

## توابع ریاضی توصیف کننده ی منحنی تولید تخم مرغ یک لاین مادری تجاری گوشتی

عباس صفری علیقارلو<sup>۱</sup>، رسول واعظ ترشیزی<sup>۲\*</sup> و عباس پاکدل<sup>۳</sup>  
۱، ۲، دانشجوی کارشناسی ارشد و دانشیار دانشکده کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران  
۳، عضو هیات علمی پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران  
(تاریخ دریافت: ۱۳۹۰/۰۹/۲۶ - تاریخ تصویب: ۱۳۹۱/۰۹/۱۲)

### چکیده

در تحقیق حاضر، تابع مناسب برای توصیف منحنی تولید تخم مرغ خط مادری در یک لاین تجاری گوشتی، با برازش توابع گامای ناقص (وود)، گامای ناقص تصحیح شده، تابع جزء به جزء، تابع جزء به جزء تصحیح شده، تابع رگرسیون چند جمله ای علی و شفر و تابع لجستیک غیرخطی تعیین شد. پارامترهای هر تابع با استفاده از رویه غیر خطی و روش تکرار گوس-نیوتن نرم افزار آماری SAS برآورد شدند. توابع برازش شده بر اساس ضریب تعیین تصحیح شده ( $R^2_{adj}$ )، میانگین مربعات خطا (MSE) و ضریب آکایک (AIC) با یکدیگر مقایسه شدند. نتایج نشان داد که تابع جزء به جزء نسبت به سایر توابع مورد استفاده در تحقیق حاضر، به نحو مطلوب تری منحنی تولید تخم مرغ این لاین تجاری را توصیف می نماید.

**واژه های کلیدی:** توابع ریاضی، منحنی تولید تخم مرغ، لاین تجاری گوشتی.

### مقدمه

نیز تعداد تخم مرغ تولیدی در واحد زمان صفتی اقتصادی است که تحت تاثیر زمان رسیدن به حداکثر تولید و تداوم آن قرار دارد (McMillan et al., 1970). استفاده از توابع ریاضی برای توصیف منحنی های تولید تخم مرغ از جنبه های مختلف حائز اهمیت است. این مدل ها امکان مقایسه منحنی های مختلف تولید تخم مرغ را فراهم نموده و به واسطه آنها پیش بینی کل تولید با استفاده از رکورد بخشی از تولید امکان پذیر می گردد (Gavora et al., 1982). همچنین با توجه به تنوع زیاد بین شکل منحنی تولید، می توان با استفاده از تابع منحنی تولید خصوصیات منحنی را برآورد کرده و نسبت به تغییر شکل منحنی تولید در جهت مورد نظر اقدام نمود. با توجه به اینکه بین مقدار تولید و خصوصیات و پارامترهای منحنی آن ارتباط وجود دارد، می توان با آگاهی از این روابط، شاخص های مناسبی جهت تغییر شکل منحنی تولید بدست آورد و بر اساس این شاخص

ویژگی تولید تخم مرغ در مغ تحت تاثیر عواملی نظیر شدت تخم گذاری، طول دوره تخم گذاری، سن رسیدن به بلوغ جنسی، تعداد دفعات توقف تولید تخم در طول دوره تخم گذاری و تعداد دوره های کرچی در سال قرار دارد (Fairfull, 1990; Rose, 1997). این ویژگی در طول دوره تخم گذاری از یک منحنی مشخص تبعیت می کند، به این صورت که تولید تا رسیدن به اوج در یک سن مشخص افزایش یافته و سپس به تدریج تا پایان دوره ی تخم گذاری کاهش می یابد. بر اساس نوع پارامترهای برآورد شده در گزارشات مختلف، منحنی طبیعی تولید تخم مرغ دارای شیب مرحله افزایشی و کاهشی می باشد. با وجود اینکه تعداد تخم مرغ تولید شده بر حسب گونه و نژاد متفاوت است، ولی به نظر می رسد الگوی منحنی تولید تخم مرغ تقریباً در تمام گونه ها و نژادها مشابه است. در مرغان گوشتی تجاری

تعداد ۱۱ مرغ و یک خروس انتقال داده شدند. با شروع بلوغ جنسی (حدود هفته ۲۴)، تعداد تخم هر مرغ روزانه به صورت انفرادی تا سن ۵۲ هفتگی ثبت شد. از تعداد تخم های روزانه هر مرغ، تعداد تخم های هفتگی محاسبه شد. میانگین حداقل مربعات تولید تخم هفتگی با استفاده از مدل آماری زیر برآورد شده، برای تجزیه و تحلیل منحنی تولید تخم استفاده شد.

$$Y_{ijk} = \mu + GH_i + W_j + e_{ijk}$$

در این مدل،  $Y_{ijk}$ ، تولید تخم هفتگی هر مرغ؛  $\mu$ ، میانگین جمعیت؛  $GH_i$ ، اثر ثابت نسل-نوبت جوجه کشی؛  $W_j$ ، اثر ثابت هفته و  $e_{ijk}$ ، اثر تصادفی باقیمانده است. برخی از آماره های داده های مورد استفاده در جدول ۱ ارائه شده است.

