

مدل سازی ترکیبی Pareto/NBD و RFM موزون فازی به منظور بخش بندی مشتریان در روابط غیر قراردادی

امیر البدوی^۱، اشرف نوروزی^۲، محمدمهدی سپهری^۳، محمدرضا امین ناصری^۴

چکیده: درآمدسازی در شرکتها از طریق ایجاد رابطه با مشتریان و حفظ این روابط در درازمدت صورت می پذیرد. از این رو توانایی پیش بینی مناسب روابط با مشتریان نکته ای اساسی در مدیریت رابطه با مشتریان است. بخش بندی روشی است که طی آن با تفکیک مشتریان به بخش های متجانس با رفتار خرید مشابه، تلاش می شود تا ارزش آتی رابطه با مشتریان پیش بینی شود. روش RFM یکی از متداول ترین روش های بخش بندی است که از تحلیل پایگاه داده تراکنشی برای رده بندی ارزش مشتریان استفاده می کند. پژوهش حاضر تلاش دارد تا از ترکیب مدل سازی Pareto/NBD - که به مدلی قدرتمند در پیش بینی رفتار مشتریان مشهور است - با روش معمول RFM، کیفیت بخش بندی مشتریان را ارتقا بخشد. در این پژوهش از روش Pareto/NBD برای تخمین سه مؤلفه مقدار انتظار احتمال فعالیت آتی، تعداد تراکنش های آتی و متوسط ارزش پولی استفاده شده است. سپس نتایج بخش بندی مشتریان با استفاده از این مؤلفه ها با کاربرد روش مرسوم RFM مقایسه شده است. نتایج حاصل بیانگر بهبود کیفیت بخش بندی در رده بندی ارزش آتی مشتریان، به ویژه در رده های ارزشمند مشتری با کمک رویکرد پیشنهادی است.

واژه های کلیدی: روابط غیر قراردادی، فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی، مدل RFM، مدل سازی Pareto/NBD

۱. استاد مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

۲. دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

۳. دانشیار مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

۴. دانشیار مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۲/۱۴

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۳/۰۶/۰۲

نویسنده مسئول مقاله: امیر البدوی

E-mail: albadvi@modares.ac.ir

مقدمه

مشتری ارزشمندترین سرمایه ناملموس سازمانی است و همه‌ساله سرمایه‌گذاری‌های فراوانی در شرکت‌های مختلف برای مدیریت و ارتقای این سرمایه سازمانی به‌کار گرفته می‌شود. با وجود این، امکان کمی کردن سرمایه‌گذاری صورت‌پذیرفته و نیز، اولویت‌بندی و شناسایی رده‌های مختلف ارزش مشتری در پایگاه‌های داده بزرگ مشتریان، چالشی بزرگ به‌شمار می‌رود. شناسایی و پیش‌بینی رده‌های مختلف ارزش مشتری به تدوین برنامه‌های بازاریابی کمک می‌کند. هر یک از رده‌های ارزش، هدف برنامه‌های بازاریابی متفاوتی قرار می‌گیرند؛ به‌گونه‌ای که روابط با ارزشمندترین رده و تغییرات آن، کانون توجه مدیران بازاریابی قرار گرفته است و برای مشتریان با ارزش کمتر، سازمان توجه و منابع کمتری را صرف می‌کند. در ادبیات بازاریابی، ارزش رابطه با مشتری عموماً به‌کمک سنجه ارزش دوره زمانی عمر مشتری (CLV)^۱ سنجیده می‌شود. این سنجه بیانگر ارزش فعلی جریان‌های نقدی آتی حاصل از رابطه با مشتری است (گوپتا و همکاران، ۲۰۰۶). با تعریفی که بیان شد، این سنجه بیانگر مفهومی آینده‌گرا است که قدرت پیش‌بینی ارزش آتی مشتری در تخمین آن اهمیت بسیار زیادی دارد. رویکردهای گوناگونی به‌منظور پیش‌بینی رده‌های مختلف ارزش مشتری و بخش‌بندی مشتریان بر این مبنا توسعه داده شده است. یکی از فراگیرترین و پرکاربردترین رویکردها در این زمینه، مدل RFM است که مشتریان را براساس مشخصه‌های رفتاری گذشته ایشان (سه مشخصه تازگی تراکنش^۲، توالی تراکنش‌ها^۳ و ارزش پولی هر تراکنش^۴) بخش‌بندی می‌کند.

برای مدل اولیه RFM معرفی‌شده هوگس (۱۹۹۴) توسعه‌های فراوانی وجود دارد که عموماً بر مبنای ترکیب این روش با روش‌های دیگر و شیوه‌های محاسبه اوزان RFM استوار است. فرضیه اصلی حاکم بر این مدل آن است که مشتری با رفتار گذشته سودآور، در آینده نیز سودآفرین‌تر از سایر مشتریان خواهد بود (کینینگهام، ۲۰۰۶)؛ این در حالیست که CLV اساساً مفهومی آینده‌نگر دارد و هرگونه پیش‌بینی از وضعیت روابط آتی به جای تعمیم صرف روابط فعلی به آینده، می‌تواند تخمین آن را بهبود بخشد. این امر به‌ویژه زمانی اهمیت بیشتری می‌یابد که روابط با مشتریان دچار نوسان می‌شود و احتمال می‌رود تغییرات بیشتری در طول زمان ایجاد شود. برای مثال طی روابط غیرقراردادی با مشتریان، زمان و منافع کسب‌شدنی در آینده از قبل شناخته‌شده نیست. در چنین وضعیتی تخمین اینکه مشتری در دوره‌های زمانی آتی همچنان

-
1. Customer Lifetime Value (CLV)
 2. Recency
 3. Frequency
 4. Monetary

فعال خواهد بود یا خیر و طی دوره‌های فعال‌بودن، رفتار خرید وی چگونه خواهد بود، نسبت به روابط قراردادی دشوارتر است. تفاوت روابط قراردادی و غیر قراردادی در این است که در روابط قراردادی زمانی که مشتریان غیر فعال می‌شوند، از روی پایگاه داده تراکنشی و اطلاعات قراردادی مشاهده می‌شود (مانند تمدید نکردن قرارداد خرید)؛ این در حالیست که در روابط غیر قراردادی امکان مشاهده زمان غیر فعال شدن مشتریان وجود ندارد و نمی‌توان تشخیص داد غیر فعال شدن مشتری مقطع زمانی موقتی دارد یا به روابط خاتمه داده است.

پژوهش حاضر تلاش می‌کند با تخمین مؤلفه‌های رفتار خرید آتی مشتریان، از آن به‌مثابه مبنایی برای بخش‌بندی مشتریان و پیش‌بینی ارزش دوره عمر هر رده استفاده کند. به بیان دیگر، پژوهش پیش رو به دنبال راهکاری برای مؤثرتر کردن کاربرد روش RFM با بررسی امکان کاربرد مقادیر پیش‌بینی شده مؤلفه‌های آن، به جای استفاده از مقادیر تاریخی آنها است. برای این منظور از مدل‌سازی احتمالی Pareto/NB برای پیش‌بینی مؤلفه‌های رفتاری آتی مشتریان استفاده شد و با بهره‌گیری از سه مؤلفه احتمال فعال‌بودن مشتری (جایگزین مؤلفه تازگی)، تعداد احتمالی تراکنش‌های مشتری (جایگزین مؤلفه توالی) و مقدار انتظاری منافع حاصل از هر تراکنش (جایگزین مؤلفه پولی)، به توسعه مدلی جدید از مدل اولیه RFM در شرایط غیر قراردادی اقدام شده است. بدین ترتیب هدف اصلی این پژوهش را می‌توان بررسی تأثیر در نظرسنجی پیش‌بینی رفتار آتی مشتری و مؤلفه‌های رفتاری انتظاری وی در کیفیت بخش‌بندی رابطه‌ای مشتریان بیان کرد. بنابراین پرسش‌های اصلی پیش روی این پژوهش بدین قرار است:

۱. آیا نظریه‌های مؤلفه‌های رفتاری انتظاری مشتریان در آینده، کیفیت بخش‌بندی را بهبود می‌بخشد؟
۲. در صورت ایجاد تفاوتی معنادار در کیفیت بخش‌بندی مشتریان، این تفاوت در کدام رده‌های مشتری محسوس‌تر خواهد بود؟

براساس پرسش‌های اصلی پژوهش، فرضیه اصلی نیز این‌گونه مطرح می‌شود: تفاوت مشخصی بین نتایج بخش‌بندی مشتریان با رویکرد بهره‌گیری از مقادیر تاریخی رفتار مشتری و رویکرد استفاده‌کننده از مقادیر انتظاری مؤلفه‌های رفتاری وجود دارد.

