

## محاسبه نرخ بهره بهینه اوراق قرضه فاجعه آمیز بیمه رشته آتش سوزی کشور با استفاده از رویکرد نظریه مقدار کرانی

مصطفی گرگانی<sup>۱</sup>، احمد اصل حداد<sup>۲</sup>، بهنام شهریار<sup>۳</sup>

**چکیده:** در چند دهه اخیر، انتشار نوعی از اوراق بهادار با نام اوراق قرضه حوادث فاجعه آمیز برای پوشش خسارات حوادث فاجعه آمیز نظیر زلزله، سیل و غیره رواج یافته است. هدف از این پژوهش، تعیین نرخ بهره بهینه ای برای این اوراق است که از نظر خریداران جذابیت داشته باشد. این پژوهش با استفاده از اطلاعات خسارات بیمه آتش سوزی در فاصله زمانی سال ۱۳۲۸ تا ۱۳۸۸، به بررسی رویکرد فراتر از آستانه برای اندازه گیری ارزش در معرض خطر اوراق بهادار فاجعه آمیز می پردازد. مقدار آستانه  $u$ ، با استفاده از تقریب توانی نرمال انتخاب شده و تفاوت میان  $u$  و  $u$  بالاتر از آستانه، به عنوان ریسک اوراق بهادار فاجعه آمیز انتخاب شده است. در نهایت، نرخ بهینه این اوراق، با فرض سررسید ۳ ساله و ارزش اسمی ۱,۰۰۰ واحد پولی برابر با ۲۱/۵۲٪ به دست آمده است.

**واژه های کلیدی:** اوراق بهادار فاجعه آمیز، ارزش در معرض ریسک، توزیع پارتو تعمیم یافته، تقریب توانی نرمال، شبیه سازی بوت استرپ.

طبقه بندی JEL: G22, C61

۱. کارشناس ارشد مهندسی مالی، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
۲. استادیار دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
۳. دکترای اقتصاد دانشکده اقتصاد دانشگاه مازندران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۰/۰۲/۳۰

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۰/۰۸/۱۰

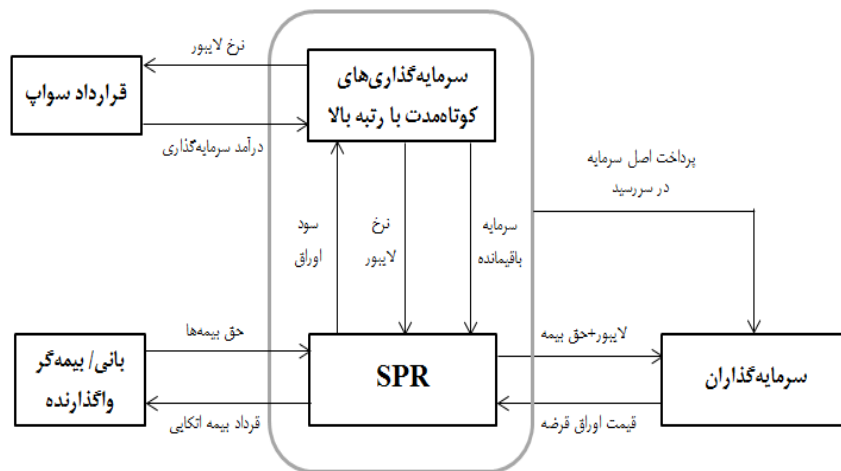
نویسنده مسئول مقاله: مصطفی گرگانی

E-mail: mostafa.gorgani.mfe@gmail.com

## مقدمه

بازار اوراق قرضه فاجعه‌آمیز<sup>۱</sup> در حال حاضر به منبعی پایدار جهت ایجاد ظرفیت مازاد برای بیمه‌گران اولیه و بیمه‌گران اتکایی در دنیا تبدیل شده است. این بازار به‌طور پایدار در حال رشد بوده و رکوردهای جدیدی از حجم صدور اوراق بهادار در این بازار ثبت شده است. اوراق قرضه یاد شده، اغلب به‌عنوان مکانیزم تأمین مالی برای سوانح طبیعی بزرگ مانند زلزله، سیل و غیره استفاده می‌شوند [۹].

ساختار متداول این اوراق در نمودار (۱) نشان داده شده است. معامله با ایجاد یک بیمه‌گر اتکایی با هدف خاص<sup>۲</sup> (SPR) آغاز می‌شود، که اوراق قرضه را برای سرمایه‌گذاران صادر می‌کند. عایدی‌های حاصل، که اغلب در سرمایه‌گذاری‌های کوتاه‌مدت مطمئن سرمایه‌گذاری می‌شوند، در حساب امنی نگهداری می‌شوند. در درون اوراق قرضه فاجعه‌آمیز یک اختیار خرید<sup>۳</sup> قرار دارد که با وقوع یک حادثه از پیش تعیین شده، عایدی‌ها از SPR آزاد شده تا به بیمه‌گر برای پرداخت خسارت کمک کنند [۵].



نمودار ۱. ساختار متداول اوراق قرضه فاجعه‌آمیز

1. Catastrophe Bonds
2. Special Purpose Reinsurance
3. Call Option

در ایران نیز بازار سرمایه می‌تواند فرصت‌های سرمایه‌گذاری بلندمدت مناسب را برای شرکت‌های بیمه‌ای فراهم نماید تا بتوانند در بلندمدت با کسب بازدهی لازم، توان ایفای تعهدات خود را داشته باشند و منابع مالی خود را حفظ نمایند.