تاکنون توابع ریاضی مختلفی برای توصیف منحنی تولید تخم مرغ پیشنهاد شده است. در بررسی حاضر، شش تابع زیر ارزیابی و مقایسه شدند.  
**تابع گامای ناقص (وود<sup>۱</sup>)**

این تابع توسط وود (۱۹۶۷) پیشنهاد گردید. شکل کلی این تابع، که به شکل گسترده ای برای مطالعات منحنی شیردهی گاوهای شیری استفاده شده است، به صورت زیر است:

$$Y_t = a(t^b)(e^{-ct})$$

که،  $Y_t$ ، تولید تخم مرغ در زمان  $t$  و  $a$ ،  $b$  و  $c$  به ترتیب پارامترهای مرتبط با میزان تولید اولیه، شیب مرحله افزایشی و شیب مرحله کاهش منحنی تولید است.

#### تابع گامای تصحیح شده

این تابع فرم تصحیح شده تابع وود است که توسط مک نالی<sup>۲</sup> (۱۹۷۱) و برای توصیف منحنی تولید تخم مرغ پیشنهاد شد. شکل کلی این تابع به صورت زیر

$$Y_t = at^b \exp(-ct + dt^{\frac{1}{2}})$$

که،  $Y_t$ ، تولید تخم مرغ در زمان  $t$ ، و پارامترهای  $a$  و  $b$  و  $c$  نیز همانند مدل وود می باشند. در این تابع، پارامتر

ها اقدام به ارزیابی و انتخاب مرغان مادر جهت افزایش سطح تولید آن ها نمود (Yang et al., 1989). این قابلیت ها همچنین موجب تجزیه و تحلیل جزئیات بیشتری از کنترل تولید تخم می گردد. با توجه به اطلاعات بدست آمده، تصمیم گیری های مدیریتی برای شروع، ادامه و توقف تولید و نیز برنامه ریزی برای بازاریابی تخم مرغ نیز ساده تر می شود (Gavora et al., 1982). منحنی تولید تخم مرغ، معمولاً با استفاده از یک تابع ریاضی غیرخطی مبتنی بر رکوردهای ثبت شده به صورت هفتگی یا ماهانه برای گروهی از مرغ ها بیان می شود. عموماً هدف از توصیف منحنی تولید تخم مرغ پیش بینی میزان تولید در حضور عوامل محیطی است. همچنین توابع توصیف کننده منحنی تولید تخم مرغ در تجزیه و تحلیل ژنتیکی رکوردهای روزآزمون، برای محاسبه اثر مراحل و پارامترهای منحنی تولید تخم مرغ مفید می باشند. تاکنون معادلات غیر خطی مختلفی برای مدل سازی ریاضی تولید تخم در طیور تخمگذار ارائه شده است که این توابع از نظر میزان برازش و پیش بینی تولید تخم مرغ تفاوت های زیادی با یکدیگر دارند (Gavora et al., 1971). هدف از تحقیق حاضر، بررسی منحنی تولید تخم مرغ با استفاده از توابع غیر خطی و انتخاب مناسب ترین مدل برای توصیف منحنی تولید تخم مرغ یک خط مادری در یک لاین تجاری گوشتی بود.

#### مواد و روش ها

در این تحقیق از رکوردهای هفتگی تولید تخم ۱۳۴۹۶ پرنده یک خط مادری لاین تجاری گوشتی آرین، که در طی ۱۱ نسل جمع آوری شده بود، استفاده شد. پرنده های ۶ نسل اول حاصل چهار نوبت جوجه کشی و ۵ نسل آخر حاصل دو نوبت جوجه کشی در هر نسل بودند. این پرندگان از ابتدای تولید تا ۴۲ روزگی به صورت آزاد تغذیه شده، و بر اساس وزن بدن، ضریب تبدیل غذا و عرض سینه انتخاب و سپس با اعمال محدودیت غذایی تا ۲۰ هفتگی پرورش داده شدند. در این سن، پرندگان بر اساس وزن تخم، تعداد تخم تولیدی و سن بلوغ جنسی خویشاوندان نسل قبل از خود انتخاب شده به جایگاههایی دارای تله ی انفرادی با

