تحقیقات اقتصادی / دورۀ ۵۰، شمارۀ ۳، پاییز ۱۳۹۴ / ص ۶۳۸-۶۱۷

برآورد ارزش در معرض خطر با درنظرگرفتن چولگی و کشیدگی متغیر با زمان

رسول سجاد[1]، مهسا گرجی[2*]

۱. استادیار مهندسی مالی، دانشگاه علم و فرهنگ، تهران،rsajja@essex.ac.uk

۲. کارشناس ارشد مهندسی مالی، دانشگاه رجا، قزوین، ایران، m.gorji@hotmail.com

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۲/۱۷، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۱۲/۱۹

چکیده

مطالعۀ حاضر به بررسی اثر درنظرگرفتن چولگی و کشیدگی متغیر با زمان بر برآورد ارزش در معرض خطر (VaR) برای موقعیت‌های خرید و فروش با استفاده از مدل HYAPARCH و شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران (TEPIX) می‌پردازد. نتایج نشان می‌دهد به‌کارگیری مدل‌ها با توزیع‌های شرطی با چولگی و درجۀ آزادی متغیر یا ثابت در مقایسه با توزیع نرمال توانسته است عدم تقارنِ داده‌ها را به گونه‌ای مناسب در نظر بگیرد. با وجود این، برآوردهای VaR این مدل‌ها محافظه‌کارانه و برای سرمایه‌گذارانِ ریسک‌گریز مناسب است.

طبقه‌بندی JEL: C13 , G32.

واژه‌های کلیدی: ارزش در معرض خطر، چولگی و کشیدگی متغیر با زمان، عدم تقارن، مدل HYAPARCH.

[*] نویسندۀ مسئول، تلفن: ۰۹۱۲۶۶۴۹۶۹۰

مقدمه

توسعهٔ بازارهای مالی و افزایش مقدار معاملات و افـزایش مقـدار بـالقوهٔ ریسـک اهمیـت اندازه‌گیری و مدیریت ریسک بازار را به وسیلهٔ معیار شناخته‌شـدهٔ انـدازه‌گیـری ریسـک VaR[1] آشکار ساخته است. تحلیلگران مالی و مؤسسات به صورت متـداول ایـن معیـار را برای اندازه‌گیری ریسک بازار به‌کار می‌برند. این معیار حداکثر کاهشِ ارزش (زیان) یـک سبد از دارایی‌های مالی را با احتمال مشخص ($1-\alpha$) و در یک افـق زمـانی[2] معـین (h) مشخص می‌کند. در اغلب مطالعات انجام‌شده در زمینهٔ بـرآورد VaR کـانون تمرکـز بـر گشــتاورهای اول و دوم (میـانگین و واریـانس) بـوده اسـت. ایـن در حـالی اسـت کـه پیشرفت‌های اخیر در زمینهٔ قیمت‌گذاری اختیار معامله، انتخاب پرتفـو و قیمـت‌گـذاری دارایی اهمیت درنظرگرفتن چولگی و کشیدگی را بیشتر نمایان ساخته اسـت (کـروس و لیتزنبرگر[3]، ۱۹۷۶؛ هاروی و سیدیکیو[4]، ۲۰۰۰؛ اسمیس[5]، ۲۰۰۳؛ فنـگ و لای[6]، ۱۹۹۷، هستون وناندی[7]، ۲۰۰۰؛ باتس[8]، ۱۹۹۶). از این رو، در تحقیق حاضر به مطالعهٔ اهمیـت متغیربودن چولگی و کشیدگی در برآورد VaR برای دنباله‌های چپ و راست (مربوط بـه موقعیت‌های فروش) با درنظرگرفتن حافظهٔ بلندمدت در نوسان‌پذیری و عدم تقارن برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران (TEPIX) پرداخته شـده اسـت. بنـابراین، مطالعـهٔ حاضر از سه جنبهٔ مهمِ نوآورانه برخوردار است: ۱. بررسی آثار چولگی و کشیدگی متغیر در برآورد VaR؛ ۲. درنظرگرفتن مدل تعمیم‌یافتهٔ HYAPARCH؛ ۳. برآورد VaR برای هر دو موقعیت خرید و فروش.

سازمان‌دهی بخش‌های مختلف مطالعه به شرح زیـر خواهـد بـود: نخسـت بـه مـرور اجمالی پژوهش‌های مرتبط با مدل‌هـای بـه‌کارگرفتـه‌شـده در تحقیـق حاضـر پرداختـه می‌شود. سپس، الگوی مورد استفاده برای درنظرگرفتن چولگی و درجهٔ آزادی متغیـر بـا

---

1. Value-at-Risk
2. time horizon
3. Kraus & Litzenberger
4. Harvey & Siddique
5. Smith
6. Fang & Lai
7. Heston & Nandi
8. Bates

زمان، مدل HYAPARCH و پیش‌بینی VaR خارج از نمونه معرفی می‌شود. سپس، توصیف آماری داده‌ها و ارزیابی عملکرد مدل‌ها بررسی می‌شود. در بخش پایانی نیز خلاصهٔ نتایجِ این تحقیق و پیشنهادها ارائه می‌شود.

مروری بر پیشینهٔ پژوهش

هانسن[1] (۱۹۹۴) نخستین فردی بود که یک مدل ARCH را برای درنظرگرفتن چولگی و کشیدگی متغیر با زمان گسترش داد. او چولگی و درجهٔ آزادی شرطی توزیع t استیودنت چولهٔ تعمیم‌یافته را با اعمال یک ضابطهٔ حرکت درجهٔ دوم[2] (LOM) بر اطلاعات شرطی‌کننده مدل‌سازی کرد. پس از آن، هاروی و سیدیکیو (۱۹۹۹) و دیگران، با اعمال ضوابط حرکت جایگزین، این روند را گسترش دادند.

در دهه‌های اخیر شاهد ادبیات گسترده‌ای در زمینهٔ اثبات حافظهٔ بلندمدت[3] در نوسانات بازار سهام، نرخ ارز و کالا نیز بوده‌ایم (مثل مطالعات بایلی[4]، ۱۹۹۶؛ اندرسن و بلرسلو[5]، ۱۹۹۷؛ الدر و جین[6]، ۲۰۰۷). از زمانی که بایلی و همکاران (۱۹۹۶) به معرفی فرایند FIGARCH[7] پرداختند، تعدادی از مدل‌های نوسان‌پذیری حافظهٔ بلندمدت به منظور برطرف‌ساختن محدودیت‌های مدل FIGARCH پیشنهاد شده است. مدل FIAPARCH تی سی[8] (۱۹۹۸) فرایند FIGARCH را به منظور درنظرگرفتن عدم تقارن[9] و فراهم‌ساختن امکان مشخص‌سازی توان معادلهٔ ناهمسانی توسط داده‌ها گسترش داد. فرایند HYGARCH دیویدسن[10] (۲۰۰۴) محدودیت واریانس غیرشرطی بی‌نهایت را برطرف ساخت و فرایند HYAPARCH[11] دیونگ یو و گیوگان[12] (۲۰۰۷) این دو مدل را ترکیب

1. Hansen
2. Quadratic Law of Motion
3. long memory
4. Baillie
5. Andersen & Bollerslev
6. Elder & Jin
7. Fractionally Integrated GARCH
8. Tse
9. asymmetry
10. Davidson
11. Hyperbolic Asymmetric Power ARCH
12. Diongue & Guegan

