محاسبات ماتریسی ساختمانها بکمك حسابگر الکترونیکی (Computer)

نوشته‌ی :

اسماعیل نصیری

دانشجوی سال پنجم راه وساختمان دانشکده فنی

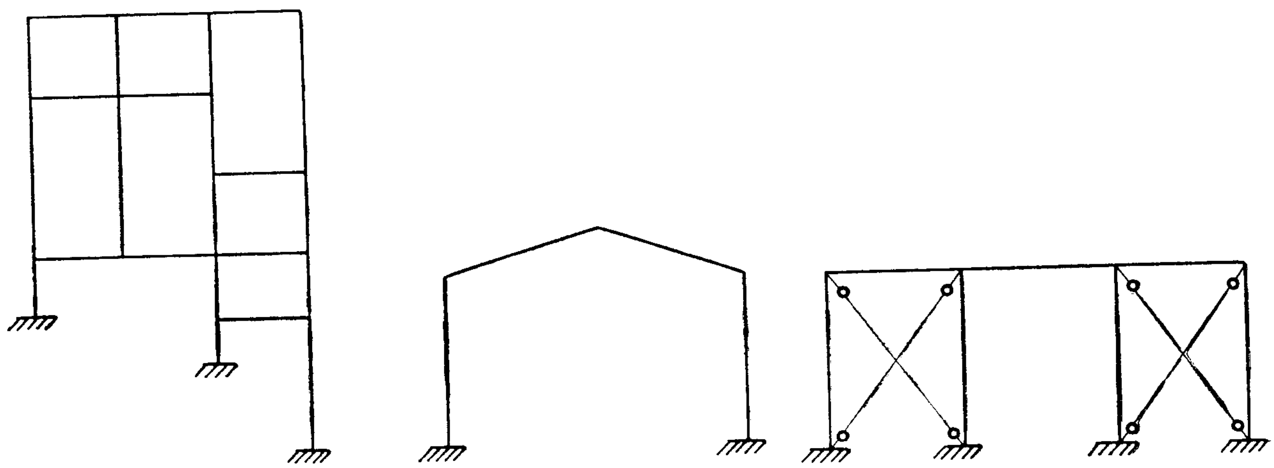
مقدمه :

ماتریس امروزه در بیشتر رشته های علوم بویژه در محاسبات ساختمانی نظیر آنالیز قابها و شبکه ها ، محاسبه پوسته ها و محاسبه شمع ها نقش عمده‌ای ایفا مینماید .

حل قابها پس از پیدایش ضریب زاویه تغییر مکان (Slope Deflection) دگرگون شد و مهندسین محاسب می‌توانستند قابها را بادقت خوبی حل نمایند ولی این روش برای قابهای بزرگ که درجه نا معینی آنها زیاد بود روش عملی بشمار نمیرفت زیرا حل کردن یکدستگاه معادلات همزمان که تعداد مجهولات آن زیاد است کاریست وقت گیر وخسته کننده .

برای رفع این مشکل Cross و پس از او Kani ونیز Takabeya با استفاده از روش تقریبات متوالی راه حل های عملی و سریعی ارائه دادند ، از طرف دیگر Causs و پس از او Siedel برای حل مستقیم معادلات راه حلهائی پیدا کردند که اساس محاسبات ماتریسی قرار گرفت .

پس از بوجود آمدن روشهای ماتریسی میتوان بجرئت گفت که حل قابها بمرز تکامل نزدیک شد، زیرا روشهای قدیمی نظیر Cross ویا Kani وغیره برای قابهای منظم روشهای خوبی بودند (صرفنظر از اینکه روش Cross برای محاسبه حرکت جانبی قابهای نا متقارن ویا با بارگذاری نا متقارن روشی خسته کننده وطولانی است.) ولی همینکه قاب کمی نامنظم میبود (مثلاً قاب دارای یک یا چند عضو مایل است، ارتفاعات یک طبقه مختلف اند ، یک یا چند ستون برروی تیرها متکی اند وغیره.) حل قاب نا ممکن میشد و یا با مشکلات زیادی همراه بود .



