

وارون‌سازی سه‌بُعدی داده‌های مغناطیسی منطقه آهن‌دار سرخه-دیزج زنجان با استفاده از الگوریتم غیرخطی مارکوآرت-لونبرگ

هرمز جهانداری^۱، بهروز اسکویی^{۲*} و وحید ابراهیم‌زاده اردستانی^۳

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

^۲ استادیار، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

^۳ دانشیار، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۸۸/۶/۱۴، پذیرش نهایی: ۹۰/۱۱/۱۱)

چکیده

هدف از تدوین مقاله حاضر، وارون‌سازی سه‌بُعدی داده‌های مغناطیسی منطقه آهن‌دار سرخه-دیزج در استان زنجان با استفاده از الگوریتم غیرخطی مارکوآرت-لونبرگ و عرضه یک مدل زمین‌شناسی به‌منزله منشأ این داده‌ها است. برنامه فرترن مورد استفاده، محدوده مورد بررسی را به شبکه‌ای منظم از توده‌های منشوری قائم تقسیم می‌کند و با استفاده از یک مدل اولیه و با یک فرایند تکراری، پارامترهای مجهول هریک از منشورها را می‌یابد. توزیع هندسی مجموعه این منشورها شکل سه‌بُعدی توده زیرزمینی را تعیین می‌کند. رهیافت استفاده شده در این تحقیق، قرار دادن عمق سطح فوقانی و سطح تحتانی منشورها درحکم متغیر برای ارزیابی میزان کارآمد بودن این رهیافت، ابتدا از این روش در مدل‌سازی داده‌های مصنوعی همراه با نوفه استفاده شده است. به‌منظور اعمال محدودیت در تغییرات پارامتر مغناطیدگی توده در فرایند وارون‌سازی، از نقاط متفاوت محدوده مورد بررسی، نمونه‌گیری و با اجرای آزمایش‌های مغناطیس سنگ، طیف مجاز تغییرات مغناطیدگی تعیین شد. فرض ما در وارون‌سازی داده‌های واقعی، یکنواخت بودن مغناطیدگی در کل توده و همین‌طور حاضر نبودن مغناطیس بازمند است. نتایج به‌دست آمده از مدل‌سازی سه‌بُعدی داده‌های مغناطیسی، یک دایک را نمایش می‌دهد. این نتایج با مدل حاصل از وارون‌سازی سه‌بُعدی داده‌های شبه‌گرانی همین محدوده که با روش وارون‌سازی فشرده صورت گرفته، مقایسه شده است. نتایج مقایسه با روش گرانی، مناسب بودن به‌کارگیری این روش را در این تحقیق روشن می‌سازد.

واژه‌های کلیدی: وارون‌سازی، مارکوآرت-لونبرگ، مدل‌سازی سه‌بُعدی، ژئومغناطیس

3-D inversion of magnetic data from Sorkheh-Dizej region, Zanjan, using the nonlinear Marquardt-Levenberg algorithm

Jahandari, H.¹, Oskooi, B.² and Ardestani, V. E.³

¹M.Sc. Student of Geophysics, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

²Assistant Professor, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

³Associate Professor, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

(Received: 05 Sep 2009, Accepted: 31 Jan 2012)

Abstract

The aim of this study is 3-D inversion of magnetic data acquired from the Sorkheh-Dizej iron-bearing region in Zanjan province, Iran, in order to determine the geometrical distribution of the buried magnetic sources. For this purpose, our program discretizes the subsurface region into vertical right rectangular prisms and uses the nonlinear Marquardt-Levenberg algorithm to optimize the unknown parameters of the model, iteratively. To

evaluate the applicability of the method, it has been first applied to modeling the synthetic data with added noise.

The nonlinear inversion of potential field data has long been used for determining the unknown parameters of the source bodies. One of the major applications of this method is to determine the topography of the basement relief (see, e.g., Bott, 1960; Pedersen, 1977; Bhattacharayya, 1980). In this study, we use a similar approach for modeling the magnetic sources with complicated geological shapes. To do this, the region is discretized into vertical right rectangular prisms. As a result, the unknown geometrical parameters will be the depth to the top and depth to the bottom of each prism. The only other unknown parameter is magnetization which is constant for each prism

A right rectangular prism is a widely used geometrical model for 3-D interpretation of magnetic source bodies. Bhattacharayya (1964) presented equations for computing the total field magnetic anomaly due to prismatic models. Kunaratnam (1981) simplified the logarithmic and arctangent terms in these equations using complex notation. The program used in this study uses these simplified expressions for forward modeling of magnetic data.

To obtain the body parameters that best describe the observed data, our program uses the Marquardt-Levenberg optimization algorithm (Marquardt, 1963) in an iterative way to minimize the difference between the observed and calculated anomalies. The objective function to be minimized is the sum of the square-roots of the errors at all the data points (equation 1). Marquardt-Levenberg algorithm can be regarded as an interpolation between the Gauss-Newton and Steepest Descent methods. At points distant from the solution, this algorithm acts like the Steepest Descent method (for being faster), but as it approaches the solution it acts more like a Gauss-Newton technique, for being more accurate. This behavior is controlled by a damping factor which is automatically adjusted at each iteration according to the success or failure of the iteration in reducing the objective function.

The program that is used in this study is the modified version of the FORTRAN-77 program presented by Rao and Babu (1993). For forming the Jacobian matrices, the program uses the expressions for derivatives from Rao and Babu (1991) and it uses the Cholesky decomposition technique for the factorization of the coefficient matrix (matrix D in equation 4). The input data to the program are the observed magnetic data and the magnetic properties of the region (i.e., magnetic declination and inclination and the regional constant). The program then generates an initial model of adjacent vertical prisms with similar upper and lower depths. There should be one data point above each prism on the surface of the earth. The goodness of fit between the observed data and calculated data is computed and then solving the inverse problem (equation 3) the increments that should be added to each body parameter to gain a smaller objective function in the next iteration are obtained. The iterations are continued until the desired objective function is reached or this residual is negligible. The geometrical configuration of the collection of the prisms at the end of the inversion shows the distribution of the magnetic source body.

In order to evaluate the applicability of the method, first we apply it to modeling the synthetic data. The synthetic model consists of three separate rectangular blocks which represent a complex geological configuration (Fig. 1). The blocks have the same magnetization intensity (10 A/m) and the declination and inclination of the magnetization are assumed to be zero and 45 degrees, respectively. In order to make the generated synthetic data resemble the realistic field data, random noise with zero mean and standard deviation of 5 percent of each datum magnitude has been added to the data set. The terrain is discretized into a grid of 10x10 prisms, each with a surface data centered above

it. The magnetization is supposed to be known and constant throughout the body. The result of the inversion after 100 iterations has a good similarity to the original model although it can be seen that the accuracy reduces with increasing depth (Fig. 3).

We apply the inversion scheme to model the real field magnetic data from Sorkheh-Dizej region in Zanjan province, Iran. The shape of the anomaly map (the region isolated by the rectangle in Fig. 4) is typical of a large tabular body. As non-uniqueness is one of the major concerns in the inversion of potential field data, it is useful to limit the possible solutions by devising constraints on the variation of magnetization during the inversion procedure. The source body is completely buried with no outcrops, but the existence of several iron mines very close to the survey area, and the high amplitude of the anomaly intensity, suggest a similar genesis for the magnetic bodies of the region. Therefore, we performed magnetization intensity measurements on 15 core samples from the region which resulted in a range of 5-15 A/m for this parameter. We assume no remanent magnetization is present and the magnetization is only due to induction. The terrain is divided into a 17x15 grid of prisms and inversion performed for 100 iterations. Fig. 7 shows a view of the result body from East. The vertical extension of this dyke-like body is interpreted between -10 and -210 meters, and the average dip-angle of the body is 70 degrees towards North. The results have been compared with the results of the 3-D compact inversion of pseudo-gravity data. The good agreement between the two models shows the efficiency of the algorithm that is employed for the inversion of geomagnetic data in this study.

Key words: Inversion, Geomagnetism, Marquardt-Levenberg, 3-D modeling

۱ مقدمه

(پیدرسین، ۱۹۷۷). پیلکینگتون و کراسلی (۱۹۸۶) از روش محاسبه پیشرو پارکر (۱۹۷۲) و وارون خطی برای وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی در تعیین ناهمواری سنگ بستر استفاده کردند. پوستیسیک (۱۹۹۰) یک روش غیر تکراری برای مدل‌سازی سنگ بستر عرضه کرد.