کرد و همهٔ این محـدودیت‌هـا را برطـرف سـاخت. دارک[1] (۲۰۱۰) بـرای اولـین بـار ادبیـات نوسان‌پذیری حافظهٔ بلندمدت را با ادبیات گشتاورهای مراتب بالاتر متغیـر بـا زمـان ترکیـب کرد. دارک مدل HYAPARCH را برای درنظرگرفتن چولگی و کشیدگی متغیر بـا زمـان در توزیع شرطی بسط داد. این فرایند توسط مدل‌سازی چولگی شرطی و درجات آزادی توزیـع t استیودنت چولهٔ لمبرت و لورنت[2] (۲۰۰۱) به عنوان تابعی از اطلاعات شـرطی‌کننـده صـورت می‌گیرد. ضوابط حرکت (LOM) پیشنهادشده در این مطالعـه شـامل رویکردهـای اصـلی در ادبیات، از جمله GARCH (مانند هـاروی و سـیدیکیو، ۱۹۹۹)، درجـهٔ دوم (ماننـد هانسـن، ۱۹۹۴) و تصریحات خودرگرسیون (جاندیو و راکینجر[3]، ۲۰۰۳) اسـت. در ایـن پـژوهش، بـه جای تحمیل محدودیت‌ها بر پویایی، مدل HYAPARCH ارائـه‌شـده بـا چـولگی و درجـات آزادی متغیر مدل‌سازی را تسهیل می‌کند. این پژوهش با بررسـی پـیش‌بینـی‌هـای خـارج از نمونه[4] VaR با استفاده از مدل‌هایی با چولگی و درجات آزادی متغیر با زمان نشان می‌دهد بـا آنکه چولگی و کشیدگی در توزیع شرطی به بهبود عملکرد مدل در دورهٔ داخل نمونـه منجـر شده است، تخمین‌های خارج از نمونهٔ VaR به طـور کلـی کـاربردِ مـدل‌هـایی بـا چـولگی و کشیدگی (ثابت یا متغیر با زمان) را در توزیع شرطی تأیید نمی‌کند و به هنگام بـرآورد VaR، به طور کلی، چولگی و کشیدگی در توزیـع بـازده غیرشـرطی از طریـق مـدل‌هـای واریـانس شرطی نامتقارن با توزیع نرمال بهتر در نظر گرفته می‌شود.

از سوی دیگر، تحقیقات انجـام‌شـده در زمینـهٔ بررسـی اهمیـت درنظرگـرفتن چـولگی و کشیدگی متغیر با زمان مختلط است؛ به گونـه‌ای کـه برخـی بیـان مـی کننـد درنظرگـرفتن کشیدگی متغیر با استفاده از توزیع t استیودنت و بر مبنای ضـابطهٔ حرکـت ED[5] (گورمـت و هریس[6]، ۲۰۰۲) و چولگی و کشیدگی متغیر با استفاده از توزیع NIG[7] و بـر مبنـای ضـابطهٔ حرکت GARCH (ویلهلمسن[8]، ۲۰۰۹) ممکن است به بهبود تخمین های VaR منجر شـود.

---

1. Dark
2. Lambert & Laurent
3. Jondeau & Rockinger
4. out of sample
5. Exponential decay
6. Guermat & Harris
7. Normal Inverse Gaussian
8. Wilhelmsson

با وجود این، پاره‌ای دیگر از تحقیقات از جمله مطالعهٔ پریمرتنی و برا[1] (۲۰۰۱) یا راکینجـر و جاندیو (۲۰۰۱) نشان‌دهندهٔ آن است که چولگی و کشیدگی متغیر نیسـت یـا درنظرگـرفتن آن بهبود ناچیزی ایجاد خواهد کرد. جاندیو و راکینجر (۲۰۰۳) به کشیدگی و چولگی متغیـر در داده‌های روزانهٔ پنج شاخص سهام در کشورهای مختلـف پـی بـرده‌انـد، امـا در داده‌هـای هفتگی این مسئله را تأیید نکرده‌اند. سـایر محققـان (بانـد و پتـل[2]، ۲۰۰۳؛ هانسـن، ۱۹۹۴؛ هاروی و سیدکو، ۱۹۹۹ و ۲۰۰۰) نشانه‌هایی از گشتاورهای مراتب بالاتر متغیـر بـا زمـان در داده‌های هفتگی و ماهانه یافته‌اند؛ در صورتی که راکینجـر و جانـدیو (۲۰۰۱) ایـن مسـئله را تأیید نکرده‌اند.

بر اساس بررسی‌های انجام‌شده در تحقیقات داخلی، تا کنـون بـه مطالعـهٔ اثـر چـولگی و کشیدگی متغیر در برآورد VaR با استفاده از مدل‌های حافظهٔ بلندمدت پرداخته نشده اسـت. در زمینهٔ به‌کارگیری مدل‌های حافظهٔ بلندمدت، کشـاورز و صـمدی (۱۳۸۸)، در مطالعـه‌ای، به برآورد تلاطم بازدهی در بازار سهام تهـران و مقایسـهٔ دقـت روش‌هـا در تخمـین VaR بـا استفاده از مدل‌های خانوادهٔ FIGARCH پرداختند. نتایج نشان‌دهندهٔ آن است که در سـطح معناداری ۲/۵ درصد مـدل FIGARCH بهتـرین عملکـرد را در میـان مـدل‌هـای GARCH داراست. در تحقیق دیگری، اسلامی بیدگلی و همکاران (۱۳۹۲) عملکرد روش پارامتریـک در پیش‌بینی مقادیر VaR را با استفاده از برخـی مـدل‌هـای خـانوادهٔ حافظـهٔ بلندمـدت ماننـد FIGARCH، HYGARCH و FIEGARCH بر سه توزیـع آمـاری نرمـال، t اسـتیودنت و t استیودنت چوله در قیمت سبد نفتی اوپک بررسی کردند. نتایج نشـان مـی‌دهـد پـیش‌بینـی مقادیر VaR یک‌روزه و ده‌روزه با استفاده از توزیع چوله از دقت و عملکرد بیشتری برخـوردار است و مدل FIEGARCH در پیش‌بینی VaR بهتر از سایر مدل‌ها عمل می‌کند.

مدل‌های مورد استفاده در تحقیق و برخی از مفاهیم

حافظهٔ بلندمدت

حافظهٔ بلندمدت ساختار همبستگی مقادیر یک سری زمانی را در فواصل زمانی طولانی‌مـدت

1. Premaratne & Bera
2. Bond & Patel

توضیح می‌دهد. حافظهٔ بلندمدت در یک سری زمانی بدین مفهوم است که میان داده‌های آن با فاصلهٔ زمانی طولانی همبستگی وجود دارد. به عبارت دیگر، حافظهٔ بلندمدت در بازده دارایی‌ها نشان‌دهندهٔ خودهمبستگی میان مشاهدات با فاصلهٔ زمانی طولانی است. این پدیده موجب وابستگی غیرخطی در گشتاور اول توزیع بازده می‌شود و در دینامیک سری زمانی پارامتری ایجاد می‌کند که قابل پیش‌بینی است. این پارامتر با عنوان پارامتر حافظهٔ بلندمدت شناخته می‌شود. گفتنی است وجود این اثر حاکی از رد فرضیهٔ کارایی ضعیف بازار است.

چولگی و درجهٔ آزادی متغیر با زمان

با وجود موفقیت مدل‌های نوسان‌پذیری نامتقارن با خطاهای نرمال شرطی، خطاهای باقی‌ماندهٔ استانداردشده معمولاً از چولگی و کشیدگی اضافی[1] برخوردارند. به منظور انطباق با این ویژگی، تعداد زیادی از توزیع‌های شرطی مانند توزیع t استیودنت (بلرسلو[2]، ۱۹۸۷)، نمایی تعمیم‌یافته (نلسون[3]، ۱۹۹۱)، t استیودنت چوله (پیترز[4]، ۲۰۰۱) و پایدار نامتقارن (لیو و برورسن[5]، ۱۹۹۵) به کار گرفته شده است.