1. Wood  
1. McNally

در این تابع،  $Y_t$ ، تولید تخم مرغ در زمان  $t$ ،  $a$ ، پارامتر مقیاس،  $b$  نرخ کاهش تولید تخم مرغ،  $c$  شاخص مرتبط با میزان تنوع بلوغ جنسی و  $d$  میانگین سن پرنده ها در زمان بلوغ جنسی است. معیارهای مختلفی برای ارزیابی، مقایسه و رتبه بندی مدل ها ارائه شده است. در بررسی حاضر، انتخاب مناسب ترین تابع توصیف کننده منحنی تولید تخم مرغ با استفاده از مقایسه معیارهای زیر صورت گرفت:

ضریب تعیین تصحیح شده ( $R^2_{adj}$ )

برای مقایسه توابع باید اثر مقیاس اندازه گیری مشاهدات حذف شود. در صورتی که تعداد پارامترهای توابع مورد مقایسه با یکدیگر متفاوت باشد، ضریب تعیین تصحیح شده یکی از معیارها برای مقایسه این نوع توابع می باشد. این ضریب به صورت زیر محاسبه می شود:

$$R^2_{adj} = 1 - [(n-1/n-p)(1-R^2_{model})]$$

که،  $R^2_{adj}$  ضریب تعیین تصحیح شده؛  $n$ ، تعداد مشاهدات؛  $p$ ، تعداد پارامترها؛ و  $R^2_{model}$ ؛ ضریب تعیین مدل است. این ضریب نسبت  $SSR/SST$ ، که  $SSR$ ، مجموع مربعات رگرسیون و  $SST$ ، مجموع مربعات کل است، می باشد.

ضریب آکایک (AIC)

برای تصحیح خطای مدل های برازش شده براساس تعداد پارامترهای هر یک از آنها، از آماره AIC استفاده می شود (Leonard and Hsu, 2001). به عبارت دیگر، این آماره برای مقایسه مدل های با تعداد پارامترهای متفاوت کاربرد دارد. مقدار کمتر آکایک نشانگر بهتر بودن مدل است. این ضریب به صورت زیر تعریف می شود:

$$AIC = n \log(SS_{RES}/n) + 2p$$

که،  $SS_{RES}$ ، مجموع مربعات باقی مانده؛  $n$ ، تعداد مشاهدات و  $p$ ، تعداد پارامترهای مدل است.

میانگین مربعات خطا (MSE)

با استفاده از تجزیه باقی مانده ها، اعتبار مدل را می توان مورد سنجش قرار داد. میانگین مربعات از تقسیم مجموع مربعات خطا بر درجه آزادی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$MS_{RES} = SS_{RES}/n-p$$

$d$  معرف دوره اضافه ای است که توسط مک نالی به این مدل افزوده شده است.

تابع جزء به جزء

این تابع ابتدا برای بررسی تولید تخم در مگس سرکه بکار گرفته شد (McMillan et al., 1970) و سپس توسط دیگر محققین (Gavora et al., 1971; ) (McMillan et al., 1986) برای توصیف منحنی تولید تخم مرغ نیز استفاده شد. شکل کلی این تابع به صورت زیر است:

$$Y_t = a(1 - \exp^{-b(t-d)}) \exp^{-ct}$$

در این مدل،  $Y_t$ ، تولید تخم مرغ در زمان  $t$ ،  $a$ ، حداکثر توان تولید تخم هفتگی،  $b$ ، شیب مرحله افزایشی تولید،  $c$ ، شیب مرحله کاهش تولید و  $d$  روز نخست تخمگذاری است.

تابع جزء به جزء تصحیح شده

این تابع، که شکل تصحیح شده تابع جزء به جزء است (McMillan et al., 1981)، به شکل زیر می باشد:

$$Y_t = a(\exp^{-ct} - \exp^{-bt})$$

که،  $Y_t$  تولید تخم مرغ در زمان  $t$ ،  $a$ ، حداکثر توان تولید تخم مرغ،  $b$ ، شیب افزایشی و  $c$  شیب کاهش تولید است.

تابع رگرسیون چند جمله ای

این تابع توسط Ali and Schaffer (۱۹۸۷) ارائه شد. معادله ریاضی آن به صورت زیر است:

$$Y_t = a + b\left(\frac{t}{n}\right) + c\left(\frac{t}{n}\right)^2 + d \ln\left(\frac{t}{n}\right) + f\left(\ln\left(\frac{t}{n}\right)\right)^2$$

که،  $Y_t$ ، تولید تخم مرغ در زمان  $t$  است. همچنین،  $a$  پارامتر مرتبط با پیک تولید، و  $b$  و  $c$  پارامترهای مرتبط با شیب کاهش تولید، و  $d$  و  $f$  پارامترهای مرتبط با شیب افزایشی تولید، و  $n$  تعداد دوره های تولید می باشد.