پیشینه پژوهش

بخش‌بندی مشتریان زمینه تحقیقاتی مهمی در ادبیات بازاریابی است که طی آن تلاش می‌شود تا گروه‌هایی از مشتری با ویژگی‌های رفتاری و خرید مشابه، شناسایی شود. در خصوص بخش‌بندی مشتریان مطالعات متعددی وجود دارد و پژوهشگران به این زمینه تحقیقاتی به‌طور گسترده‌ای در بازاریابی راهبردی توجه کرده‌اند. جامعه مشتریان به‌طور عمده با تکیه بر مشخصه‌های گوناگون دموگرافیک / فرموگرافیک و مشخصات رابطه آنها بخش‌بندی می‌شود. در

رویکرد بخش‌بندی بر مبنای رفتار خرید مشتری نیز، جزئیات گوناگونی از رفتار خرید مشتری در کانون توجه قرار می‌گیرد. برای مثال، نظرسنجی جنبه‌هایی چون سطح مصرف مشتری (کاتلر، ۱۹۹۷)، یا رفتار خرید مشتری از برندی خاص (مانند پژوهش روزیتر و پرسی، ۱۹۹۷)، جزء اولین مطالعات در این حوزه بوده است. یکی از رویکردهای برجسته در این حوزه، کاربرد مؤلفه‌های رفتار مشتری و به بیان بهتر نحوه سودآفرینی و ارزش تولیدی توسط وی است که مبنای بخش‌بندی مشتری قرار می‌گیرد (موله‌رن، ۱۹۹۹). یکی از روش‌های مرسوم و پرکاربرد برای بخش‌بندی بازار براساس ارزش‌آفرینی مشتری، روش RFM است که طی آن مشتریان با ویژگی‌های RFM مشابه در یک گروه قرار می‌گیرند و رفتار آتی مشتریان از روی رفتار خرید گذشته آنها برآورد می‌شود. با وجود این، روش‌هایی مانند RFM با چشم‌پوشی از پویایی تغییرات در رفتار خرید مشتریان در طول زمان، قدرت پیش‌بینی‌کنندگی کمتری دارند، به‌ویژه در مواقعی که تغییرات الگوی رفتاری مشتریان در طول زمان وجود دارد (دورانگو - کوهن، تورز و دورانگو - کوهن، ۲۰۱۳). به بیان بهتر مدل‌های سنتی بخش‌بندی مشتریان، از روش‌هایی چون متوسط سودآوری در گذشته و رفتار خرید قبلی مشتری، بی‌توجه به احتمال فعالیت و درآمدزایی آتی وی برای بخش‌بندی مشتریان، استفاده می‌کنند (هان، لو و لیونگ، ۲۰۱۲). برای رفع این نقیصه تلاش‌های متعددی انجام گرفته است که عمده‌ترین آن اضافه‌کردن ارزش احتمالی آتی مشتری به ارزش تاریخی وی بوده است. ورهوف و دانکرز (۲۰۰۱) برای اولین بار از ارزش آتی مشتری به‌همراه ارزش فعلی آن برای بخش‌بندی مشتریان استفاده کردند. کیم، جونگ، سو و هوانگ (۲۰۰۶) بعد وفاداری مشتری را نیز به این دو بعد افزودند و هوانگ و همکاران (۲۰۰۴) از نسبت احتمال ریزش مشتری به‌همراه ارزش فعلی و بالقوه برای این منظور استفاده کردند. هان و همکاران (۲۰۱۲) نیز مدلی را توسعه دادند که طی آن، از ارزش کنونی و تاریخی به‌همراه پیش‌بینی ارزش آتی مشتری در کنار متغیرهای اعتبار و وفاداری وی (در صنعت ارتباطات) برای بخش‌بندی بهره‌برده شده است. کوهن و همکارانش (۲۰۱۳) نیز مدل بخش‌بندی را با تکیه بر داده‌های در طول زمان توسعه دادند و از مدل‌های آمیخته مارکوف برای بخش‌بندی دانشجویان دانشگاهی براساس الگوی رفتاری ایشان در طول زمان استفاده کردند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود در هیچ‌یک از مطالعات پیشین، به‌صراحت مقادیر انتظاری مؤلفه‌های RFM پیش‌بینی نشده است و به ارزیابی تغییرات رده‌بندی هر مشتری طی استفاده از مدل ارزش تاریخی و ارزش بالقوه نپرداخته و کیفیت بخش‌بندی با این دو رویکرد مقایسه نشده است.

جنبه دیگری که در این زمینه باید به آن توجه شود، روش‌ها و ابزارهای به‌کاررفته در بخش‌بندی مشتری است. با توسعه فناوری‌های اینترنت و پایگاه داده، حجم بزرگی از داده‌های

مشتریان و بازار در اختیار مدیران بازاریابی قرار می‌گیرد که می‌توانند از آن برای توسعه مدل‌های مختلف تحلیل آماری و داده‌کاوی بخش‌های مختلف مشتری استفاده کنند. هیزبراوگلو (۲۰۱۳) بر روش‌های مختلف بهره‌گیری شده در این زمینه پژوهشی انجام داده است که طی آن فراوانی انواع روش‌های تحلیل آماری، داده‌کاوی و به‌ویژه محاسبات نرم در بخش‌بندی مشتریان بررسی شده است. اولسن و چائه (۲۰۱۲) نیز کاربرد روش RFM را با سایر روش‌های مرسوم داده‌کاوی (درخت تصمیم، رگرسیون لجیت و شبکه‌های عصبی) در بخش‌بندی مشتریان مقایسه کردند. نتیجه حاصل بیانگر بهبود بسیار اندک دقت بخش‌بندی به‌کمک سایر روش‌های داده‌کاوی با وجود پیچیدگی بسیار بیشتر آنها در مقایسه با روش ساده RFM بود که کارایی این روش را به‌ویژه در کاربردهای عملیاتی نشان می‌دهد. با وجود این، از کاربردهای داده‌کاوی به‌همراه روش RFM به‌طور گسترده‌ای بهره‌برداری شده است. پژوهش‌های هسیه (۲۰۰۴)؛ تسای، هو و لو (۲۰۱۳)؛ وو و چو (۲۰۱۱) و چیانگ (۲۰۱۴)، نمونه‌هایی از کاربرد روش RFM در ترکیب با روش‌های داده‌کاوی به‌منظور بخش‌بندی جامعه مشتریان است. همچنین نمونه‌های فراوانی از پژوهش‌های داخلی در خصوص بهره‌گیری از بخش‌بندی جامعه مشتریان به‌کمک روش‌های تحلیل آماری و داده‌کاوی، به‌منظور کمک به تدوین راهبردهای بازاریابی، بر این مینا انجام گرفته است که از آن جمله می‌توان به پژوهش احمدی، آذر و صمصامی (۲۰۱۱) اشاره کرد که با رویکرد شبکه‌های عصبی به بخش‌بندی بازار دارو در ایران پرداختند. ملاحسینی و میرزایی (۲۰۱۱) نیز با کاربرد روش‌های تجزیه و تحلیل آماری به بخش‌بندی مشتریان دو شرکت خودروساز داخلی پرداختند. مرتضوی، آسمان‌دره، نجفی سیاه‌رودی و علوی (۲۰۱۱) در بخش‌بندی بازار تلفن همراه، از روش ترکیبی تحلیل عاملی و خوشه‌بندی استفاده کردند و احمدی و یحیی‌زاده‌فر (۲۰۱۱) نیز به تحلیل راهبردهای بازاریابی و لزوم بهره‌گیری از بخش‌بندی مشتریان به‌منظور بازاریابی رابطه‌ای هدفمند در صنعت هتلداری پرداختند.

در پژوهش حاضر تلاش می‌شود این بررسی بر مبنای مقادیر پیش‌بینی‌شده مؤلفه‌های RFM در آینده انجام گیرد. برای این منظور از مدل Pareto/NBD، یکی از معروف‌ترین و پرکاربردترین روش‌های پیش‌بینی مؤلفه‌های رفتاری مشتری، استفاده شده است. این مدل را نخستین بار اشمیتلن، موريسن و کلمبو (۱۹۸۷) معرفی کردند. در مدل‌های احتمالی ارزش‌گذاری دوره عمر، رفتار خرید آتی مشتری فرایندی احتمالی مد نظر قرار می‌گیرد و با توجه به رفتار گذشته مشتریان برآورد می‌شود. بسیاری از پژوهشگران این مدل را مدلی قدرتمند برای پیش‌بینی روابط آتی با مشتریان در روابط غیر قراردادی می‌دانند که از جمله آنها می‌توان به موله‌رن (۱۹۹۹)؛ نیراج، گوپتا و ناراسیمهان (۲۰۰۱) و جین و سینگ (۲۰۰۲) اشاره کرد. همچنین نمونه‌های فراوانی از به‌کارگیری عملی این مدل و توانایی آن در انجام تخمین‌های مناسب در

موقعیت غیر قراردادی در ادبیات وجود دارند که از آن جمله می‌توان به پژوهش‌های رینارتز و کومار (۲۰۰۴)؛ فادر، هاردی و لی (۲۰۰۵ الف و ب)؛ فادر و هاردی (۲۰۰۷) و فادر، هاردی و شنگ (۲۰۱۰) اشاره کرد. مدل احتمالی Pareto/NBD چند فرض احتمالی در خصوص فرایند وقوع خرید مشتری (مانند دوره فعال بودن، تصمیمات خرید و نیز تجانس نداشتن جمعیت مشتریان) را در نظر می‌گیرد که در ادامه در بخش روش‌شناسی پژوهش به تفصیل بدان‌ها اشاره خواهد شد. همچنین توسعه‌ای دیگر موسوم به مدل‌سازی ارزش تراکنشی است که توسط فادر و همکارانش (۲۰۰۵ ب) از مدل اولیه Pareto/NBD صورت پذیرفته است و به تخمین مقادیر پولی آتی تراکنش‌های مشتریان می‌پردازد تا امکان محاسبه مستقیم CLV از این مدل‌سازی را فراهم آورد. در بخش بعدی مفروضات مدل‌سازی به تفصیل بیان خواهد شد. بدین ترتیب با استخراج مؤلفه‌های رفتاری انتظاری از رفتار خرید آتی مشتریان، از آنها برای بخش‌بندی مشتریان به منظور پیش‌بینی ارزش آتی دوره عمر مشتری استفاده شده است. در انتها نتایج حاصل از این مدل‌سازی با نتایج حاصل از اجرای روش معمول RFM در رده‌بندی CLV مقایسه می‌شود. همچنین طی این مدل‌سازی به منظور تعیین اهمیت نسبی این سه مؤلفه در مقایسه با یکدیگر برای تخمین ارزش دوره عمر مشتری در صنعت مد نظر، از روش AHP فازی برای تعیین اوزان شاخص‌ها استفاده شده است. به این ترتیب ساختار کلی مراحل این پژوهش را می‌توان به صورت گام‌های شکل ۱ تصویر کرد.



