار به خود اختصاص دهد. به عبارت دیگر، مقیاس بازار بزرگ‌تری داشته باشد. موقعیت دیگر هنگامی است که تولیدکننده به دلیل ویژگی‌های کیفی محصول‌ها، مشتریان بیشتری جذب می‌کند.

برساند. در این صورت، نه تنها هزینه‌ای صرف نگهداری نمی‌شود، بلکه از تخفیف نیز برای فروش محصول‌های در آستانه فساد استفاده نشده است. چنین شرایطی زمانی رخ می‌دهد که خرده‌فروش به دلیل خدماتی که ارائه می‌دهد، از جمله در دسترس بودن محصول‌ها یا تنوع در محصول‌های

جدول ۸. تحلیل حساسیت β_{ij}^r

مسئله	نتایج	دوره (r)	j					
			j=۱	j=۲	j=۳	j=۴	j=۵	
$\beta_{ij}^r = 5$	\bar{z}_{ij}^r	r=۱	۲۵۵۷۴	۱۹۱۱۸	۳۲۱۷۰	۳۳۱۹۹	۳۷۸۸۱	
		r=۲	۳۱۴۳۶	۲۷۰۷۳	۳۱۲۳۸	۲۶۸۷۲	۳۶۷۱۱	
	$\bar{\lambda}_{ij}$	r=۱,۲	۰/۵۳۴	۰/۵۷۲	۰/۴۱۳	۰/۴۳۲	۰/۶۵۲	
	$\bar{\theta}_{ij}^r$	r=۱	۰/۴۷۹	۰/۴۵۲	۰/۴۵۶	۰/۴۲۷	۰/۵۸۲	
		r=۲	۰/۴۶۱	۰/۳۸۴	۰/۵۰۴	۰/۵۶۵	۰/۵۲۴	
	\bar{I}_{ij}	r=۱,۲	۰	۰	۰	۰	۶۶۵	
	\bar{W}_{ij}	r=۱,۲	۷۴	۱۴	۱۱	۱۸	۶۳	
	سود تولیدکننده			۱۴۸۰۹۶۳				
	سود خرده‌فروش			۲۱۹۷۲	۲۷۱۰۴	۱۰۹۰۸	۱۹۵۰۳	۱۲۶۸۴
	$\beta_{ij}^r = 10$	\bar{z}_{ij}^r	r=۱	۳۲۰۳۳	۱۹۷۱۰	۳۲۲۱۷	۳۴۷۷۰	۳۸۶۹۷
r=۲			۳۲۵۹۱	۲۷۲۱۸	۳۳۱۹۲	۲۶۹۰۴	۳۷۲۶۵	
$\bar{\lambda}_{ij}$		r=۱,۲	۰/۵۱۰	۰/۵۱۷	۰/۳۳۳	۰/۴۱۵	۰/۵۶۷	
$\bar{\theta}_{ij}^r$		r=۱	۰/۴۱۶	۰/۴۱۳	۰/۵۰۷	۰/۵۹۲	۰/۵۵۵	
		r=۲	۰/۴۶۱	۰/۳۵۶	۰/۴۷۹	۰/۴۶۱	۰/۵۲۰	
\bar{I}_{ij}		r=۱,۲	۰	۰	۰	۰	۵۸۳	
\bar{W}_{ij}		r=۱,۲	۴۰	۸	۱۱	۱۰	۵۶	
سود تولیدکننده			۱۵۰۱۱۲۰					
سود خرده‌فروش			۲۳۵۶۳	۳۱۸۴۵	۱۲۱۰۲	۲۲۰۴۸	۱۵۴۰۳	
$\beta_{ij}^r = 15$		\bar{z}_{ij}^r	r=۱	۳۲۰۷۴	۲۵۴۱۷	۳۴۵۸۴	۳۵۵۸۳	۳۹۰۵۸
	r=۲		۳۴۸۷۷	۳۱۷۱۱	۳۳۶۱۷	۳۰۳۲۶	۳۷۶۶۶	
	$\bar{\lambda}_{ij}$	r=۱,۲	۰/۴۶۱	۰/۵۰۳	۰/۳۳۰	۰/۳۶۷	۰/۳۷۳	
	$\bar{\theta}_{ij}^r$	r=۱	۰/۴۰۹	۰/۳۵۱	۰/۴۶۴	۰/۳۹۵	۰/۵۳۲	
		r=۲	۰/۴۱۰	۰/۳۰۶	۰/۳۰۷	۰/۳۰۸	۰/۵۱۳	
	\bar{I}_{ij}	r=۱,۲	۰	۰	۰	۰	۰	
	\bar{W}_{ij}	r=۱,۲	۳۶	۶	۱۱	۷	۴۲	
	سود تولیدکننده			۱۶۲۰۱۱۲				
	سود خرده‌فروش			۲۵۶۸۴	۳۳۱۰۵	۱۳۹۸۰	۲۵۰۱۰	۱۶۰۷۸