با پیروی از الگوی هانسن (۱۹۹۴) $\varepsilon_t = z_t\sigma_t$، که در آن ε_t نشان‌دهندهٔ خطاها، σ_t واریانس و z_t خطاهای باقی‌ماندهٔ استانداردشده است و $z_t \sim SST(0,1,\xi_t,\upsilon_t)$ نشان‌دهندهٔ توزیع t استیودنت چوله، ξ_t چولگی متغیر با زمان و υ_t درجهٔ آزادی متغیر با زمان است. هانسن ضابطهٔ حرکت درجهٔ دوم را به صورت معادله‌های ۱ و ۲ پیشنهاد می‌دهد:

$$\xi_t^* = \rho_1 + \rho_2(\varepsilon_{t-1}^2) + \rho_3(\varepsilon_{t-1}) \quad (1)$$

$$\upsilon_t^* = \lambda_1 + \lambda_2(\varepsilon_{t-1}^2) + \lambda_3(\varepsilon_{t-1}) \quad (2)$$

که در آن تبدیل نمایی، تخمین‌های چولگی (ξ_t) و درجهٔ آزادی (υ_t) را در حدود بالا و پایین تعریف‌شدهٔ مناسب محدود می‌کند. همچنین، تحقیقات اخیر ضابطهٔ حرکت GARCH را پذیرفته است. در این راستا، هاروی و سیدیکیو (۱۹۹۹) چولگی متغیر با زمان را از طریق معادلهٔ ۳ مدل‌سازی کرده‌اند.

1. excess kurtosis and skewness
2. Bollerslev
3. Nelson
4. Peters
5. Liu & Brorsen

$$\xi_t = \rho_1 + \rho_4\left(\varepsilon_{t-1}^{2}\right) + \rho_5\left(\xi_{t-1}\right) \quad (3)$$

بنابراین، بر اساس مطالعهٔ دارک (۲۰۱۰) در تحقیق حاضر ترکیبی از ضابطهٔ حرکت درجهٔ دوم و ضابطهٔ GARCH به منظور مدل‌سازی گشتاورهای مراتب بالاتر در نظر گرفته شده است.

مدل HYAPARCH با چولگی و کشیدگی متغیر با زمان

فرایند HYAPARCH حافظهٔ بلندمدت را نشان می‌دهد و مدل HYGARCH دیویدسن (۲۰۰۴) را به منظور درنظرگرفتن عدم تقارن توسط رویکرد ARCH توان نامتقارن دینگ[1] و همکاران (۱۹۹۳) بهبود می‌بخشد. بنابراین، مدل HYAPARCH حافظهٔ بلندمدت و عدم تقارن در نوسان‌پذیری را نشان می‌دهد و همچنین واریانس‌های بی‌نهایت را به مدل تحمیل نمی‌کند و اجازه می‌دهد داده‌ها توان معادلهٔ ناهمسانی را مشخص کنند. مدل HYAPARCH(p,d,q) را می‌توان به صورت معادلهٔ ۴ تعریف کرد:

$$\sigma_t^{\delta} = \frac{\omega}{\beta(1)} + \left(1 - \frac{\phi(L)\left[1+\varsigma\left(\left(1-L\right)^{d}-1\right)\right]}{\beta(L)}\right)\left(\left|\varepsilon_t\right| - \gamma\varepsilon_t\right)^{\delta} \quad (4)$$

که در آن $\varepsilon_t = z_t\sigma_t$، z_t دارای توزیع یکنواخت مستقل (i.i.d)، $E(z_t)=0$، $Var(z_t)=1$، σ_t تابعی مثبت، قابل اندازه‌گیری و متغیر با زمان از مجموعه اطلاعات در زمان t-1 است و $\omega>0$، $0<d<1$، $-1<\gamma<1$، $\varsigma>0$، $\delta>0$، $\beta(L)=1-\beta_1L-\beta_2L^2-\dots-\beta_pL^p$ و $\phi(L)=1-\phi_1L-\phi_2L^2-\dots-\phi_qL^q$؛ به طوری که همهٔ ریشه‌های $\beta(L)$ و $\phi(L)$ برای قرارگرفتن در خارج از دایرهٔ واحد محدود می‌شوند. هنگامی که $\gamma>0$، شک‌های منفی به نوسان‌پذیری بیشتر نسبت به شک‌های مثبت منجر می‌شود. و اگر $\gamma<0$، برعکس. فرایند HYAPARCH (1,d,1) با چولگی و درجهٔ آزادی متغیر با زمان و معادلهٔ میانگین از نوع AR(1) به صورت معادله‌های ۵ و ۶ تعریف می‌شود:

$$r_t = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5)$$

---

1. Ding

$$\sigma_t^{\delta}=\frac{\omega}{1-\beta}+\left(1-\frac{(1-\phi L)\left[1+\varsigma\left((1-L)^{d}-1\right)\right]}{1-\beta L}\right)\left(|\varepsilon_t|-\gamma\varepsilon_t\right)^{\delta} \tag{۶}$$

$$z_t \sim SST(0,1,\xi_t,\upsilon_t)$$

$$\xi_t^{*}=f_{\xi^{*},t-1}(.) \tag{۷}$$

$$\upsilon_t^{*}=f_{\upsilon^{*},t-1}(.) \tag{۸}$$

که $f_{t-1}(.)$ نشان‌دهندهٔ تابعی از مجموعه اطلاعات تا زمان t-1 است.

جدول ۱. محدودیت‌های لازم برای تبدیل مدل HYAPARCH به سایر مدل‌ها

مدل‌ها	محدودیت‌ها
HYAPARCH	$\delta=2,\ \gamma=0$
FIAPARCH	$\varsigma=1$
FIGARCH	$\delta=2,\ \gamma=0,\ \varsigma=1$
APARCH	$d=1,\ \varsigma<1\ ,\ \varsigma=0\ ,\ d=0$
GARCH	$d=1,\ \varsigma<1,\ \delta=2,\ \gamma=0$ $\varsigma=0\,(d=0),\ \delta=2,\ \gamma=0$
IGARCH	$d=1,\ \varsigma=1,\ \delta=2,\ \gamma=0$

در حقیقت، مدل HYAPARCH مـدل‌هـای HYGARCH، FIAPARCH، FIGARCH، GARCH (بلرسـلو، ۱۹۸۶)، IGARCH (انگـل و بلرسـلو[1]، ۱۹۸۶) و APARCH (دینـگ و همکاران، ۱۹۹۳) را در خود جای داده است. بنابراین، ایـن مـدل متـدولوژی مـدل‌سـازی را بـا تعمیم‌دادن تسهیل می‌کند. جدول ۱ محدودیت‌های لازم برای تبـدیل مـدل مـذکور بـه سـایر مدل‌ها را نشان می‌دهد.