از آنجا که بیمه حوادثی مانند زلزله، طوفان، سیل و غیره در ایران، جزیی از بیمه‌نامه آتش‌سوزی است در این پژوهش نرخ بهره مناسب اوراق قرضه فاجعه‌آمیز در صنعت بیمه آتش‌سوزی تعیین می‌شود. سؤال مهم آن است که صنعت بیمه چگونه می‌تواند نرخ بهره بهینه‌ای برای این اوراق تعیین نماید، تا آنقدر جذابیت برای خریدار اوراق داشته باشد تا آنها را تشویق به خرید این اوراق نماید. در واقع هدف اصلی ما در این پژوهش آن است که نرخ بهره مناسب و بهینه را از دید خریدار اوراق تعیین کنیم. در این راستا، ابتدا با روش‌های جدید اندازه‌گیری ریسک، به تعیین ریسک خسارات فاجعه‌آمیز پرداخته و در ادامه نرخ بهره بالا را برای صنعت بیمه آتش‌سوزی محاسبه می‌کنیم.

### مروری بر مطالعات پیشین

در مقالات لاتین، اگرچه پژوهش‌های متعدد و چشمگیری در زمینه ارزش‌گذاری اوراق قرضه فاجعه‌آمیز وجود دارد اما کمتر به ارزش‌گذاری آن‌ها با استفاده از رویکرد نظریه مقدار کرانی<sup>۱</sup> پرداخته شده است. در این قسمت به بررسی مطالعات انجام شده در دو محور می‌پردازیم: (الف) مطالعات انجام گرفته برای ارزش‌گذاری اوراق قرضه فاجعه‌آمیز از طریق نظریه مقدار کرانی؛ (ب) مطالعات انجام شده در تخمین ارزش در معرض ریسک<sup>۲</sup> با استفاده از رویکرد نظریه مقدار کرانی.

در بخش اول به‌طور کلی می‌توان گفت، رشد قابل توجه موضوعات مربوط به حوادث غیرمترقبه، پژوهش‌ها در زمینه تبدیل دارایی‌ها به اوراق بهادار، ارزش‌گذاری و تأثیر استفاده از آنها در پوشش ریسک را به همراه داشته است.

کومینس و چن<sup>۳</sup>، به بررسی صرف ریسک‌های اوراق قرضه طول عمر<sup>۴</sup> با رویکرد مقدار کرانی پرداخته‌اند. هدف این مقاله، تبدیل دارایی به اوراق بهادار ریسک عمر با تأکید بر مدلسازی ریسک طول عمر و قیمت‌گذاری صرف ریسک اوراق قرضه طول عمر است. این مقاله از یک مدل گام تصادفی برای مدلسازی تغییرات کوچک و از نظریه مقدار کرانی برای مدلسازی حوادث کمیاب و نادر استفاده نموده است [۷].

---

1. Extreme Value Theory (EVT)  
 2. Value at Risk (VaR)  
 3. Cummins and Chen  
 4. Longevity Bonds

الکساندروس<sup>۱</sup> و همکاران، نیز به مدلسازی ریسک زلزله از طریق نظریه مقدار کرانی و قیمت‌گذاری اوراق قرضه مرتبط با آن پرداخته‌اند. این مقاله، دو هدف را پیگیری می‌کند: ابتدا، تحلیل داده‌های تاریخی زلزله در یونان سپس تولید یک مدل قابل‌اتکاء برای شدت زلزله‌ها با استفاده از تکنیک‌های پیشرفته نظریه مقدار کرانی؛ و دوم، قیمت‌گذاری اوراق قرضه مربوط با توجه به تئوری بازارهای ناکامل [۴].

در بخش دوم مرور ادبیات، بروکس<sup>۲</sup> و دیگران به مقایسه‌ای از روش‌های نظریه مقدار کرانی برای تعیین ارزش در معرض ریسک پرداخته‌اند. این مقاله تعدادی از مدل‌های مختلف مقدار کرانی را برای تعیین VaR سه قرارداد آتی LIFFE<sup>۳</sup> مورد مقایسه قرار می‌دهد. یک راهبرد نیمه ناپارامتریک نیز ارائه شده است که در آن، حوادث فاجعه‌بار با استفاده از توزیع پارتو تعمیم‌یافته<sup>۴</sup> مدلسازی شده و تخمین‌های VaR این راهبرد با راهبردهای تخمین دنباله مقادیر کرانی ناپارامتریک استاندارد<sup>۵</sup> مقایسه شده است [۶].

کلاوسن و نایس<sup>۶</sup> به ترکیب روش‌های فراتر از آستانه<sup>۷</sup> و شبیه‌سازی بوت‌استرپ برای پیش‌بینی ارزش‌های فرین پرداخته‌اند. روش بوت‌استرپ به‌عنوان یک ابزار عملی برای تخمین فواصل اطمینان تخمین‌ها استفاده شده است [۱۷].

مقاله ماریموتو<sup>۸</sup> و دیگران، VaR را برای موقعیت‌های مبادلاتی خرید و فروش بازار نفت با استفاده از مدل‌های EVT شرطی و غیرشرطی برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک، مدل نموده است. عملکرد این مدل‌ها با تکنیک‌های مدلسازی شناخته‌شده مانند GARCH، شبیه‌سازی تاریخی و شبیه‌سازی فیلترشده مقایسه شده است [۱۶].

گینسای<sup>۹</sup> و دیگران، عملکرد نظریه مقدار کرانی در محاسبات ارزش در معرض ریسک را با عملکرد سایر تکنیک‌های مدلسازی شناخته‌شده مانند GARCH، روش واریانس کوواریانس و شبیه‌سازی تاریخی در یک بازار سهام پرنوسان مورد مقایسه قرار داده‌اند [۱۲].