فروش افزایش می‌یابد. محصول‌های فروش‌نرفته نیز با قیمت پایین‌تر (درصد تخفیف بیشتر) عرضه می‌شوند. نگهداری محصول‌های فروش‌نرفته مستلزم صرف هزینه است و با سود کمتری نیز به فروش می‌رسد. به همین دلیل،

جدول ۸ نشان می‌دهد که با افزایش حساسیت مشتریان به قیمت، خرده‌فروشان باید درصد سود حاشیه‌ای قیمت خرده‌فروشی خود را کاهش دهند تا مشتریان خود را حفظ کنند یا افزایش دهند. در این صورت، تقاضا و در نتیجه

های آتی می‌توان آن‌ها را برطرف ساخت. اول اینکه می‌توان تصمیم‌های دیگری نیز در کنار هماهنگی موجودی و قیمت‌گذاری بررسی کرد. دوم اینکه می‌توان برای جذب مشتریان بیشتر، از تبلیغات استفاده کرد. از سوی دیگر، در این پژوهش، عمر محصول‌ها دو دوره در نظر گرفته شد، اما در پژوهش‌های آتی می‌توان دوره‌ها را بیشتر در نظر گرفت. همچنین می‌توان زنجیره‌ای با تعداد اجزای بیشتر - که در این تصمیم‌ها اثر دارند - تعیین کرد. بررسی زنجیره‌هایی با خرده‌فروش دارای قدرت بیشتر و غالب بر تولیدکننده نیز جذاب و کاربردی است.

پیوست

فرضیه: مدل مسئله مورد نظر مقاله، NP-Hard است.
اثبات: مسئله خرده‌فروش را در نظر بگیرید. با توجه به تغییر متغیرهای زیر، می‌توان مدل مسئله را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\theta_{ij}^r = y_1, \quad z_{ij}^r = y_2, \quad p_{ij}^r = y_3,$$

$$I_{ij} = y_4, \quad P_{ij}^r = y_5$$

$$\max x_1x_2 + x_3x_4 - hx_4 - Ox_2 - f \quad (۱۳)$$

s.t.

$$a - bx_5 + \mu x_5 + b'x_3 - x_2 \leq 0 \quad (۱۴)$$

$$a - bx_5 + \mu x_5 + b'x_3 - x_2 - x_4 \leq 0 \quad (۱۵)$$

$$wx_2 + hx_4 + Ox_2 \leq BD - f \quad (۱۶)$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \quad (۱۷)$$

فرم ماتریسی مدل بالا به صورت زیر است:

(۱۸)

$$-\min -F(X) = \frac{1}{2}XQX^T + dX^T$$

s.t.

$$AX \leq b$$

(۱۹)