برای مدل‌سازی منشأهای منفرد، اولین تلاش‌ها منجر به پارامتری کردن منشأ به شکل یک دایک در دو بعد و یک منشور راست گوشه در سه بعد شد. سپس با استفاده از روش کمترین مربعات غیرخطی، از وارون‌سازی پارامتری در تعیین پارامترهای منشأ استفاده شد (وایت هیل، ۱۹۷۳؛ بالانتین، ۱۹۸۰؛ بهاتاچاریا، ۱۹۸۰؛ سیلوا و هُمان، ۱۹۸۳). در یک روش دیگر، توده‌های منشأ به صورت اجسام چندضلعی در دو بعد یا چندوجهی در سه بعد نمایش داده، و با فرایند وارون‌سازی، گوشه‌های این توده‌ها به منزله پارامتر مجهول تعیین می‌شوند (پیدرسین، ۱۹۷۷؛

در روش‌شناسی وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی، یک مدل را به منظور توصیف هندسه آن و یا توزیع یک ویژگی فیزیکی مانند خودپذیری مغناطیسی پارامتری می‌کنیم. به این ترتیب، دو رهیافت اصلی در وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی وجود دارد. در اولین رهیافت، محدوده مورد نظر به تعداد زیادی سلول کوچک با ابعاد هندسی یکسان تقسیم می‌شود و وارون‌سازی به منظور تعیین مغناطیس‌شوندگی یا خودپذیری مغناطیسی تک‌تک این سلول‌ها انجام می‌پذیرد. در رهیافت دوم، هدف از وارون‌سازی تعیین پارامترهای هندسی مدل است. در ادامه تحقیقات بات (۱۹۶۰) در وارون‌سازی داده‌های گرانی به منظور تعیین عمق حوزه رسوبی که از راه تعیین عمق منشورهای قائم و به روش تکرار صورت گرفت، محققان دیگری نیز در زمینه فرمول‌بندی مدل‌سازی عمق حوزه‌های رسوبی تحقیقاتی را به انجام رسانده‌اند

انحراف بردار مغناطیدگی و زاویه‌های میل و انحراف میدان ژئومغناطیسی. دو پارامتر آخر معمولاً دانسته فرض می‌شوند ولی بقیه پارامترها عموماً مجهول‌اند و با استفاده از روش‌های گوناگون محاسبه می‌شوند.

یکی از روش‌هایی که در وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی مورد استفاده قرار می‌گیرد، الگوریتم غیرخطی مارکوارت-لونبرگ است. این روش از یک مدل اولیه آغاز می‌شود و با بهینه‌سازی پارامترهای مدل از راه تکرار، به جواب می‌رسد. در این تکرارها، هدف کمینه کردن تفاضل داده‌های مشاهده‌ای (صحرائی) و محاسبه‌ای (ناشی از مدل) است. این تفاضل با تابعی به نام تابع هدف یا تابع خطا نمایش داده می‌شود:

$$f = \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} [\Delta T'_{i,j} - \Delta T_{i,j}]^2 \quad (1)$$

که در آن، ΔT و $\Delta T'$ به ترتیب بی‌هنجاری‌های مشاهده‌ای و محاسبه‌ای و M_x و M_y به ترتیب تعداد نقاط مشاهده‌ای در راستاهای x و y هستند.

اگر $\Delta T'_{i,j}$ بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از تعداد N_b منشور در نقطه (i, j) ، و تعداد پارامترهای مجهول هر منشور برابر با N_p باشد، آن‌گاه تعداد کل پارامترهای مجهول مسأله (شامل ثابت منطقه‌ای) برابر است با:

$$N = (N_b N_p) + 1 \quad (2)$$

بنابراین با توجه به معادله مارکوارت-لونبرگ، دستگاه معادلات هم‌زمان را می‌توان به شکل زیر نوشت (پیوست ۲):

$$\sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \frac{\partial \Delta T_{i,j}}{\partial P_i} \frac{\partial \Delta T_{i,j}}{\partial P_k} (1 + \delta_{kl} \lambda) dP_k \quad (3)$$

$$= \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} [\Delta T'_{i,j} - \Delta T_{i,j}] \frac{\partial \Delta T_{i,j}}{\partial P_i}$$

در این رابطه، l از ۱ تا N تغییر می‌کند و δ_{kl} تابع کرونکر دلتا است. λ ضریب میرایی است، P_k یکی از

ونگ و هسن، ۱۹۹۰). در تحقیق حاضر از روش تقسیم محدوده اکتشاف به منشورهای راست گوشه قائم استفاده شده است. از این رهیافت پیش‌ازین عمدتاً به منظور تعیین توپوگرافی سنگ بستر حوزه‌های رسوبی استفاده شده است. در این تحقیق با قرار دادن عمق سطح بالا و سطح پایین منشورها در حکم متغیر، شکل ساختار زمین‌شناسی تعیین می‌شود. برای تعیین این پارامترهای هندسی مجهول و همین‌طور مغناطیدگی منشورها، برنامه رایانه‌ای مورد استفاده در این مقاله از الگوریتم غیرخطی مارکوارت-لونبرگ استفاده می‌کند.

۲ مدل‌سازی داده‌های مغناطیسی

مدل‌سازی پیشرو: در این نوع مدل‌سازی هدف محاسبه بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از یک منشأ با پارامترهای هندسی و فیزیکی معلوم است.

منشور قائم راست گوشه، یکی از شکل‌های هندسی معمول است که اغلب از آن در تفسیر و مدل‌سازی ناهنجاری‌های مغناطیسی استفاده می‌شود. بهاتاچاریا (۱۹۶۴) یک معادله برای محاسبه ناهنجاری ناشی از منشورهای قائم مغناطیسی عرضه کرد. کوناراتنام (۱۹۸۱) با ساده کردن عبارات لگاریتمی و تانژانت معکوس روابط ساده‌تری برای استفاده در برنامه‌های رایانه‌ای به دست آورد. برنامه به کار رفته در این مقاله از همین روابط ریاضی برای مدل‌سازی مستقیم استفاده می‌کند (پیوست ۱).

مدل‌سازی وارون: ویژگی‌های یک توده مغناطیسی منشوری در زیرسطح را می‌توان با دوازده پارامتر مشخص کرد. علاوه بر این پارامترها، یک پارامتر ثابت منطقه‌ای نیز وجود دارد. از این تعداد، شش پارامتر را پارامترهای هندسی توده تشکیل می‌دهند که مختصات و جوه منشور هستند و بقیه پارامترها عبارت‌اند از شدت مغناطیدگی توده، زاویه منشور با شمال جغرافیایی، زاویه‌های میل و

وارون‌سازی چنین ماتریسی می‌توان از روش تجزیه کولسکی (Cholesky decomposition method) استفاده کرد که نسبت به روش‌های مشابه مانند روش تجزیه LU، سرعت بیشتری در محاسبات دارد (ترفین و باو، ۱۹۹۷).

برای آغاز فرایند مدل‌سازی، باید یک مدل با مقادیر اولیه برای پارامترها به برنامه معرفی کرد. انتخاب پارامترهای اولیه ممکن است براساس اطلاعات زمین‌شناسی قبلی یا براساس یک تفسیر اولیه از پربندهای مغناطیسی باشد. چنانچه اطلاعاتی در مورد زاویه‌های میل و انحراف مغناطیدگی توده وجود نداشته باشد، معمولاً این مقادیر را مساوی با زاویه‌های میل و انحراف میدان مغناطیسی زمین در نظر می‌گیریم و یا به عبارتی از وجود مغناطیس بازماند صرف‌نظر می‌کنیم.

برنامه به کار رفته در این تحقیق تغییر یافته برنامه فرترن ۷۷ عرضه شده راثو و بابو (۱۹۹۳) است. در برنامه اولیه، مدل‌های به کار رفته، منشورهای منفرد مجزا از یکدیگر و همه پارامترهای هندسی و غیرهندسی متغیر هستند. برنامه مورد استفاده در این مقاله با گرفتن مشخصات منطقه برداشت شده و داده‌ها که بایستی به صورت یک شبکه منظم باشند، ناحیه را به شبکه‌ای از بلوک‌های دارای اندازه یکسان تقسیم می‌کند؛ به طوری که در زیر هر داده سطحی، یک بلوک قرار گیرد. در نتیجه، تعداد بلوک‌ها برابر با تعداد داده‌های مشاهده‌ای است. با استفاده از این مدل، تعداد پارامترهای هندسی مجهول به دو عمق سطح بالا و پایین منشورها کاهش می‌یابد. همین‌طور با صرف‌نظر کردن از وجود مغناطیس بازماند، تنها پارامتر مجهول دیگر، مغناطیدگی منشورها است. در تحقیق حاضر، مقدار مغناطیدگی در مدل‌های اولیه براساس آزمایش‌های مغناطیس سنگ تعیین شد.

الگوریتم مارکوارت-لونیبرگ ترکیبی از دو روش گاوس-نیوتن و استیپسنت دیسینت (Steepest descent) است. همان‌طور که می‌دانیم، این دو روش به ترتیب در

پارامترهای مجهول را نشان می‌دهد و dP_k مقداری است که در هر مرحله تکرار به دست می‌آید و به پارامتر k ام اضافه می‌شود یا از آن کم شود تا تابع هدف جدید از تابع هدف مرحله قبل کوچک تر شود. مقدار ثابت λ در هر مرحله، به طوری که مقدار تابع هدف کاهش پیدا کند، با سعی و خطا تعیین می‌شود.