معادلهٔ واریانس ناهمسانی با اسـتفاده از فراینـد QMLE در تحقیـق بـایلی و همکـاران (۱۹۹۶) با وقفهٔ برشی ۱۰۰۰ مشاهده تخمین زده می‌شود و توزیع t استیودنت چوله، کـه

1. Engle & Bollerslev

لامبرت و لورنت (۲۰۰۱) آن را معرفی کرده‌اند، به منظور درنظرگرفتن چولگی و کشیدگی به کار گرفته شده است. در این صورت، تابع درست‌نمایی به صورت $L_t = \sum_{t=1}^{T} l_t$ است و

$$l_t = \ln\left(\frac{2}{\xi_t + \xi_t^{-1}}\right) + \ln\Gamma\left(\frac{\upsilon_t + 1}{2}\right) - 0/5\ln\left[\pi(\upsilon_t - 2)\right] - \ln\Gamma\left(\frac{\upsilon_t}{2}\right) + \ln\left(\frac{s_t}{\sigma_t}\right)$$
$$-0/5(1+\upsilon_t)\ln\left[1 + \frac{(s_t z_{t+} m_t)^2 \ \xi_t^{-2I_t}}{\upsilon_t - 2}\right] \qquad \upsilon_t > 2 \ , \ \xi_t > 0 \qquad (9)$$

$$I_t = \begin{cases} 1 \quad \text{if} \quad z_t \geq -\dfrac{m_t}{s_t} \\ -1 \quad \text{if} \quad z_t < -\dfrac{m_t}{s_t} \end{cases} \qquad (10)$$

که در آن T تعداد مشاهدات است، Γ تابع گاما است و m_t و s_t به‌ترتیب میـانگین و انحـراف معیار توزیع در زمان t هستند و به صورت معادله‌های ۱۱ و ۱۲ نمایش داده می‌شوند:

$$m_t(\xi_t, \upsilon_t) = \frac{\Gamma\left(\frac{\upsilon_t - 1}{2}\right)\sqrt{\upsilon_t - 2}}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{\upsilon_t}{2}\right)}\left(\xi_t - \frac{1}{\xi_t}\right) \qquad (11)$$

$$s_t^2(\xi_t, \upsilon_t) = \left(\xi_t^2 + \frac{1}{\xi_t^2} - 1\right) - m_t^2 \qquad (12)$$

ξ_t^2نسبت حجم احتمال بالا و پایین مـد اسـت، بنـابراین، ξ_t^2 مـی‌توانـد مقیاسـی از چولگی در زمان t در نظر گرفته شود. $\ln \xi_t$ نشان‌دهندهٔ اندازهٔ چولگی تخمـین‌زده‌شـده است؛ به طوری که اگر $\ln \xi_t > 0$ (<0)، چولگی توزیع به راست (چپ) است. هنگامی که $\xi_t = 1$ توزیع مورد نظر معادل توزیع t استیودنت است و هنگامی که $\upsilon_t \to \infty$ توزیـع t استیودنت به توزیع نرمال نزدیک می‌شـود و بـا مقـادیری بیشـتر از ۳۰ تـوزیعی تقریبـاً نرمال ایجاد خواهد شد (دارک، ۲۰۱۰). بایلی و همکاران (۱۹۹۶) نشـان دادنـد تخمـین QML[1] مدل FIGARCH با فرض نرمالیتی شرطی برآوردهای نرمال مجانبی و پایدار را، حتی با وجود نقض فرض نرمالیتی، ایجاد خواهند کرد.

1. Quasi Maximum Likelihood

پیش‌بینی VaR خارج از نمونه

پیش‌بینی‌های VaR شرطی برای یک روز بعد بر اساس اطلاعات در زمان t به صورت $VaR_{t+1/t} = F_\alpha \sigma_{t+1/t}$ محاسبه شده است که در آن F_α صدک[1] متناظر است (به منظور محاسبهٔ VaR برای موقعیت فروش نیز همین تعریف برای دنبالهٔ راست تابع توزیع استفاده شده است، یعنی $1-\alpha$ جایگزین α شده است). برای توزیع t استیودنت چوله، لامبرت و لورنت (۲۰۰۱) نشان دادند که F_α برابر است با:

$$F_\alpha = \begin{cases} \dfrac{\xi^{-1} G\left(\dfrac{\alpha}{2}\left(1+\xi^2\right)\right) - m}{s} & \text{if} \quad \alpha < \dfrac{1}{1+\xi^2} \\ \dfrac{-\xi G\left(\dfrac{1-\alpha}{2}\left(1+\xi^{-2}\right)\right) - m}{s} & \text{if} \quad \alpha \geq \dfrac{1}{1+\xi^2} \end{cases} \qquad (13)$$

که در آن G تابع صدک توزیع t استیودنت است و m و s میانگین و انحراف معیار توزیع است (معادله‌های ۱۱ و ۱۲). در مدل‌هایی با چولگی و درجهٔ آزادی متغیر m، s، ξ و υ با پیش‌بینی‌های یک روز بعدشان جایگزین می‌شود. در تحقیق حاضر، برآوردهای VaR ۹۹ و ۹۵ درصد برای موقعیت‌های خرید و فروش (صدک‌های ۱، ۵، ۹۵ و ۹۹ درصد) پیش‌بینی شده است. همچنین، با استفاده از آزمون‌های کوپیک[2] (پوشش غیرشرطی) (۱۹۹۵) و کریستوفرسن[3] (پوشش شرطی) (۱۹۹۸) انطباق فراوانی مشاهده‌شدهٔ شکست‌ها در مدل تخمین‌زده‌شده با احتمال شکست مفروض و استقلال شکست‌ها بررسی شده است. بنابراین، فرض مقابل و فرض صفر در آزمون کوپیک (۱۹۹۵) به صورت $H_0: E/N = \alpha,\ H_1: E/N \neq \alpha$ است؛ که در آن E تعداد روزهایی است که زیان‌ها بیشتر از برآورد VaR هستند و N تعداد روزها در دورهٔ پیش‌بینی است. آمارهٔ این آزمون به صورت معادلهٔ ۱۴ است:

$$LR = -2\ln\left[\left(1-\alpha\right)^{N-E}\alpha^E\right] + 2\ln\left\{\left[1-\left(E/N\right)\right]^{N-E}\left(E/N\right)^E\right\} \qquad (14)$$

که دارای توزیع $\chi^2_{(1)}$ است (آزمون کریستوفرسن (۱۹۹۸) نیز مشابه است، با این تفاوت که استقلال شکست‌ها را نیز می‌سنجد).

---

1. Quantile
2. Kupiec
3. Christoffersen

در تحقیق حاضر برای مقایسهٔ عملکرد مدل‌ها، علاوه بر الگوی شناخته‌شدهٔ کریستوفرسن (۱۹۹۸)، از تابع زیان و معیار هزینهٔ فرصت نیز استفاده می‌شود. تابع زیان به منظور بررسی بزرگی شکست‌ها از VaR برآوردشده به کار گرفته شده است و به صورت معادلهٔ ۱۵ تعریف می‌شود:

$$C_t = \begin{cases} (r_t - VaR_t)^{۲} & if \quad r_t \leq VaR_t \\ ۰ & if \quad r_t > VaR_t \end{cases} \qquad (۱۵)$$

برای مقایسهٔ هزینهٔ فرصت مدل‌ها نیز با استفاده از تابع زیر به مدل‌ها امتیاز داده شده است (برای موقعیت فروش علامت‌های نامساوی در معادله‌های ۱۵ و ۱۶ به صورت معکوس در نظر گرفته می‌شود):

$$\mathrm{E}_t = \begin{cases} |\mathrm{r}_t - \mathrm{VaR}_t| & if \quad \mathrm{r}_t > \mathrm{VaR}_t \,|(\mathrm{r}_t \leq ۰) \\ ۰ & if \quad \mathrm{r}_t \leq \mathrm{VaR}_t \end{cases} \qquad (۱۶)$$

که در آن r_t نشان‌دهندهٔ بازده و VaR_t پیش‌بینی VaR متناظر است. پس از محاسبهٔ C_t و E_t برای دورهٔ خارج از نمونه میانگین این مقادیر با یکدیگر جمع شده است و بدیهی است که هر چه مجموع این دو معیار ($\bar{\mathrm{S}}$) کوچک‌تر باشد، مدل مورد نظر از هزینهٔ فرصت کمتری برخوردار خواهد بود و اندازهٔ شکست‌ها در آن کوچک‌تر است.