تابع لجستیک غیرخطی

این تابع، که یک تابع جزء به جزء تصحیح شده محسوب می شود، به این دلیل که تابع گامای ناقص و جزء به جزء قادر به در نظر گرفتن نرخ واقعی تغییر در تولید تخم و تفاوت های سن بلوغ جنسی در شیب افزایشی منحنی تولید نیستند ارائه شد (Yang et al., 1989). شکل کلی این تابع به صورت زیر است:

$$Y_t = a(e^{-bt}) / (1 + e^{-c(t-d)})$$

### نتایج و بحث

برای داده های مورد مطالعه، میانگین تولید تخم هفتگی در طی ۲۹ هفته، ۳/۹۸۹ تخم، در زمان شروع ۰/۹۶۲ (در هفته ۲۴)، در زمان اوج ۴/۹۴۶ (هفته ۳۱) و در پایان دوره ۳/۲۶۹ (هفته ۵۲) تخم بود (جدول ۱).

که  $SS_{RES}$ ؛ مجموع مربعات خطا؛  $n$  تعداد کل مشاهدات و  $p$ ، تعداد پارامترهای مدل می باشد برازش توابع، برآورد پارامترهای هر تابع و محاسبه شاخص های مورد نظر (ضریب تعیین تصحیح شده، ضریب اکایک و میانگین مربع خطا) برای مقایسه توابع، با استفاده از رویه غیر خطی روش تکرار گوس- نیوتن نرم افزار آماری SAS (SAS, 2001) انجام شد.

جدول ۱- برخی آماره های داده های تولید تخم مرغ هفتگی

تعداد	میانگین کل	متوسط تولید در			زمان تولید در (هفته)	
		شروع	اوج	پایان	اوج	پایان
۱۳۴۹۶	۳/۹۸۹	۰/۹۶۲	۴/۹۴۶	۳/۲۶۹	۳۱	۵۲

شفر  $(MSE = ۰/۴۲)$  و جزء به جزء  $(MSE = ۰/۵۱)$  و توابع بدتر، به ترتیب، لجستیک غیر خطی  $(MSE = ۰/۶۹)$  و گامای ناقص  $(MSE = ۰/۶۴)$  بودند. لازم به توضیح است که میانگین مربعات خطا تحت تاثیر تعداد پارامترهای قابل برازش قرار دارد. به استثنای تابع لجستیک غیر خطی، کمتر بودن میانگین مربعات خطای دو تابع چند جمله ای علی و شفر و جزء به جزء به تعداد بیشتر پارامترهای آن ها در مقایسه با دیگر توابع برازش شده برمی گردد. نتایج نکویی برازش معیار آکایک، تقریبا مشابه نتایج معیار میانگین حداقل مربعات بود، به طوری که، تابع جزء به جزء  $(AIC = -۲۱/۷۱)$  و چند جمله ای علی و شفر  $(AIC = -۲۱/۵۶)$  مدل های بهتر توصیف کننده منحنی تولید تخم بودند. براساس این معیار، دو تابع گامای تصحیح شده و گامای ناقص توصیف کنند های مناسبی برای منحنی تولید تخم نبودند.

تفاوت نسبتا زیاد رتبه های توابع مختلف با استفاده از معیار  $R_{adj}^2$  در مقایسه با دو معیار میانگین مربعات خطا و آکایک نشان می دهد که  $R_{adj}^2$  معیار قابل قبولی برای انتخاب مدل مناسب منحنی تولید تخم نیست. اگرچه این معیار توسط محققین مختلف (Wolc; Cason and Britton, 1988 et al., 2004) مبنای مقایسه توابع برازش شده قرار گرفته است. نامناسب بودن آن برای توصیف منحنی و اعتبار مدل غیر خطی به این دلیل است که مجموع مربعات کل، برخلاف رگرسیون

این نتایج نشان می دهد که برازش تابعیت خطی، به این دلیل که تولید در مدت زمان کوتاه به اوج خود می رسد و سپس به آهستگی کاهش می یابد، برای توصیف تولیدات هفتگی تخم در این جمعیت مناسب نیست. در مطالعه حاضر، برای توصیف منحنی تولید تخم هفتگی، ۶ مدل غیر خطی برازش شد. نکویی برازش<sup>۱</sup> هر یک از مدل ها در جدول ۲ ارائه شده است. معیار  $R_{adj}^2$  برای تمام توابع برازش شده بزرگتر از ۹۷/۸ درصد بود. با وجود این، براساس این معیار، تابع جزء به جزء مدل بهتر (رتبه یک با مقدار  $R_{adj}^2$  معادل ۹۸/۹ درصد) و چند جمله ای علی و شفر مدل بدتر (رتبه پنجم با مقدار  $R_{adj}^2$  معادل ۹۷/۸ درصد) برای توصیف منحنی تولید تخم بودند. همچنین، این معیار، تابع گامای ناقص را در رتبه دوم، توابع گامای تصحیح شده و جزء به جزء تصحیح شده را در رتبه سوم و تابع لجستیک غیر خطی را در رتبه چهارم قرار داد.