معادله فوق را می‌توان به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$DB = P \quad (4)$$

که در آن، D ماتریس ضرایب نامیده می‌شود و یک ماتریس مربعی است که مؤلفه‌های آن معلوم است. این ماتریس معادل است با $(J^T J)$ ، که J ژاکوبی تابع هدف است (روابط تحلیلی برای محاسبه مشتقات در ماتریس D در مقاله راثو و بابو، ۱۹۹۳ آورده شده است). B یک ماتریس ستونی است که مؤلفه‌های آن مقادیر کاهش یا افزایش پارامترها در هر مرحله هستند که هدف از حل معادله فوق، به دست آوردن این مقادیر مجهول است و در نهایت، P یک ماتریس ستونی معلوم است. این ماتریس‌ها را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$D = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{M_k} \sum_{j=1}^{M_k} \frac{\partial \Delta T_{i,j}}{\partial P_l} \frac{\partial \Delta T_{i,j}}{\partial P_k} (1 + \delta_{kl} \lambda)$$

$$B = dP_k$$

$$P = \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} [\Delta T'_{i,j} - \Delta T_{i,j}] \frac{\partial \Delta T_{i,j}}{\partial P_l}$$

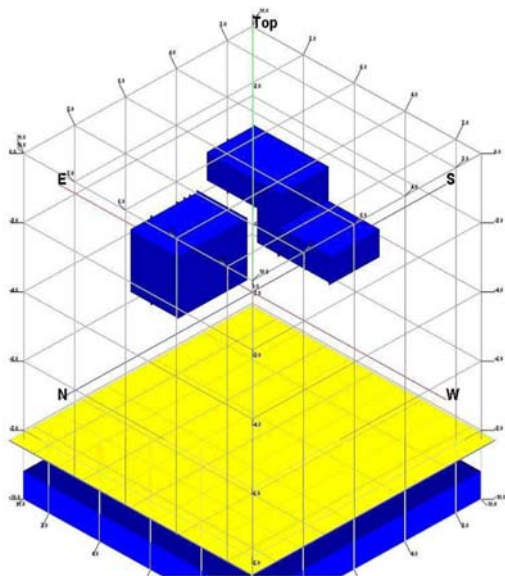
که در روابط فوق، l و k از ۱ تا N تغییر می‌کنند.

از آنجا که ماتریس D حاصل ضرب یک ماتریس در ترانواده آن است $(J^T J)$ بنابراین لزوماً یک ماتریس متقارن و مثبت شبه‌معین (Positive semi definite) است. هنگامی که مؤلفه‌های قطری D در $(1 + \lambda)$ ضرب شوند در ماتریس حاصل، مؤلفه‌های قطری هر سطر از مجموع مؤلفه‌های غیرقطری، بزرگ تر خواهند بود (Strictly dominant matrix diagonally). چنین ماتریسی البته مثبت معین (Positive definite) و وارون‌پذیر است. برای

مسائل چندبار و با مدل‌های اولیه کاملاً متفاوت حل شده‌اند.

۳ مدل‌سازی داده‌های مصنوعی

معمولاً در روش‌های گوناگون ژئوفیزیکی برای بررسی کارایی و عملکرد یک الگوریتم، ابتدا روش موردنظر روی داده‌های مصنوعی امتحان می‌شود. از آنجاکه پارامترهای مدل مصنوعی معلوم‌اند، می‌توان نتایج حاصل از اعمال الگوریتم روی داده‌های مصنوعی را با پارامترهای اصلی مدل مقایسه کرد. براساس میزان تطابق نتایج با جواب اصلی، می‌توان کارایی روش به کار رفته را ارزیابی کرد. از آنجاکه داده‌های واقعی همواره دارای نوفه هستند، برای شبیه‌سازی بهتر، به داده‌های مصنوعی نوفه اضافه می‌کنیم. در اینجا از یک مدل مصنوعی ترکیبی استفاده شده است. هدف از این کار بررسی توانایی برنامه در مدل‌سازی ساختارهای زمین‌شناسی با توزیع هندسی پیچیده است.



شکل ۱. مدل مصنوعی ترکیبی که برای تولید داده‌های مصنوعی به کار رفته است. مدل از سه بلوک تشکیل شده است. دو بلوک کوچک‌تر به یکدیگر متصل‌اند و گوشه‌های بلوک بزرگ‌تر با گوشه‌های دو بلوک دیگر مماس‌اند.

نقاط نزدیک به جواب و دور از جواب، عملکرد بهتری دارند. بنابراین در الگوریتم مارکوارت-لونبرگ مقدار ضریب λ به‌طور خودکار طوری تنظیم می‌شود که متناسب با این دوری یا نزدیکی، الگوریتم به هر یک از این دو روش میل کند. از دیگر مزیت‌های متغیر بودن مقدار λ نداشتن حساسیت الگوریتم به مقدار اولیه این پارامتر است، چرا که موفقیت‌آمیز بودن یا نبودن تکرارها به سرعت این مقدار را تغییر می‌دهد و مقدار بهینه این پارامتر را که موجب کاهش تابع هدف شود، می‌یابد.

در اولین قدم، تابع هدف (f_1) به ازای مدل اولیه داده شده محاسبه می‌شود. سپس یک مقدار اولیه دلخواه به λ نسبت داده می‌شود (معمولاً بین صفر و یک) و معادله ماتریسی برای محاسبه مقادیر dp_k حل می‌شود. مقادیر dp_k به دست آمده، به پارامترهای اولیه افزوده شده و این بار تابع هدف f_2 به ازای پارامترهای جدید محاسبه می‌شود. چنانچه $f_2 < f_1$ ، این گام برداشته شده موفقیت‌آمیز بوده است و برای شروع مرحله بعد، مقدار λ با یک ضریب ۰/۵ کاهش می‌یابد و مقدار f_2 به f_1 نسبت داده می‌شود. تکرارها تا وقتی که مقادیر تابع هدف به یک مقدار کمینه همگرا شوند ادامه پیدا می‌کنند. ولی اگر در هر یک از مراحل، مقدار تابع هدف از مقدار مرحله قبل بیشتر شود ($f_1 < f_2$)، گام ناموفق بوده است. در این حالت λ دو برابر می‌شود و معادله دوباره برای محاسبه مقادیر dp_k حل می‌شود. تابع هدف جدید (f_2) محاسبه شده و دوباره با مقدار f_1 مقایسه می‌شود. این فرایند تا جایی که شرط $f_2 < f_1$ برقرار شود ادامه می‌یابد. معیار همگرایی جواب معمولاً این است که مقدار تابع هدف طی تکرارهای متوالی تقریباً ثابت بماند و یا اینکه تفاضل مقادیر dp_k طی این مراحل بسیار ناچیز باشد. باید توجه داشت که کمینه محلی یافته شده از این طریق کاملاً به مدل اولیه معرفی شده به برنامه بستگی دارد. به این منظور در تحقیق حاضر، برای اطمینان یافتن از صحت جواب‌ها،

۱- متر شاهد دقت بیشتری نسبت به عمق ۳- متر هستیم.

۴ مدل‌سازی داده‌های صحرایی

محدوده برداشت داده‌های مغناطیسی: داده‌های ژئومغناطیسی مورد استفاده در این تحقیق مربوط به محدوده‌ای در ۳۲ کیلومتری جنوب شرقی شهرستان زنجان و ۲ کیلومتری غرب روستای سرخه-دیزج است. برداشت این داده‌ها به منظور اکتشاف کانسارهای آهن‌دار در این منطقه صورت گرفته است. زمین‌شناسی این منطقه را عمدتاً توده‌های آذرین کوارتز مونزونیت تشکیل می‌دهد و رسوبات کوارترن در جنوب این منطقه مشاهده می‌شود (امینی، ۱۳۷۹). شکل ۴ شبکه داده‌های مغناطیسی زمینی برداشت شده با دستگاه مغناطیس سنج پروتون را در محدوده ذکر شده نشان می‌دهد. نیم‌رخ‌ها به صورت شمالی-جنوبی و با فاصله ۵۰ متر از یکدیگر برداشت شده‌اند و فاصله ایستگاه‌ها از یکدیگر به طور متوسط ده متر است که در قسمت‌های با شدت بی‌هنجاری بیشتر، فواصل کمتر (پنج متر) انتخاب شده‌اند تا منحنی تغییرات به نحو دقیق‌تری ترسیم شود (شکل ۵). برای وارون‌سازی فقط از محدوده‌ای که در جنوب منطقه و با چهار گوش مشخص شده استفاده شده است.

۴-۱ تعیین محدوده تغییرات مغناطیدگی

همان‌طور که می‌دانیم یکی از مشکلات عمده در مسائل وارون، فقدان یکتایی جواب است و یکی از راه‌های محدود کردن جواها، استفاده از اطلاعات زمین‌شناسی و ژئوفیزیکی برای ثابت قرار دادن پارامترها یا تعیین محدودیت برای تغییرات پارامترها است.

از آنجا که مغناطیدگی یکی از مهم‌ترین پارامترها در وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی و مجهول است، در این تحقیق سعی شده است با اجرای آزمایش‌های مغناطیس سنگ (Rock Magnetism) روی نمونه‌های برداشته شده

مدل مصنوعی در نظر گرفته شده در شکل ۱ نمایش داده شده است. این مدل از سه بلوک تشکیل شده که دوتای آنها با عمق‌های رویه ۱- و ۲- متر به هم چسبیده‌اند و لبه‌های بلوک سوم با عمق رویه ۲- متر، با دو بلوک دیگر تماس هستند. ضخامت دو بلوک متصل به هم یک متر و ضخامت بلوک سوم سه متر است.

در این مدل، شدت مغناطیدگی را در توده‌ها یکسان و برابر با ۱۰ آمپر بر متر در نظر می‌گیریم و زوایای انحراف و میل مغناطیدگی را به ترتیب صفر و ۴۵ درجه فرض می‌کنیم. برای محاسبه بی‌هنجاری ناشی از این مدل از روابط ذکر شده در پیوست ۱ استفاده و مقدار میدان مغناطیسی را در ۱۰۰ نقطه در روی سطح زمین محاسبه می‌کنیم. سپس نوبه‌ای با میانگین صفر و انحراف معیاری برابر با پنج درصد بزرگی هر داده به آن اضافه می‌کنیم. میدان مغناطیسی ناشی از این مدل، پیش و پس از افزودن نوبه در شکل ۲ نمایش داده شده است.