شکل ۱. مراحل اجرای پژوهش

روش‌شناسی پژوهش

در این بخش مورد مطالعه این پژوهش و داده‌های مرتبط با آن تشریح شده است و پس از آن نیز روش‌های به‌کارگرفته شده در این پژوهش معرفی می‌شود.

معرفی مورد مطالعه

مورد مطالعه این پژوهش یکی از شرکت‌های ارائه‌دهنده خدمات مالی است که به مشتریان خود در دو رده مشتریان حقیقی و حقوقی، انواع خدمات مالی را ارائه می‌کند. جامعه مشتریان این شرکت را ۳۶۳۲ مشتری حقیقی و ۲۱۴ مشتری حقوقی شکل داده است و روابط آن با مشتریان، شامل روابط قراردادی (در قالب قراردادهای سرمایه‌گذاری، برنامه‌ریزی مالی و مشاوره) و روابط غیر قراردادی است. حوزه مطالعه این پژوهش به روابط غیر قراردادی این شرکت با مشتریان حقیقی آن اختصاص دارد. داده‌های در دسترس شامل ۶۳۲۷۲ رکورد داده در فاصله زمانی ۲۰۰۹/۴/۱ تا ۲۰۱۱/۱۰/۱ است. این مجموعه داده شامل فیلدهای شناسه مشتری، تاریخ تراکنش، نوع معامله و مبلغ ریالی هر تراکنش است. با در اختیار داشتن نرخ حق‌العمل اجرای معاملات، خالص منافع هر تراکنش (به‌صورت حاصل ضرب مبلغ تراکنش در درصد حق‌العمل معامله) برای تمام رکوردهای معاملات محاسبه شده است (تمام محاسبات در نرم‌افزار متلب انجام گرفته است). مجموعه داده بالا به دو دوره زمانی مساوی آموزش و آزمون تقسیم شده است (۶۵ هفته اول دوره آموزش و ۶۵ هفته دوم دوره آزمون). از ۳۶۳۲ مشتری نیز مجموعه مشتریانی که حداقل دارای یک تراکنش طی دوره زمانی آموزش بودند (۱۵۰۶ مشتری) برای مطالعه در نظر گرفته شدند. شایان ذکر است که در پژوهش حاضر واحد زمانی «هفته» در نظر گرفته شده است.

معرفی مدل‌های پژوهش

در این بخش برخی از مدل‌های به‌کاربرده شده پژوهش به تفکیک معرفی می‌شود.

مدل‌سازی RFM: مدل RFM را اولین بار هوگس (۱۹۹۴) پیشنهاد کرد. این مدل با استفاده از سه مؤلفه رفتاری مشتری به بخش‌بندی مشتریان می‌پردازد. این مدل بر سه دسته از اطلاعات گذشته مشتری؛ یعنی تازگی، توالی و پولی هر مبادله تکیه می‌کند. این سه مؤلفه به ترتیب بیانگر فاصله زمانی آخرین خرید تا پایان زمان بررسی، تعداد مبادلات انجام شده طی زمان پژوهش و متوسط مقدار پول خرج شده طی هر تراکنش است. در مدل‌سازی RFM، ارزش دوره عمر مشتری از مجموع ساده/ وزنی مؤلفه‌های RFM حاصل می‌شود. استون (۱۹۹۵) برای اولین بار

ایده لزوم وزن‌دهی به متغیرهای RFM متناسب با صنعت مد نظر را مطرح کرد. وی به منظور تحلیل ارزش مشتریان از قضاوت ذهنی برای امتیازدهی به مؤلفه‌های RFM بهره برد. پس از آن نیز بسیاری از مطالعات به بحث درباره چگونگی وزن‌دهی به این مؤلفه‌ها پرداختند. استفاده از روش‌های تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه از متداول‌ترین راهکارهای موجود برای این منظور است که از جمله آنها می‌توان به پژوهش لیبو و شیبه (۲۰۰۵)؛ چنگ و چن (۲۰۰۹) و چنگ، گنگ و ژانگ (۲۰۱۲) اشاره کرد.

مدل‌سازی Pareto/NBD برای برآورد تعداد خریدهای احتمالی آتی و احتمال فعالیت مشتری در آینده: مدل‌سازی Pareto/NBD برای برخی از فرضیه‌های رفتار خرید مشتری به کار برده می‌شود (فادر و همکاران، ۲۰۰۵ الف). در این مدل‌سازی فرض می‌شود روابط با مشتری در دو مرحله صورت می‌پذیرد. در مرحله اول، وی در زمانی مشاهده‌نشده فعال است و سپس به طور دائمی غیر فعال می‌شود. برای تخمین پارامترهای مدل Pareto/NBD به سه دسته اطلاعات در خصوص رفتار خرید گذشته هر مشتری نیاز داریم. این اطلاعات در قالب ترکیب $(X_i = x_i, t_i, T_i)$ بیان می‌شوند که در آن؛ T_i بازه زمانی که طی آن رفتار خرید مشتری مشاهده شده است؛ x_i تعداد تراکنش‌های مشاهده‌شده در بازه زمانی $(0, T_i]$ است و t_x که $(0 < t_i \leq T_i)$ است، زمان آخرین تراکنش مشتری را نشان می‌دهد. در این مدل فرض می‌شود مشتری نام طی دوره‌ای که هنوز فعال است، تصمیمات خرید خود را با فرایند پواسون با نرخ λ_i می‌گیرد. در عین حال این مشتری طی زمانی که دارای توزیع نمایی است با نرخ مرگ μ_i فعال باقی می‌ماند. پارامترهای λ_i و μ_i برای هر مشتری متفاوت است. مدل پارتو فرض می‌کند که نرخ خرید λ_i و نیز نرخ مرگ μ_i برای مشتریان مختلف دارای توزیع گاما میان جمعیت مشتریان است. پارامترهای دو توزیع گاما به شکل $E[\mu_i | s, \beta] = s/\beta$ و $E[\lambda_i | r, \alpha] = r/\alpha$ است^۱. از آنجا که پارامترهای جامعه (r, α, s, β) در این پژوهش از ابتدا شناخته شده نبودند، باید به کمک روش حداکثر درست‌نمایی آنها را تخمین زد.

در پژوهش فادر و هاردی (۲۰۰۷) تابع درست‌نمایی برای مشتری i با سابقه خرید (x_i, t_i, T_i) و $L_i = L(r, \alpha, s, \beta | x_i, t_i, T_i)$ به صورت رابطه ۱ نشان داده شده است:

$$L_i = \frac{\Gamma(r + x_i) \alpha^r \beta^s}{\Gamma(r)} \left\{ \frac{1}{(\alpha + T_i)^{r+x_i} (\beta + T_i)^s} + \left(\frac{s}{r + s + x_i} \right) A_0 \right\} \quad \text{رابطه ۱}$$

۱. برای مشاهده شواهدی در خصوص صحت این فرضیه‌ها در مدل‌سازی روابط غیر قراردادی با مشتری به رینارتز و کومار (۲۰۰۴)، فادر و همکاران (۲۰۰۵ الف) مراجعه کنید.

در رابطه ۱ چنانچه $\alpha \geq \beta$ باشد:

$$A. = \frac{{}_2F_1(r + x_i + s, s + 1; r + x_i + s + 1; \frac{\alpha - \beta}{\alpha + t_i})}{(\alpha + t_i)^{r+s+x_i}} \quad \text{رابطه ۲}$$

$$- \frac{{}_2F_1(r + x_i + s, s + 1; r + x_i + s + 1; \frac{\alpha - \beta}{\alpha + T_i})}{(\alpha + T_i)^{r+s+x_i}}$$

و چنانچه $\alpha < \beta$ باشد:

$$A. = \frac{{}_2F_1(r + x_i + s, r + x_i; r + x_i + s + 1; \frac{\beta - \alpha}{\beta + t_i})}{(\beta + t_i)^{r+s+x_i}} \quad \text{رابطه ۳}$$

$$- \frac{{}_2F_1(r + x_i + s, r + x_i; r + x_i + s + 1; \frac{\beta - \alpha}{\beta + T_i})}{(\beta + T_i)^{r+s+x_i}}$$

در روابط ۱ تا ۳ تابع F، تابع فوق هندسی گاوسی است که مجموعه‌ای از سری‌های توانی به شکل زیر است:

$$F(a, b; c; z) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(a)_j (b)_j}{(c)_j} \times \frac{z^j}{j!} \quad \text{رابطه ۴}$$

در رابطه ۴، $(a)_j$ بیانگر فاکتوریل افزایشی به شکل $(a + j - 1) \dots (a + 1) a$ است. حال احتمال شرطی $P[\tau_i > T_i | x_i, t_i, T_i]$ برای مشتری i که بیانگر فعال بودن وی در لحظه فعلی است، به کمک رابطه ۵ محاسبه می‌شود.

$$p_i = \frac{1}{1 + \frac{s}{r + x_i + s} \left[\left(\frac{\alpha + T_i}{\alpha + t_i} \right)^{r+x_i} \left(\frac{\beta + T_i}{\alpha + t_i} \right)^s F(a, b; c; z(t_i)) - \left(\frac{\beta + T_i}{\alpha + T_i} \right)^s F(a, b; c; z(T_i)) \right]}$$

پیش‌بینی تعداد تراکنش‌های آتی یا $E[x_{i,T_i+k} | x_i, t_i, T_i]$ به معنای محاسبه نرخ انتظاری شرطی تعداد تراکنش‌هایی است که مشتری i تا انتهای دوره $T_i + k$ ایجاد می‌کند. همان‌گونه که فادر و هاردی (۲۰۰۵) نشان داده‌اند، این عبارت می‌تواند به صورت رابطه ۶ تخمین زده شود:

$$x_{i,T_i+k} = x_i + \frac{\Gamma(r + x_i) \alpha^r \beta^s}{\Gamma(r) (\alpha + T_i)^{r+x_i} (\beta + T_i)^s L_i} \times \frac{(r + x_i) (\beta + T_i)}{(\alpha + T_i) (s - 1)} \times \left[1 - \left(\frac{\beta + T_i}{\beta + T_i + k} \right)^{s-1} \right] \quad \text{رابطه ۶}$$

که در آن $L_i = L(r, \alpha, s, \beta | x_i, t_i, T_i)$ نرخ درستنمایی برآوردشده حاصل از رابطه ۱ و $\Gamma(\cdot)$ بیانگر تابع استاندارد گاما است.

