

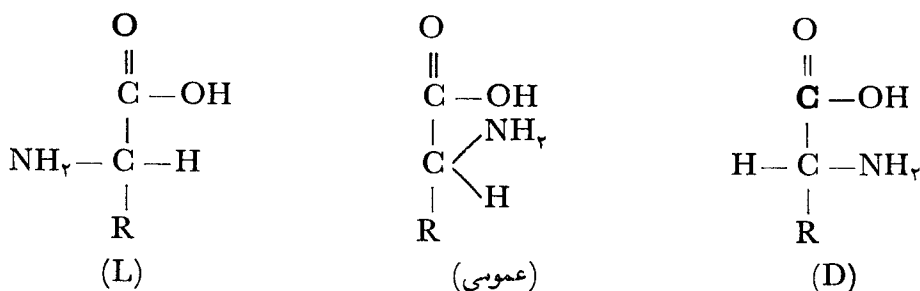
معرفی طریقه سنجش کمی اسیدهای آمینه آزاد بر اساس محاسبه لکه‌های ایجاد شده در سطح کروماتوگرام

نوشته‌ی

محمد جعفر الفت (۱)

۱ - اطلاعاتی درباره اسیدهای آمینه - اسیدهای آمینه ترکیبات ازت‌داری هستند که از یدرولیز پروتئین بدست می‌آیند و همچنین در بدن موجودات زنده ساخته میشوند . قسمت مهم سیتوپلاسم سلولهای زنده از پروتئین تشکیل شده است . اهمیت اسیدهای آمینه نه تنها از نظر تشکیل پروتئین است بلکه در متابولیسم سلولی و تغییرات مواد سلولها مثلا مواد رنگی خون حائز اهمیت میباشد .

اسیدهای آمینه دارای دو عامل شیمیائی هستند ، این دو عامل عبارتند از عامل آمین ($-NH_2$) و عامل اسیدی ($-COOH$) . در پروتئین معمولا بیست نوع اسید آمینه وجود دارد که ساده ترین آنها گلوکوسین بفرمول H_2N-CH_2-COOH میباشد . فرمول اسیدهای آمینه را بطور کلی بسه صورت زیر میتوان نشان داد .



در این اسیدها، اتم کربن بوسیله بنیانهای (R و $-NH_2$ و ...) بطور نامتقارن احاطه شده و بدین جهت

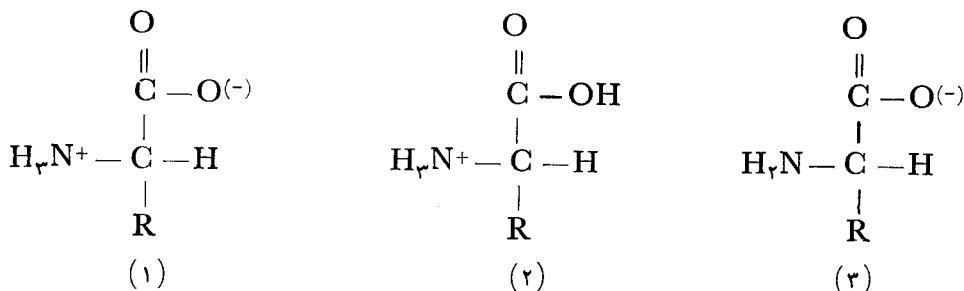
۱ - این مقاله قسمتی از رساله‌ی دکترای رشته شیمی نگارنده است که بسر پرستی پرفسور بانشر وهنسدس

واسهوتل در دانشکده فنی وین انجام گرفته و با عنوان :

Quantitative Bestimmung von Amino säuren auf Grund der Fleckengröße bei einem Zweidimensionalen DC - Trenn - verfahren

در شماره ۳۳۱ مجله Microchemica Acta صفحه ۳۹۶ - ۳۹۷ بزبان آلمانی چاپ شده است .

از نظر اپتیکی فعال میباشند. در محلولی از اسیدهای آمینه که هر دو عامل اسیدی و قلیائی بصورت دیسوسیه وجود داشته باشند، اسید آمینه بصورت ممزوج (فرمول ۱) بوده که در محیط اسید با اخذ یون ئیدرژن بصورت (فرمول ۲) و برعکس در محیط قلیائی یون H^+ آن دیسوسیه شده و پس از ترکیب با OH^- و تشکیل آب بصورت (فرمول ۳) در می آید.



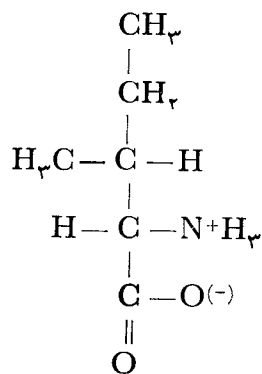
محلول اسید آمینه عموماً مخلوطی از فرمول ۱ و ۲ یا ۱ و ۳ میباشد که معمولاً یکی از آنها بحسب PH محلول و ضریب ثابت دیسوسیاسیون گروه اسیدی یا آمینه بردیگری تسلط دارد.

دریک PH مشخص که محلول اسید آمینه میتواند بصورت (فرمول ۱) (در مجاورت فرمول ۲ و ۳ بمقدار کاملاً جزئی و مساوی) وجود داشته باشد آنرا نقطه ایزوالکتریک می نامند که مقدار آن از روی فرمول زیر قابل محاسبه است.

$$\frac{PK_1 + PK_2}{2} = I.P.$$

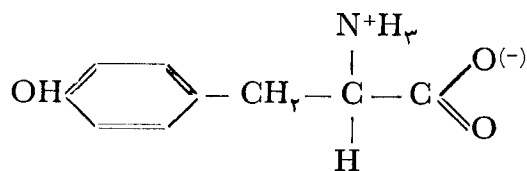
اسیدهای آمینه شامل گروه های زیر هستند.

۱ - اسیدهای آمینه با گروه غیر قطبی (R) و ترکیبات زنجیری جانبی:



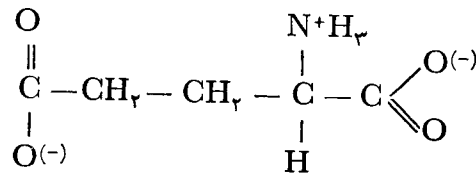
ایزولوسین

۲ - اسیدهای آمینه یونیزه نشده با گروه قطبی در زنجیر جانبی ($-CONH_2$, $-SH$, $-OH$):



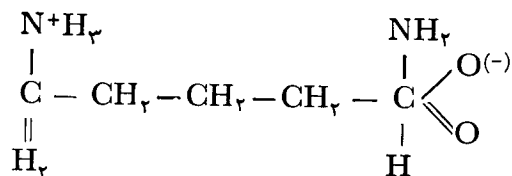
تیروزین

۳ - اسیدهای آمینه با دو عامل اسیدی:



اسید گلوکوتامیک

۴ - اسیدهای آمینه قلیائی با دو عامل بازی:



لیسین

۲ - **طریقه جدا کردن اسیدهای آمینه** - از سال ۱۹۴۰ سه روش مهم در باره جدا کردن اسیدهای

آمینه پیشنهاد شده است .