برای مدل‌سازی این میدان، ناحیه را به یک شبکه ۱۰ × ۱۰ از بلوک‌های راست گوشه قائم تقسیم می‌کنیم به طوری که در بالای هر بلوک و در روی سطح زمین یک داده مصنوعی قرار داشته باشد. عمق بی‌نهایت را ۱۰- متر در نظر می‌گیریم و در حکم مدل اولیه، عمق رویه و کف همگی بلوک‌ها را ۸- و ۱۰- متر قرار می‌دهیم. مغناطیدگی را یکنواخت و معلوم در نظر می‌گیریم و وارون‌سازی را برای محاسبه عمق بهینه رویه و کف ۱۰۰ بلوک تولید شده تا ۱۰۰ مرحله تکرار به انجام می‌رسانیم. برای مقایسه مدل به دست آمده با مدل اصلی، از برش‌های افقی در عمق‌های متفاوت استفاده می‌کنیم. شکل ۳، مقاطع افقی مدل مصنوعی و مدل به دست آمده را در عمق‌های ۱- و ۳- متر نمایش می‌دهد. راستای چپ-راست در این شکل‌ها، راستای غرب-شرق را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که روش به کار رفته به خوبی توده مصنوعی را مدل‌سازی کرده است، اگرچه در عمق

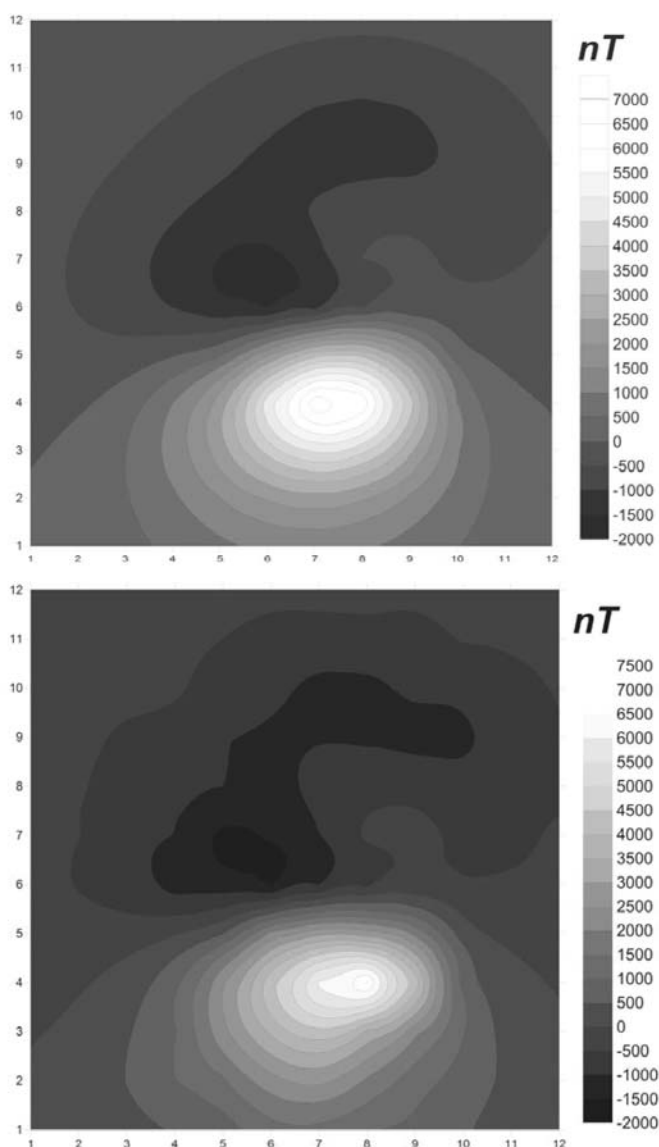
از محدوده مورد بررسی، یک محدوده برای تغییرات مغناطیسی تعیین شود. به عبارتی، در حین اعمال فرایند تکراری و ارون سازی، مقادیر تعیین شده برای مغناطیسی نمی تواند از این حدود تجاوز کند.

در این تحقیق، روی ۱۵ مغزه آماده شده دو آزمایش تعیین مغناطیس شونگی کل و تعیین خودپذیری مغناطیسی صورت گرفته است. خودپذیری نمونه ها با

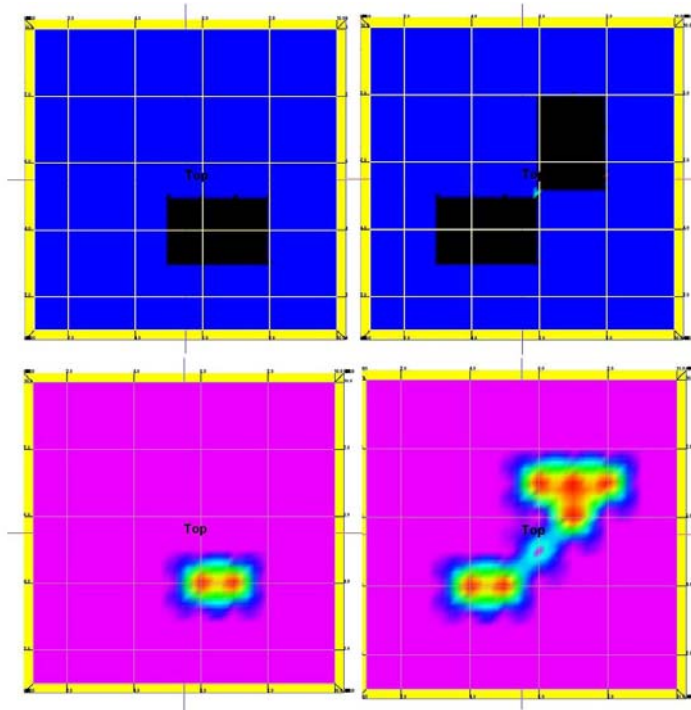
دستگاه *Bartington MS2* و مغناطیس شونگی با دستگاه *Molspin Spinner Magnetometer* در آزمایشگاه مغناطیس سنگ مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران اندازه گیری شد. براساس نتایج به دست آمده، مغناطیسی نمونه ها بین ۵ تا ۱۵ آمپر بر متر و خودپذیری مغناطیسی بین ۰/۱ تا ۰/۱ در واحد *cgs* تغییر می کند.

از محدوده مورد بررسی، یک محدوده برای تغییرات مغناطیسی تعیین شود. به عبارتی، در حین اعمال فرایند تکراری و ارون سازی، مقادیر تعیین شده برای مغناطیسی نمی تواند از این حدود تجاوز کند.

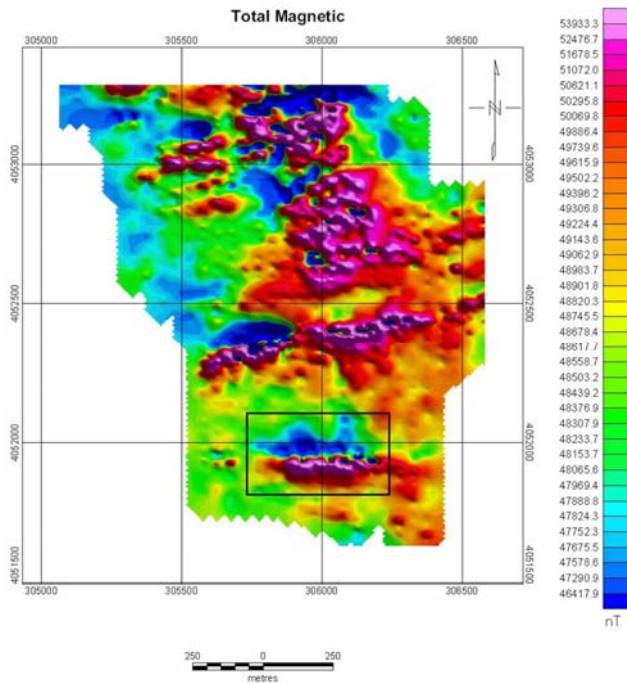
در این تحقیق، روی ۱۵ مغزه آماده شده دو آزمایش تعیین مغناطیس شونگی کل و تعیین خودپذیری مغناطیسی صورت گرفته است. خودپذیری نمونه ها با



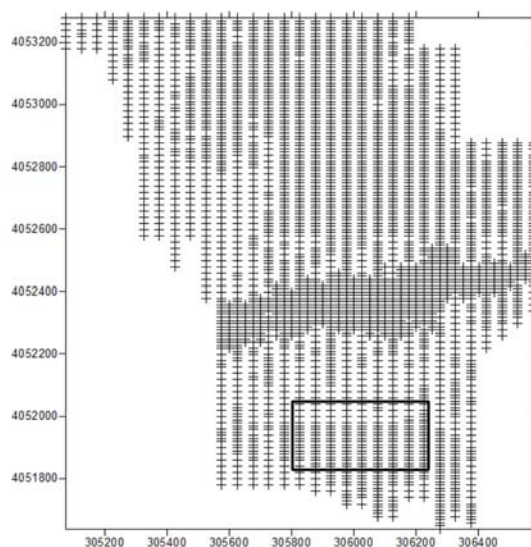
شکل ۲. بی‌هنجاری ناشی از مدل مصنوعی ترکیبی پیش از افزودن نوفه (تصویر بالا) و پس از افزودن نوفه (تصویر پایین). نوفه افزوده شده دارای میانگین صفر و انحراف معیاری برابر با پنج درصد مقدار بی‌هنجاری در هر نقطه است. سمت بالای شکل‌ها راستای شمال جغرافیایی را نشان می‌دهد.