تفاوت رتبه ی توابع با استفاده از معیار میانگین مربعات خطا (MSE)، که تفاوت بین تولید واقعی و تولید برآورد شده براساس مدل برازش شده را نشان می دهد، در مقایسه با معیار  $R_{adj}^2$  قابل ملاحظه بود. با استفاده از معیار میانگین مربعات، توابع مناسب برای توصیف منحنی تولید تخم به ترتیب، تابع چند جمله ای علی و

1. Goodness of fit

علت داشتن  $R^2$  های بیشتر (به ترتب، ۰/۹۹۳ و ۰/۹۸۶) در مقایسه با مدل جزء به جزء با  $R^2$  های کمتر (به ترتیب، ۰/۹۵۲ و ۰/۹۷۴) پیشنهاد کردند. این تفاوت ها می تواند به تعداد مشاهدات و نژاد یا سوبه مورد مطالعه نسبت داده شود.

برآورد پارامترها همراه با اشتباه معیار آن ها، مقدار اوج تولید تخم مرغ و زمان وقوع اوج به تفکیک مدل های مختلف در جدول ۳ ارائه شده است. با استفاده از مقادیر پارامترها، تولید تخم هفتگی هر تابع برآورد و منحنی آن با منحنی تولید هفتگی واقعی مقایسه شد (شکل ۱).

یکی از موارد استفاده از مدل های غیر خطی، دست یافتن به مدلی است که منحنی تولید را بخوبی توصیف نموده و قابلیت پیش بینی کنندگی مناسبی برای تولیدات آتی را با استفاده از تولیدات فعلی داشته باشد. برای داده های مطالعه حاضر، تطابق شکل منحنی های تولید تخم حاصل از برازش مدل های غیر خطی مختلف و منحنی تولید واقعی با نتایج حاصل از مقایسه ی معیارهای مورد استفاده برای انتخاب مناسب ترین مدل هم خوانی داشت (شکل ۱).

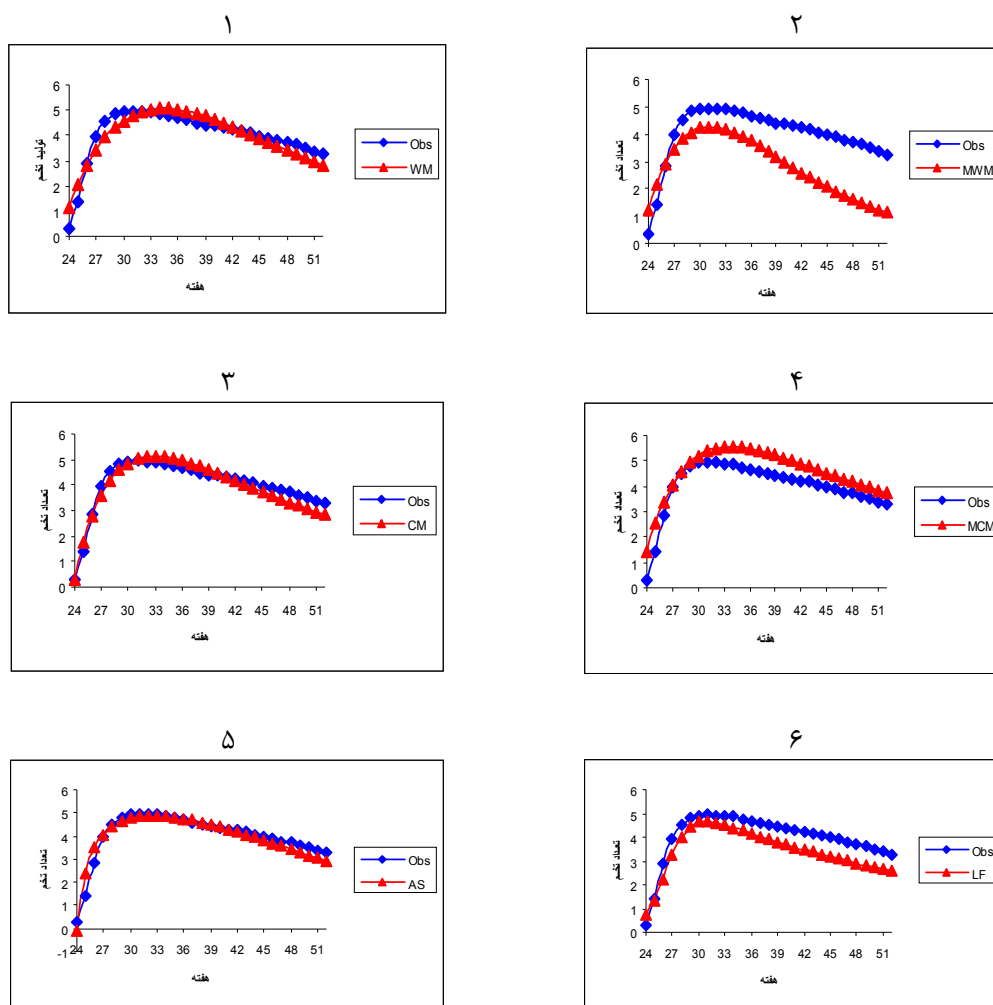
خطی، مساوی حاصل جمع مجموع مربعات رگرسیون و مجموع مربعات خطا نیست ( Spiess and Neumeyer, 2010). در مطالعه نکویی برازش مدل های غیر خطی استفاده از معیار آکایک ( Spiess and Neumeyer, 2010) و میانگین مربعات خطا ( Fernandez et al., 2002) توصیه شده است. برای داده های مطالعه حاضر، براساس این دو معیار، توابع جزء به جزء و چند جمله ای علی و شفر توابع مناسب برای توصیف منحنی تولید تخم خط مادری لاین تجاری آرین بودند. اگرچه شکل منحنی تولید تخم در پرندگان تقریباً مشابه است اما مطالعات انجام شده توابع مختلفی را برای توصیف این منحنی ارائه کرده اند.