روش اول - کروماتوگرافی با کاغذ صافی

روش دوم - تبادل یونی

روش سوم - کروماتوگرافی با طبقه نازک

روش اول - این روش جهت شناسائی اسیدهای آمینه (حتی بمقدار ۰.۰۱ mg یا کمتر) و یا ترکیبات آلی بکار میرود. طریقه عمل بسیار ساده است: مقداری از محلول اسید آمینه را بوسیله پی‌پت و بفاصله تقریباً دو سانتیمتر از حاشیه کاغذ روی آن وارد میکنیم بعد همین صفحه را در حلال مربوطه شناور میسازیم. بنا به خاصیت لوله‌های سوئین محلول در کاغذ بالا میرود و در این هنگام اسیدهای آمینه ای که انحلال آنها بیشتر است با سرعت زیادتری در کاغذ بالا رفته و اسیدهای آمینه کم محلول در قسمت پائین باقی میمانند. بنابراین اسیدهای آمینه نسبت به حلالیتشان در آب و سایر حلالهای آلی از یکدیگر جدا میشوند.

روش دوم - در این طریقه جدا کردن اسیدهای آمینه و تعیین آنها در محلول بروش جا بجا شدن یونها عمل میگردد. جا بجا کننده‌ها صمغهای مصنوعی هستند که دارای خاصیت اسیدی و بازی میباشند معمولاً. از گروه اسیدی ($-\text{SO}_3\text{H} - \text{COOH}$) یک پروتون دیسوسییه شده که بمناسبت *Elektronneutralität* در نزدیکی آن جا میماند و هنگامی از آن دور میشود که یک یون مثبت دیگر جانشین آن شود و این عمل توسط یونهای جا بجا شونده انجام میگردد بعنوان مثال میتوان یون Na^+ و NH_4^+ را نام برد که پس از نزدیکی و چسبیدن بصمغ یون H^+ آنها تا حالت تعادل مجدد وارد محلول مینماید. برای آشنائی بطرز عمل با توجه بآنکه اسیدهای آمینه دارای دو عامل اسیدی و بازی هستند قبلاً نکات زیر را یادآوری مینمائیم.

الف - جا بجا کننده اسیدی - (H^+FORM و $400 - 200 \text{ mesh}$ D.V.B. ۰.۰۸٪ DOWEX).

ابتدا صمغ را در داخل بورت با ۱ میلی لیتر محلول اسید کلریدریک نرمال اسیدی می کنیم بعد آنرا تا درجه خنثی شدن می شوئیم در این موقع ۴ - ۱ میلی لیتر محلول مورد آزمایش (اسید آمینه) را که PH آن کمتر از ۶ است وارد بورت محتوی صمغ نموده سپس با جریانی بسرعت یک میلی لیتر درسه دقیقه آنرا از بورت خالی مینمائیم پس از آن محلول و صمغ درون بورت را با اسید کلریدریک $\frac{1}{4}$ نرمال (۲۰ میلی لیتر) شستشو میدهم و درخاتمه جهت حل کردن اسیدهای آمینه درون صمغ اسید کلریدریک ۴ نرمال بدان افزوده شیربورت را باز مینمائیم ۳ میلی لیتر قسمت اول را دور ریخته و ۵ میلی لیتر بعدی را که دارای اسید آمینه است در ظرفی جمع آوری و تبخیر میکنیم بر روی گرد حاصل آب افزوده و مقدار اسید آمینه را چنانچه خواهیم دید بروش کروماتوگرافی محاسبه مینمائیم .

ب - جابجا کننده قلیائی - (OH - FORM) و ۴۰۰-۲۰۰ mesh و ۲۱۰٪ D.V.B. (DOWEX)

ابتدا صمغ را با ۲ میلی لیتر محلول ۲ نرمال سود که عاری از انیدرید کربنیک باشد قلیائی نموده بعد آنرا تا درجه خنثی شدن می شوئیم از محلول با اندازه ۴-۱ میلی لیتر وارد بورت محتوی صمغ مینمائیم بر روی صمغ ۲ میلی لیتر آب مقطر ریخته و با محلول اسید استیک $\frac{1}{10}$ نرمال اسید آمینه محتوی صمغ را بصورت محلول در می آوریم (هنگامیکه اسید آمینه وارد صمغ میشود رنگ آن بصورت قهوه ای درآمده و پس از حل شدن در اسید استیک برنگ زرد روشن تغییر میابد) شیر بورت را باز نموده ۵ میلی لیتر از محلول را که دارای اسید آمینه است پس از تبخیر در آب حل نموده بطریقه کروماتوگرافی می سنجم .

طریقه سوم - این روش بوسیله دانشمندانی مانند اسماعیلوف (Ismailof) و شرایبر (Schreiber) در سال ۱۹۳۸ عملی گردید وسیله آزمایش صفحه شیشه پوشیده از اکسید آلومینوم بود لکن با وجود نتیجه مثبت آن که بوسیله دانشمندان دیگر بنام میلر (Miller) و کلر (Celler) تأیید شد کاملاً رضایت بخش نبود در سال ۱۹۵۸ شتال (STAHL) دانشمند بزرگ آلمانی طریقه کروماتوگرافی طبقه نازک را کامل و بصورت زیر معرفی نمود .

ابتدا شیشه هائی بشکل مربع با بعد ۲۰×۲۰ ، ۲۰×۲۰ و ۵×۲۰ سانتی متر بضخامت مساوی (۴ میلی متر) تهیه کرده و ۵ قطعه از آنرا پس از پاک کردن مواد چربی و تمیز کردن آنها در روی صفحه شابلون قرار داد .

بعنوان ماده جاذب کیزل قور - سیلیکاژل - و سلولز را انتخاب نمود و آنرا با دو برابر آب مخلوط و بوسیله دستگاه مخصوصی که شخصاً ساخته بود روی شیشه های فوق الذکر بضخامت ۰.۲ میلی متر پهن و در هوای آزاد خشک نمود . حلال فاز اول کلروفورم، متانل و محلول ۱٪ آمونیاک به نسبت (۲۰-۴۰-۴۰) و برای فاز دوم فنل و آب به نسبت (۷۵-۲۵) انتخاب نمود .