شکل ۱

ولی روشهای ماتریسی مستقل از هندسه ساختمان میباشند و برای هرنوع قابی قابل استفاده میباشند.

بنابراین همانطورکه گذشت روشهای ماتریسی روشهای فوق‌العاده دقیق وقابل انعطافی هستند که حل قابها را تکمیل نمودند ، ولی عاملی که در روش ضریب زاویه تغییر مکان ایجاد مزاحمت میکرد در اینجا نیزوجود دارد و آن حل معادله و یا پیداکردن عکس ماتریس است که وقت زیادی میگیرد ، مثلاً برای محاسبه یک قاب مسطح باروش ماتریسی که دارای ۱۰۰ گره میباشدبایستی یک دستگاه ۳۰۰ معادله ۳۰۰ مجهولی را حل کرد ولی یک فرق کلی بین روش ضریب زاویه تغییر مکان و روش ماتریسی میباشد و آن اینستکهٔ روش ماتریسی قابل پیاده کردن روی Computer میباشد ولی روش ضریب زاویه تغییر مکان فوق‌العاده محدود است و ارزش پیاده کردن روی Computer را ندارد.

در هرحال با ورود Computer وکار برد آن درکارهای مهندسی مشکل روشهای ماتریسی حل شد.

امروزه کامپیوتر نه تنها معادلات مربوطه را حل میکند بلکه سایر محاسبات آنالیز قابها را در مدت بسیارکمی انجام میدهد و تنها اطلاعاتی که بآن داده میشود عبارتند از :

۱ - مختصات گره‌ها (خصوصیات هندسی ساختمان) و تعیین گره‌های گیردار .

۲ - مشخصات اعضاء مانند سطح مقطع ، ممان دینرسی وشماره گره‌های دوسرعضو .

۳ - بارگذاری .

بعلاوه محاسبات ماتریسی فقط محدود به قابهای مسطحه نیست بلکه تمام تیپهای مختلف اسکلت های ساختمانی را شامل میشود که عبارتند از :

۱ - تیرهای سراسری Continuous Beam

۲ ـ خرپا های مسطح — Plane Truss

۳ ـ قابهای مسطح — Plan Frame

٤ ـ شبکه های مسطح — Grid

٥ ـ خرپاهای فضائی — Space Truss

٦ ـ قابهای فضائی — Space Frame

نویسنده در حدود ٦ ماه درمورد محاسبات ماتریسی تحقیق کرده‌و موفق شده است تمام‌برنامه های مربوطه را پیاده نماید که قسمت عمده‌ای از این وقت صرف سریع کردن برنامه شده است بطوریکه برنامه‌حتی برای قابهای بزرگ فوق‌العاده سریع است و استفاده از آن کاملاً اقتصادی است.

برنامه های دیگری برای‌محاسبات ماتریسی‌قابها نوشته‌شده‌است مثلاً برنامه‌ای‌راشرکت‌بوئینگ‌برای محاسبه‌بدنه هواپیمانوشته‌است،برنامه دیگری‌بنام Stress ، (Structural Engineering System Solver) توسط دانشگاه MIT برای IBM نوشته شده است که برنامه های خیلی کاملی هستند ولی کند میباشند و مجموعه برنامه های دیگری که مربوط به کارهای ساختمانی است بنام Strapp شامل قاب مسطح وخرپا های مسطح و فضائی میباشد.

مقاله‌ای که بنظر خواننده خواهد رسیدروش خاصی از محاسبات ماتریسی است که بیشتر قابل‌پیاده کردن توسط کامپیوتر میباشد ، که البته میتواند توسط مهندسین محاسب نیز مورد استفاده قرار گیرد ، ولی روشهائی که‌در بیشتر کتابهای‌ماتریسی وجود دارد کمی با این روش متفاوت است و اشکالات قابهای‌نامنظم در آنها کم و بیش وجود دارد .