شکل ۳. این تصاویر مقاطع افقی (عمقی) مدل مصنوعی ترکیبی (تصاویر بالا) و مدل به‌دست آمده از وارون‌سازی داده‌های مصنوعی (تصاویر پایین) را نمایش می‌دهند. تصاویر سمت چپ مقطع افقی در عمق ۱- متر و تصاویر سمت راست عمق ۳- متر را نشان می‌دهند. در شکل‌های پایین، تنوع در رنگ‌ها دارای معنی نیست و همه رنگ‌های متفاوت از زمینه، گسترش هندسی منشأ مغناطیسی را نشان می‌دهند.



شکل ۴. نقشه شدت میدان مغناطیسی کل محدوده مورد بررسی. بی‌هنجاری مورد استفاده برای مدل‌سازی، با چهارگوش مشخص شده است. رسم شده با استفاده از نرم‌افزار Oasis.Montaj.



شکل ۵. شبکه برداشت داده های مغناطیسی منطقه سرخه-دیزج. نیم‌رخ‌ها دارای امتداد شمالی-جنوبی بوده و با فاصله تقریبی ۵۰ متر از یکدیگر قرار دارند. فاصله ایستگاه‌های برداشت ۵ تا ۱۰ متر است. ناحیه مورد بررسی با چهارگوش مشخص شده است. تعداد داده های برداشت در این محدوده ۱۶۴ است.

ضمناً چون منشأ بی‌هنجاری در این تحقیق نسبتاً سطحی است، در اینجا عمق بی‌نهایت را برای منشورهای مدل ۱۰۰۰-متر در نظر می‌گیریم. واضح است که به دلیل کاهش نمایی شدت میدان بی‌هنجاری با عمق، میدان مغناطیسی ناشی از یک منشأ در چنین عمقی بسیار ناچیز است.

فرض دیگر در این تحقیق آن است که مغناطیدگی توده منشأ صرفاً ناشی از القا است یا به عبارتی، از وجود مغناطیس بازماند صرف نظر می‌کنیم.

برای تولید مدل، محدوده بی‌هنجاری را به یک شبکه ۱۷×۱۵ از منشورهای قائم راست گوشه تقسیم می‌کنیم به طوری که در بالا و وسط هر یک از منشورها در روی سطح زمین یک داده مشاهده‌ای قرار بگیرد. داده‌های مشاهده‌ای مورد استفاده (۲۵۵ داده) از شبکه‌بندی مجدد داده‌های مشاهده‌ای برداشت شده (۱۶۴ داده) به دست می‌آیند. طول و عرض هر یک از منشورها در راستای شمال و جنوب به ترتیب ۱۵ و ۲۵ متر در نظر گرفته شده است. از آنجا که ضخامت توده منشأ نسبت به طول آن که

۲-۴ فرایند وارون‌سازی داده‌های صحرائی

همان‌طور که گفته شد، در برنامه مورد استفاده در مدل‌سازی سه‌بعدی، پارامترهای مجهول عبارت‌اند از عمق رویه و کف منشورهای قائم و همین‌طور مغناطیدگی این منشورها. به علت فقدان یکتایی جواب و نبود امکان اعتماد به تغییرات موجود در مغناطیدگی نهایی به دست آمده از وارون‌سازی، مغناطیدگی در کل توده یکسان فرض شده و در حین فرایند وارون‌سازی و در هر مرحله تکرار با استفاده از متوسط‌گیری در همه منشورها ثابت نگه داشته شده است. ضمناً با استفاده از برنامه IGRF مشخصات مغناطیسی محدوده مورد بررسی تعیین شده است. علاوه بر این، به منظور حذف نوفه‌های سطحی از فیلتر ادامه فراسو تا ارتفاع ۲۰ متر استفاده شده است. میدان منطقه‌ای با کم کردن میدان IGRF از میدان مغناطیسی مشاهده شده در نواحی بدون بی‌هنجاری به دست آمده و مقدار آن ۴۵۰ نانوتسلا تعیین شده است. با کم کردن میدان IGRF (۴۷۸۹۰ نانوتسلا) و میدان منطقه‌ای از داده‌های شدت میدان کل، بی‌هنجاری باقی‌مانده حاصل می‌شود.

احتمال اینکه مدل به‌دست آمده شباهت بیشتری به ساختار واقعی توده زیرزمینی داشته باشد بیشتر است. شکل ۶ هر دو بی‌هنجاری مشاهده‌ای و محاسبه‌ای (یعنی ناشی از مدل نهایی به‌دست آمده از وارون‌سازی) را نشان می‌دهد. انطباق زیاد بین شکل ظاهری و طیف تغییرات شدت میدان در این دو بی‌هنجاری نشان‌دهنده کارآمد بودن وارون‌سازی است.

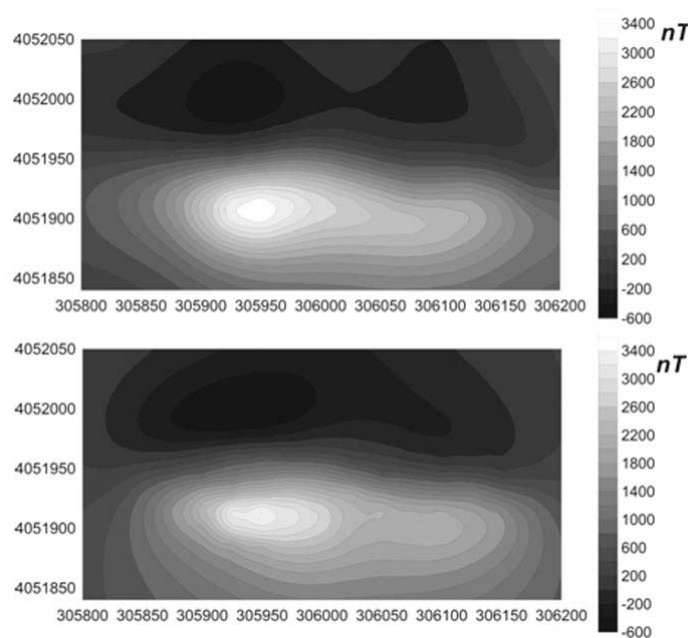
۴-۴ مغناطیدگی متوسط به‌دست آمده

همان‌طور که گفته شد، فرض ما در این تحقیق یکسان بودن مغناطیدگی در کل توده منشأ است و بر طبق بررسی‌های مغناطیس سنگ صورت گرفته روی نمونه‌های محدوده مورد تحقیق، طیف تغییرات مغناطیدگی بین ۵ تا ۱۵ آمپر بر متر اندازه‌گیری شد. با وارون‌سازی با ۱۰۰ مرحله تکرار، مقدار بهینه مغناطیدگی ۱۱ آمپر بر متر به‌دست آمده است که می‌توان آن را مغناطیدگی متوسط منشأ بی‌هنجاری به حساب آورد.

دارای امتداد شرقی-غربی است، اندازه کمتری دارد، لذا در راستای شمال-جنوب نیاز به دقت بیشتری داریم و به همین دلیل، عرض منشورهای مدل را نسبت به طول آنها کمتر در نظر گرفته‌ایم. دلیل آنکه این تعداد منشور (۲۵۵) برای مدل‌سازی انتخاب شده است اولاً جلوگیری از افزایش ابهام در جواب نهایی (ناشی از تعداد زیاد منشورها) و همین‌طور کاهش زمان اجرای برنامه است. در مدل اولیه عمق سطح پایین و بالای همه منشورها به طور یکسان به ترتیب ۱۰۰۰- و ۵۰۰- متر و مغناطیدگی منشورها مقدار یکسان ۱۰ آمپر بر متر در نظر گرفته شد. برای اجرای برنامه تعداد ۱۰۰ مرحله تکرار در نظر گرفته شد که در مدت ۱۴۵ دقیقه صورت پذیرفت.