مدل ارزش تراکنشی در تخمین مقادیر پولی آتی تولیدشده مشتری: این مدل سازی احتمالی را فادر و هاردی (۲۰۰۵) توسعه دادند. جریان مبالغ پولی تولیدشده مشتری i در طول زمان را به شکل $Z_{i,1}, \dots, Z_{i,x_i}$ در نظر می گیریم. متوسط ارزش جریان این تراکنش ها که در گذشته روی داده است را با \tilde{m}_i نشان داده و به صورت رابطه ۷ محاسبه می کنیم.

$$\tilde{m}_i \equiv m_{i,T_i} = \sum_{l=1}^{x_i} Z_{i,l} / x_i \quad (\text{رابطه ۷})$$

یکی از فرضیه هایی که فادر و هاردی (۲۰۰۵) در توسعه این مدل به کار برده اند، آن است که مقدار منافع به ازای هر تراکنش، مستقل از تعداد تراکنش ها است. به علاوه، آنها در مدل خود موسوم به ارزش تراکنشی فرض کرده اند که منافع انتظاری در طول زمان تغییر نمی کند. ما این منافع انتظاری در طول زمان برای مشتری i را با \tilde{m}_i نشان می دهیم. بنابراین \tilde{m}_i (متوسط منافع در گذشته) آماره تخمینی ساده از \tilde{m}_i است. فرض دیگر فادر و هاردی این است که $Z_{i,l}$ دارای توزیع گاما با پارامتر شکل px_i و پارامتر مقیاس $1/v_i$ است. یکی دیگر از فرض های مقاله این دو پژوهشگر نیز بیان می کند مقادیر v_i خود دارای توزیع گاما میان جامعه مشتریان با پارامتر شکل q و پارامتر مقیاس $1/\gamma$ است. این فرضیه ها به تابع درستنمایی کل مدل ارزش تراکنشی به شکل رابطه ۸ منجر می شود که به سه پارامتر ناشناخته p, q و γ وابسته است.

$$L(p, q, \gamma) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{\Gamma(px_i + q)}{\Gamma(px_i)\Gamma(q)} \frac{\gamma^q \tilde{m}_i^{px_i-1} x_i^{px_i}}{(\gamma + \tilde{m}_i x_i)^{px_i+q}} \right) \quad (\text{رابطه ۸})$$

در نهایت زمانی که این پارامترها به کمک تخمین حداکثر درستنمایی برآورد شوند، می توان مقدار انتظاری شرطی متوسط منافع حاصل از رابطه مشتری i را به شکل رابطه ۹ تخمین زد.

$$\hat{m}_i = \left(\frac{\hat{q} - 1}{\hat{p}x_i + \hat{q} - 1} \right) \frac{\hat{\gamma}\hat{p}}{\hat{q} - 1} + \left(\frac{\hat{p}x_i}{\hat{p}x_i + \hat{q} - 1} \right) \tilde{m}_i \quad (\text{رابطه ۹})$$

AHP فازی: AHP فازی روشی توسعه یافته از روش شناخته شده AHP است. با وجود مرسوم بودن روش AHP، به دلیل نداشتن توانایی کافی برای بیان عدم قطعیت نهفته در تصمیم گیرندگان، به این روش انتقادهایی وارد شده است (دنگ، ۱۹۹۹). در AHP فازی،

نسبت‌های مقایسه فازی می‌توانند ابهامات موجود در مقایسه‌های لغوی تصمیم‌گیرندگان را بیان کنند. در ادبیات پژوهش روش‌های متعددی برای این منظور به‌کارگرفته شده است که از جمله آنها می‌توان به پژوهش‌های ژو (۲۰۰۰)، باکرلی (۱۹۸۵)، میخائیلوف (۲۰۰۳)، چانگ (۱۹۹۶) و وانگ، یانگ و ژو (۲۰۰۵) اشاره کرد. پژوهش حاضر برای تخمین اوزان اهمیت نسبی مؤلفه‌های RFM از روش توسعه‌یافته چانگ (۱۹۹۶) استفاده می‌کند که روشی مشابه AHP قطعی ال. ساعتی است. در این روش از اعداد مثلثی فازی برای نمایش مقایسه‌های زوجی استفاده می‌شود. جدول ۱ نداشت نظرهای ترجیحی به اعداد فازی مثلثی را در مقیاس نه‌گزینه‌ای ارجحیت نشان می‌دهد.

جدول ۱. نحوه نداشت نظرهای ترجیحی به مقیاس ساعتی و مقیاس فازی مثلثی

مقیاس نظیر فازی مثلثی	مقیاس نه‌درجه‌ای ساعتی	درجه اهمیت در مقایسه‌های زوجی
(۱, ۱, ۱)	۱	ترجیح یکسان
(۱/۲, ۳/۴, ۱)	۲	ترجیح یکسان تا نسبی
(۲/۳, ۱, ۳/۲)	۳	ترجیح نسبی
(۱, ۳/۲, ۲)	۴	ترجیح نسبی تا قوی
(۳/۲, ۲, ۵/۲)	۵	ترجیح قوی
(۲, ۵/۲, ۳)	۶	ترجیح قوی تا بسیار قوی
(۵/۲, ۳, ۷/۲)	۷	ترجیح بسیار قوی
(۳, ۷/۲, ۴)	۸	ترجیح بسیار تا بی‌اندازه
(۷/۲, ۴, ۹/۲)	۹	ترجیح بی‌اندازه

پس از کسب نظرهای خبرگان در قالب جدولی از اعداد فازی مثلثی، مقدار ترکیبی فازی محاسبه می‌شود.

فرض کنید $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ مجموعه اشیا (آلترناتیوها) و $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ مجموعه اهداف باشد. همچنین فرض کنید $M_{g_i}^j$ بیانگر مقایسه زوجی بین مؤلفه‌های i و j باشد $(M_{g_i}^1, M_{g_i}^2, \dots, M_{g_i}^m \quad i = 1, 2, \dots, n)$ که در آن $M_{g_i}^j$ ها اعداد مثلثی فازی هستند. هر عدد فازی مثلثی به صورت $M_{g_i}^j = (l_{i,j}, m_{i,j}, u_{i,j})$ نشان داده می‌شود که در آن $l_{i,j}$ حد پایینی، $u_{i,j}$ حد بالایی و $m_{i,j}$ نقطه‌ای است که در آن تابع عضویت برابر یک می‌شود. رابطه $M_{g_j}^i = M_{g_i}^j^{-1}$ برای کل اعداد فازی مثلثی برقرار است. عدد معکوس آن نیز به شکل $M_{g_j}^i = \left(\frac{1}{u_{i,j}}, \frac{1}{m_{i,j}}, \frac{1}{l_{i,j}}\right)$ به دست می‌آید. حال با در اختیار داشتن مقادیر تحلیل $M_{g_i}^j$ ، مقدار ترکیبی فازی مربوط به تأمین هدف به صورت رابطه ۱۰ تعریف می‌شود.

$$S_i = \sum_{j=1}^m M_{g_i}^j \otimes \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{g_i}^j \right]^{-1} \quad \text{رابطه ۱۰}$$

برای محاسبه $\sum_{j=1}^m M_{g_i}^j$ از عملگر جمع فازی بر m مقدار تحلیلی به شکل زیر استفاده می شود:

$$\sum_{j=1}^m M_{g_i}^j = \left(\sum_{j=1}^m l_j, \sum_{j=1}^m m_j, \sum_{j=1}^m u_j \right) \quad \text{رابطه ۱۱}$$

همچنین بخش دوم رابطه ۱۰ به کمک رابطه ۱۲ به دست می آید.

$$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{g_i}^j \right]^{-1} = \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m u_i}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m m_i}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m l_i} \right) \quad \text{رابطه ۱۲}$$

پس از محاسبه S_i که درجه صحت بزرگی آنها نسبت به هم سنجیده می شود.

$$V(M_i \geq M_j) = \text{SUP}_{x \geq y} [\min(\mu_{M_i}(x), \mu_{M_j}(y))] \quad \text{رابطه ۱۳}$$

که به بیان دیگر می توان آن را مطابق رابطه ۱۴ تعریف کرد.

$$V(M_i \geq M_j) = \begin{cases} 1 & m_i \geq m_j \\ \cdot & l_j \geq u_i \\ \frac{l_j - u_i}{(m_i - u_i) - (m_j - l_j)} & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{رابطه ۱۴}$$

با استفاده از نتایج به دست آمده درجه امکان بزرگی عدد فازی M_i نسبت به سایر n مؤلفه فازی از رابطه ۱۵ به دست می آید.

$$W_i = V(M_i \geq M_1, M_2, \dots, M_k) = \min\{V(M_i \geq M_k)\} \quad \text{رابطه ۱۵}$$

$$k = 1, 2, \dots, n, \quad k \neq i$$

W_i های به دست آمده، همان اوزان نسبی مؤلفه های i نسبت به هم هستند. پس از نرمال کردن بردار بالا، اوزان نسبی متغیرها نسبت به هم حاصل می شود.