در ایران مطالعات محدودی در مورد اوراق بهادار فاجعه‌آمیز انجام شده است. پیکارچو و داودی رستمی، به بررسی توجیه انتشار اوراق بهادار فاجعه‌آمیز بر اساس داده‌های شبیه‌سازی شده

- 
1. Alexandros
  2. Brooks
  3. London International Financial Futures Exchange
  4. Generalized Pareto Distribution (GPD)
  5. Standard nonparametric extreme value tail estimation approaches
  6. Clausen and Naees
  7. Peak Over Threshold (POT)
  8. Marimoutou
  9. Gencay

خسارات زلزله احتمالی تهران پرداخته‌اند. در این مقاله، به دلیل نبود اطلاعات آماری از خسارت زلزله، متغیر خسارت آتش‌سوزی به عنوان یک متغیر جانشین استفاده شده است [۱].

پیکارگو و شهریار، به محاسبه نرخ بهره بهینه اوراق قرضه حوادث فاجعه‌آمیز در شرکت بیمه ملت پرداخته‌اند. این مقاله به تخمین سهم نگهداری بهینه شرکت بیمه پرداخته سپس فرض نموده است که سرمایه‌های مورد تعهد مازاد بر این سهم‌ها (اتکایی و نگهداری) به صورت اوراق قرضه در اختیار مردم قرار می‌گیرد. هدف از مقاله این بوده است که کمترین و بیشترین نرخ‌های بهره‌ای که صرف ریسک برای خریدار و فروشنده صفر می‌شود را محاسبه کند [۲].

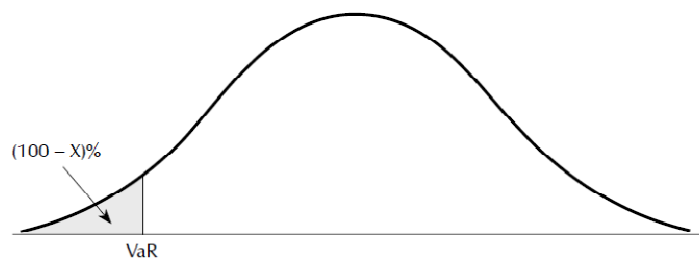
### روش و قلمرو پژوهش

در این پژوهش، از داده‌های بیمه آتش‌سوزی کشور در دوره ۱۳۲۸ تا ۱۳۸۸ استفاده شده است. داده‌های مورد استفاده از گزارش‌های بیمه مرکزی و بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران استخراج شده است. برای تعیین ریسک این اوراق بهادار، از معیار ارزش در معرض ریسک، که یک معیار برای ریسک‌های نامطلوب است، استفاده می‌شود. این معیار از طریق نظریه مقدار کرانی و به طور خاص، رویکرد فراتر از آستانه، تعیین می‌شود و با استفاده از آن به تعیین حداقل نرخ بهره مناسب برای سرمایه‌گذاران پرداخته خواهد شد.

### ادبیات پژوهش

#### ارزش در معرض ریسک (VaR)

ارزش در معرض ریسک (VaR)، یکی از راهبردهای بسیار معمول برای اندازه‌گیری ریسک بازار است. VaR به صورت حداکثر زیانی تعریف می‌شود که با یک سطح اطمینان معین و در طول یک دوره زمانی مشخص در یک پرتفوی رخ خواهد داد [۱۴].



نمودار ۲. محاسبه VaR با استفاده از توزیع احتمالات تغییرات در ارزش پرتفوی با سطح اطمینان X%

حداکثر خسارت ممکن یک پرتفوی (VaR) با توجه به تابع چگالی خسارت که با  $f$  نمایش داده می‌شود، اندازه‌گیری می‌شود. ارزش در معرض ریسک در واقع چندک تابع  $f$  در سطوح بحرانی ( $\alpha$ ) است [۱۵]. بنابراین طبق تعریف:

$$P(Loss \leq VaR) = \int_0^{VaR} f(L)dL = 1 - \alpha \quad (1)$$

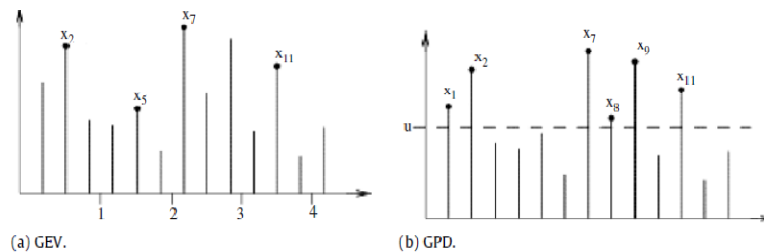
$$VaR_{1-\alpha} = F^{-1}(1 - \alpha)$$

روش‌های مورد استفاده در اندازه‌گیری VaR می‌تواند به دو راهبرد اصلی پارامتریک و ناپارامتریک دسته‌بندی شود. در این نوشتار، از روش نظریه مقدار کرانی برای اندازه‌گیری VaR استفاده می‌شود که یک روش پارامتریک است.

### نظریه مقدار کرانی (EVT)

نظریه مقدار کرانی (EVT) به‌عنوان یکی از مهم‌ترین قوانین آماری برای علوم کاربردی در طول ۵۰ سال گذشته ظاهر شده و به‌تازگی در حوزه مالی نیز کاربرد گسترده یافته است. ویژگی متمایز EVT، کمی‌سازی رفتار تصادفی یک فرآیند در سطوح غیرطبیعی بسیار زیاد یا بسیار کم است [۱۱].