برای ظهور اسیدهای آمینه در روی صفحات شیشه ای از معرفی بنام نین هیدرین

۱g. Ninhydrin

۷۰۰ cc Äthanol

۲۹ cc ۲,۴,۶, Collidin

۲۱۰ cc Eisessig.

استفاده شد.

تبصره ۱ - از روی شدت رنگ ایجاد شده میتوان حدود تقریبی اسیدهای آمینه را محاسبه نمود.
تبصره ۲ - بعنوان حلال معمولاً موادی را انتخاب مینمایند که بهتر بتواند اسیدهای آمینه را از هم جدا نماید تجربیات عدیده نشان داده است که :

اولاً - ترکیبات آلی اشباع شده بزحمت جذب میگردند و هر قدر درجه اشباع کمتر باشد عمل جذب بهتر انجام میگیرد .

ثانیاً - هر چه قطبی بودن یک جسم بیشتر باشد بهمان اندازه بیشتر جذب خواهد شد .

ثالثاً - درجه حلالیت حلال متناسب با درجه قطبی بودن آن است .

اسیدهای آمینه تحت تأثیر معرف نین هیدرین برنگهای زیر درمیآیند .

الانین	بنفش	همستیدین	قهوه‌ای
ارژنین	»	متیونین	بنفش
اسپاراگین	سبز	پرولین	زرد
گلوت آمین	بنفش	سرین	بنفش
گلو سین	قهوه‌ای	تری پتوفان	»
لوسین	بنفش	والین	»
تیروزین	قهوه‌ای		

با آزمایشهایی که

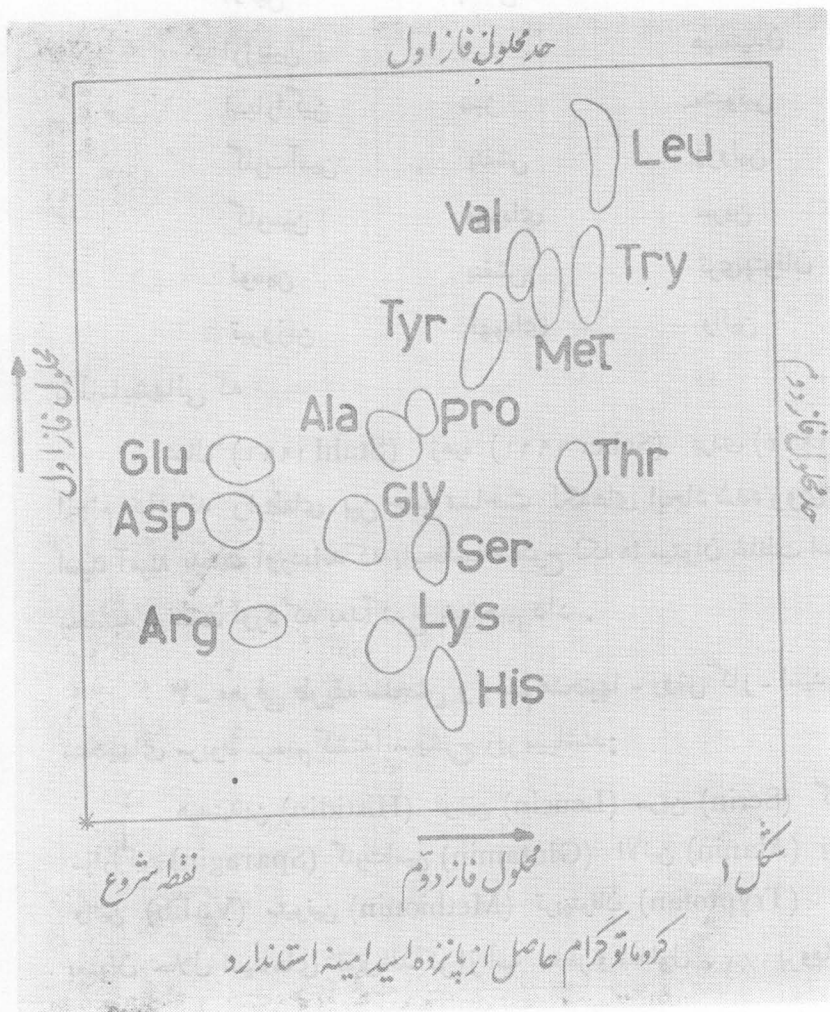
شتال (Stahl ۱۹۶۱) زهره (Seher ۱۹۶۱) پردی (Purdy ۱۹۶۲) تروتر (Truter ۱۹۶۲) انجام داده‌اند رابطه‌ای بین جاذب مساحت لکه‌های ایجاد شده روی صفحه کروماتوگرام و لگاریتم مقدار اسید آمینه بدست آورده‌اند که با محاسبه سطوح لکه‌ها میتوان غلظت اسید آمینه را از روی منحنیهای مربوطه محاسبه و بدست آورد که بعداً شرح خواهیم داد .

۳ - معرفی طریقه سنجش و رسم منحنیها - روش کار - اسیدهای مورد آزمایش که بر مبنای آنها منحنیهای مربوط ترسیم گشته‌اند بشرح زیر میباشند:

هیستیدین (Histidin) لوسین (Leucin) سرین (Serin) گلو سین (Glycin) ارژنین (Argenin)
سپاراگین (Sparagin) گلوت آمین (Glutamin) الانین (Alanin) پرولین (Prolin) تیروزین (Tyrosin)
والین (Valin) متیونین (Methionin) تریپتوفان (Tryptofan) ترانین (Threonin) لیزین (Lysin)
بعنوان حلال اسیدهای فوق الذکر از آب مقطر و محلول ۰.۱٪ پروپانل و اسید کلریدریک یکد هم نرمال

استفاده شده است (فقط تیروزین را در محلول اسید کلریدریک یکدهم نرمال حل نمودیم) محلول انتخاب شده حداکثر تا سه هفته قابل استفاده است در اثر گذشت زمان و بعلت آنکه تغییری در آن حاصل نمیشود نمیتوان آنرا بکار برد .