یافته‌های پژوهش

همان‌گونه که در بخش مقدمه اشاره شد، این مقاله طی چندگام اصلی اجرا شده است. در ادامه جزئیات اجرای هریک از مراحل پژوهش به تفصیل بیان می‌شود.

پیش‌بینی مؤلفه‌های رفتار خرید آتی مشتریان به کمک مدل‌سازی Pareto/NBD

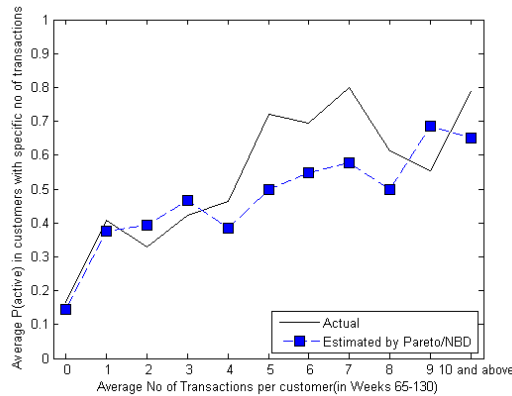
ابتدا سه پارامتر لازم برای مدل Pareto/NBD، یعنی مجموع تعداد تراکنش‌ها تا لحظه فعلی، زمان آخرین تراکنش و طول دوره عمر مشتری محاسبه شده است، سپس اطلاعات به‌دست‌آمده در قالب مجموعه $(X_i = x_i, t_i, T_i)$ بیان می‌شود. با استفاده از رابطه ۱ تابع درست‌نمایی به ازای تک‌تک مشتریان که سابقه خرید هر یک $(X_i = x_i, t_i, T_i)$ است، به‌صورت تابعی از مقادیر مجهول α, τ, s و β محاسبه می‌شود. برای محاسبه این عبارت باید تابع فوق هندسی گاوسی که بخشی از رابطه ۱ است، محاسبه شود. برای این منظور از تابع hypergeom در جعبه ابزار سمبلیک مطلب بهره برده‌ایم. پس از آن به محاسبه مجموع لگاریتمی مقادیر تابع درست‌نمایی روی مجموعه مشتریان اقدام شده است و مقدار کمینه تابع هدف به ازای مقادیر مختلف چهار پارامتر مجهول مدل، به کمک تابع fmincon در جعبه ابزار بهینه‌سازی متلب محاسبه شده است. نتیجه محاسباتی که بیان شد به شرح جدول ۲ است.

جدول ۲. مقادیر برآوردشده پارامترهای مدل در مورد مطالعه

برآورد پارامترهای مدل Pareto/NBD				
جواب به ازای مقدار کمینه مجموع لگاریتمی تابع درست‌نمایی				مقدار تابع درست‌نمایی در نقطه کمینه
β	s	α	τ	
۱/۷۳۳۲	۰/۴۱۸۰	۱/۳۰۱۷	۰/۸۵۷۳	۷۹۰۱/۴
برآورد پارامترهای مدل ارزش تراکنشی				
جواب به ازای مقدار کمینه مجموع لگاریتمی تابع درست‌نمایی			مقدار تابع درست‌نمایی در نقطه کمینه	
γ	q	p		
۷/۵۴۲۳	۶/۲۴۱۷	۳/۰۰۰۹	۲۳۳۱	

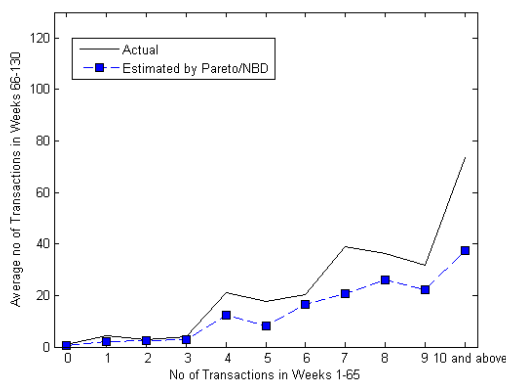
حال می‌توان احتمال شرطی فعال بودن هر مشتری را به کمک رابطه ۵ محاسبه کرد. این برآورد برای کلیه مشتریان در پایان دوره آموزش (هفته شصت و پنجم) صورت پذیرفته است. شکل ۲ انطباق پیش‌بینی انجام‌شده با واقعیت (تعداد واقعی خریدها در دوره آزمون) را نشان می‌دهد. محور افقی در این شکل تعداد خریدهای تکراری مشتریان در دوره آموزش را نشان

می‌دهد. متوسط احتمال فعال بودن مشتریان هر رده در نمودار به صورت خط چین مشخص شده است و قسمت‌های توپر درصد واقعی آن را نشان می‌دهد. یافته‌ها بیانگر انطباق قابل قبول نتایج حاصل از مدل‌سازی با تراکنش‌های مشتریان گوناگون است.



شکل ۲. نمودار مقایسه احتمال فعال بودن مشتریان طی تخمین مدل Pareto/NBD با مقادیر واقعی دوره آزمون

همچنین با در اختیار داشتن پارامترهای مدل Pareto/NBD و سابقه خرید هر مشتری، می‌توان به کمک رابطه ۶ تعداد تراکنش‌های آتی طی هر دوره زمانی را محاسبه کرد. نتایج حاصل در شکل ۳ نشان داده شده است. در این شکل محور افقی تعداد خریدهای تکراری دوره آموزش است و محور عمودی، متوسط نرخ تراکنش‌های هر رده در دوره آزمون را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود برای مشتریان با تواتر خرید پایین، نتایج حاصل از مدل‌سازی تطابق بیشتری با درصد واقعی خریدها در دوره آزمون داشته است؛ این درحالیست که در تواتر خرید بالاتر این اختلاف بیشتر می‌شود؛ اگرچه مدل توانسته است روند تغییرات درصد خریدهای مشتریان گوناگون را پیش‌بینی کند.



شکل ۳. نمودار مقایسه درصد خرید پیش‌بینی‌شده توسط مدل Pareto/NBD با میزان واقعی خرید در دوره آزمون

بهره‌گیری از روش AHP فازی به‌منظور تعیین اوزان مؤلفه‌های RFM در پیش‌بینی ارزش آتی مشتری

در این مطالعه از نظرهای سه نفر خبره در صنعت ارائه خدمات مالی، برای ارزیابی مؤلفه‌های RFM و اهمیت آنها در پیش‌بینی ارزش تولیدی مشتریان در آینده بهره برده شده است. برای این منظور از آنها درخواست شد براساس مقیاس ساعتی نه‌تایی (به شرح مندرج در جدول ۱)، بین سطح اهمیت این سه عنصر، مقایسه‌های زوجی انجام دهند. برای اطمینان از نتایج مقایسه‌های زوجی، به کمک روش بردار ویژه مقادیر شاخص ناسازگاری (I.I) و نرخ نسبت ناسازگاری (I.R) برای هر یک از جدول‌های تصمیم‌گیرندگان محاسبه شده است. محاسبه این دو شاخص سازوکاری است که سازگاری مقایسه‌های زوجی را مشخص می‌کند و نشان می‌دهد تا چه میزان می‌توان به اولویت‌های جدول‌های ترکیبی اعتماد کرد (قدسی‌پور، ۱۳۸۱). مقدار دو شاخص بالا به ترتیب از طریق روابط $I.I. = \frac{\lambda_{max}-n}{n-1}$ و $I.R. = \frac{I.I}{I.R.R}$ قابل محاسبه می‌شوند. مقادیر بزرگ‌ترین مقدار ویژه، شاخص ناسازگاری و نرخ ناسازگاری به‌ازای نظر خبرگان به‌ترتیب در جدول ۳ درج شده است.

جدول ۳. شاخص و نسبت ناسازگاری به ازای هر یک از ماتریس‌های مقایسات زوجی

I.I.R.	I.I.	بزرگ‌ترین مقدار ویژه نظیر	تصمیم‌گیرنده
۰/۰۴۶۲	۰/۰۲۶۸	$\lambda_{max} = ۳/۰۵۳۶$	K=۱
۰/۰۱۵۶	۰/۰۰۹۱	$\lambda_{max} = ۳/۰۱۸۳$	K=۲
۰/۰۰۷۹	۰/۰۰۴۶	$\lambda_{max} = ۳/۰۰۹۲$	K=۳

در ادامه متناظر با هر یک از سه ماتریس نظرهای بالا و با توجه به جدول ۱، گزاره‌های کلامی ترجیحات به اعداد فازی مثلثی تبدیل می‌شود. برای جمع‌بندی نظرهای این سه تصمیم‌گیرنده از میانگین هندسی بین مؤلفه‌های متناظر استفاده می‌شود. نتیجه حاصل از این جمع‌بندی که ماتریس ترجیحات فازی سه مؤلفه RFM را نسبت به یکدیگر نشان می‌دهد، به شرح زیر است:

$$A = \begin{bmatrix} [1, 1, 1] & [0/3816, 0/4743, 0/6299] & [0/6934, 0/9615, 1/4422] \\ [1/5874, 2/1086, 2/6207] & [1, 1, 1] & [0/8736, 1/1447, 1/4422] \\ [0/6934, 1/0400, 1/4422] & [0/7631, 1, 1/3104] & [1, 1, 1] \end{bmatrix}$$

1. Inconsistency Index
2. Inconsistency Ratio

حال با در اختیار داشتن مقادیر اعداد فازی M_{gi}^j با توجه به روش چانگ و جدول بالا، مقادیر S_i محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned}
 S_1 &= \sum_{j=1}^m M_{g1}^j \otimes \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} \\
 &= [2/0.749, 2/4358, 3/0.722] \otimes [0/0.841, 0/1028, 0/1251] \\
 &= [0/1745, 0/2504, 0/3844] \\
 S_2 &= [3/4610, 4/2533, 5/0.630] \otimes [0/0.841, 0/1028, 0/1251] \\
 &= [0/2911, 0/4372, 0/6335] \\
 S_3 &= [2/4565, 3/0.400, 3/7526] \otimes [0/0.841, 0/1028, 0/1251] \\
 &= [0/2066, 0/3125, 0/4695]
 \end{aligned}$$

در ادامه درجه صحت بزرگی اعداد بالا نسبت به یکدیگر سنجیده می‌شود. نتیجه این محاسبات در جدول ۴ نمایش داده شده است.