۴-۳ بی‌هنجاری ناشی از مدل به‌دست آمده

یکی از معیارهای ارزیابی یک فرایند وارون‌سازی، مقایسه بی‌هنجاری مدل به‌دست آمده با بی‌هنجاری مشاهده‌ای است. هرچه شباهت این دو بی‌هنجاری بیشتر باشد،

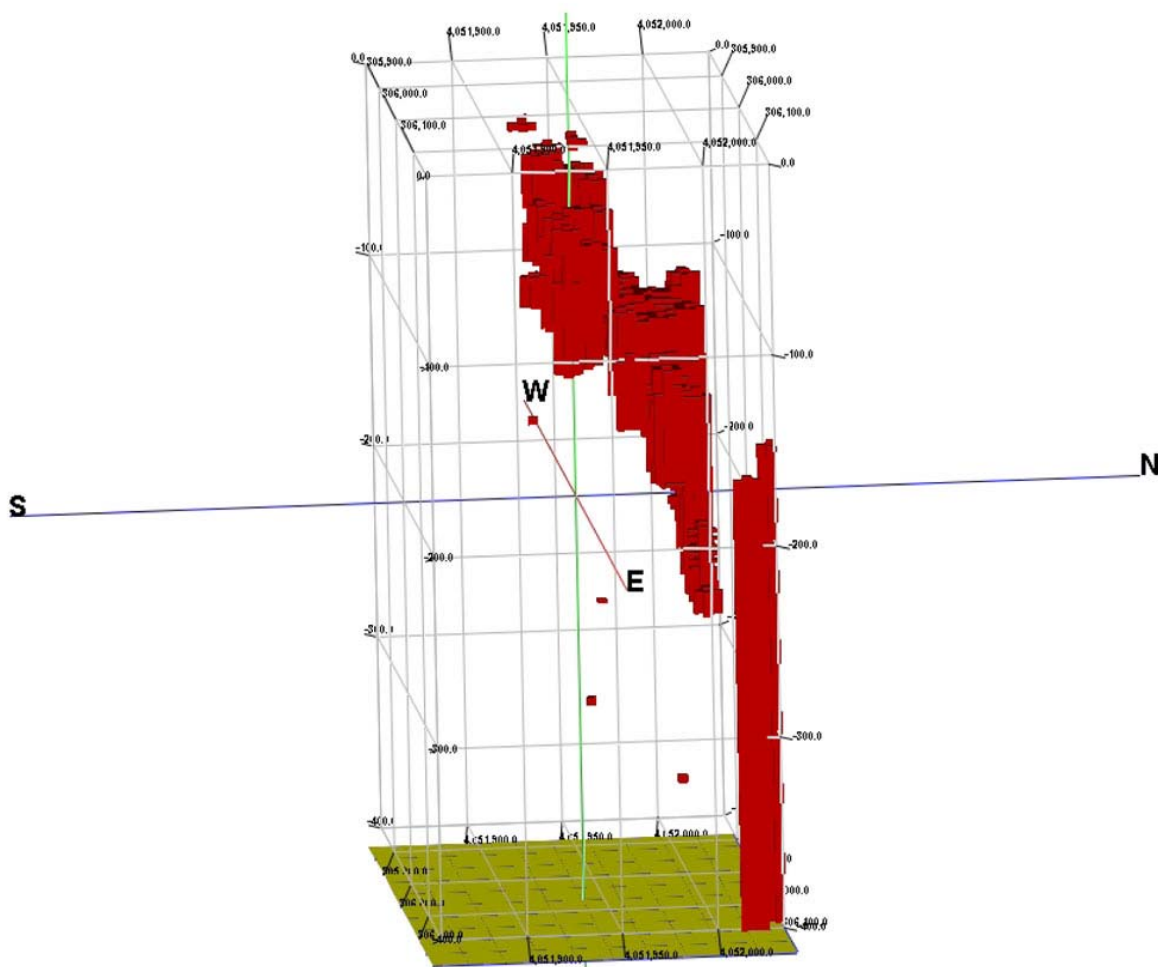


شکل ۶. این شکل بی‌هنجاری مشاهده‌ای (بالا) و محاسبه‌ای (پایین) را نشان می‌دهد. بی‌هنجاری محاسبه‌ای میدان مغناطیسی ناشی از مدل نهایی به دست آمده از وارون‌سازی داده‌ها می‌باشد.

۴-۵ نمایش سه‌بعدی مدل به‌دست آمده

همان‌طور که توضیح داده شد، فرایندهای تکراری از یک مدل اولیه پارامتری شده آغاز می‌کند و با استفاده از روش بهینه‌سازی موردنظر، از طریق تکرار پارامترها را بهینه می‌سازند. برای اطمینان از صحت مدل حاصل از وارون‌سازی برنامه با مدل‌های اولیه دیگر نیز اجرا شد. این آزمایش‌ها نشان داد که مدل اولیه چندانی در جواب نهایی ندارد و فقط تفاوت ممکن تعداد تکرارهای لازم برای رسیدن به همگرایی دلخواه است. پس از وارون‌سازی و با ۱۰۰ مرحله تکرار، عمق‌های بهینه شده رویه و کف تک‌تک منشورهای مدل به‌دست آمده است.

بر اساس این عمق‌ها، شکل سه‌بعدی مدل نهایی با استفاده از نرم‌افزار *Rockworks* رسم شده است. شکل ۷ نحوه قرارگیری و گسترش توده آهن‌دار را نشان می‌دهد. چنانکه ملاحظه می‌شود، این توده از تعداد زیادی منشورهای قائم کنار هم قرار گرفته با عمق‌های سطح بالا و سطح پایین متفاوت تشکیل شده است که همان منشورهای مدل هستند. بقیه منشورهای اطراف این توده که در مدل‌سازی نقش نداشته‌اند و در این مدل مشاهده نمی‌شوند، با عمق سطح بالا و پایین ۱۰۰۰-متر در عمق بی‌نهایت قرار گرفته و به عبارتی حذف شده‌اند.

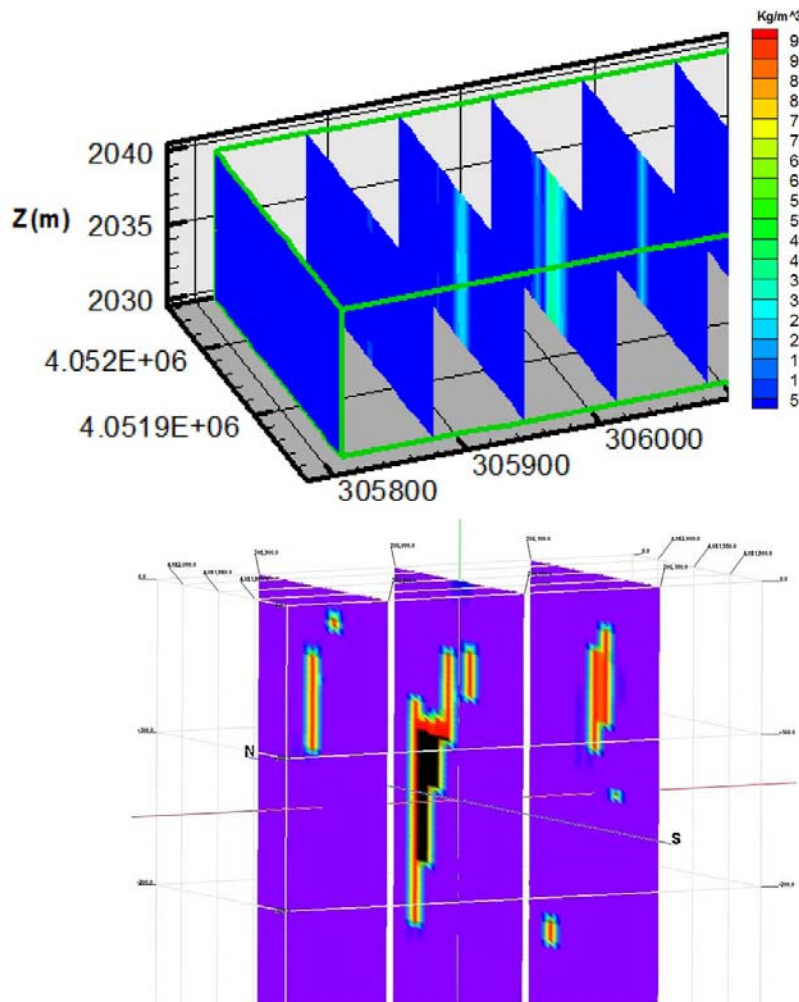


شکل ۷. نمایش سه‌بعدی مدل به‌دست آمده از سمت شرق.

۵ تعبیر و تفسیر نتایج حاصل از وارون‌سازی

مدل به دست آمده یک دایک را نشان می‌دهد که شیب آن به سمت شمال جغرافیایی است. زاویه شیب این دایک را می‌توان به طور متوسط حدود ۷۰ درجه در نظر گرفت. توده دارای امتداد شرقی-غربی است و به سمت شرق از تراکم آن کاسته می‌شود. براساس این مدل، توده دارای طولی در حدود ۲۰۰ متر و ضخامت متوسط ۴۰ متر است و گسترش عمودی توده نیز بین عمق‌های ۳۰ تا ۲۳۰ متر تعیین می‌شود. همان‌طور که گفته شد، داده‌های مورد

استفاده با اعمال فیلتر فراسو ۲۰ متر به سمت بالا منتقل شده‌اند، بنابراین عمق‌های به دست آمده از وارون‌سازی مربوط به یک ناهنجاری در ارتفاعی بالاتر از سطح زمین هستند. با کم کردن این ارتفاع، عمق واقعی توده بین ۱۰- تا ۲۱۰- متر به دست می‌آید. توده عمیقی که در قسمت شمال شرقی محدوده مشاهده می‌شود ارتباطی با بی‌هنجاری مورد بررسی ندارد و همان‌طور که در شکل ۴ دیده می‌شود، این قسمت به ناهنجاری واقع در شمال محدوده متصل است که یک توده آهن‌دار دیگر است.