نظریه مقدار کرانی، به‌جای ارزش‌های متوسط، روی مقادیر کرانی تمرکز می‌نماید. دو توزیع پرکاربرد از نظریه مقدار کرانی در تخمین VaR مورد استفاده قرار می‌گیرد: ارزش فرین تعمیم‌یافته (GEV) و توزیع پارتو تعمیم‌یافته (GPD). توزیع GEV روی ارزش‌های حداکثر بلوک<sup>۲</sup> (یا هر دوره) تمرکز می‌کند، در حالی که GPD بر مقادیر متجاوز از آستانه مشخص  $u$  متمرکز است [۱۰].



نمودار ۳. توزیع‌های نظریه مقدار کرانی

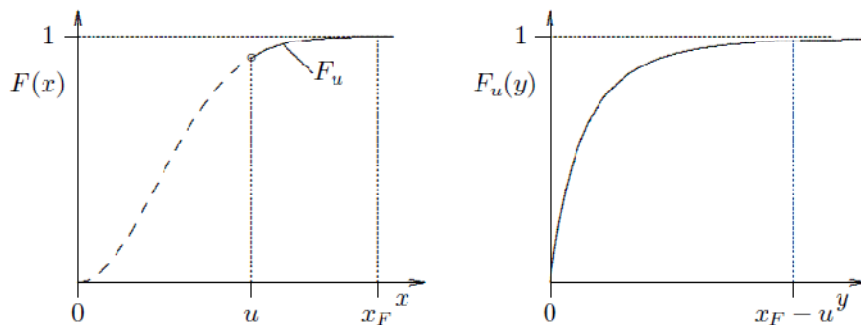
1. Generalized Extreme Value
2. Block Maxima

اولین راهبرد، حداکثر (یا حداقل) متغیرها را در دوره‌های متوالی، ماهانه یا سالانه، بررسی قرار می‌کند. این مشاهدات که حوادث کرانی یا فاجعه‌بار را تشکیل می‌دهند، حداکثر بلوک (یا هر دوره) نیز نامیده می‌شوند. راهبرد دوم، روی مشاهداتی تمرکز می‌کند که از یک آستانه معین تجاوز می‌کنند [۸][۱۳].

روش حداکثر بلوک، به‌طور متداول برای تحلیل داده‌هایی با روند فصلی به‌کار می‌رود. اما روش‌های آستانه، داده‌ها را به‌طور کاراتری مورد استفاده قرار داده و از این‌رو به‌نظر می‌رسد که روش انتخابی در کاربردهای اخیر باشد [۱۳].

### توزیع تعمیم‌یافته پارتو (GPD)

روش این مدل در نمودار ۴ نشان داده شده است. در اینجا با در نظر گرفتن تابع توزیع ناشناخته  $F$  از متغیر تصادفی  $X$ ، تابع توزیع  $F_u$  از مقادیر  $x$  بالای یک آستانه معین  $u$  تخمین زده می‌شود [۸].



نمودار ۴. تابع توزیع  $F$  و تابع توزیع شرطی  $F_u$  [۸]

بالکما و دی‌هان<sup>۱</sup> و نیز پیکانندیس<sup>۲</sup> طی قضیه‌ای نشان دادند که برای  $u$ هایی که به اندازه کافی بزرگ است، تابع توزیع مقادیر فراتر از آستانه را می‌توان با توزیع تعمیم‌یافته پارتو تقریب زد؛ زیرا با بزرگ شدن آستانه، توزیع ارزش‌های فراتر از آستانه یعنی  $F_u(y)$  به توزیع تعمیم‌یافته پارتو نزدیک می‌شود [۳]. توزیع تعمیم‌یافته پارتو را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

1. Balkema and De Hann (1974)  
2. Pickands (1975)

$$G_{\xi, \mu, \sigma}(x) = 1 - \left[ 1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \quad (2)$$

در رابطه بالا،  $x$  همان ارزش‌های فراتر از آستانه یا "X" های بزرگ‌تر از  $u$  و  $\mu$  نیز معادل آستانه یا  $u$  است.  $\sigma$  پارامتر معیار توزیع و سنجه پراکندگی  $x$  است. پارامتر  $\xi$  نیز شاخص دنباله<sup>۱</sup> بوده و بر شکل یا تراکم دنباله توزیع دلالت دارد.

در این پژوهش، برای تخمین پارامترهای توزیع پارتوی تعمیم‌یافته، از روش حداکثر درست‌نمایی تخمین (MLE) و روش بوت‌استرپ استفاده می‌شود.

سرانجام، ارزش در معرض ریسک درصدی را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$\%VaR = u + \frac{\sigma}{\xi} \left[ \left[ \frac{n}{n_u} \alpha \right]^{-\xi} - 1 \right] \quad (3)$$

### تجزیه و تحلیل اکتشافی داده‌ها برای مقادیر فرین

در این زمینه، دو ابزار را در این مقاله مورد بررسی قرار می‌دهیم:

الف) نمودار صدک - صدک<sup>۲</sup>

برای استفاده از این ابزار، صدک‌های توزیع فرضی در مقابل صدک‌های توزیع تجربی ترسیم می‌شود و میزان همخوانی صدک‌های دو توزیع مقایسه می‌شود. اگر توزیع نمونه از توزیع فرضی حاصل شده باشد، نمودار صدک - صدک خطی خواهد بود [۳].

فرض کنید که داده‌های  $x_1, \dots, x_n$  از تابع توزیع:

$$F_{\mu, \sigma}(x) = F((x - \mu) / \sigma) \quad (4)$$

با پارامترهای موقعیت و مقیاس  $\mu$  و  $\sigma$  پیروی کنند. از این رو  $F = F_{0,1}$  نوع استاندارد توزیع است. نمودار Q-Q به طور ساده می‌تواند نموداری از نقاط زیر تعریف شود:

$$\left( F^{-1}(q_i), x_{i:n} \right) i = 1, \dots, n \quad (5)$$

که در آن،  $q_i = i / (n + 1)$  است [۱۸].