که در آن، Q، d، A و b به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

خرده‌فروشان تمایل زیادی به آن ندارند. این رخدادها به افزایش سود خرده‌فروشان منجر می‌شود. از آنجا که قیمت عمده‌فروشی به طور مستقیم بر قیمت خرده‌فروشی (رابطه ۵) و در نتیجه تقاضا اثر دارد، تولیدکننده نیز با کاهش قیمت عمده‌فروشی، میزان سفارش دریافتی خود را افزایش می‌دهد و سود خود را از طریق فروش بیشتر، افزایش می‌دهد. وقتی تنوع محصول و تعداد خرده‌فروشان زیاد است، حساسیت به قیمت افزایش می‌یابد. در این صورت، از آنجا که مشتری از بین گزینه‌های بیشتری حق انتخاب دارد، قیمت، معیار انتخابی مهمی به شمار می‌رود.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، مسئله هماهنگی قیمت‌گذاری در یک زنجیره تأمین غیرمتمرکز دو رده‌ای با محصول‌های فاسدشدنی و قابل جایگزینی بررسی شد. تمرکززدایی از یک زنجیره سبب می‌شود که اجزا به طور مستقل به منظور بیشینه‌سازی سود خود تصمیم‌گیری کنند. در حالت غیرمتمرکز ممکن است اجزای زنجیره دارای قدرت تصمیم‌گیری یکسانی نباشند. پس جزء قدرتمندتر توان کنترل تصمیم‌های سایر اجزا را دارد. جزء قدرتمندتر، «رهبر» و سایر اجزا «پیروان» آن خواهند بود. در زنجیره بررسی شده، تولیدکننده نقش رهبر را ایفا می‌کند و خرده‌فروشان، پیرو وی به شمار می‌روند. چنین موقعیتی به کمک مدل‌های برنامه‌ریزی دوسطحی به خوبی نمایش داده می‌شود.

مدل برنامه‌ریزی دوسطحی مسئله، با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی، حل و عملکرد آن ارزیابی شد. نتایج مقایسه، برتری نسبی الگوریتم به کاررفته را نشان می‌دهد. برای تحلیل حساسیت مسئله به پارامترهای مربوط به تقاضا، یک مسئله کوچک با ۱۰ محصول و ۵ خرده‌فروش بررسی شد. براساس نتایج، با بزرگ‌شدن مقیاس بازار، حتی افزایش قیمت نیز به کاهش تقاضا و در نتیجه فروش منجر نمی‌شود. در این حالت، سود تولیدکننده و خرده‌فروشان افزایش می‌یابد. افزایش حساسیت به تقاضا با کاهش قیمت‌ها و افزایش فروش، سود اجزا را افزایش می‌دهد.

این پژوهش دارای محدودیت‌هایی بود که در مطالعه-

$$-\min -F(X) = \frac{1}{2}XQX^T + dX^T \quad (20)$$

s.t.

$$AX \leq b \quad (21)$$

که $x, d \in \mathbb{R}^n$ ، A یک ماتریس $m \times n$ ، $b \in \mathbb{R}^m$ و Q یک ماتریس متقارن $n \times n$ منفی نیمه‌معین است. این مسئله NP-Hard است [۴۱].

درجه پیچیدگی زیرمسئله، کمتر از مسئله اصلی نیست. به عبارتی اگر زیرمسئله NP-Hard باشد، مسئله اصلی حتماً NP-Hard خواهد بود؛ بنابراین، از آنجاکه مسئله خرده‌فروش، زیرمسئله‌ای از مسئله اصلی پژوهش (NP-Hard) است، زیرمسئله نیز NP-Hard به‌شمار می‌رود.

$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & h & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & b & 0 & \mu - b \\ 0 & -1 & b & -1 & \mu - b \\ 0 & (w + O) & 0 & h & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ BD - f \\ 0 \end{bmatrix}$$

با توجه به اینکه Q ، PSD نیست و براساس قضیه ۱، مسئله خرده‌فروش NP-Hard است.

قضیه ۱. مسئله کودراتیک مقعر کلی زیر را در نظر

بگیرید:

مراجع

- Huang, Y., Huang, G.Q. and Newman, S.T. (2011). "Coordinating pricing and inventory decisions in a multi-level supply chain: a game-theoretic approach". *Transportation Research part E*, Vol. 47, PP. 115–129.
- Xie, J. and Wei, J. (2009). "Coordinating advertising and pricing in a manufacturer-retailer channel". *European Journal of Operational Research*, Vol. 197, PP. 785–791.
- Shy, O. (2008). *How to price: a guide to pricing techniques and yield management*. Cambridge University Press, New York.
- Jia, J., and Hu, Q. (2011). Dynamic ordering and pricing for a perishable goods supply chain. *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 60, PP. 302–309.
- EI-Ansary, A.L. and Stern, L.W. (1972). "Power measurement in the distribution channel". *Journal of Marketing Research*, Vol. 9, No. 1, PP. 47–52.
- Gallego, G., and van Ryzin, G. (1994). "Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand over finite horizons". *Management Science*, Vol. 40, No. 2, PP. 999–1020.
- Chew, E.P., Lee, C. and Liu, R. (2009). "Joint inventory allocation and pricing decisions for perishable products". *International Journal of Production Economics*, Vol. 120, PP. 139–150.
- Chew, E.P., Lee, C., Liu, R., Hong, K.S. and Zhang, A. (2014). "Optimal dynamic pricing and ordering decisions for perishable products". *International Journal of Production Economics*, Article in Press
- Chan, L.M.A., Shen, Z.J.M., Simchi-Levi, D. and Swann, J. (2004). "Coordination of pricing and inventory decisions: a survey and classification". In: Simchi-Levi, D., Wu, S.D. and Shen, Z.J.M. (eds.) *Handbook of Quantitative Supply Chain Analysis: Modeling in the E-Business Era*, Kluwer Academic Publishers, PP. 335-392.
- Chen, X. and Simchi-Levi, D. (2012). "Pricing and inventory management". In: Özer, Ö. and Philips, R. (eds.) *The Oxford Handbook of Pricing Management*, 1st edn. Oxford University press, PP. 784-824.
- Hsieh, C.C. and Wu, C.H. (2008). "Capacity allocation, ordering, and pricing decisions in a supply chain with demand and supply uncertainties". *European Journal of Operational Research*, Vol. 184, PP. 667–684.
- Wu, C.H., Chen, C.W. and Hsieh, C.C. (2012). "Competitive pricing decisions in a two-echelon supply chain

- with horizontal and vertical competition". *International Journal of Production Economics*, Vol. 135, PP. 265–274.
13. Zhao, J., Tang, W. and Wei, J. (2012). "Pricing decision for substitutable products with retail competition in a fuzzy environment". *International Journal of Production Economics*, Vol. 135, PP. 144–153.
 14. Gao, Y., Zhang, G., Lu, J. and We, H.M. (2011). "Particle swarm optimization for bi-level pricing problems in supply chains. *Journal of Global Optimization*, Vol. 51, PP. 245-254.
 15. Mokhlesian, M. and Zegordi, S.H. (2014). "Application of multidivisional bi-level programming to coordinate pricing and inventory decisions in a multi-product competitive supply chain". *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 71, PP. 1975-1989.
 16. Giraud-Héraud, E., Hammoudi, H. and Mokrane, M. (2003). "Multiproduct firm behaviour in a differentiated market". *Can. J. Econ.*, Vol. 36, No. 1, PP. 41–61.
 17. Xie, J. and Wei, J.C. (2009). "Coordinating advertising and pricing in a manufacturer–retailer channel". *European Journal of Operational Research*, Vol. 197, PP. 785–791.
 18. Esmaili M., Aryanezhad, M.B. and Zeephongeskul, P. (2009). "A game theory approach in seller–buyer supply chain". *European Journal of Operational Research*, Vol. 195, PP. 442-448.
 19. Transchel, S. and Minner, S. (2009). "The impact of dynamic pricing on the economic order decision". *European Journal of Operational Research*, Vol. 198, PP. 773–789.
 20. Ho, C.H., Ouyang, L.Y. and Su, C.H. (2008). "Optimal pricing, shipment and payment policy for an integrated supplier–buyer inventory model with two-part trade credit". *European Journal of Operational Research*, Vol. 187, PP. 496–510.
 21. Ha, A.Y., Li, L. and Ng, S.M. (2003). "Price and delivery logistics competition in a supply chain". *Management Science*, Vol. 49, No. 9, PP. 1139-1153.
 22. Guan, R. and Zhao, X. (2011). "Pricing and inventory management in a system with multiple competing retailers under (r,Q) policies". *Computers & Operations Research*, Vol. 38, No. 9, PP. 1294-1304.
 23. Shi, J., Zhang, G. and Sha, J. (2011). "Jointly pricing and ordering for a multi-product multi-constraint newsvendor problem with supplier quantity discounts". *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 35, PP. 3001–3011.
 24. Gurnani, H., Erkoc, M. and Luo, Y. (2007). "Impact of product pricing and timing of investment decisions on supply chain co-opetition". *European Journal of Operational Research*, Vol. 180, PP. 228–248.
 25. Chun, Y.H. (2003). "Optimal pricing and ordering policies for perishable commodities". *European Journal of Operational Research*, Vol. 144, PP. 68–82.
 26. Kuiper, W.E. and Meulenberg, M.T.G. (2004). "Price leadership within a marketing channel: A cointegration study". *Intern. J. of Research in Marketing*, Vol. 21, PP. 137–158.
 27. Xia, Y. (2011). "Competitive strategies and market segmentation for suppliers with substitutable products". *European Journal of Operational Research*, Vol. 210, No. 2, PP. 194-203.
 28. Edirisinghe, N.C.P., Bichescu, B. and Shi, X. (2011). "Equilibrium analysis of supply chain structures under power imbalance". *European Journal of Operational Research*, Vol. 214, No. 3, PP. 568-578.
 29. Serel, D.A. (2008). "Inventory and pricing decisions in a single-period problem involving risky supply". *International Journal of Production Economics*, Vol. 116, No. 1, PP. 115-128.
 30. Sajadieh, M. and Akbari Jokar, M. (2009). "Optimizing shipment, ordering and pricing policies in a two-stage supply chain with price-sensitive demand". *Transportation Research Part E*, Vol. 45, PP. 564–571.
 31. Ray, S., Gerchak, Y. and Jewkes, E.M. (2005). "Joint pricing and inventory policies for make-to-stock products with deterministic price-sensitive demand". *Int. J. Production Economics*, Vol. 97, PP. 143–158.
 32. Lakhal, S.Y. (2006). "An operational profit sharing and transfer pricing model for network-manufacturing
-