برآورد تجربی و ارزیابی عملکرد مدل‌ها در تخمین VaR

توصیف آماری داده‌ها

داده‌های تحقیق شامل ۵۰۲۹ دادهٔ روزانه از تاریخ ۱۳۷۱/۱۰/۲۰ تا ۱۳۹۲/۱۲/۲۸ مربوط به شاخص TEPIX است. بازدهی روزانه به صورت بازده مرکب پیوسته محاسبه شده است. ۲۵۲۹ مشاهدهٔ اول (تا تاریخ ۱۳۸۲/۸/۱۱) به منظور تخمین و ۲۵۰۰ مشاهدهٔ باقی‌مانده برای پیش‌بینی خارج از نمونه استفاده شده است. جدول ۲ ویژگی‌های آماری سری زمانی شاخص مورد نظر را نمایش می‌دهد. همان طور که ملاحظه می‌شود، میانگین بازده کوچک و چولگی معنادار و مثبت است. این موضوع می‌تواند نشان‌دهندهٔ اثر اهرم مالی[1] در داده‌ها باشد. معیار کشیدگی نیز نشان‌دهندهٔ کشیدگی بیشتر نسبت به توزیع نرمال است و پهن

1. leverage effect

دنباله‌بودن[1] تابع توزیع احتمال تجربی شاخص مورد نظر را نشان می‌دهد. ایـن ویژگـی لـزوم استفاده از توزیع پهن دنبالـه یـا چولـهٔ پهـن دنبالـه،ماننـد توزیـع t اسـتیودنت یـا توزیـع t استیودنت چوله، را برای توصیف توزیع شرطی بازده‌ها پیشنهاد می‌دهد.

آمارهٔ آزمون جارک برا[2] برابر ۲۳۶۴۴ است. بنابراین، فرض صفر مبنی بر نرمال‌بـودن توزیع بازده رد می‌شود. مقدار آمارهٔ بـاکس- یونـگ[3] بـرای بـازده و مربـع بـازده بـا ده و دوازده وقفه از کوآنتایل بحرانـی چـی دو در سـطح معنـاداری ۵ درصـد بیشـتر اسـت و فرضیهٔ صفر مبنی بر نوفهٔ سفید[4] بودن بازدهی و مربع آن رد می‌شود.

جدول۲. ویژگی‌های سری زمانی بازده TEPIX در بازهٔ زمانی ۱۳۷۱/۱۰/۱۲ تا ۱۳۹۲/۱۲/۲۸

ویژگی‌ها	شاخص	نتایج آزمون‌ها	شاخص	
تعداد مشاهدات	۵۰۲۹	آمارهٔ جارک- برا	۲۳۶۴۴	
میانگین	۰/۱۰۳۱	آمارهٔ ADF	-۴۷	
ماکزیمم	۵/۲۶۰۸	آمارهٔ PP	-۴۷	
مینیمم	-۵/۴۵۰۳	آمارهٔ آزمون: ARCH(۱۰)	۳۰۴/۶۴	
انحراف معیار	۰/۵۶۵۶		بازده	مربع بازده
چولگی	۰/۴۳۷۰	آماره Q-stat(۱۰)- آزمون B-L	۱۷۷۳	۵۹۳/۱۳
کشیدگی	۱۳/۵۹	آماره Q-stat(۱۲)- آزمون B-L	۱۹۳۹	۶۸۳/۸۹

ADF نشان‌دهندهٔ آمارهٔ دیکی- فولر، PP فیلیپس پرون، Q-stat(q) نشان‌دهندهٔ آمارهٔ باکس- یونگ تعدیل‌شده (B-L) است.

جدول۳. نتایج بررسی آزمون‌های حافظهٔ بلندمدت

نتایج آزمون‌ها	بازده		مربع بازده	
آمارهٔ آزمون (R/S) Lo(۱۰)	۲/۵۹۶		۳/۲۹	
آزمون GPH	d	p-value	d	p-value
	۰/۲۶	۰	۰/۱۷	۰

(R/S) Lo آمارهٔ R/S لو و d پارامتر حافظهٔ بلندمدت است.

1. fat-tailed
2. Jerque-Bra Test
3. Box-Ljung
4. white noise

مقدار آمارهٔ آزمون انگل (۱۹۸۲) با ده وقفه ۳۰۴/۶۴ از مقدار بحرانی تابع نمونه‌ای کای دو در سطح معناداری ۵ درصد بیشتر است و فرضیهٔ صفر نبود ناهمسانی شرطی رد می‌شود. با توجه به آمارهٔ دیکی- فولر (ADF) فرضیهٔ صفر مبنی بر وجود ریشهٔ واحد رد می‌شود و مانایی برقرار است. آمارهٔ آزمون PP یا آزمون فیلیپس پرون[1] (۱۹۸۸) برابر ۴۷- است. در نتیجه، فرض صفر مبنی بر وجود ریشهٔ واحد بار دیگر رد می‌شود.

آزمون‌های حافظهٔ بلندمدت

به منظور بررسی وجود حافظهٔ بلندمدت از آزمون‌های متداول GPH، که گوک، پورتر و هوداک[2] (۱۹۸۳) آن را ارائه کرده‌اند، و R/S لو[3] (۱۹۹۱) استفاده شده است. جدول ۳ نتایج این دو آزمون را برای داده‌های مورد بررسی نمایش می‌دهد. در این آزمون‌ها فرضیهٔ صفر نبود حافظهٔ بلندمدت و فرضیهٔ مقابل وجود حافظهٔ بلندمدت در سری زمانی است. با توجه به آمارهٔ آزمون R/S و مقدار p-value آزمون GPH فرض صفر با اطمینان بالا رد و وجود حافظهٔ بلندمدت در بازده و نوسان بازده توسط هر دو آزمون تأیید می‌شود. همچنین، مقدار مثبت و کوچک‌تر از ۰/۵ برای پارامتر حافظهٔ بلندمدت (d) حاکی از مانایی سری زمانی مورد بررسی است.

برازش داخل نمونه‌ای مدل‌ها

مدل‌های HYAPARCH(1,1) و GARCH(1,1) با فرض توزیع نرمال (N)، t استیودنت چوله با چولگی و درجهٔ آزادی ثابت (CS,CD) و متغیر با زمان (TVSD) تخمین زده شده است.[4] جدول ۴ نشان‌دهندهٔ پارامترهای برآوردشدهٔ معادلهٔ نوسان و معادلات چولگی و کشیدگی و آمارهٔ t برای هر یک از پارامترها در مدل‌های مفروض است (به منظور خلاصه‌سازی از ارائهٔ کلیهٔ پارامترهای معادلات نوسان و میانگین اجتناب شده است. این مقادیر در صورت نیاز قابل ارائه خواهد بود). همچنین، این جدول مقادیر دو معیار آکائیک[5] (AIC) و شوارتز[6] (SIC) را به منظور شناسایی مناسب‌ترین مدل‌ها نمایش می‌دهد.

---

1. Philips-Perron
2. Geweke, Porter & Hudak
3. Lo

۴. کلیهٔ تخمین‌ها با استفاده از نرم‌افزار Ox انجام شده است.