ب) نمودار تابع میانگین فزونی<sup>۳</sup>

این ابزار به صورت نقاط زیر تعریف می‌شود:

- 
1. Tail Index
  2. Quantile-Quantile (QQ-Plot)
  3. Mean Excess Function (MEF)



$$(u, e_n(u)), x_1^n < u < x_n^n \quad (6)$$

و تابع میانگین فزونی نمونه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e_n(u) = \frac{\sum_{i=k}^n (x_i^n - u)}{n - k + 1}, \quad k = \min \{i \mid x_i^n > u\} \quad (7)$$

که  $n-k+1$  تعداد مشاهدات بالاتر از آستانه  $u$  است. تابع میانگین فزونی نمونه، تخمینی از تابع میانگین فزونی  $e(u)$  است.

تابع میانگین فزونی کمک مؤثری در جهت انتخاب آستانه می‌کند. اگر این تابع را بر اساس تغییرات آستانه ترسیم کنیم، بهتر است آستانه را در جایی انتخاب کنیم که تابع میانگین فزونی پس از آن، خطی راست با شیب مثبت باشد [۱۳].

در مفهوم بیمه‌ای،  $e(u)$  می‌تواند به صورت اندازه خسارت انتظاری<sup>۱</sup> در لایه نامحدود بالاتر از آستانه  $u$  تعریف شود. در مفهوم مدیریت ریسک مالی، با انتقال از دنباله راست به دنباله چپ، به  $e(u)$  به عنوان کسری یا کمبود<sup>۲</sup> اطلاق می‌شود [۱۰].

### شبیه‌سازی بوت‌استرپ

روش بوت‌استرپ یک تکنیک آماری به نسبت جدید است که می‌تواند برای تخمین فواصل اطمینان تخمین‌های آماری بر مبنای یک نمونه محدود مورد استفاده قرار گیرد. این روش بر اساس نمونه‌گیری مجدد از توزیع تعیین شده به وسیله‌ی نمونه داده در دسترس است.

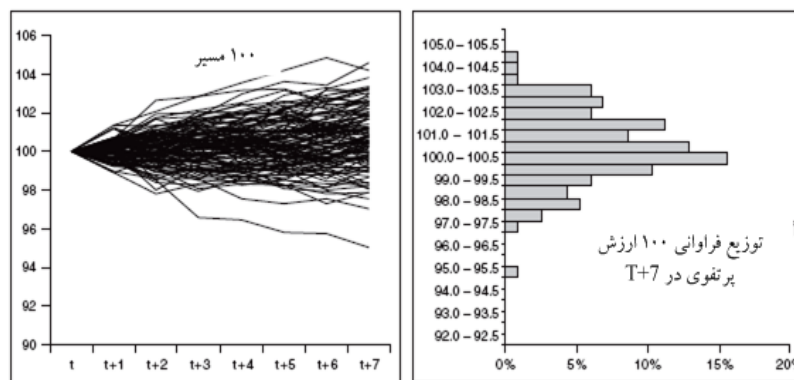
فرض کنید که  $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)$  یک نمونه یا بردار از  $n$  مشاهده مستقل از متغیر تصادفی  $U$  هستند. به طور کلی دو گزینه برای به دست آوردن تخمین‌های بوت‌استرپ وجود دارد. گزینه اول یک روش ناپارامتریک است که در آن، تابع توزیع تجربی (EDF) خالص بر اساس  $U$  و بر مبنای داده‌های مشاهده شده با تخصیص احتمال  $1/n$  به هریک از نقاط داده‌های مشاهده شده، ایجاد می‌شود. روش دیگر، بوت‌استرپ پارامتریک است که از یک تابع توزیع تجمعی خاص (CDF)  $F_U(u; \theta) = \text{Prob}(U \leq u)$  استفاده می‌کند، که  $\theta$  بیان‌کننده برداری از پارامترهای ناشناخته است که CDF را تعیین می‌کند. سپس این پارامترها از داده‌های

---

1. Expected Claim Size  
2. Shortfall

مشاهده شده  $u$  تخمین زده شده و  $\hat{\theta}$  به دست می آید و  $F_U(u; \hat{\theta})$  به عنوان CDF مقادیر  $u$  مورد استفاده قرار می گیرد [۱۷].

باید توجه داشت که تولید مسیر بوسیله روش بوت استرپ در صورتی به جواب های صحیح خواهد منجر شد که بازده های روزانه به صورت مستقل و یکسان توزیع شده باشند (i.i.d). در واقع اگر این طور نباشد، این روش به ارائه غیر واقعی توزیع احتمال ارزش های ممکن پرتفوی در پایان افق زمانی ریسک منجر خواهد شد [۱۹].



نمودار ۵. شکلی از تولید مسیر در روش بوت استرپ و تعیین توزیع پرتفوی

### تقریب توانی نرمال<sup>۱</sup>

تقریب توانی نرمال ما را قادر می سازد تا صدک های یک توزیع پیچیده (و چوله دار)  $F(\cdot)$  را بر حسب صدک های توزیع نرمال استاندارد  $\Phi(\cdot)$  بیان کنیم. این امر با استفاده از جملات اول بسط معکوس کورنیش - فیشر<sup>۲</sup> امکان پذیر است.

فرض کنید که  $X$  دارای تابع توزیع  $F(x)$  با میانگین  $\mu_x$ ، واریانس  $\sigma_x^2$ ، و چولگی  $\gamma_1$  باشد و همچنین  $\phi(y)$  را به عنوان توزیع نرمال استاندارد با  $\mu_y = 0$  و  $\sigma_y^2 = 1$  در نظر بگیرید.