بعنوان ماده پوششی Chromatogramm از گرد سلولزی که توسط Schull و Schleicher تهیه شده استفاده بعمل آمد (۱۰ گرم سلولز ۸۰ میلی لیتر آب مقطر) ضخامت ماده پوششی ۰.۲۵ میلیمتر میباشد . مقدار معینی از اسیدهای فوق الذکر را پس از مخلوط نمودن روی صفحات Chromatoyronm بمقادیر مختلف و مشخصی بفاصله ۲ سانتی متر از حاشیه قرار داده سپس آنرا در داخل شیشه‌ای (وان) که دارای محلول فاز اول (بوتانل ۲ ، استن ، اسید فرمیک و آب به نسبت ۰.۴-۰.۸-۲ است) بمدت ۶۰ دقیقه قرار داده سپس صفحات شیشه‌ای را خارج نموده و آنها را در حرارت تقریباً ۳۰ درجه سانتیگراد خشک نموده مجدداً صفحات مذکور را پس از ۹ درجه گردانی در محلول فاز ۲ که شامل (بوتانل نرمال ، استن ، آمونیاک و آب مقطر به نسبت ۰.۴-۰.۸-۲ است) جهت جدا شدن اسیدهای آمینه از یکدیگر بمدت ۶۰ دقیقه قرار دادیم پس از خشک نمودن صفحات کروماتوگرام در حرارت بین ۷۰ تا ۸۰ درجه سانتی گراد برآن معرف نین هیدرین کلیدین



Leu... Leucin	لوسین
Try... Tryptophan	تریپتوفان
Met... Methionin	تیونین
Vat... Valin	والین
Tyr... Tyrosin	تیروزین
Ala... Alanin	آلانین
Pro... Prolin	پرولین
Thr... Threonin	ترانین
Ser... Serin	سرین
Gly... Glycin	گلوکسین
Asp... Asparaginsäure	اسید اسپاراتین
Glu... Glutaminsäure	اسید گلوکوت آمیک
Arg... Arginin	آرژنین
Lys... Lysin	لیسین
His... Histidin	هیستیدین

کروماتوگرام حاصل از پانزده اسید آمینه استاندارد

پاشیده صفحات را مجدداً در ۹ درجه حرارت (سانتی گراد) خشک نموده و بلافاصله پس از ظهور لکه های ایجاد شده سطوح آنها را محاسبه نمودیم (شکل ۱).

جهت رسم منحنیهای مربوطه از هراسید چند غلظت متفاوت انتخاب و برای هر غلظت ۱ آزمایش انجام گردید و جذر میانگین سطوح لکه های ایجاد شده روی صفحه کروماتوگرام را محاسبه نموده بر روی محور X ها بردیم پس از انتقال مقدار لگاریتم غلظت اسید آمینه مورد نظر بر روی محور Y ها منحنی ها بشکل ۲ تا ۴ بدست آمدند بطوریکه دیده میشود منحنیها تقریباً بصورت یک خط مستقیم بوده و انحراف مختصر آن بدو علت زیر است .

۱ - حدود سطوح ایجاد شده خوانا نبوده .

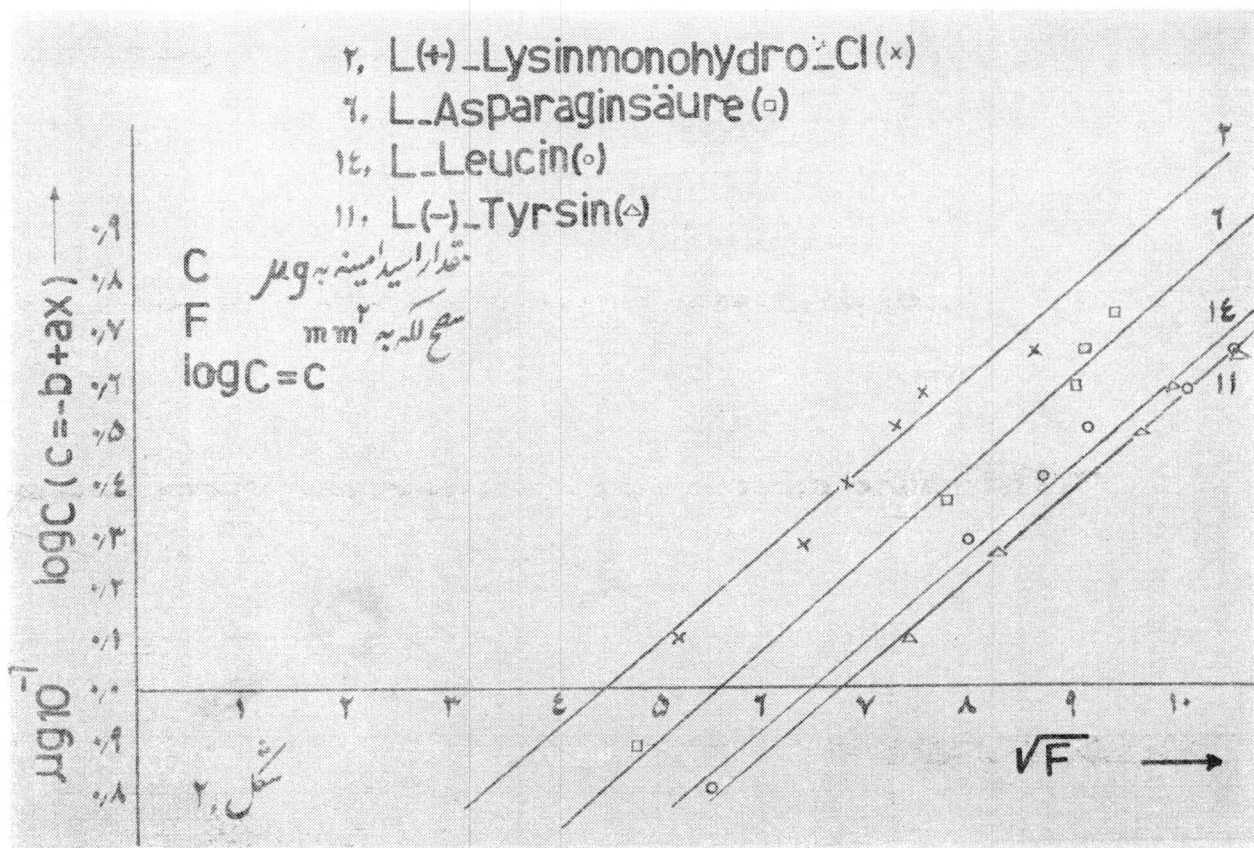
۲ - سطوح حاصله روی یکدیگر تأثیر دارند .