در یک بررسی، با برازش توابع غیر خطی مختلف برای توصیف منحنی تولید تخم مرغ، تابع جزء به جزء، با ضریب تعیین تصحیح شده ۰/۹۶، بهترین مدل برای پیش بینی کل تولید تخم پیشنهاد شد ( Wolc et al, 2004) که با یافته تحقیق حاضر مطابقت دارد. این در حالی است Cason و Britton (۱۹۸۸) و Narushin و Takma (۲۰۰۳) مدل لجستیک را، که در بررسی حاضر یکی از نامناسب ترین مدل ها تشخیص داده شد، به

جدول ۲- معیارهای مختلف برای نکویی برازش توابع<sup>ψ</sup> توصیف کننده منحنی تولید تخم مرغ

تابع	$R^2_{adj}$	MSE	AIC
WM	۰/۹۸۸	۰/۶۴	-۱۹/۴
MWM	۰/۹۸۷	۰/۵۷	-۱۹/۰۶
CM	۰/۹۸۹	۰/۵۱	-۲۱/۷۱
MCM	۰/۹۸۷	۰/۵۳	-۲۱/۱۷
AS	۰/۹۷۸	۰/۴۲	-۲۱/۵۶
LF	۰/۹۸۵	۰/۶۹	-۲۱/۰۷

<sup>ψ</sup> MW، گامای ناقص؛ MWM، گامای تصحیح شده؛ CM، جزء به جزء، MCM، جزء به جزء تصحیح شده، AS، چندجمله ای علی و شفر، و LF، لجستیک.



شکل ۱- مقایسه مقادیر مشاهده شده (Obs) و پیش بینی شده توسط مدل های گامای ناقص (WM)، گامای تصحیح شده (MWM)، جزء به جزء (CM)، جزء به جزء تصحیح شده (MCM)، چندجمله ای علی و شفر (AS) و لجستیک (LF)

پیش بینی کردند، اما کمترین تفاوت را در پیش بینی اوج تولید (به ترتیب، ۵/۱۲۸ تخم و ۴/۸۷۰ تخم) در مقایسه با تولید واقعی (۴/۹۴۶ تخم) داشتند (جدول ۳).