5. Akaike
6. Schwarz

جدول ۴. نتایج برآورد مدل‌ها

مدل‌ها	HYAPARCH			GARCH		
توزیع	N	CS,CD	TVSD	N	CS,CD	TVSD
	پارامترها و آمارهٔ t					
d/α	۰/۵۸	۰/۷۴	۰/۱۷	۰/۲۳	۰/۲۷	۰/۲۹
	(۲/۵۰)	(۳/۱۷)	(۳/۳۲)	(۵/۸۲)	(۶/۶۹)	(۶/۹۳)
ς/β	۱/۲۱	۱/۲۲	۲/۲۴	۰/۷۷	۰/۷۳	۰/۷۱
	(۷/۵۲)	(۹/۷۵)	(۴/۰۸)	(۱۴/۸۵)	(۸/۴۰)	(۸/۵۷)
υ	–	۲/۲۵	–	–	۳/۲۳	–
		(۲۴/۲۶)			(۲۳/۱۲)	
ξ	–	۰/۹۰۷	–	–	۱/۰۲	–
		(۵۹/۷۶)			(۲۷/۳۱)	
ρ_1	–	–	-۰/۷۷	–	–	-۰/۶۵
			(-۴/۹۳)			(-۵/۱۴)
ρ_3	–	–	۰/۳۹	–	–	۰/۳۵
			(۵/۰۶)			(۴/۴۱)
ρ_5	–	–	۰/۰۰۱	–	–	۰/۰۰۱
			(۰/۰۰۴)			(۰/۰۰۶)
λ_1	–	–	-۴/۷۸	–	–	-۳/۱۲
			(-۱۱/۰۳)			(-۲۶/۶۸)
λ_2	–	–	۰/۶۷	–	–	۰/۰۵
			(۳/۹۸)			(۱/۴۸)
λ_3	–	–	-۱	–	–	-۰/۱۱
			(-۳/۳۳)			(-۱/۳۶)
AIC	۰/۶۹۱	۰/۲۹۳	**۰/۲۸۷**	۰/۷۲	۰/۳۶۲	۰/۳۵۴
SIC	۰/۷۱۲	**۰/۳۱۹**	۰/۳۲۱	۰/۷۳۲	۰/۳۷۸	۰/۳۸

علایم اختصاری برای هر یک از توزیع‌های شرطی عبارت‌اند از: N = نرمال، CS, CD = چولگی ثابت، درجهٔ آزادی ثابت (توزیع t استیودنت چوله) و TVSD = چولگی و درجهٔ آزادی متغیر با زمان (توزیع t استیودنت چوله). معادلهٔ چولگی و کشیدگی متغیر به‌ترتیب به صورت $\xi_t^* = \rho_1 + \rho_3(\varepsilon_{t-1}) + \rho_5(\xi_{t-1}^*)$ و $\upsilon_t^* = \lambda_1 + \lambda_2(\varepsilon_{t-1}^2) + \lambda_3(\varepsilon_{t-1})$ است. آمارهٔ t در داخل پرانتز نمایش داده شده است و نمادهای AIC و SIC به‌ترتیب نشان‌دهندهٔ معیارهای آکائیک و شوارتز هستند.

با توجه به جدول ۴، معناداری پارامترها در اغلب مدل‌ها به‌ویژه در معادلات نوسان با کلیهٔ فروض مربوط به توزیع بازدهی برای دو مدل GARCH و HYAPARCH مشاهده می‌شود. چولگی از طریق واریانس شرطی و توزیع شرطی در مدل‌ها در نظر گرفته شده است و نتایج برتری مدل‌های HYAPARCH-CS,CD و GARCH-CS,CD را بر حالت‌های معادل با توزیع نرمال تأیید می‌کند. به طور کلی، فرض تغییرپذیری چولگی و کشیدگی نسبت به حالت ثابت بهبود شایان ملاحظه‌ای در برازش مدل‌ها ایجاد نکرده است. این نتیجه با مطالعهٔ راکینجر و جاندیو (۲۰۰۱)ـ که نشان می‌دهند درنظرگرفتن چولگی و کشیدگی متغیر بهبود ناچیزی در تخمین‌ها ایجاد خواهد کرد ـ مطابقت دارد.

معناداری پارامتر d در مدل‌های HYAPARCH با فرض توزیع‌های متفاوت مؤید وجود حافظهٔ بلندمدت در نوسان است. از سوی دیگر، با توجه به معیارهای AIC و SIC به‌ترتیب مدل‌های HYAPARCH-TVSD و HYAPARCH-CS,CD از بهترین عملکرد برخوردارند و به‌کارگیری مدل HYAPARCH با کلیهٔ فروض در مورد توزیع‌ها به بهبود برازش‌ها در مقایسه با مدل‌های GARCH معادل منجر شده است.

برآورد VaR خارج از نمونه

جدول ۵ مقادیر p-value آزمون کوپیک (۱۹۹۵) به همراه تعداد شکست‌های مشاهده‌شده و مجموع دو معیار تابع زیان و کارایی ($\bar{S}$) برای هر یک از مدل‌ها را نمایش می‌دهد (نتایج آزمون کریستوفرسن (۱۹۹۸) نیز مشابه است و در صورت نیاز قابل ارائه خواهد بود). با توجه به جدول ۵، تفاوت‌های فراوانی میان تعداد شکست‌های مشاهده‌شده برای موقعیت‌های خرید و فروش در مدل‌های متقارن (با توزیع نرمال) مشاهده می‌شود. مقادیر شکست‌ها برای موقعیت فروش در کلیهٔ سطوح برای این مدل‌ها از موقعیت خرید بیشتر است. این مسئله می‌تواند نشان‌دهندهٔ فقدان تقارن در بازدهی‌ها باشد. این در حالی است که مدل‌های HYAPARCH و GARCH با درنظرگرفتن توزیع t استیودنت چوله (به صورت ثابت و متغیر) به نزدیک‌شدن مقادیر شکست برای موقعیت‌های خرید و فروش نسبت به حالت نرمال منجر شده است. مثلاً، در یک مورد برای مدل GARCH-N (HYAPARCH-N) با توزیع نرمال در سطح احتمال ۵ و ۹۵ درصد تعداد شکست‌ها در سمت چپ ۱۲۰ (۸۵) و در سمت راست ۲۱۳ (۱۵۷) مورد

است که اختلاف زیادی است. با وجود این، به‌کارگیری مدل GARCH و HYAPARCH با درنظرگرفتن توزیع t استیودنت چوله (به صورت ثابت و متغیر) این تفاوت را به گونه‌ای محسوس کاهش داده است. بنابراین، این مدل‌ها توانسته‌اند عدم تقارن در داده‌های مورد بررسی را به گونه‌ای مناسب در نظر بگیرند.