- companies". *European Journal of Operational Research*, Vol. 175, PP. 543–565.
33. Boyacı, T. and Gallego, G. (2002). "Coordinating pricing and inventory replenishment policies for one wholesaler and one or more geographically dispersed retailers". *Int. J. Production Economics*, Vol. 77, PP. 95–111.
34. Colson, B., Marcotte, P. and Savard, G. (2005). "Bilevel programming: A survey". *4OR*, Vol. 3, PP. 87–107.
35. Rajesh, J., Gupta, K., Kusumakar, H.S., Jayaraman, V.K. and Kulkarni, B.D. (2003). "A tabu search based approach for solving a class of bilevel programming problems in chemical engineering". *Journal of Heuristics*, Vol. 9, PP. 307–319.
36. Wang, G., Wang, X., Wan, Z. and Jia, S. (2007). "An adaptive genetic algorithm for solving bilevel linear programming problem". *Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)*, Vol. 28, No. 12, PP. 1605–1612.
37. Wang, G., Wan, Z., Wang, X. and Fang, D. (2007). "Genetic algorithm for solving quadratic bilevel programming problem". *Wuhan University Journal of Natural Sciences*, Vol. 12, No. 3, PP. 421-425.
38. Kuo, R.J. and Huang, C.C. (2009). "Application of particle swarm optimization algorithm for solving bi-level linear programming problem". *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 58, PP. 678-685.
39. Talbi, E.G. (2009). *Metaheuristics: from design to implementation*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
40. Koulamas, C., Antony, S.R. and Jaen, R. (1994). "A Survey of Simulated Annealing Applications to Operations Research Problems". *Omega*, Vol. 22, No. 1, PP. 41-56.
41. Sahni, S. (1974). "Computationally related problems". *SIAM Journal on Computing*, Vol. 3, PP. 262–279.

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1. Simulated Annealing (SA)
2. Particle Swarm Optimization (PSO)
3. Tabu Search (TS)
4. Genetic Algorithm (GA)
5. Descent algorithm
6. Design Of Experiment (DOE)
7. Relative Percentage Deviation (RPD)