به عبارت دیگر، دو تابع جزء به جزء و چند جمله ای علی و شفر، که براساس معیار میانگین مربعات خطا و آکایک مناسب ترین مدل بودند، اگرچه زمان اوج تولید را به ترتیب ۲ هفته و یک هفته دیرتر از تولید واقعی

جدول ۳- برآورد پارامترها (± اشتباه معیار)، اوج تولید و زمان اوج (هفته) حاصل از مدل های مختلف برازش شده<sup>۳</sup>

تابع	پارامتر				
	a	b	c	d	e
WM	۱/۲۵۴ ± ۰/۱۸۲	۰/۹۷۶ ± ۰/۰۹۳	۰/۰۸۶ ± ۰/۰۰۷	-	-
MWM	۱/۲۵۴ ± ۰/۱۸۲	۰/۹۷ ± ۰/۰۹۳	۰/۱۳۶ ± ۰/۰۰۷	-	-
CM	۷/۴۴۰ ± ۱/۴۲۶	۰/۰۴۱ ± ۰/۰۴۶	۰/۱۸۶ ± ۰/۲۲۱	۰/۸۰۱۷ ± ۰/۰۰۶	-
MCM	۸/۹۴۰ ± ۱/۰۱۷	۰/۰۶ ± ۰/۰۰۵	۰/۱۲ ± ۰/۰۳۲	-	-
AS	۵/۰۲۰ ± ۶/۲۳۰	-۱/۹۸۰ ± ۹/۸۰۰	-۱/۰۵۰ ± ۳/۷۴۰	۱/۳۹۰ ± ۳/۶۴۰	-۰/۷۹۰ ± ۰/۵۶۰
LF	۶/۹۰ ± ۰/۴۲۴	۰/۰۲۹ ± ۰/۰۰۳	۰/۷۷۶ ± ۰/۱۴۱	۳/۵۰۳۹ ± ۰/۲۷۷	-

<sup>۳</sup> MW، گامای ناقص؛ MWM، گامای تصحیح شده؛ CM، جزء به جزء؛ MCM، جزء به جزء تصحیح شده، AS، چندجمله ای علی و شفر، و LF، لجستیک.

محققین بیان کردند که استفاده از این مدل ها برای داده هایی که بعد از اوج تولید با شدت زیادی کاهش می یابند مناسب نیست. تطابق منحنی حاصل از برازش تابع جزء به جزء با ماهیت فیزیولوژیکی پرنده، که در مطالعه حاضر مناسب ترین مدل بود، با یافته های Yang و همکاران (۱۹۸۹) هم خوانی داشته اما با نتایج Cason و Britton (۱۹۸۸)، که تابع لجستیک را مناسب تر از تابع جزء به جزء گزارش کردند، مغایرت دارد. هرچند، محققین اخیر اظهار کردند زمان رسیدن به اوج تولید با استفاده از تابع جزء به جزء دیرتر از تابع لجستیک اتفاق می افتد که با نتایج بررسی حاضر مطابقت دارد. عدم تفاوت بین مدل های مختلف برازش شده بر تولید تخم در مطالعه Mielenz و Müller (۱۹۹۱) نیز گزارش شده است.

#### نتیجه گیری کلی

با توجه به اینکه پیش بینی تولید تخم مرغ در مقاطع زمانی معین و یا کل تولید سالیانه یکی از اهداف مهم ارزیابی توابع غیر خطی برای توصیف منحنی تولید تخم مرغ می باشد، نتایج مطالعه حاضر نشان داد که تابع جزء به جزء نسبت به سایر توابع می تواند به نحو مطلوب تری جهت توصیف منحنی تولید تخم مرغ لاین تجاری خط مادری آرین به کار گرفته شود. از طرف دیگر، وجود تفاوت های قابل ملاحظه در توابع برازش داده شده در مطالعات مختلف به وضوح نشان می دهد که نتایج حاصل قابل تعمیم به دیگر داده های یک صفت مشخص نبوده و لازم است در ارزیابی های ژنتیکی و مدیریتی، از منحنی تولید تخم خاص آن پرندگان یا گله استفاده نمود. این موضوع برای پیش بینی میزان تولید تخم مرغ نیز صادق است.

با وجود این، به نظر می رسد تابع چند جمله ای علی و شفر، به علت پیش بینی منفی شروع تولید (۰/۰۸۹-)، که از لحاظ بیولوژیکی قابل توجیه نیست، و شیب زیاد مرحله افزایشی تولید، مدل مناسبی برای برازش داده های بررسی حاضر نیست. اوج تولید پیش بینی شده براساس تابع گامای ناقص کمترین اختلاف را با تولید واقعی داشت (۵/۰۶۴ در مقایسه با ۴/۹۴۶ تخم)، اما زمان اوج پیش بینی شده ی این تابع (هفته ۳۴) دیرتر از زمان اوج واقعی تولید (هفته ۳۱) بود. نقص تابع گامای ناقص در توصیف منحنی تولید تخم، به علت تعداد کم پارامترهای آن، در بررسی دیگر محققین نیز گزارش شده است (McMillan et al., 1986; Yang et al., 1989). برای دو تابع گامای تصحیح شده و لجستیک غیر خطی، با وجودی که زمان رسیدن به اوج تولید (هفته ی ۳۱) مشابه تولید واقعی بود اما میزان تولید پیش بینی شده در زمان اوج اختلاف زیادی با تولید واقعی داشته (به ترتیب، ۲/۲۶۹ و ۴/۶۷۰ تخم در مقایسه با ۴/۹۴۶ تخم) و شیب مرحله کاهش آن دو نیز، به خصوص در مدل گامای تصحیح شده، تندتر از منحنی واقعی بود.