جدول ۵. نتایج اجرای آزمون‌های ارزیابی عملکرد برای شاخص TEPIX

VaR models	N_f	$\bar{S}$	*p*-values P_{un}	N_f	$\bar{S}$	*p*-values P_{un}
	VaR 5%			VaR 95%		
HYAPARCH						
N	۸۵	۰٫۲۸۳۹	۰٫۰۰۰۱	۱۵۷	۰٫۳۳۶۱	۰٫۰۰۴۶
CS,CD	۱۳	۱٫۱۵۵۶	<۰٫۰۰۰۱	۱۰	۱٫۱۳۷۰	<۰٫۰۰۰۱
TVSD	۱۷	۰٫۹۸۱۸	<۰٫۰۰۰۱	۶	۱٫۳۱۳۱	<۰٫۰۰۰۱
GARCH						
N	۱۲۰	۰٫۲۵۰۸	۰٫۶۴۴۲	۲۱۳	۰٫۳۰۰۰	۰٫۰۰۰۰
CS,CD	۶۲	۰٫۳۵۷۷	<۰٫۰۰۰۱	۸۷	۰٫۴۵۸۱	۰٫۰۰۰۲
TVSD	۵۹	۰٫۳۶۶۹	<۰٫۰۰۰۱	۸۰	۰٫۴۷۸۱	<۰٫۰۰۰۱
	VaR 1%			VaR 99%		
HYAPARCH						
N	۴۳	۰٫۴۴۰۶	۰٫۰۰۱	۴۹	۰٫۵۳۹۳	<۰٫۰۰۰۱
CS,CD	۳	۲٫۷۶۹۵	<۰٫۰۰۰۱	۰	۲٫۷۸۸۷	<۰٫۰۰۰۱
TVSD	۴	۲٫۲۸۶۴	<۰٫۰۰۰۱	۰	۳٫۱۸۶۱	<۰٫۰۰۰۱
GARCH						
N	۵۳	۰٫۳۸۸۶	<۰٫۰۰۰۱	۷۸	۰٫۴۷۱۸	<۰٫۰۰۰۱
CS,CD	۲۰	۰٫۷۷۲۶	۰٫۲۹۷۷	۱۲	۱٫۰۴۶۰	۰٫۰۰۳۶
TVSD	۱۹	۰٫۷۹۴۰	۰٫۲۰۷۹	۹	۱٫۱۰۳۳	۰٫۰۰۰۲

p-valueها برای آزمون پوشش غیرشرطی (P_{un}) همراه با تعداد شکست‌های مشاهده‌شده (N_f) در جدول نمایش داده شده است. نماد $\bar{S}$، نیز نشان‌دهندهٔ مجموع معیار بزرگی شکست‌ها و کارایی است.

با وجود این، مدل‌های HYAPARCH و GARCH با توزیع t استیودنت چوله (به صورت ثابت و متغیر) در همهٔ سطوح احتمال (به‌جز در سطح احتمال ۱ درصد در مدل‌های GARCH-CS,CD و GARCH-TVSD) مقدار VaR را بیش از حد برآورد کرده‌اند؛ به گونه‌ای که میزان شکست تجربی بسیار کمتر از میزان مفروض مدل است. بنابراین، با توجه به مقادیر p-valueها و میزان شکست تجربی، این مدل‌ها (به‌جز در سطح احتمال ۱ درصد برای مدل GARCH) برآورد VaR محافظه‌کارانه‌ای را ارائه می‌کنند. با توجه به ویژگی داده‌های مورد بررسی، اگرچه مدل‌های HYAPARCH-TVSD و HYAPARCH-CS,CD در دورهٔ داخل نمونه از عملکرد مناسبی در مقایسه با سایر مدل‌ها برخوردارند، از لحاظ برآورد VaR در دورهٔ خارج از نمونه مقادیر محافظه‌کارانه‌ای ارائه می‌دهند. این نتیجه با نتایج مطالعهٔ دارک (۲۰۱۰) نیز در زمینهٔ استفاده از این مدل‌ها با توزیع‌های t استیودنت چوله (به صورت ثابت و متغیر) مطابقت دارد. با وجود این، ویلهلمسن (۲۰۰۹) در مطالعه‌ای بر شاخص S&P500 بیان می‌کند چولگی و کشیدگی متغیر بر مبنای توزیع NIG تخمین‌های VaR را بهبود می‌بخشد. از سوی دیگر، نتایج تحقیق اسلامی بیدگلی و همکاران (۱۳۹۲) استفاده از الگوهای حافظهٔ بلندمدت FIEGARCH با توزیع t استیودنت چوله (به صورت ثابت) را در بازده قیمت سبد نفتی اوپک ـ که برخلاف شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران محدودیتی بر آن اعمال نمی‌شود و از حد مجاز نوسان برخوردار نیست ـ در پیش‌بینی مقادیر VaR با استفاده از آزمون‌های کوپیک و صدک پویا تأیید می‌کند.

در توزیع نرمال نیز تقریباً در همهٔ سطوح احتمال (به‌جز ۵ درصد) مقدار VaR کمتر از حد برآورد شده است و مقدار شکست‌ها بسیار بیشتر از حد مجاز است. بنابراین، با توجه به نتایج آزمون‌های ارزیابی عملکرد، مدل‌های GARCH-N و HYAPARCH-N با فرض توزیع نرمال از توانایی مطلوبی برای برآورد VaR به‌ویژه در سطوح احتمال نهایی با توجه به پهن دنباله‌بودن توزیع بازدهی‌ها برخوردار نیستند و به طور کلی دارای اعتبار آماری نیستند. درنظرگرفتن فرض توزیع t استیودنت چوله به بهبود عملکرد مدل GARCH-N در سطح احتمال ۱ و ۹۹ درصد نسبت به حالت نرمال منجر شده است.

در تحقیق حاضر مدل‌ها با استفاده از معیار $\bar{S}$ نیز بررسی می‌شوند تا مشخص شود در صورت محاسبهٔ سرمایهٔ پشتیبان کدام یک از مدل‌ها اقتصادی‌تر عمل خواهند کرد. بررسی این معیار نشان‌دهندهٔ آن است که مدل‌ها با فرض توزیع نرمال از کمترین مقدار برای این معیار در مقایسه با توزیع t استیودنت چوله (به صورت ثابت و متغیر) برخوردارند. بنابراین، مدل‌های مذکور در صورت محاسبهٔ سرمایهٔ پشتیبان، هزینه فرصت کمتری نیز برای بنگاه ایجاد خواهند کرد. با وجود این، با توجه به نتایج آزمون‌های ارزیابی عملکرد در مدل‌های نرمال تعداد شکست‌ها بیش از حد بوده و از این لحاظ این مدل‌ها بسیار ریسکی‌اند. از سوی دیگر، در مدل‌های GARCH و HYAPARCH با توزیع t استیودنت چوله (به صورت ثابت و متغیر) مقادیر VaR محافظه‌کارانه به افزایش معیار $\bar{S}$، و افزایش هزینه فرصت این مدل‌ها منجر شده است.

نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر به بررسی اثر درنظرگرفتن چولگی و کشیدگی به صورت متغیر با زمان بر برآورد VaR با استفاده از مدل‌های HYAPARCH و GARCH و داده‌های شاخص TEPIX برای موقعیت‌های خرید و فروش پرداخته شد. در مطالعهٔ حاضر، علاوه بر مدل HYAPARCH، که امکان درنظرگرفتن عدم تقارن و حافظهٔ بلندمدت را فراهم می‌کند، از مدل GARCH نیز با توزیع‌های مختلف به منظور مقایسهٔ نتایج استفاده شد. بررسی نتایج برآورد شش مدل مفروض در دورهٔ داخل نمونه نشان‌دهندهٔ عملکرد مناسب مدل‌های HYAPARCH-TVSD و HYAPARCH-CS,CD نسبت به سایر مدل‌هاست. با وجود این، فرض تغییرپذیری چولگی و کشیدگی نسبت به حالت ثابت بهبود قابل ملاحظه‌ای در برازش مدل‌ها ایجاد نکرده است. همچنین، با توجه به نزدیک‌شدن تعداد شکست‌ها به گونه‌ای شایان ملاحظه در موقعیت‌های خرید و فروش نسبت به حالت نرمال، مدل‌های HYAPARCH و GARCH با چولگی و کشیدگی متغیر و ثابت از توانایی مناسبی در درنظرگرفتن عدم تقارن داده‌ها برخوردارند. از آنجا که میزان شکست تجربی در این مدل‌ها کمتر از میزان مفروض است، این مدل‌ها معیارهای محافظه‌کارانه‌ای هستند که در عین حال به درنظرگرفتن عدم تقارن در داده‌های مورد بررسی به گونه‌ای مناسب قادرند و می‌توانند

برای سرمایه‌گذاران و نهادهای ریسک‌گریز مانند بانک‌های مرکزی، صندوق‌های بازنشستگی، وقفی یا ثروت ملی مورد توجه باشند.