جدول ۴. مقایسه درجه صحت بزرگی اعداد فازی نسبت به یکدیگر

$V_{1,2} = 0/3330$	$V_{2,1} = 1$	$V_{3,1} = 1$
$V_{1,3} = 0/7411$	$V_{2,3} = 1$	$V_{3,2} = 0/5886$

حال می‌توان وزن مؤلفه‌ها را به سادگی از رابطه ۱۴ محاسبه کرد؛ برای مؤلفه اول مقدار $0/3330$ ، مؤلفه دوم ۱ و مؤلفه سوم $0/5886$ به دست می‌آید. با نرمال کردن مقادیر بالا، وزن مؤلفه‌های RFM به شرح زیر حاصل می‌شود.

$$W_R = 0/1733 \qquad W_F = 0/5204 \qquad W_M = 0/3063$$

بخش بندی مشتریان

با در اختیار داشتن اوزان نسبی مؤلفه‌های R، F و M می‌توان به بخش بندی جامعه مشتریان اقدام کرد. در رده بندی RFM هر یک از مقادیر R، F و M براساس بزرگ تر یا کوچک تر بودن خود از میانگین نمونه، به دو رده \uparrow یا \downarrow تقسیم می‌شوند. بدین ترتیب $2 \times 2 \times 2$ ترکیب ممکن از حالت‌های گوناگون این مؤلفه‌ها (یا ۸ خوشه از مشتریان) با مقادیر مختلف RFM خواهیم داشت. برای این منظور ابتدا این مؤلفه‌ها نرمال می‌شوند. نرمال سازی این مؤلفه‌ها با روش Min-Max

انجام گرفته است که طی آن متغیر x با کران بالای x^u و کران پایین x^l به شکل $x' = \frac{x-x^l}{x^u-x^l}$ نرمال می‌شود. از آنجا که دو مؤلفه F و M به‌طور مثبت بر CLV تأثیر می‌گذارند، این نرمال‌سازی به‌شکل بالا در مورد آنها صورت می‌پذیرد. در مورد مؤلفه R با توجه به تأثیر منفی آن بر CLV ، نرمال‌سازی به‌شکل $x' = \frac{x^u-x}{x^u-x^l}$ انجام می‌شود. ارزش نرمال‌شده مقدار RFM برای هر مشتری Z با ضرب اهمیت نسبی این مؤلفه‌ها در مقادیر نظیر به‌شکل $C^j = W_R \times C_R^j + W_F \times C_F^j + W_M \times C_M^j$ حاصل می‌شود. نتیجه حاصل از این بخش‌بندی به هشت خوشه، در جدول ۵ نمایش داده شده است.

جدول ۵. رده‌بندی مشتریان براساس متوسط مقادیر مؤلفه‌های RFM

نام خوشه	توصیف خوشه	تعداد مشتریان	میانگین مؤلفه تازه‌گی (روز)	میانگین مؤلفه توالی	میانگین مؤلفه پولی
۱	$R \downarrow F \uparrow M \uparrow$	۸۹	۳۷/۳۳۷۰	۱۳/۵۸۴۳	۴۵۳۷۴۲/۷۸۷۱
۲	$R \uparrow F \uparrow M \uparrow$	۱۹	۲۳۵	۵/۰۱۱۰	۵۰۸۰۹۰/۸۴۵۰
۳	$R \downarrow F \downarrow M \uparrow$	۱۳۱	۶۴/۷۴۸۱	۱/۲۹۰۰	۵۷۴۴۰۸/۵۷۵۸
۴	$R \downarrow F \uparrow M \downarrow$	۱۳۲	۶۰/۰۳۰۳	۷/۸۸۶۴	۸۶۶۴۳/۶۸۶۲
۵	$R \uparrow F \downarrow M \uparrow$	۱۷۵	۲۷۵/۳۹۴۳	۱/۱۱۴۳	۷۰۸۱۲۳/۹۴۵۷
۶	$R \uparrow F \uparrow M \downarrow$	۸۸	۳۲۰/۲۵۰۰	۸/۳۷۵۰	۵۷۰۲۲/۱۰۱۱
۷	$R \downarrow F \downarrow M \downarrow$	۴۵۵	۸۱/۰۰۲۲	۱/۲۴۳۹	۶۵۴۳۳/۶۱۷۸
۸	$R \uparrow F \downarrow M \downarrow$	۴۱۷	۲۷۸/۰۲۷۲	۱/۱۳۱۲	۶۷۵۶۱/۵۲۵۴
	کل مشتریان	۱۵۰۶	۱۶۷/۲۷۹۹	۲/۹۹۳۳	۲۱۶۱۶۰/۸۲۵۱

هر یک از این خوشه‌ها، بیانگر بخشی از بازار با رفتار خریدی متمایز است. برای مثال، مشتریانی با رفتار $R \downarrow F \uparrow M \uparrow$ مشتریان وفاداری هستند که به‌تازگی خرید داشتند، بنابراین احتمال فعال‌بودن آنها بیشتر است، ممکن است به‌طور متوالی خرید کنند و مبالغ بیشتری در هر بار خرید می‌پردازند. به‌طور مشابه مشتریان با الگوی رفتاری $R \uparrow F \downarrow M \downarrow$ مشتریانی هستند که بسته‌گریخته با شرکت معامله می‌کنند و احتمال فعالیت و ارزش‌آفرینی آنها در آینده نیز ضعیف است. جدول ۶ خلاصه‌ای از نتایج بخش‌بندی مشتریان و رتبه‌بندی CLV مشتریان براساس میانگین موزون آنها را بیان می‌کند.

جدول ۶. رده بندی ارزش دوره عمر مشتریان با کمک مقادیر RFM وزن دار نرمال شده

رتبه بندی خوشه	متوسط مؤلفه تازگی وزن دار	متوسط مؤلفه توالی وزن دار	متوسط مؤلفه پولی وزن دار	متوسط امتیاز مشتریان C^I	رتبه بندی CLV
۱	۰/۱۵۹۴	۰/۱۸۲۸	۰/۰۹۳۹	۰/۱۵۱۵	۱
۲	۰/۰۸۳۶	۰/۰۵۹۵	۰/۱۰۵۲	۰/۰۷۷۷	۳
۳	۰/۱۴۸۹	۰/۰۰۴۳	۰/۱۱۳۴	۰/۰۶۲۹	۵
۴	۰/۱۵۰۷	۰/۱۰۱۷	۰/۰۱۷۸	۰/۰۸۴۵	۲
۵	۰/۰۶۸۱	۰/۰۰۱۷	۰/۱۱۱۴	۰/۰۴۶۸	۶
۶	۰/۰۵۰۹	۰/۱۰۶۶	۰/۰۱۱۶	۰/۰۶۷۹	۴
۷	۰/۱۴۲۶	۰/۰۰۳۶	۰/۰۱۳۴	۰/۰۳۰۷	۷
۸	۰/۰۶۷۱	۰/۰۰۱۹	۰/۰۱۳۸	۰/۰۱۶۹	۸

بر اساس نتایج حاصل از بخش قبل در پیش بینی مؤلفه های رفتار خرید آتی مشتریان، به محاسبه مؤلفه های احتمال فعال بودن هر مشتری (جایگزینی برای مؤلفه R)، تعداد انتظاری تراکنش های آتی مشتری (جایگزینی برای مؤلفه F) و متوسط انتظاری مقادیر پولی تراکنش های آتی (جایگزینی برای مؤلفه M) اقدام شده است. از این پس این سه مؤلفه با عنوان مقادیر مؤلفه های انتظاری RFM نام برده می شوند. از مجموعه حاصل بار دیگر مشابه مراحل انجام گرفته در روش معمول RFM برای محاسبه رتبه بندی مشتریان استفاده می شود. جدول ۷ نتایج حاصل از بخش بندی مشتریان بر مبنای مقادیر مؤلفه های انتظاری RFM را نشان می دهد.