در مطالعات محققین، نتایج متفاوتی از برازش مدل های مختلف غیرخطی بر منحنی تولید تخم گزارش شده است. در یک مطالعه، با برازش توابع جزء به جزء، جزء به جزء تصحیح شده و گامای ناقص بر داده های تولید تخم یک لاین تخم گذار، نشان داده شد که دو تابع جزء به جزء و جزء به جزء تصحیح شده منحنی تولید تخم را بهتر از تابع گامای ناقص توصیف می کنند (Miyoshi et al., 1996). در این بررسی، برخلاف نتایج تحقیق حاضر، هیچگونه تفاوتی بین دو تابع جزء به جزء و جزء به جزء تصحیح شده مشاهده نشد. همچنین، این

#### REFERENCES

1. Ali, T.E. & Schaffer, L.R. (1987). Accounting for covariance among test day milk yield in dairy cows. *Canadian Journal of Animal Science*, 67, 637-644.
2. Cason, J. A. & Britton, W. M. (1988). Comparison of compartmental and Adams-Bell models of poultry egg production. *Poultry Science*, 67, 213-218.
3. Fairfull, R. W. (1990). Genetics of egg production in chicken. In *Poultry Breeding and Genetics Elsevier*, 705-759.
4. Fernandez. C. A. Sanchez and C. Garces, 2002. Modeling the lactation curve for test day milk yield in

- Murciano-Granadina goats. *Small Ruminant research*, 46, 29-41.
5. Gavora, J. S., Liljedahl, L. E., Mcmillan, I. & Ahlen, K. (1982). Comparison of three mathematical models of egg production. *British Poultry Science*, 23, 339-348.
  6. Gavora, J. S., Parker, R. J. & McMillan, I. (1971). Mathematical model of egg production. *Poultry Science*, 50, 1306-1315.
  7. Leonard, T. & J. S. J. Hsh. 2001. Bayesian Methods: an analysis for statisticians and interdisciplinary. Cambridge University Press, Cambridge, PP 333.
  8. McMillan, I. (1981). Compartmental model analysis of poultry egg production curves. *Poultry Science*, 60, 1549-1551.
  9. McMillan, I., Fitz-Earle, M., Butler, L. & Robson, D. S. (1970). Quantitative genetics of fertility I. Lifetime egg production of *Drosophila Melanogaster*. *Theoretical Genetics*, 65, 349-353.
  10. McMillan, I., Gowe, R. S., Gavora, J. S. Mielenz, N., Müller, J. & Fairfull, R. W. (1986) Prediction of annual production from part record egg production in chickens by three mathematical models. *Poultry Science*, 65, 817-822.
  11. McNally, D. H. (1971). Mathematical model for poultry egg production. *Biometrics*, 27, 735-738.
  12. Mielenz, N. & Müller, J. (1991). Ein vergleich von 4 mathematischen modellen zur Vorhersage der Legeleistung in Hennengruppen. *Archiv Tierzucht*, 2, 155-160.
  13. Miyoshi, SH., Kioe, M. & Takatsugu, M. (1996). Application of Non-linear models to Egg production curves in chickens. *Japan Poultry Science*, 33, 178-184.
  14. Narushin, V. G. & C. Takma. (2003). Sigmoid model for the evaluation of growth and production curves in laying hens. *Biosystems Engineering*, 84, 343-348.
  15. Rose, S. P. (1997). Principles of Poultry Science. CAB. International. UK.
  16. SAS, (2001). SAS/STAT users guide for personal computer. Released, 6.18. SAS Institute, INC. Cary, N.C., USA.
  17. Spiess, Andrej-Nikolai & Neumeyer, N. (2010). An evaluation of R<sup>2</sup> as an inadequate measure for nonlinear models in pharmacological and biochemical research: a Monte Carlo approach. *BMC Pharmacology*, 10, 6.
  18. Wolc A. T., Wardowska M. & Szwaczkowski T, 2004. Predicting ability of the mathematical models describing egg production curves. 22<sup>nd</sup> World Poultry Congress, Istanbul, Turkey.
  19. Wood, P. D. P. (1967). Algebraic model of the lactation curve in cattle. *Nature*, 216, 164-165.
  20. Yang, N., Wu, C. & McMillan, I. (1989). New mathematical model of poultry egg production. *Poultry Science*, 68, 476-481.