از سوی دیگر، اگرچه مدل‌های GARCH و HYAPARCH با توزیع نرمال به لحاظ مقادیر کمتر معیار $\bar{S}$ هزینه فرصت کمتری را متوجه نهادهای مالی می‌کنند، نتایج آزمون‌های ارزیابی عملکرد نشان‌دهندهٔ آن است که این مدل‌ها تقریباً در همهٔ سطوح احتمال مقدار VaR را کمتر از حد برآورد کرده‌اند و مقدار شکست‌ها بسیار بیشتر از حد مفروض است و گویای ریسکی‌بودن و عدم اعتبار آماری آن‌هاست.

مطالعهٔ اثر درنظرگرفتن چولگی و کشیدگی متغیر با زمان و حافظهٔ بلندمدت در نوسان‌پذیری به منظور برآورد VaR چنددوره‌ای یا بررسی اثر چولگی و کشیدگی متغیر با زمان بر قیمت‌گذاری دارایی‌ها، انتخاب پرتفو و پوشش ریسک می‌تواند موضوع‌هایی برای تحقیقات آتی باشد.

منابع

۱. اسلامی بیدگلی غلامرضا و همکاران (۱۳۹۲). محاسبهٔ ارزش در معرض خطر قیمت سبد نفتی اوپک با استفاده از مدل‌های حافظهٔ بلندمدت گارچ، مطالعات اقتصاد انرژی، ۳۹، ۱ ـ ۱۹.

۲. کشاورز حداد غلامرضا و صمدی، باقر (۱۳۸۸). برآورد و پیش‌بینی تلاطم بازدهی در بازار سهام تهران و مقایسهٔ دقت روش‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر: کاربردی از مدل‌های خانوادهٔ FIGARCH، تحقیقات اقتصادی، ۸۶، ۱۹۳ ـ ۲۳۵.

۳. شاخص بازده نقدی و قیمت بورس سهام تهران، http://www.irbourse.com.

4. Andersen, T. & Bollerslev, T. (1997). Intraday periodicity and volatility persistence in financial markets, Journal of Empirical Finance, 4, 115-158.

5. Baillie, R. (1996). Long memory processes and fractional integration in economics, Journal of Econometrics, 73, 5-59.

6. Baillie, R., Bollerslev, T. & Mikkelsen, H. (1996). Fractionally Integrated Generalised Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, Journal of Econometrics, 74, 3-30.

7. Bates, D. (1996). Jumps and Stochastic volatility: exchange rate processes implicit in Deutschemark options, The Review of Financial Studies, 9, 69-107.

8. Bollerslev, T. (1987). A Conditional Heteroscedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return, The Review of Economics and Statistics, 69, 542-547.

9. Bond, S. & Patel, K. (2003). The Conditional Distribution of Real Estate Returns: Relating time variation in higher moments to downside risk measurement, Journal of Real Estate Finance and Economics, 26, 319-339.

10. Christoffersen, P. (1998). Evaluating Interval Forecasts, International Economic Review, 39, 841-862.

11. Dark, J. (2010). Estimation of Time Varying Skewness and Kurtosis with an Application to Value at Risk, Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics, 14(2).

12. Davidson, J. (2004). Moment and Memory Properties of Linear Conditional Heteroscedasticity Models, and a New Model, Journal of Business and Economic Statistics, 22, 16-29.

13. Ding, Z., Granger, C. & Engle, R. (1993). A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model, Journal of Empirical Finance, 1, 83-106.

14. Diongue, A. & Guegan, D. (2007). The Stationary Seasonal Hyperbolic asymmetric power ARCH model, Statistics and Probability Letters, 77, 1158- 1164.

15. Elder, J. & Jin, H. (2007). Long memory in commodity futures volatility: A wavelet perspective, The Journal of Futures Markets, 27, 411-437.

16. Engle, R. & Bollerslev, T. (1986). Modelling the Persistence of Conditional Variances, Econometric Reviews, 5, 1-50.

17. Fang, H. & Lai, T. (1997). Co-kurtosis and capital asset pricing, The Financial Review, 32, 293-307.

18. Geweke, J. & Porter-Hudak, S. (1983). The estimation and application of long memory time series models, Journal of Time Series Analysis, 4, 221-38.

19. Guermat, C. & Harris, R. (2002). Forecasting value at risk allowing for time variation in the variance and kurtosis of portfolio returns, International Journal of Forecasting , 18, 409-419.

20. Hansen, B. (1994). Autoregressive Conditional Density Estimation, International Economic Review, 35, 705-730.

21. Harvey, C. & Siddique, A. (1999). Autoregressive Conditional Skewness, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 34, 465-487.

22. Harvey, C. & Siddique, A. (2000). Conditional skewness in Asset Pricing Tests, The Journal of Finance, 55, 1263-1295.

23. Heston, S. & Nandi, S. (2000). A closed-form GARCH option valuation model, The Review of Financial Studies, 13, 585-625.

24. Jondeau, E. & Rockinger, M. (2003). Conditional Volatility, Skewness, and Kurtosis: Existence, Persistence and Comovements, Journal of Economic Dynamics and Control, 27, 1699-1737.

25. Kraus, A. & Litzenberger, R. (1976). Skewness Preferences and the Valuation of Risk Assets, Journal of Finance, 31, 1085-1100.

26. Kupiec, P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models, Journal of Derivatives, 3, 73-84.

27. Lambert, P. & Laurent, S. (2001). Modelling Financial Time Series Using GARCH-Type Models and a Skewed Student Density, Mimeo, Universite de Liege.

28. Liu, S. & Brorsen, B. (1995). Maximum Likelihood Estimation of a GARCH-STABLE Model, Journal of Applied Econometrics, 2, 273-285.

29. Lo, A. (1991). Long-term memory in stock market prices, Econometrica, 59, 1279-1313.

30. Nelson, D. (1991). Conditional heteroscedasticity in asset returns: A new approach, Econometrica, 59, 347-370.

31. Peters, J. (2001). Estimating and forecasting volatility of stock indices using asymmetric GARCH models and (Skewed) Student-t densities, Mimeo, University of Liege, Belgium.

32. Premaratne, G. & Bera, A. (2001). Modeling Asymmetry and Excess Kurtosis in Stock Return Data, Mimeo, University of Illinois.

33. Rockinger, M. & Jondeau, E. (2001). Entropy Densities, with an application to autoregressive conditional skewness and kurtosis, Journal of Econometrics, 106, 119-142.

34. Smith, D. (2003). Conditional Coskewness and Asset Pricing, Mimeo, Simon Fraser University.

35. Tse, Y. (1998). The Conditional Heteroscedasticity of the Yen-Dollar Exchange Rate, Journal of Applied Econometrics, 13, 49-55.

36. Wilhelmsson, A. (2009). Value at Risk with time varying variance, skewness and kurtosis – the NIG-ACD model, The Econometrics Journal, 12, 82-104.