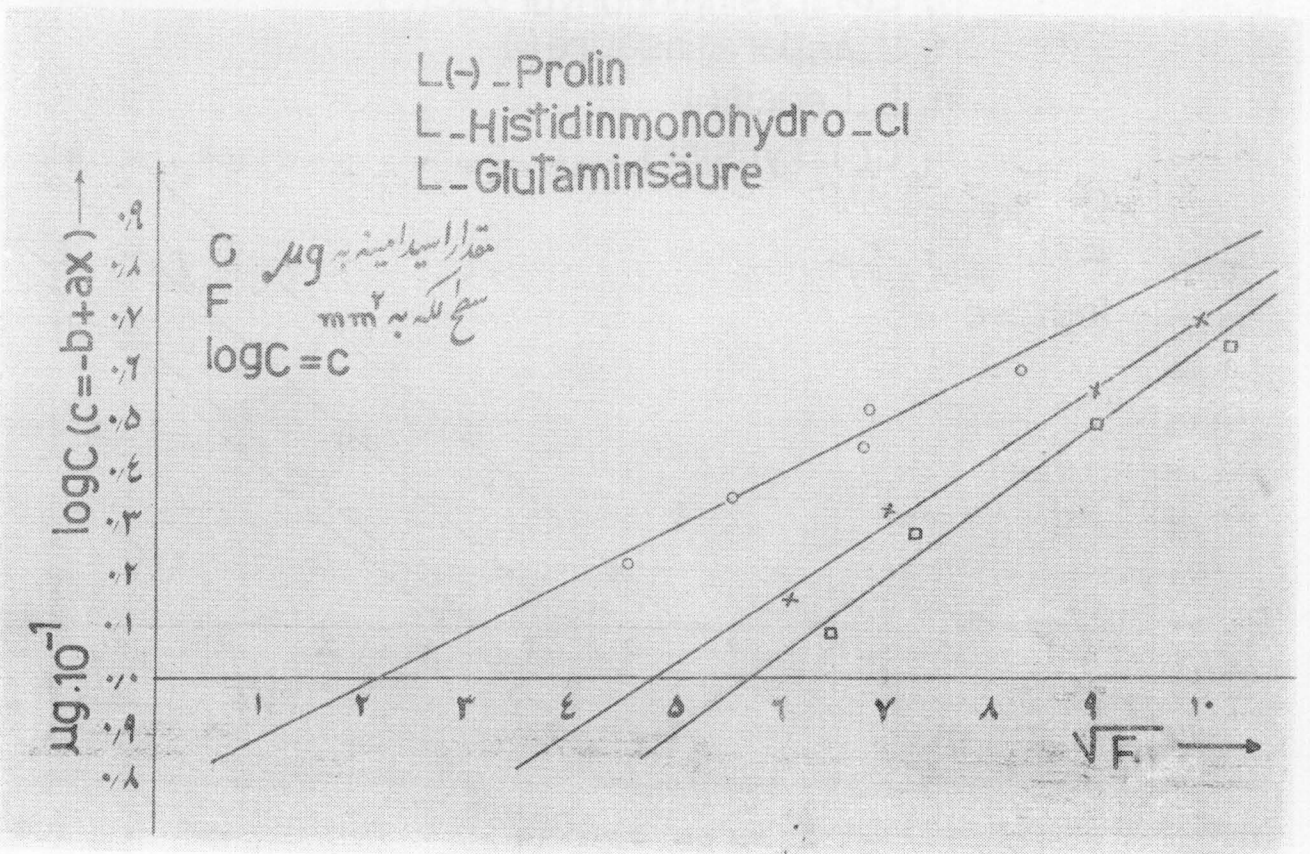
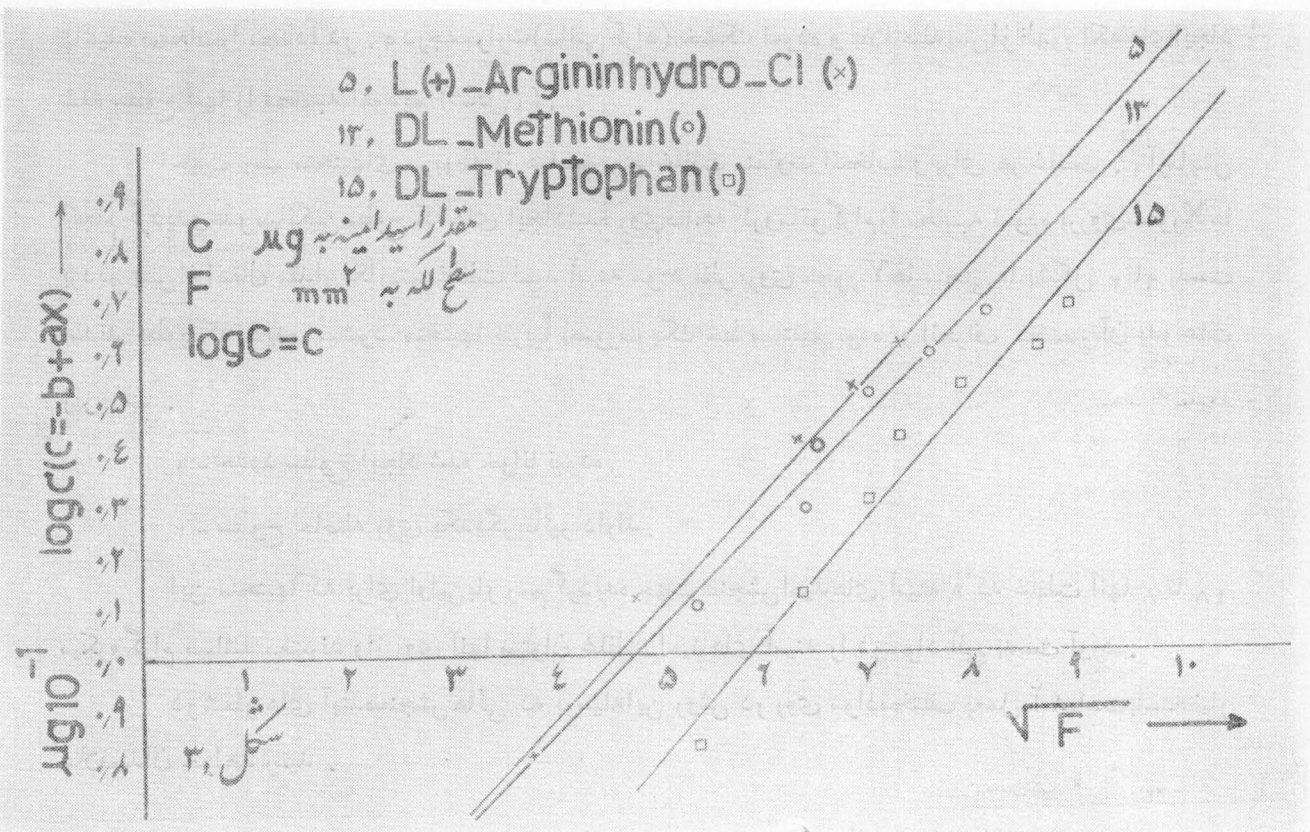
این منحنیها که برای اولین بار رسم گردیده جهت سنجش اسیدهای آمینه « که غلظت آنها ۸ تا ۱۸

میکروگرام میباشد معتبرند و از روی آنها میتوان غلظت اسیدهای آمینه را در مواد آلی بدست آورد .