جدول ۷. رده بندی ارزش دوره عمر مشتریان به کمک مقادیر RFM انتظاری وزن دار نرمال شده

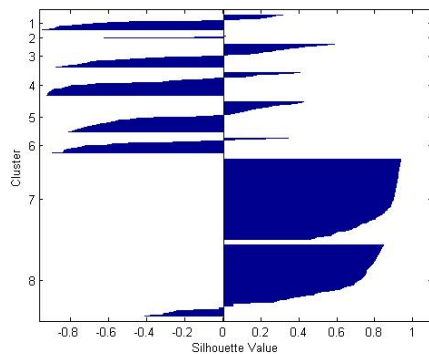
رتبه بندی خوشه	متوسط مؤلفه تازگی وزن دار	مؤلفه توالی وزن دار	مؤلفه پولی وزن دار	متوسط امتیاز مشتریان C^I	رتبه بندی CLV
۱	۰/۱۵۲۳	۰/۱۷۵۹	۰/۰۸۵۵	۰/۱۴۴۱	۱
۲	۰/۰۱۱۲	۰/۰۶۲۹	۰/۰۸۴۵	۰/۰۶۰۵	۳
۳	۰/۱۱۹۴	۰/۰۱۶۲	۰/۰۵۵۹	۰/۰۴۶۳	۴
۴	۰/۱۳۹۵	۰/۰۹۳۰	۰/۰۱۳۰	۰/۰۷۶۶	۲
۵	۰/۰۱۵۷	۰/۰۱۲۱	۰/۰۲۳۱	۰/۰۱۲۲	۷
۶	۰/۰۰۴۶	۰/۰۷۹۷	۰/۰۰۸۰	۰/۰۴۴۷	۵
۷	۰/۰۹۱۹	۰/۰۰۶۲	۰/۰۱۱۴	۰/۰۲۲۶	۶
۸	۰/۰۱۴۲	۰/۰۰۱۶	۰/۰۱۰۸	۰/۰۰۶۶	۸

ارزیابی کیفیت بخش‌بندی مشتریان در پیش‌بینی ارزش دوره‌ی عمر مشتری

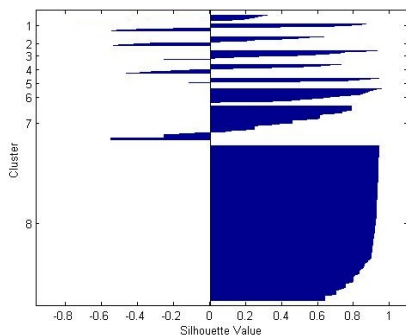
یکی از کارکردهای اصلی مدل‌سازی RFM، تلاش در رتبه‌بندی مشتریان و پیش‌بینی رده‌ی ارزش مشتریان در آینده است. ما از این ویژگی برای مقایسه‌ی کیفیت اجرای رده‌بندی مشتریان طی دو روش بررسی‌شده بهره‌برداریم. برای این منظور ابتدا ارزش خالص کنونی مقادیر پولی تولیدشده‌ی هر مشتری در دوره‌ی آزمون محاسبه شده است. این ارزش، به‌منزله‌ی ارزش آتی تولیدی که مدل‌های RFM برای رده‌بندی مشتریان استفاده می‌کنند، در نظر گرفته می‌شود. در بخش‌بندی انتظار می‌رود مشتریان به بخش‌های مختلف متجانس طبقه‌بندی شوند؛ به‌گونه‌ای که هر بخش بیشترین شباهت‌های درون‌خوشه‌ای و بیشترین تمایز برون‌خوشه‌ای را داشته باشد. یک معیار معروف در این زمینه، معیار سیلوئت است. در محاسبه‌ی معیار سیلوئت، میانگین فاصله‌ی عنصر i با تمام عناصر دیگر موجود در خوشه‌ی آن (a_i) ، با کمینه‌ی میانگین فواصل آن عنصر از اعضای سایر خوشه‌ها (b_i) مقایسه می‌شود. این کار از طریق رابطه‌ی $s_i = \frac{(b_i - a_i)}{\max(a_i, b_i)}$ انجام می‌گیرد. میانگین کلی ضریب سیلوئت میان اعضای یک خوشه را ضریب سیلوئت می‌نامیم. در این پژوهش از ضریب سیلوئت برای مقایسه‌ی قدرت دو روش خوشه‌بندی در ایجاد تمایز و پیش‌بینی‌کنندگی ارزش دوره‌ی عمر مشتری استفاده می‌شود. نتیجه‌ی محاسبه‌ی این ضریب به‌ازای هر خوشه، طی دو روش مذکور به شرح جدول ۸ است. همچنین شکل ۴ نمودار این نتایج را به تصویر کشیده است.

جدول ۸. متوسط مقدار سیلوئت طی مقایسه‌ی مقدار واقعی CLV در رده‌بندی RFM

با استفاده از مقادیر پیش‌بینی‌شده‌ی مؤلفه‌ها				با استفاده از مقادیر تاریخی مؤلفه‌ها			
درصد کل پارامتر سیلوئت	عرض سیلوئت برای هر خوشه	تعداد اعضای هر خوشه	خوشه	درصد کل پارامتر سیلوئت	عرض سیلوئت برای هر خوشه	تعداد اعضای هر خوشه	خوشه
	-۰/۲۹۳۷	۲۹	۱		-۰/۳۷۰۸	۸۹	۱
	-۰/۱۸۳۹	۱۲۶	۲		-۰/۲۳۰۲	۱۹	۲
	-۰/۳۸۳۹	۵۷	۳		-۰/۱۴۰۲	۱۳۱	۳
	-۰/۱۹۶۲	۴۵	۴		-۰/۴۷۴۳	۱۳۲	۴
-۰/۴۲۶۶	-۰/۳۷۹۰	۵۳	۵	-۰/۲۵۷۵	-۰/۲۳۰۷	۱۷۵	۵
	-۰/۴۶۷۶	۵۳	۶		-۰/۵۰۶۸	۸۸	۶
	-۰/۳۸۴۹	۹۲۲	۷		-۰/۸۳۰۷	۴۵۵	۷
	-۰/۸۴۰۳	۲۰۸	۸		-۰/۵۱۹۳	۴۰۴	۸



رویکرد ۱. با استفاده از مقادیر
تاریخی مؤلفه‌ها



رویکرد ۲. با استفاده از مقادیر
پیش‌بینی شده مؤلفه‌ها

شکل ۴. نمودارهای مقادیر پارامتر سیلوئت طی مقایسه مقدار واقعی CLV در رده بندی RFM

همان گونه که در جدول ۸ و شکل ۴ مشاهده می‌شود، عملکرد بخش بندی مقادیر انتظاری مؤلفه‌های RFM در تخمین CLV بهتر از بخش بندی مقادیر تاریخی آن بوده است. بدین ترتیب که دسته‌های ایجاد شده براساس مؤلفه‌های انتظاری، تمایز بهتری از نظر تفکیک مقادیر آتی CLV در دوره آزمون ایجاد کرده‌اند. این امر با افزایش ۶۶ درصد مقدار شاخص کلی سیلوئت و نیز، بهبود آن به‌زای کلیه دسته‌ها (به‌استثنا دسته ۷) مشهود است. نکته شایان توجه در این میان آن است که بخش بندی مقادیر تاریخی، بهترین تفکیک CLV را در خوشه‌های با ارزش پایین‌تر (خوشه‌های ۷ و ۸) ایجاد کرده است؛ این درحالیست که در خوشه‌های بالاتر، مقادیر این شاخص منفی است، به‌ویژه در خوشه‌های ۱، ۴، ۲ و ۶ (۴ خوشه با برترین رده CLV) ناهمخوانی بیشتری به چشم می‌خورد.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش به معرفی رویکرد جدیدی در بخش بندی مشتریان با مدل RFM موزون پرداخته شد. در رویکرد جدید ضمن ترکیب مدل سازی Pareto/NBD با روش RFM، از مقادیر انتظاری

احتمال فعالیت مجدد مشتری، نرخ انتظاری تراکنش‌های آتی و نرخ انتظاری مقادیر پولی آتی به جای مقادیر تاریخی RFM در بخش‌بندی استفاده شد. همچنین در انجام این پژوهش با اجرای روش AHP فازی روی نظر سه نفر از خبرگان صنعت، اوزان مؤلفه‌های R ، F و M به‌دست آمد. بهره‌گیری از این روش در بخش‌بندی مشتریان، می‌تواند به‌ایجاد بخش‌هایی با تفکیک بهتر ارزش دوره‌ی عمر مشتری و رده‌بندی مناسب‌تر مشتریان بر مبنای آن - که هدف اصلی مدل‌سازی RFM است، کمک کند. نتایج تجربی حاصل از اجرای روش پیشنهادی بر پایگاه داده‌ی تراکنشی مشتریان غیر قراردادی یکی از شرکت‌های ارائه‌ی خدمات مالی، تأییدکننده‌ی بهبود کیفیت بخش‌بندی با رویکرد پیشنهادی است. با وجود این، دشواری و پیچیدگی پیاده‌سازی مدل Pareto/NBD اجرای عملیاتی این رویکرد در کاربردهای تجاری و روزمره را محدود می‌کند. با این حال، کاربرد سایر روش‌های پیش‌بینی‌کننده‌ی هوش مصنوعی و داده‌کاوی در تخمین و پیش‌بینی مؤلفه‌های رفتاری مشتری و آزمون کیفیت بخش‌بندی حاصل از آنها می‌تواند در مطالعات بعدی مد نظر قرار گیرد و نتایج حاصل با رویکرد این پژوهش مقایسه شود.