همچنین فرض کنید که  $u_\alpha = \frac{x_\alpha - \mu_x}{\sigma_x}$  و  $k_{1-\alpha}$ ، به ترتیب صدک های  $(1-\alpha)$  تابع توزیع  $F(\cdot)$  و  $\phi(\cdot)$  باشند، یعنی:

$$F(u_\alpha) = \phi(k_{1-\alpha}) = 1 - \alpha \quad (۸)$$

1. Normal Power (NP) approximation  
2. Inverse Cornish-Fisher Expansion

با استفاده از دو جمله اول بسط کورنیش - فیشر معکوس، خواهیم داشت:

$$x_{\alpha} = \mu_X + \sigma_X \left\{ k_{1-\alpha} + \frac{\gamma_1}{\rho} (k_{1-\alpha}^2) \right\} = \mu_X + \sigma_X k'_{1-\alpha}(\gamma_1) \quad (9)$$

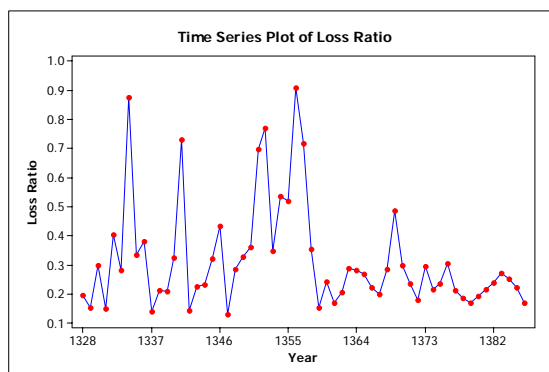
که عامل جدید  $k'_{1-\alpha}$  وابسته به شاخص چولگی است [۲۰].  
در این نوشتار، از صدک (یا مقدار VaR)  $x_{\alpha}$  برای تعیین مقدار آستانه داده‌های نسبت خسارت استفاده خواهیم کرد.

### تحلیل داده‌ها و نتایج

در ابتدا، با تخمین پارامترهای توزیع مادر، ۱۰,۰۰۰ سناریوی تصادفی برای خسارت‌هایی با این توزیع تولید می‌شود. در ادامه، از نظریه مقدار کرانی و به طور خاص، توزیع پارتو تعمیم‌یافته، برای تخمین ارزش در معرض ریسک در بالای آستانه  $u$  استفاده می‌شود. در این نوشتار،  $u$  با استفاده از تقریب توانی نرمال تعیین می‌گردد. پس از تخمین آستانه، با استفاده از شبیه‌سازی بوت‌استرپ و روش حداکثر درست‌نمایی، پارامترهای توزیع پارتو تعمیم‌یافته و مقدار VaR بالاتر از آستانه تعیین می‌شود. سرانجام، با استفاده از مفهوم صرف ریسک، به تعیین حداقل نرخ بهره این اوراق می‌پردازیم.

### بررسی توزیع داده‌های خسارت اولیه

در نمودار (۶) نمودار سری زمانی داده‌های نسبت خسارت آورده شده است.



نمودار ۶. نسبت خسارات بیمه آتش‌سوزی کشور از ۱۳۲۸ تا ۱۳۸۸

۱. این عبارت در سطح ۹۹٪، مقداری برابر با  $0.074\gamma_1 + 2/33$  می‌پذیرد (رجوع کنید به همان مرجع)

برای به دست آوردن پارامترهای شبیه‌سازی، از پارامترهای تابع توزیع نسبت‌های خسارات آتش‌سوزی استفاده شد. برای این کار آزمون نیکویی برآزش برای داده‌های خسارت رشته آتش‌سوزی به عمل آمد. بدین ترتیب با استفاده از نرم‌افزار Matlab پارامترهای این خسارت‌ها به صورت تابع گاما با پارامترهای زیر تخمین زده شده است:

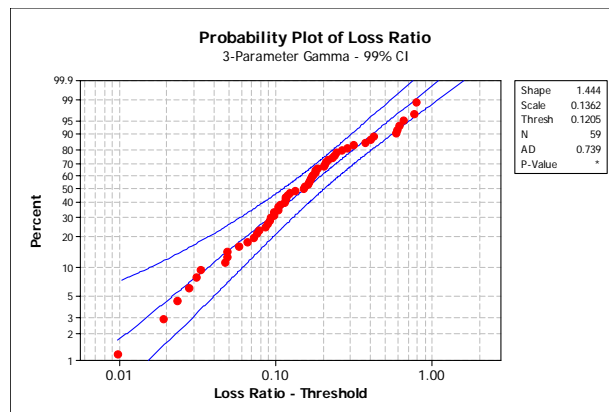
جدول ۱. پارامترهای تخمین داده‌های نسبت خسارت اولیه

پارامتر آستانه	پارامتر مقیاس	پارامتر شکل
۰/۱۲۰۵	۰/۱۳۶۲	۱/۴۴۴

نمودار احتمالی این داده‌ها با استفاده از نرم‌افزار Minitab در نمودار (۷) نشان داده شده است. برای به دست آوردن مقدار  $u$  ارزش در معرض ریسک این توزیع با استفاده از تقریب توانی نرمال و از رابطه (۹) به دست آورده شده است (جدول ۲).