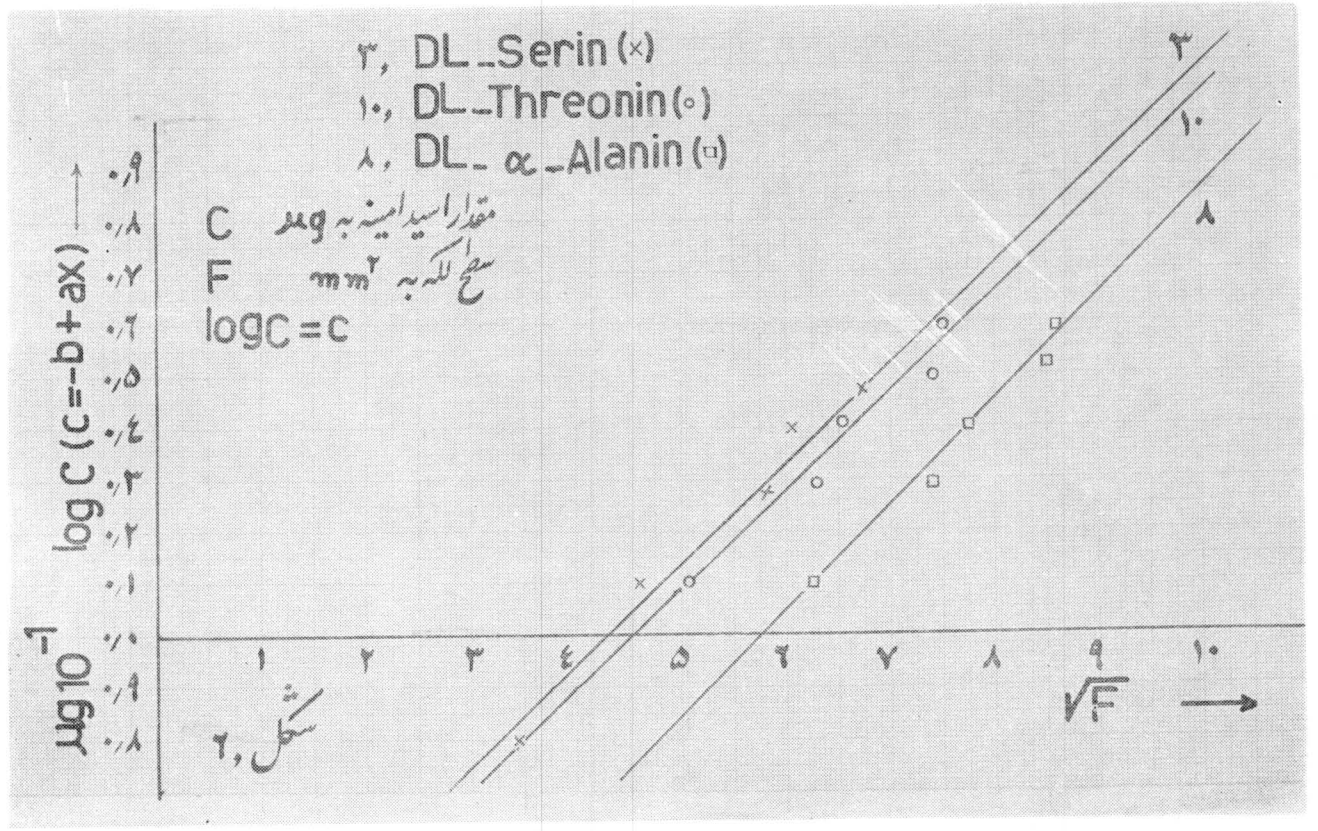
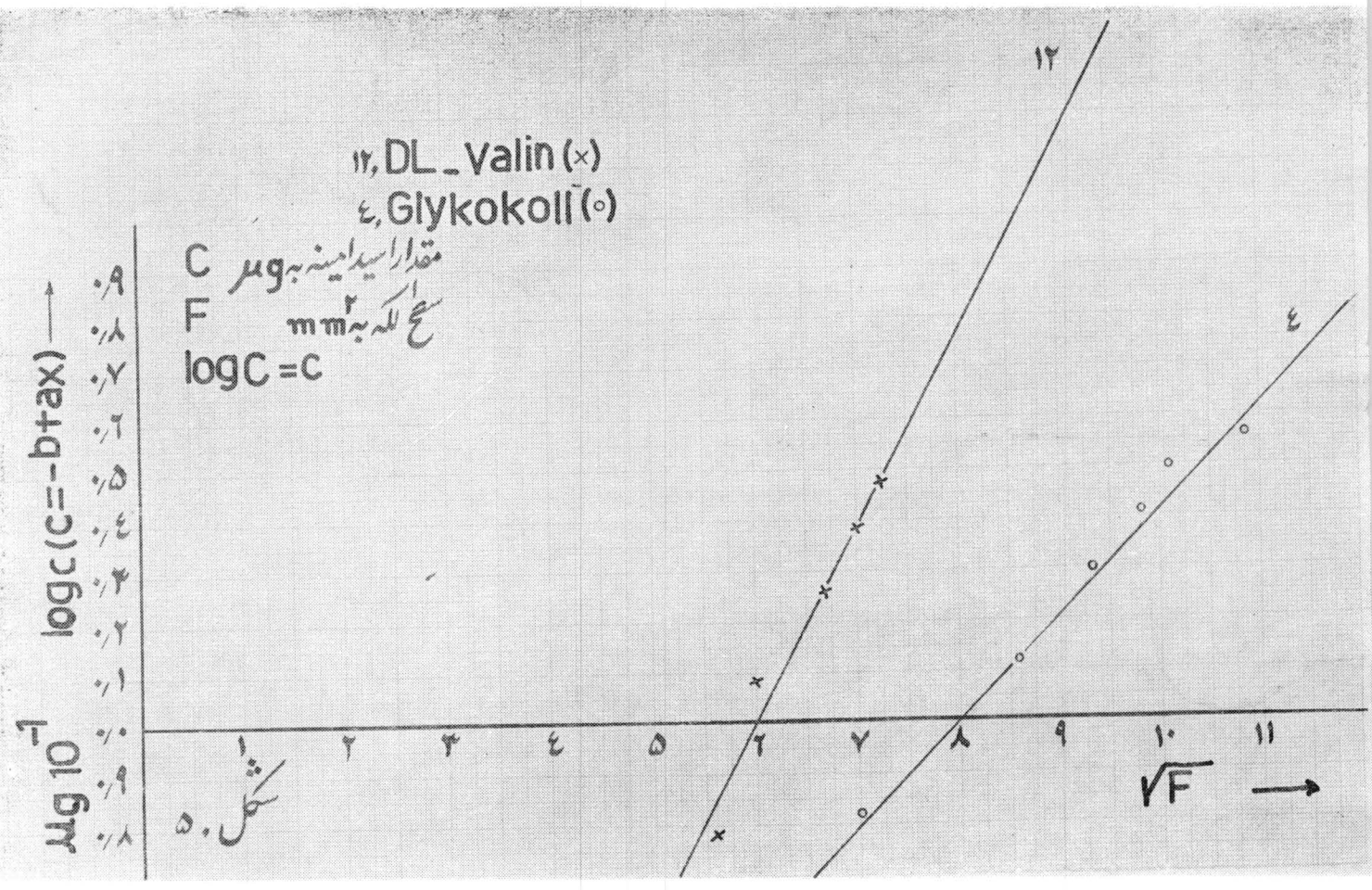
در شماره های آینده سنجش هائی که بوسیله این روش در روی مواد مختلف بعمل آمده است باستحضار