شکل ۸. مقایسه مدل‌های حاصل از وارون‌سازی داده‌های شبه‌گرانی (بالا) و داده‌های مغناطیسی (پایین) که با استفاده از مقاطع قائم نمایش داده شده‌اند. مقاطع در مدل مغناطیسی، در طول‌های UTM ۳۰۵۹۰۰، ۳۰۶۰۰۰ و ۳۰۶۱۰۰ رسم شده‌اند. توضیحات بیشتر در متن آمده است. در شکل پایین، تنوع رنگ‌ها دارای معنی نیست و همه رنگ‌های متفاوت از زمینه، گسترش هندسی توده مغناطیسی را نشان می‌دهد.

۵-۱ مقایسه نتایج وارون‌سازی داده‌های شبه‌گرانی و

مغناطیسی

برای ارزیابی بهتر، مدل به‌دست آمده با نتایج حاصل از وارون‌سازی سه‌بُعدی داده‌های شبه‌گرانی نیز مقایسه شده است. برای مدل‌سازی داده‌های شبه‌گرانی این محدوده از روش وارون‌سازی فشرده داده‌های گرانی استفاده شده است. شکل ۸ مقاطع قائم دو مدل سه‌بُعدی به‌دست آمده از وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی و شبه‌گرانی را نشان می‌دهد. جواب‌های حاصل از دو روش از وجوه متفاوت با یکدیگر انطباق دارند: هر دو، توده‌های دایک مانند با امتداد شرقی-غربی اند که دارای طول متوسط ۲۰۰ متر و ضخامت متوسط ۴۰ تا ۴۵ متر هستند. در هر دو مدل به‌دست آمده، در سمت شرق توده شاهد کاهش تراکم نسبت به غرب آن هستیم. محل قرارگیری توده از نظر موقعیت جغرافیایی نیز در هر دو روش مشابه است: مرکز توده در هر دو مدل در عرض شمالی ۴۰۵۱۹۵۰ (UTM) واقع شده است و گسترش طولی دایک بین مختصات ۳۰۵۹۰۰ و ۳۰۶۱۰۰ شرقی (UTM) است. هر دو مدل در میانه ضخیم‌ترند و از دو طرف به تدریج باریک می‌شوند. با این حال جواب‌ها دارای دو تفاوت مهم نیز هستند: مدل به‌دست آمده از وارون‌سازی داده‌های شبه‌گرانی یک دایک کاملاً قائم را نشان می‌دهد، در حالی که مدل حاصل از مدل‌سازی مغناطیسی یک دایک شیب‌دار را نمایش می‌دهد. تفاوت دوم مربوط به عمق سطح بالای توده است که در تفسیر شبه‌گرانی مدل به‌دست آمده کاملاً سطحی است، در حالی که در تفسیر داده‌های مغناطیسی حداقل عمق به‌دست آمده برای سطح بالای توده ۱۰- متر است. پایین‌تر بودن دقت مدل شبه‌گرانی را می‌توان به فرایند تبدیل شبه‌گرانی مربوط دانست که مانند یک فیلتر پایین‌گذر داده‌ها را هموارسازی (بلیکلی، ۱۹۹۵) و بخشی از اطلاعات را حذف می‌کند و لذا مدل حاصل از

وارون‌سازی این داده‌ها اطلاعات کمتری از توده زیرسطحی در بر دارد.

۶ نتیجه‌گیری

هدف از تحقیق صورت گرفته مدل‌سازی سه‌بُعدی داده‌های مغناطیسی ناحیه‌ای در منطقه آهن‌دار سرخه-دیزج استان زنجان است. برای این کار از یک برنامه فرترن استفاده شده که در آن از الگوریتم غیرخطی مارکوارت-لونبرگ در حکم روش بهینه‌سازی استفاده شده است. در روش مورد استفاده، محدوده موردنظر به شبکه‌ای منظم از بلوک‌های قائم تقسیم شده و با استفاده از یک فرایند تکراری، عمق بهینه رویه و کف این بلوک‌ها محاسبه می‌شود. برای بررسی این الگوریتم از یک مدل مصنوعی ترکیبی استفاده شده است. مدل‌های به‌دست آمده از وارون‌سازی داده‌های مصنوعی حاوی نوفه، با مدل‌های اصلی انطباق دارند که نشان می‌دهد می‌توان از این روش برای مدل‌سازی داده‌های صحرائی استفاده کرد. داده‌های صحرائی مورد استفاده متعلق به منطقه‌ای در ۳۲ کیلومتری جنوب شرقی استان زنجان است. برای اعمال محدودیت در تغییرات پارامتر مغناطیسی، از رخنمون‌های آهن‌دار منطقه نمونه‌گیری شده و با آزمایش‌های مغناطیس سنگ، مغناطیسی متوسط توده‌های آهن‌دار ناحیه مشخص شده است. سپس با استفاده از برنامه وارون‌سازی مورد استفاده، داده‌های یک بی‌هنجاری در جنوب منطقه برداشت مغناطیسی مدل‌سازی شده است. مدل به‌دست آمده، یک دایک با عمق رویه ۱۰- متر و ضخامت متوسط ۴۰ متر را نشان می‌دهد. مدل به‌دست آمده از وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی با مدل حاصل از وارون‌سازی سه‌بُعدی داده‌های شبه‌گرانی مقایسه شده است. دو مدل از جهات متفاوتی چون شکل، توزیع هندسی، محل قرارگیری و ضخامت کاملاً مشابه هستند،

- from multiple prismatic bodies, *Computers & Geosciences*, **19**(6), 781-801.
- Silva, J. B. C. and Hohmann, G. W., 1983, Nonlinear magnetic inversion using a random search method, *Geophysics*, **48**, 1645-1658.
- Trefethen, L., N. and Bau, D., 1997, *Numerical Linear Algebra*, SIAM.
- Wang, X. and Hansen, R. O., 1990, Inversion for magnetic anomalies of arbitrary three-dimensional bodies, *Geophysics*, **55**, 1321-1326.
- Whitehill, D. E., 1973, Automated interpretation of magnetic anomalies using the vertical prism model, *Geophysics*, **38**, 1070-1087.
- که این نشان‌دهنده مناسب بودن روش استفاده شده برای مدل‌سازی داده‌های مغناطیسی است.
- منابع
- امینی، ب.، ۱۳۷۹، نقشه زمین‌شناسی طارم با مقیاس ۱:۱۰۰۰۰۰، بازنگری و استاندارد از نقشه هیرایاما و همکاران، سازمان زمین‌شناسی کشور.
- Ballantyne, E. J., 1980, Magnetic curve fit for a thin dike—Calculator program (TI-59), *Geophysics*, **45**, 447-455.
- Bhattacharayya, B. K., 1964, Magnetic anomalies due to prism-shaped bodies with arbitrary polarization, *Geophysics*, **29**, 517-531.
- Bhattacharyya, B. K., 1980, A generalized multibody model for inversion of magnetic anomalies, *Geophysics*, **45**, 255-270.
- Blakely, R. J., 1995, *Potential theory in gravity and magnetic applications*, Cambridge University Press.
- Bott, M. H. P., 1960, The use of rapid digital computing methods for direct gravity interpretation of sedimentary basins, *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, **3**, 63-67.
- Kunaratnam, K., 1981, Simplified expressions for the magnetic anomalies due to vertical rectangular prisms, *Geophys. Prosp.*, **29**, 883-890.
- Marquardt, D. W., 1963, An Algorithm for the Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters, *SIAM Journal of Applied Mathematics*, **11**(2), 431-441.
- Parker, R. L., 1972, The rapid calculation of potential anomalies, *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, **31**, 447-455.
- Pedersen, L. B., 1977, Interpretation of potential field data: a generalized inverse approach: *Geophysical Prospecting*, **25**, 199-230.
- Pilkington, M. and Crossley, D. J., 1986, Determination of crustal interface topography from potential fields, *Geophysics*, **51**, 1277-1284.
- Pustisek, A. M., 1990, Noniterative three-dimensional inversion of magnetic data, *Geophysics*, **55**, 782-785.
- Rao, D. B. and Babu, N. R., 1991, A rapid method for three-dimensional modeling of magnetic anomalies, *Geophysics*, **56**(2), 1729-1737.
- Rao, D. B. and Babu, N. R., 1993, A FORTRAN-77 computer program for three-dimensional inversion of magnetic anomalies resulting

پیوست ۱

محاسبه میدان مغناطیسی ناشی از یک منشور قائم (مدل سازی پیشرو):

مختصات x, y, z را طوری در نظر می گیریم که محور x راستای شمال جغرافیایی، محور y سمت مشرق و z سمت پایین را نمایش دهند. نقطه O در روی سطح مشاهده ای را مبدأ مختصات در نظر می گیریم و نقاط مشاهده ای را به صورت یک شبکه منظم که موازی با محورهای x و y است فرض می کنیم. در این حالت میدان مغناطیسی کل ناشی از یک منشور راست گوشه قائم که وجوه آن با محورهای مختصات موازی هستند در هر نقطه $P(x, y, 0)$ از رابطه زیر محاسبه می شود (کوناراتنام، ۱۹۸۱):

$$\Delta T(x, y, 0) = \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 \sum_{m=1}^2 S \left[G_1 \ln(R_{klm} + \alpha_k) + G_2 \ln(R_{klm} + \beta_l) + G_3 \ln(R_{klm} + h_m) + G_4 \arctan \frac{\alpha_k h_m}{R_{klm} \beta_l} + G_5 \arctan \frac{\beta_l h_m}{R_{klm} \alpha_k} \right] \quad (5)$$

که در آن:

$$S = (-1)^{k+l+m}, R_{klm} = (\alpha_k^2 + \beta_l^2 + h_m^2)^{1/2}$$

$$\alpha_k = a_k - x, k = 1, 2$$

$$\beta_l = b_l - y, l = 1, 2$$

و (a_k, b_l, h_m) مختصات گوشه های منشور را نشان می دهد. همین طور مقادیر ثابت G_1 تا G_5 با روابط زیر محاسبه می شود:

$$G_1 = EI(M_r + N_q), \quad G_2 = EI(L_r + N_p)$$

$$G_3 = EI(L_q + M_p), \quad G_4 = EI(N_r - M_q)$$

$$G_5 = EI(N_r + L_p)$$

در این روابط، EI شدت مغناطیدگی است، L و M و N کسینوس های هادی بردار مغناطیدگی و p و q و r کسینوس های هادی میدان ژئومغناطیسی هستند.