جدول ۲. محاسبه VaR با استفاده از تقریب توانی نرمال

میانگین	واریانس	چولگی	مقدار VaR
۰/۳۱۷	۰/۱۸۴	۱/۶۰۲	۰/۹۶۴

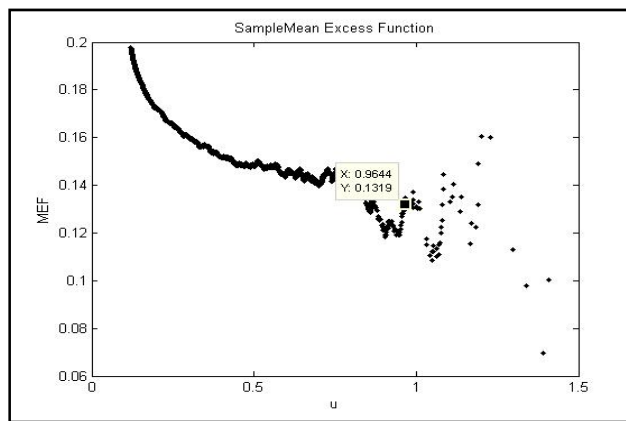


نمودار ۷. تابع احتمال داده‌های خسارت بیمه آتش‌سوزی کشور

در ادامه، با استفاده از توزیع گامای تخمین زده شده، ۱۰,۰۰۰ سناریوی تصادفی تولید شده و مدلسازی دنباله‌های ضخیم این داده‌ها با استفاده از نظریه مقدار کرانی انجام شده است.

### مدلسازی دنباله‌های ضخیم و تخمین پارامترها با شبیه‌سازی بوت‌استرپ

در نمودار (۸)، شکل تابع میانگین فزونی داده‌های نسبت خسارت رسم شده است. با توجه به نکات مطرح‌شده در قسمت تابع میانگین فزونی، مکان آستانه انتخابی  $0.9644$  (برابر با ارزش در معرض ریسک معمولی به‌دست آمده از تقریب توانی نرمال) در نمودار مربوط به تابع میانگین فزونی نشان داده شده است. بنابراین،  $n_u$  که تعداد داده‌های فراتر از این آستانه است برابر ۵۲ داده خواهد بود. در ادامه کار باید پارامترهای  $\xi$  و  $\sigma$  را برآورد کنیم. در این مقاله، این پارامترها با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی تخمین زده شد.



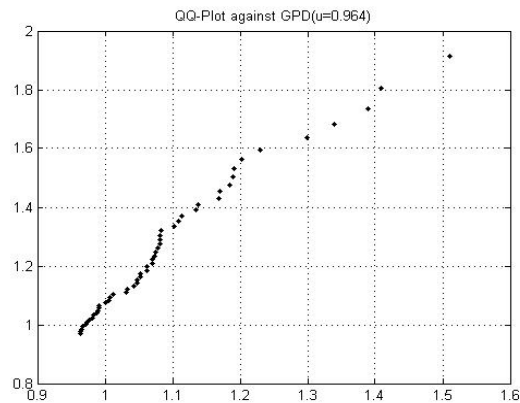
نمودار ۸. تابع میانگین فزونی نمونه داده‌های نسبت خسارت

برای به‌دست آوردن مقادیر تخمین زده شده پارامترها، با استفاده از شبیه‌سازی بوت‌استرپ با تعداد نمونه‌گیری مجدد ۲,۰۰۰، این پارامترها و مقدار VaR مربوط را تخمین می‌زنیم. نتایج به‌دست آمده به‌صورت جدول زیر است:

جدول ۳. تخمین پارامترها و VaR با استفاده از شبیه‌سازی بوت‌استرپ

پارامتر $\xi$	پارامتر $\sigma$	مقدار VaR
-۱/۳۶۳۶	۲/۰۵۹۰	۱/۱۶۲۳

نمودار Q-Q نشان داده شده در شماره (۹) برای داده‌های فرین، نشان می‌دهد داده‌ها دارای دنباله ضخیم بوده و از تابع پارتو تعمیم‌یافته پیروی می‌کنند.



نمودار ۹. نمودار QQ صدک‌های نمونه در مقابل صدک‌های  $G_{\theta, \theta}$

### تعیین نرخ بهره بهینه اوراق قرضه فاجعه آمیز

برای تعیین نرخ بهره بهینه اوراق قرضه فاجعه آمیز از دید سرمایه گذار، نیاز است تا صرف ریسک، حداقل برابر صفر باشد، تا آن‌ها را به این سرمایه گذاری جذب نماید. بدین منظور این نرخ را با فرض ارزش اسمی ۱,۰۰۰ واحد پول و سررسید ۳ ساله، هزینه معاملاتی ۱۰٪ (این هزینه در صورت بررسی، اغلب ۵ تا ۱۰ درصد فرض می شود) و نرخ بازده بدون ریسک ۱۷٪ با استفاده از نرم افزار Excel به دست آورده ایم. نتایج در جدول (۴) نشان داده شده است. این جدول نشان می دهد که حداقل نرخ بهره این اوراق باید حداقل در حدود ۲۱/۵۲٪ باشد تا برای سرمایه گذاران جذابیت داشته باشد.

جدول ۴. تعیین حداقل نرخ بهره اوراق بهادار فاجعه آمیز

ارزش اسمی	۱۰۰۰		
	۱	۲	۳
سال			
جریان نقدی	-۱۱۰۰	۲۱۵/۱۹	۱۲۱۵/۱۹
نرخ بهره	٪۲۱/۵۲		
نرخ بازده داخلی (IRR)	٪۱۶/۹۹		
بازده بدون ریسک	٪۱۷		
ریسک	٪۱۹/۸۳		

## نتیجه‌گیری

در این نوشتار به بررسی این موضوع که اگر صنعت بیمه کشور در مورد خسارات حوادث فاجعه‌آمیز به انتشار اوراق قرضه بپردازد، این اوراق با چه نرخ بهره‌ای می‌توانند انتشار یابند، پرداخته شد. بنابراین، با استفاده از توزیع اولیه تخمین زده شده، ۱۰,۰۰۰ سناریو تصادفی تولید شد. از معیار ارزش در معرض ریسک (VaR) برای اندازه‌گیری ریسک مربوط به اوراق بهادار فاجعه‌آمیز استفاده به عمل آمد. این معیار با استفاده از رویکرد نظریه مقدار کرانی و به‌طور خاص، با استفاده از رویکرد فراتر از آستانه (POT) تعیین شده است. مقدار آستانه  $u$  در این رویکرد، با استفاده از تقریب توانی نرمال (NP) برابر با  $0/964$  تعیین شده است.