همان‌گونه که در بخش پیشینه‌ی پژوهش به تفصیل بیان شد، روش RFM بر مقادیر تاریخی مؤلفه‌های رفتاری مشتری، صرف نظر از پویایی تغییرات آتی احتمالی در رفتار مشتری تکیه دارد. به این امر پیش از این نیز در ادبیات بازاریابی توجه شده است که عمده‌ترین رویکرد در این زمینه، ترکیب رده‌بندی بر مبنای ارزش فعلی با ارزش بالقوه‌ی مشتری در آینده بوده است. با وجود این، تاکنون پژوهش‌های مشابهی که به نحوه‌ی تغییرات رده‌بندی مشتریان بر مبنای ارزش آتی توجه کند و به مقایسه‌ی این تغییرات با رده‌بندی تاریخی بپردازد، صورت نپذیرفته است. پژوهش حاضر تلاش کرده است تا ضمن توجه به نحوه‌ی تغییرات مؤلفه‌های رفتار مشتری در رده‌بندی مشتریان، تغییرات رتبه‌بندی هر مشتری بر این مبنای نیز مد نظر قرار دهد. این امر به‌ویژه در وضعیتی که الگوهای رفتاری مشتری چندان پایدار نیست و دستخوش تغییرات زیادی قرار می‌گیرد، یا شناسایی روند تغییرات رفتاری دشوارتر است، اهمیت فوق‌العاده‌ای می‌یابد؛ روابط غیر قراردادی با مشتری در این دسته قرار می‌گیرد. در این روابط مشتری در هر لحظه از زمان می‌تواند از ادامه‌ی کار روی‌گردان شود و شناسایی مقطع زمانی وقوع این روی‌گردانی دشوارتر از شرایط قراردادی است. این امر می‌تواند ساختار بخش‌بندی صورت‌گرفته براساس مقادیر تاریخی مؤلفه‌ها و صحت آن برای آینده را تحت تأثیر قرار دهد. هر چه تغییرات فضای کسب‌وکار پویایی بیشتری داشته باشد و سهولت دستیابی به تأمین‌کننده‌ی مشابه دیگر بیشتر باشد، این تغییرات الگو در بخش‌بندی بازار با سهولت بیشتری می‌تواند رخ دهد. نمونه‌هایی از این نوع روابط در صنایع خرده‌فروشی و به‌ویژه فروش اینترنتی مشهود است. نتایج پژوهش حاضر می‌تواند به‌منظور رده‌بندی مشتریان بر

مبنای ارزش احتمالی آتی برای مدیران چنین کسب و کارهایی مفید واقع شود. همچنین به منظور کاستن از پیچیدگی‌های پیاده‌سازی مدل Pareto/NBD، می‌توان از مدل BG/NBD (برای توضیحات بیشتر در این خصوص به فادر و هاردی، ۲۰۰۵ الف مراجعه کنید)، به مثابه جایگزینی ساده‌شده و مناسب بهره برد و کاربرد عملیاتی این مدل را برای مدیران بازاریابی تسهیل کرد.

References

- Ahmadi, A. & Yahyazadehfar, M. (2011). Investigation of Implementing Relational Marketing for Customer relationship in Hospitality Industry (Case Study: of Persian Palace hotel). *Iranian Business Management*, 3(8): 23-40. (in Persian)
- Ahmadi, P., Azar, A. & Samsami, F. (2011). Market Segmentation using Neural Networks (Case Study: Pharmaceutical Market in Iran). *Iranian Business Management*, 2(6): 1-20. (in Persian)
- Buckley, J.J. (1985). Fuzzy hierarchical analysis. *Fuzzy Sets and Systems*, 17(3): 233-247.
- Chang, D. Y. (1996). Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP. *European journal of operational research*, 95(3): 649-655.
- Cheng, C. H. & Chen, Y. S. (2009). Classifying the segmentation of customer value via RFM model and RS theory. *Expert Systems with Applications*, 36(3): 4176-4184.
- Cheng, X., Gong, B. & Zhang, H. (2012). Customer Value Assessment Using the Fuzzy AHP and TOPSIS Methods: Application in Bank. *Journal of Information & Computational Science*, 9(12): 3431-3438.
- Chiang, W. Y. (2014). Applying data mining with a new model on customer relationship management systems: a case of airline industry in Taiwan. *Transportation Letters*, 6(2): 89-97.
- Deng, H. (1999). Multicriteria analysis with fuzzy pair wise comparisons. *International Journal of Approximate Reasoning*, 21 (3): 215-231.
- Durango-Cohen, E. J., Torres, R. L. & Durango-Cohen, P. L. (2013). Donor Segmentation: When Summary Statistics Don't Tell the Whole Story. *Journal of Interactive Marketing*, 27(3): 172-184.
- Fader, P. & Hardie, B. (2007). Probability Models for Customer-Base Analysis. *18th Annual Advanced Research Techniques Forum*, June 10-13. Sante Fe, New Mexico.
- Fader, P.S., Hardie, B.G.S. & Lee, K.L. (2005a). Counting Your Customers, the Easy Way: An Alternative to the Pareto/NBD Model. *Marketing Science*, 24(2): 275-284.

- Fader, P. S., Hardie, B. G. S. & Lee, K. L. (2005b). RFM and CLV: Using iso-value curves for customer base analysis. *Journal of Marketing Research*, 42(4): 415-430.
- Fader, P.S., Hardie, B.G.S. & Shang, J. (2010) Customer-Base Analysis in a Discrete-Time Noncontractual Setting. *Marketing Science*, 29(6): 1086–1108.
- Gupta, S., Hanssens, D., Kahn, W., Kumar, V., Lin, N. & Ravishanker, N. (2006). Modeling Customer Lifetime Value. *Journal of Service Research*, 9(2): 139-155.
- Han, S. H., Lu, S. X. & Leung, S. C. (2012). Segmentation of telecom customers based on customer value by decision tree model. *Expert Systems with Applications*, 39(4): 3964-3973.
- Hiziroglu, A. (2013). Soft computing applications in customer segmentation: State-of-art review and critique. *Expert Systems with Applications*, 40(16): 6491-6507.
- Hsieh, N. C. (2004). An integrated data mining and behavioral scoring model for analyzing bank customers. *Expert systems with applications*, 27(4): 623-633.
- Hughes, A. M. (1994), *Strategic database marketing*, Chicago: Probus publishing.
- Hwang, H., Jung, T. & Suh, E. (2004). An LTV model and customer segmentation based on customer value: a case study on the wireless telecommunication industry. *Expert systems with applications*, 26(2): 181-188.
- Jain, D. & Singh, S. S. (2002). Customer lifetime value research in marketing :A review and future directions. *Journal of Interactive Marketing*, 16(2): 34-46.
- Keiningham, T. L., Aksoy, L. & Bejou, D. (2006). Approaches to measurement and management of customer value. *Journal of relationship marketing*, 5(2): 37-54.
- Kim, S. Y., Jung, T. S., Suh, E. H. & Hwang, H. S. (2006). Customer segmentation and strategy development based on customer lifetime value: A case study. *Expert Systems with Applications*, 31(1): 101-107.
- Kotler, P. (1997). *Marketing management: Analysis, planning, implementation and control* (9th ed.). Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall.
- Liu, D.-R., and Shih, Y.Y. (2005). Integrating AHP and data mining for product recommendation based on customer lifetime value. *Information & Management*, 42(3): 387-400.
- Mikhailov, L., (2003). Deriving priorities from fuzzy pairwise comparison judgments. *Fuzzy Sets and Systems*, 134(3): 365-385.

- Mollahosseini, A. & Alimirzaei, G. (2011). Segmentation and Identifying the Characteristics of Customers of Irankhodro & Saipa Groups in Kerman city, *Iranian Business Management*, 2(6): 135-146. (in Persian)
- Mortazavi, S., Asemandoreh, Y., Najafi Siahroudi, M. & Alavi, M. (2011). Benefit Sought Segmentation of Mobile Phone Market, *Iranian Business Management*, 3(8): 115-132. (in Persian)
- Mulhern, F. J. (1999). Customer profitability analysis: Measurement, concentration, and research directions. *Journal of Interactive Marketing*, 13(1): 25-40.
- Niraj, R., Gupta, M. & Narasimhan, C. (2001). Customer profitability in a supply chain. *Journal of Marketing*, 65(3): 1-16.
- Olson, D. L. & Chae, B. K. (2012). Direct marketing decision support through predictive customer response modeling. *Decision Support Systems*, 54(1): 443-451.
- Qhodsipour, H. (2002). *Analytical Hierarchy Process*, Tehran: Amirkabir University Publication. (in Persian)
- Reinartz, W.J. & Kumar, V. (2000). On the Profitability of Long-Life Customers in a Non contractual Setting: An Empirical Investigation and Implications for Marketing. *Journal of Marketing*, 64(4): 17-35.
- Rossiter, J. & Percy, L. (1997). *Advertising communications and promotion management*, (2nd ed.). New York: McGraw-Hill.
- Schmittlein, D. C., Morrison, D. G. & Colombo, R. (1987). Counting your customers: who are they and what will they do next? *Management Science*, 33(1): 1-24.
- Stone, B. (1995). *Successful direct marketing methods*, IL: NTC business books, Lincolnwood.
- Tsai, C. F., Hu, Y. H. & Lu, Y. H. (2013). Customer segmentation issues and strategies for an automobile dealership with two clustering techniques. *Expert Systems*. DOI: 10.1111/exsy.12056.
- Verhoef, P. C. & Donkers, B. (2001). Predicting customer potential value an application in the insurance industry. *Decision Support Systems*, 32(2): 189-199.
- Wang, Y.M., Yang, J.B. & Xu, D.L. (2005). A two-stage logarithmic goal programming method for generating weights from interval comparison matrices. *Fuzzy Sets and Systems*, 152(3): 475-498.
- Wu, R. S. & Chou, P. H. (2011). Customer segmentation of multiple category data in e-commerce using a soft-clustering approach. *Electronic Commerce Research and Applications*, 10(3): 331-341.
- Xu, R. (2000). Fuzzy least-squares priority method in the analytic hierarchy process. *Fuzzy Sets and Systems*, 112(3): 395-404.