چنانچه گوشه های منشور با محورهای مختصات موازی نباشند و دارای زاویه θ با شمال جغرافیایی باشند، باید یک دستگاه مختصات جدید که محورهای آن با گوشه های منشور موازی باشند در نظر بگیریم (x', y') . در این حالت مبدأ مختصات دستگاه جدید همان مبدأ مختصات دستگاه قبل باقی می ماند ولی مختصات (x, y) با مختصات جدید (x', y') جایگزین می شوند:

$$x' = x \cos \theta + y \sin \theta$$

$$y' = -x \sin \theta + y \cos \theta$$

اگر I و D زاویه های میل و انحراف میدان ژئومغناطیسی باشند، کسینوس های هادی بردار میدان از روابط زیر به دست می آیند:

$$p = \cos I \cos(D - \theta)$$

$$q = \cos I \sin(D - \theta)$$

$$r = \sin I$$

همین طور اگر I_0 و D_0 زاویه های میل و انحراف بردار مغناطیدگی باشند، کسینوس های هادی مربوط عبارت اند از:

$$L = \cos I_0 \cos(D_0 - \theta)$$

$$M = \cos I_0 \sin(D_0 - \theta)$$

$$N = \sin I_0$$

اگر ناهنجاری‌های مشاهده‌ای با تعداد N_b منشور تولید شده باشد، میدان مغناطیسی در هر نقطه $(x, y, 0)$ در روی سطح مشاهده‌ای از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta T(x, y, 0) = \sum_{k=1}^{N_b} \Delta T_k(x, y, 0) + c \quad (6)$$

که در آن c مقدار ثابت منطقه‌ای را نشان می‌دهد.

از آنجاکه در محاسبات رایانه‌ای زمان محاسبات یکی از پارامترهای اساسی به شمار می‌رود، برنامه رایانه‌ای حاضر برای کم کردن این زمان از روابط ساده شده زیر استفاده می‌کند. این روابط از بسط دادن و ساده کردن روابط لگاریتمی در معادله (۵) به دست می‌آید (رائو و بابو، ۱۹۹۱):

$$\Delta T(x, y, 0) = G_1 \ln F_1 + G_2 \ln F_2 + G_3 \ln F_3 + G_4 F_4 + G_5 F_5 \quad (7)$$

که:

$$F_1 = \frac{(R_2 + \alpha_1)(R_3 + \alpha_2)(R_5 + \alpha_1)(R_8 + \alpha_2)}{(R_1 + \alpha_1)(R_4 + \alpha_2)(R_6 + \alpha_1)(R_7 + \alpha_2)}$$

$$F_2 = \frac{(R_2 + \beta_1)(R_3 + \beta_1)(R_5 + \beta_2)(R_8 + \beta_2)}{(R_1 + \beta_1)(R_4 + \beta_1)(R_6 + \beta_2)(R_7 + \beta_2)}$$

$$F_3 = \frac{(R_2 + h_2)(R_3 + h_1)(R_5 + h_1)(R_8 + h_2)}{(R_1 + h_1)(R_4 + h_2)(R_6 + h_2)(R_7 + h_1)}$$

$$F_4 = \arctan \frac{\alpha_2 h_2}{R_8 \beta_2} - \arctan \frac{\alpha_2 h_1}{R_6 \beta_2} - \arctan \frac{\alpha_2 h_2}{R_4 \beta_1} \\ + \arctan \frac{\alpha_1 h_2}{R_2 \beta_1} - \arctan \frac{\alpha_2 h_1}{R_7 \beta_2} + \arctan \frac{\alpha_1 h_1}{R_5 \beta_2} \\ + \arctan \frac{\alpha_2 h_1}{R_3 \beta_1} - \arctan \frac{\alpha_1 h_1}{R_1 \beta_1}$$

$$F_5 = \arctan \frac{\beta_2 h_2}{R_8 \alpha_2} - \arctan \frac{\beta_2 h_2}{R_6 \alpha_1} - \arctan \frac{\beta_1 h_2}{R_4 \alpha_2} \\ + \arctan \frac{\beta_1 h_2}{R_2 \alpha_1} - \arctan \frac{\beta_2 h_1}{R_7 \alpha_2} + \arctan \frac{\beta_2 h_1}{R_5 \alpha_1} \\ + \arctan \frac{\beta_1 h_1}{R_3 \alpha_2} - \arctan \frac{\beta_1 h_1}{R_1 \alpha_1}$$

$$R_1 = \sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2 + h_1^2}, R_2 = \sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2 + h_2^2}$$

$$R_3 = \sqrt{\alpha_2^2 + \beta_1^2 + h_1^2}, R_4 = \sqrt{\alpha_2^2 + \beta_1^2 + h_2^2}$$

$$R_5 = \sqrt{\alpha_2^2 + \beta_2^2 + h_1^2}, R_6 = \sqrt{\alpha_1^2 + \beta_2^2 + h_2^2}$$

$$R_7 = \sqrt{\alpha_2^2 + \beta_2^2 + h_1^2}, R_8 = \sqrt{\alpha_2^2 + \beta_2^2 + h_2^2}$$

$$\alpha_1 = a_1 - x', \alpha_2 = a_2 - x'$$

$$\beta_1 = b_1 - y', \beta_2 = b_2 - y'$$

پیوست ۲

معادله مورد استفاده در روش مارکوارت-لونیبرگ:

چنانچه ΔT و $\Delta T'$ را به ترتیب ناهنجاری‌های مشاهده‌ای و محاسبه‌ای در هر نقطه شبکه در نظر بگیریم، آن‌گاه هدف یافتن پارامترهای غیرخطی بردار P است به طوری که تابع خطای رابطه (۱) کمترین مقدار را داشته باشد. از آنجا که هیچ راه حل تحلیلی برای حل یک مسئله کمترین مربعات غیرخطی وجود ندارد، تنها روش حل این مسائل آن است که ابتدا مقادیر اولیه‌ای برای پارامترها انتخاب شود و سپس این پارامترها به روش تکرار بهینه‌سازی شوند:

$$P^{m+1} = P^m + dP \quad (۸)$$

در این رابطه m شماره مرحله تکرار است و dP بردار مقادیر افزایش یا کاهش پارامترها است.

برای یافتن یک الگوریتم برای این بهینه‌سازی ابتدا با استفاده از بسط تیلور یک رابطه خطی بین ΔT و پارامترهای P می‌یابیم:

$$\Delta T(P^{m+1}) \approx \Delta T(P^m) + \sum_{k=1}^N \frac{\partial \Delta T(P^m)}{\partial P_k} dP_k \quad (۹)$$

که N تعداد پارامترها است. با جایگزین کردن این رابطه در (۱) داریم:

$$E^2 = \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left[\Delta T'_{i,j} - \Delta T_{i,j}(P^m) - \sum_{k=1}^N \frac{\partial \Delta T_{i,j}(P^m)}{\partial P_k} dP_k \right]^2 \quad (۱۰)$$

برای یافتن پارامترهایی که این تابع را کمینه می‌کنند مشتق تابع فوق نسبت به پارامترهای l را برابر با صفر قرار می‌دهیم:

$$\sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left[\Delta T'_{i,j} - \Delta T_{i,j}(P^m) - \sum_{k=1}^N \frac{\partial \Delta T_{i,j}(P^m)}{\partial P_k} dP_k \right] \cdot \left[\frac{\partial \Delta T_{i,j}(P^m)}{\partial P_l} \right] = 0 \quad (۱۱)$$

که l هم از ۱ تا N تغییر می‌کند. برای هر مرحله تکرار این رابطه را می‌توان به شکل معادله ماتریسی $DB = P$ نوشت که در آن:

$$D = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \frac{\partial \Delta T_{i,j}}{\partial P_k} \frac{\partial \Delta T_{i,j}}{\partial P_l}$$

$$B = dP_k$$

$$P = \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} [\Delta T'_{i,j} - \Delta T_{i,j}] \frac{\partial \Delta T_{i,j}}{\partial P_l}$$

معادله فوق روش بهینه‌سازی گاوس-نیوتن نامیده می‌شود. در روش مارکوارت-لونیبرگ مؤلفه‌های قطری ماتریس D برای ایجاد امکان کنترل همگرایی، وزن‌دهی می‌شوند. این کار با ضرب کردن این ماتریس در $(1 + \delta_{kl} \lambda)$ صورت می‌گیرد که در آن δ_{kl} تابع کرونگر دلتا است و λ ضریب میرایی است. به این ترتیب معادله ماتریسی (۳) به دست می‌آید.