در ادامه، با استفاده از تخمین حداکثر درست‌نمایی و شبیه‌سازی بوت‌استرپ با ۲,۰۰۰ نمونه‌گیری مجدد، به تخمین پارامترهای توزیع پارتو تعمیم‌یافته در بالای آستانه  $u$  پرداخته شده است. سپس مقدار VaR فراتر از آستانه با استفاده از رابطه (۳)، برابر با  $1/1623$  تعیین شده است. ریسک اوراق قرضه فاجعه‌آمیز، به صورت تفاوت میان VaR فراتر از آستانه و  $u$  تعیین شده است. سرانجام، با توجه به این که جذابیت این سرمایه‌گذاری برای خریداران مستلزم داشتن صرف ریسک بالاتر از صفر است، حداقل نرخ بهره مناسب برای سرمایه‌گذاران با استفاده از نرخ بازده داخلی (IRR) و بازده بدون ریسک مورد نظر به دست آمده است. به‌طور خلاصه، حداقل نرخ بازده این اوراق باید حداقل  $21/52\%$  باشد تا برای سرمایه‌گذاران چنین اوراقی با سررسید ۳ ساله و ارزش اسمی ۱۰۰۰ واحد پولی، جذابیت داشته باشد.

به‌منظور مطالعات آتی، روش ارائه‌شده برای اندازه‌گیری VaR می‌تواند با روش‌های دیگر اندازه‌گیری ریسک مالی مورد مقایسه قرار گیرد. همچنین، این روش را می‌توان برای شاخص‌های بورس و نیز در صنایعی مانند نفت و انرژی به کار گرفت.

## منابع

۱. پیکارگو کامبیز، داودی رستمی حانیه. توجیه انتشار اوراق بهادار فاجعه‌آمیز بر اساس داده‌های شبیه‌سازی شده خسارات زلزله احتمالی تهران. فصلنامه صنعت بیمه. سال بیست و چهارم؛ ۱۳۸۸: ۲۰۱.
۲. پیکارگو کامبیز، شهریار بهنام. محاسبه نرخ بهره بهینه اوراق قرضه حوادث فاجعه‌آمیز در شرکت بیمه ملت ۱۳۸۵. بیمه ملت.
۳. رادپور میثم، عبده تبریزی حسین. اندازه‌گیری و مدیریت ریسک بازار. انتشارات آگاه. چاپ یکم؛ ۱۳۸۸.

4. Alexandros A.Z, Nikolaos, E.F., Athanasios, A.P. Modeling earthquake risk via extreme value theory and pricing the respective catastrophe bonds. *Astin bulletin* 2007; 37: 163-184.
5. Barrieu P. Albertini, L. The handbook of Insurance-linked securities. A John Wiley and Sons, Ltd., Publication; 2009.
6. Brooks C, Clare A.D. Dalle Molle, J.W. Persand, G. A comparison of extreme value theory approaches for determining value at risk. *Journal of Empirical Finance* 2005; 339-352.
7. Chen H, Cummins J.D. Longevity bond premiums: The extreme value approach and risk cubic pricing. *Journal of Insurance: Mathematics and Economics* 2010; 150-161.
8. Cifter A. Value-at-Risk estimation with wavelet-based extreme value theory: evidence from emerging markets. *Journal of Physca A* 2011; 2356-2367.
9. Cummins J.D. Mahul, O. Catastrophe risk financing in developing countries. The World Bank. Washington, D.C; 2009.
10. Embrechts, P. Kuppelberg, C. Mikosch, T. Modelling extremal events for insurance and finance. Springer-Verlag; 1997.
11. Fernandez V. Risk management under extreme events. *International Review of Financial analysis* 2005; 113-148.
12. Gencay R, Selcuk F, Ulgulyagci, A. High volatility, Thick tails and Extreme value theory in Value-at-Risk estimation. *Journal of Insurance: Mathematics and Economics* 2003; 33: 337-356.
13. Gilli M, Kellezi E. An application of extreme value theory for measuring risk. Department of Econometrics, University of Geneva and FAME; 2003.
14. Hull, J.C. 2002. Fundamentals of futures and options markets. The GARCH (1,1) Model As A Risk Predictor For International Portfolio. Prentice Hall. Fourth Edition.
15. Jorion P. Value at risk. Mc Graw- Hill; 2000: 147-182, 205-220.
16. Marimoutou, V. Raggad, B. Trabelsi, A. Extreme value theory and Value at Risk: Application to oil market. *Journal of Energy Economics* 2009; 31: 519-530.
17. Naess A. Clausen, P.H. 2001. Combination of the peaks-over-threshold and bootstrapping methods for extreme value prediction. *Journal of Structural Safety* 2001; 23: 315-330.
18. Reiss R.D. Thomas, M. Statistical analysis of extreme values: With application to insurance, finance, hydrology and other fields. Birkhauser Verlag. Basel, Switzerland; 2007.
19. Resti A, Sironi A. Risk management and shareholder's value in banking: From risk measurement models to capital allocation policies. John Wiley & Sons; 2007.
20. Sandström A. Solvency: Models, Assessment and Regulation. Chapman & Hall, New York; 2006.