علاقتمندان خواهد رسید .





شکل ۴ -



تنش‌های غشائی پوسته‌های چندین دهانه بشکل سه‌وی بیضوی

$$(۶۸) \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \int_y^b (N_{xy1} + \bar{N}_{xy2}) dy = -\bar{N}_{xy} \frac{\partial z}{\partial x}$$

با گزاردن عبارت مقادیر $\frac{\partial z}{\partial x}$ ، $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ و \bar{N}_{xy1} ، \bar{N}_{xy2} در معادله (۶۸) و انجام انتگراسیون سمت چپ آن معادله زیر بدست خواهد آمد:

$$n(-A_{n1}S_n + B_{n1}C_n - A_{n2}S_n) = \frac{\alpha \pi y}{b} \left(\frac{\gamma phb^2}{\alpha \pi^2 n} (-1)^{n+1} - n^2 A_{n2} \cdot C_n \right)$$

از مرتب کردن این معادله رابطه زیر نتیجه میشود:

$$(۶۹) \quad -S_n A_{n1} + C_n B_{n1} - (S_n - \frac{\pi \alpha y C_n}{b} n) A_{n2} = \frac{\gamma phab\gamma}{\alpha \pi^2} \cdot \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$$

بکمک معادله‌های (۶۳) ، (۶۵) و (۶۹) ، A_{n1} ، B_{n1} و A_{n2} با رعایت قاعده کرامر بشرح زیر خواهد بود:

$$(۷۰) \quad \begin{cases} A_{n1} = \frac{\gamma phb^2}{\alpha \pi^2} \cdot \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cdot \frac{1 + T_n^2 - \frac{\gamma \pi \alpha \gamma n}{b} T_n}{C_n (1 + \gamma T_n^2 - \frac{\gamma \pi \alpha \gamma n}{b} T_n)} \\ B_{n1} = \frac{\gamma phb^2}{\alpha \pi^2} \cdot \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cdot \frac{\gamma T_n}{C_n (1 + \gamma T_n^2 - \frac{\gamma \pi \alpha \gamma n}{b} T_n)} \\ A_{n2} = \frac{\gamma phb^2}{\alpha \pi^2} \cdot \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cdot \frac{1 - T_n^2 - \frac{\gamma \pi \alpha \gamma n}{b} T_n}{C_n (1 + \gamma T_n^2 - \frac{\gamma \pi \alpha \gamma n}{b} T_n)} \end{cases}$$

وجود C_n درمخرج عبارت‌های (۷۰) مبین تقارب سری میباشد.

از معادله (۶۸ الف) با گزاردن $s = T$ در آن ، و باتکاء معادله‌های (۳۴) ، (۶۱) ، (۶۲) ،

(۶۶ ب) و (۷۰) ، F_0 را میتوان بشرح زیر بدست آورد:

$$(۷۱) \quad F_0 = \frac{\gamma pha}{\beta \pi} \sum_{1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{n} \cdot \frac{T_n^2}{1 + \gamma T_n^2 - \frac{\gamma \pi \alpha \gamma n}{b} T_n}$$

حالت II - $s = T$ و $s = p$

باروشی که درحالت I ذکرشد، برای اینحالت یکدستگاه معادله، شبیه بمعادله‌های (۶۱) و (۶۲)

با حذف جمله مربوط به بار، میتوان بدست آورد. چون بازای $\frac{a}{r} = x$ ، در دهانه کناری، $\theta = \bar{N}_{x1}$ میباشد، از آن نتیجه میگردد که:

$$(72) \quad A_{n1}C_n + B_{n1}S_n = 0$$

و شرط (64) منجر بمعادله زیر خواهد شد:

$$(73) \quad A_{n1}C_n - B_{n1}S_n = A_{nr}C_n$$

شرط حدی سوم را با گزاردن $T=1$ در معادله (30) و سپس مشتق گرفتن آن نسبت به y ، میتوان

نوشت.

اگر بجای H و V از معادله های (66 ب) و (67) قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$\frac{\pi}{c} \sum_{1,3,5,\dots}^{\infty} n (-A_{n1}S_n + B_{n1}C_n - A_{nr}S_n) + 1 = \frac{a\alpha}{\beta} \cdot \frac{\pi^r}{b^r} \sum_{1,3,5,\dots}^{\infty} -n^r A_{nr}C_n$$

با استفاده از بسط (60) و استعمال علامت:

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{1}{r}} = \gamma$$

نتیجه میگردد:

$$(74) \quad -A_{n1}S_n + B_{n1}C_n + A_{nr} \left(-S_n + \frac{a\pi\gamma n}{b} C_n\right) = \frac{\xi c}{\pi^r n^r} (-1)^{(n+1)/2}$$

از معادله های (72)، (73)، (74) و A_{n1} ، B_{n1} و A_{nr} بشرح زیر بدست میآید:

$$(75) \quad \left\{ \begin{array}{l} A_{n1} = \frac{\xi c}{\pi^r} \cdot \frac{(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{n^r} \cdot \frac{-T_n}{C_n \left(1 + rT_n^r - \frac{r\pi a \gamma n}{b} T_n\right)} \\ B_{n1} = \frac{\xi c}{\pi^r} \cdot \frac{(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{n^r} \cdot \frac{1}{C_n \left(1 + rT_n^r - \frac{r\pi a \gamma n}{b} T_n\right)} \\ A_{nr} = \frac{\xi c}{\pi^r} \cdot \frac{(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{n^r} \cdot \frac{-rT_n}{C_n \left(1 + rT_n^r - \frac{r\pi a \gamma n}{b} T_n\right)} \end{array} \right.$$

نیروی محوری F_0 را بکمک معادله های (28 الف) و (75) و توجه باینکه:

$$\frac{\xi}{\pi} \sum_{1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{n} = -1$$

میباشد ، بشرح زیر میتوان بدست آورد :

$$(۷۹) \quad F_0 = \frac{\lambda a \gamma}{b} \sum_{1,3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{\frac{n+1}{2}} \cdot \frac{T_n}{1 + \gamma T_n^2 - \frac{\gamma \pi a \gamma n}{b} T_n}$$

نیروی T را بهمان ترتیبی که در بند ۱ ذکر کردیم میتوان محاسبه کرد .

۱۳ - پوسته با چندین دهانه :

اکنون حالت کلی یک پوسته با k دهانه غیرمساوی را در نظر میگیریم که در آن $\bar{P}_{yi} \equiv 0 \equiv \bar{P}_{xi}$ ولی $P_i(x, y) = \bar{P}_{zi}$ باشد که $i = 1, 2, \dots, k$ خواهد بود و برای $j = 1, 2, \dots, k-1$ (شکل ۱).

اگر z_i معادله سطح میانگین دهانه i ام باشد یعنی :

$$(۷۷) \quad z_i = \frac{\alpha_i x^2 + \beta_i y^2}{h_i}$$

از معادله های (۹) و (۷۷) خواهیم داشت :

$$(۷۸) \quad \frac{\beta_i}{\alpha_i} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2} = - \frac{p_i h_i}{\gamma \alpha_i}$$

این یک معادله دیفرانسیل با مشتق جزئی ناهمگن و با ضرایب ثابت میباشد که معادله متجانس آنرا همانطور که دیدیم با جدا کردن متغیرها میتوان حل کرد . چون فرض میگرد که پوسته در حدود خارجی بر دیافراگم های برشی تکیه دارد و در ملتقای دهانه ها بر قوسهای نازک متکی میباشد ، پس نتیجه میگیریم که $0 = \bar{N}_{yi}$ یکی از شرایط حدی است که باید در طول لبه های :

$$\pm \frac{b}{\gamma} = y$$

صادق باشد .

اگر Φ_{oi} یک جواب خصوصی مناسبی که واجد شرایط اخیر است ، باشد آنگاه تابع تنش Φ_i را برای

دهانه i ام بعبارت زیر میتوان نوشت :

$$(۷۹) \quad \Phi_i = \Phi_{oi} + \sum_{1,3,5,\dots}^{\infty} \left(A_{ni} \text{Cos } h \frac{n\pi x}{c_i} + B_{ni} \text{Sinh } \frac{n\pi x}{c_i} \right) \text{cos } \frac{n\pi y}{b}$$

جواب قسمت متجانس معادله (۷۸) بصورت سری عبارت (۷۹) ، شرط حدی $0 = \bar{N}_{yi}$ در طول لبه های :

$$\pm \frac{b}{\gamma} = y$$

را برآورده میکنند .

آشکارا دیده میشود که $2k$ مجهول A_{ni} ، B_{ni} وجود دارد که باید آنها را محاسبه کرد .

بدین منظور نیاز به $2k$ شرط حدی میباشد. دو شرط حدی را با نوشتن $o = \bar{N}_{x1}$ در طول لبه $o = \bar{N}_{xk}$ و $a_{1/2} = x$ در طول لبه $a_{k/2} = x$ میتوان بدست آورد (به بندس اینمقاله وشکل ۱ رجوع شود). باضافه درهریک از $k-1$ عدد قوس نازک دو شرط باید صادق باشد، یعنی:

$$\begin{aligned} (\bar{N}_{xi}) &= (\bar{N}_{xi+1}) \\ x &= -\frac{a_i}{2} & x &= -\frac{a_{i+1}}{2} \end{aligned}$$

و شرط دیگر آنکه هر قوس باید آزاد از خمش باشد.

این معادله ها که تعداد آنها $2(k-1)$ است باضافه دو معادله نخستین یک دستگاه بتعداد $2k$ معادله برای $2k$ مجهول A_{ni} و B_{ni} فراهم میآورد که باحل آن این مجهولات بدست خواهد آمد. برای بدست آوردن جوابهای ناشی از نیروهای T بازای $j=1, 2, \dots, k-1$ ، میتوان از روش ذکر شده برای پوسته های دو سه دهانه ای پیروی وآنگاه جواب کامل مسئله را بارعایت روشن اجتماع اثر قوا پیدا کرد.

((فهرست مراجعها))

1. KASHANI-SABET, M.H. "Voiles Minces sans flexion, Recherche des conditions aux Limites", Annables des Ponts et Chaussées, Paris, Janvier-Fevrier 1967, P. 25-41.
2. KASHANI-SABET, M.H. "Membrane and Bending Theory of Multi-span Elliptic Paraboloid Shells, Dissertation for the Ph.D. degree, stanford University, January, P. 33-67.
3. Wylie, C.R., Jr., "Advanced Engineering Mathematics", New York: McGraw-Hill, 1951, P. 216-224.
4. Hildebrand, F.B. "Advanced Calculus for Engineers", New York: McGraw-Hill, 1957, P. 419-423.
5. Churchill, R.V. "Fourier Series and Boundary Value Problems", New York: McGraw-Hill, 1941.
6. Flügge, W. "Stresses in Shells", Berlin: Springer, 1960. P. 165-174.
7. Flügge, W. "Statik und Dynamik der Schalen", Berlin: Springer, 3rd Edition, 1962.
8. Flügge, W. and Geyling, F.T. "A General Theory of Deformations of Membrane Shells", Publications of the International Association for Bridge and Structural Engineering, Vol. 17, 1957, p. 23-44.
9. NAGHDI, P.M. "Foundations of Elastic Shell Theory", Progress in Solid Mechanics Vol. IV, NORTH-Holland publishing Company, Amsterdam, 1963.
10. تعیین شرایط حدی در گنبد های پوسته ای بدون خمش، شماره ۱۰ دوره دوم نشریه دانشکده فنی فروردین ماه ۱۳۴۷.