بهرحال این مقاله بمنظور آشنائی بیشتر علاقمندان تقدیم میگردد و امید است که در آتیه نزدیکی تمام مهندسین محاسب‌از این روش جالب‌در حل قابها استفاده نمایند. برای تشریح روشهای ماتریسی‌روی قابهای مسطح تکیه شده است ولی روش محاسبه برای همه اسکلت‌های ساختمانی که در بالا بآن اشاره شد یکسان است.

روش محاسبه خیلی شبیه روشهای قدیمی میباشد که همگی براساس تعادل گره قرار دارند واصول محاسبه در تمام آنها بشرح زیر است.

در یک قاب که تحت بارگذاری معینی قرارگرفته است ، در مرحله اول‌فرض می کنند که تمام گره‌ها گیردار میباشند (هیچ حرکتی در هیچ جهت نمی کنند .) و نیروها و لنگرهای گیرداری را حساب مینمایند سپس در مرحله‌دوم گره‌ها را آزاد فرض کرده ولنگرها ونیروهائی که تحت اثر تغییرمکانهای‌مجهول پیدا شده است برحسب این تغییر مکانها حساب مینمایند واضح استکه نیرو و لنگرهای نهائی در سرهرعضو مجموع دو مقدار بالاست ، از تعادل گره یعنی صفر قرار دادن جمع جبری نیروهای انتهائی اعضاء هرگره n معادله بدست میاید که مجهولات آنها تغییر مکان گره‌ها میباشدو، حل‌این معادلات بروشهای گوناگون‌میسر

است که تا حال بیشتر از تقریبات متوالی استفاده شده است. پس از بدست آوردن تغییر مکانها با قرار دادن آنها در لنگرهای انتهائی مقادیر آنها پیدا میشود.

در اینجا برای درك روشهای ماتریسی خیلی مفیداست اگر روشهای قدیمی را مرور کنیم: اگرجهت مثبت لنگر را جهت ساعت بگیریم میدانیم که در یک قاب لنگرهای انتهایی عضوی مانند JK از روابط زیر بدست میآید:

شکل ۲

$$M_{JK}=m_{JK}+4EK_{JK}\,\theta_J+2EK_{JK}\,\theta_K-6EK_{JK}\Delta_{JK}$$

$$M_{KJ}=m_{KJ}+4EK_{JK}\,\theta_K+2EK_{JK}\,\theta_J-6EK_{JK}\Delta_{JK}$$

M_{JK}	لنگر انتهائی گره J
M_{KJ}	« « « K
m_{JK}	لنگرگیردار انتهائی گره J
m_{KJ}	« « « K
$K_{JK}=\dfrac{I_{JK}}{L_{JK}}$	ضریب سختی عضو JK
θ_J	دوران گره J
θ_K	« « K
Δ_{JK}	تغییرمکان نسبی گرههای J و K نسبت بهم بخش برطول عضو

از این روابط در هرروش بنحوی خاص استفاده شده است.

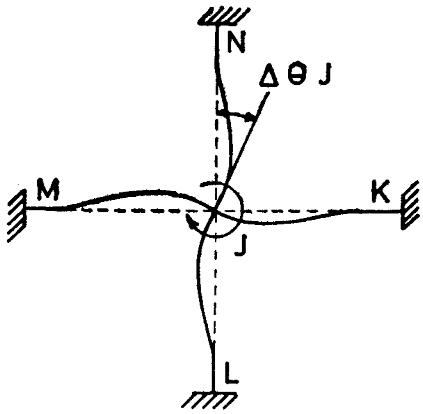
روش کراس: در روش کراس تغییرمکان جانبی را نادیده میگیرند بنابراین جمله چهارم معادلات بالا برابر صفر است اگر از معادلات بالا دیفرانسیل بگیریم داریم:

$$\Delta M_{JK}=4EK_{JK}\Delta\theta_J+2EK_{JK}\Delta\theta_K$$

چون هردفعه یکی از گرهها را باز میکنند بنابراین

$$\Delta M_{JK}=4EK_{JK}\Delta\theta_J \quad \text{و} \quad \Delta\theta_K=0$$

حال اگر مقادیر قبلی لنگرهای انتهائی اعضائی که به J وصل میشوند داشته باشیم مجموع جبری آنها دورانی باندازه $\Delta\theta_J$ را درگره J ایجاد میکنند تا تعادل درگره J برقرار شود و مطابق رابطه بالا این دوران $\Delta\theta_J$ لنگرهای ΔM_{JK} را که متناسب با ضرائب سختی اعضا مختلف است شامل میشود و بنابراین مقدار اصلاحی لنگر در سرهرعضو برابر مقدار زیر است:



شکل ۳

$$M_{JK}=\frac{K_{JK}}{\sum\limits_{X=K}^{X=N} K_{JX}}\left(-\sum_{X=K}^{X=N} M_{JX}\right)$$

چون گره‌های مجاور گیردار فرض شده‌اند نصف این مقادیر به گره‌های مجاور منتقل میشود . با بازکردن متوالی گره‌ها محاسبات را آنقدر ادامه میدهند که تقریب کافی باشد .

روش کانی : دراین روش تغییر مکان جانبی را در نظر میگیرند (برای جلوگیری از طول کلام فرض میکنیم تغییر مکان جانبی وجود ندارد) وگره‌ها را باهم بازمیکنند : بافرض

$M'_{KJ}=2EK_{JK}\,\theta_K$ و $M'_{JK}=2EK_{JK}\theta_J$

خواهیم داشت :

$$M_{JK}=m_{JK}+2M'_{JK}+M'_{KJ}$$

ازتعادل گره J داریم :

$$\sum_{X=K}^{X=N} m_{JX} + 2\sum_{X=K}^{X=N} M'_{JX} + \sum_{X=K}^{X=N} M'_{XJ}=0$$

اگر بجای

$$M'_{JX}=2EK_{JX}\,\theta_J$$

قرار دهیم خواهیم داشت :

$$\sum_{X=K}^{X=N} m_{JX} + 4E\theta_J\sum_{X=K}^{X=N} K_{JX} + \sum_{X=K}^{X=N} M'_{XJ}=0$$

از حذف θ_J در روابط بالا داریم :

$$M'_{JK} = -\frac{K_{JK}}{2\rho_J}\left(\tau_J + \sum_{X=K}^{X=N} M'_{XJ}\right)$$

که در آن :

$$\rho_J = \sum_{X=K}^{X=N} K_{JX}$$

$$\tau_J = \sum_{X=K}^{X=N} m_{JX}$$

میبینیم که مقدار لنگر دورانی هرگره برحسب لنگر دورانی سایر گرهها بدست آمده است که با تقریبات متوالی مقدار عددی آن حساب میشود.

روش تاکابایا : خیلی شبیه روش کانی است با این تفاوت که بجای پیدا کردن چهار مجهول M_{JK} و M_{JL} و M_{JM} و M_{JN} مقدار $m_J = 2E\theta_J$ را حساب میکنند که از روابط بالا بدست میآید.

$$m_J = -\frac{1}{2\rho_J}\left(\tau_J + \sum_{X=K}^{X=N} K_{JX} m_X\right)$$

بنابراین مقدار مجهولات به $\frac{1}{4}$ تقلیل پیدا میکند.

چنانچه قاب تغییر مکان افقی داشته باشد به‌تعداد طبقات تغییر مکان مجهول خواهیم داشت ودر عوض بهمان تعداد معادلاتی از تعادل طبقات پیدا میشود.

روشهای ماتریسی : حل قابها بروش ماتریسی بر دونوع است :

۱ - روش تغییر مکان یا روش سختی Displacement Method or Stiffness Method

دراین روش تغییر مکان گرهها را مجهول فرض کرده و از تعادل گرههااین تغییر مکانها و سپس نیروهای انتهائی را حساب میکنند.

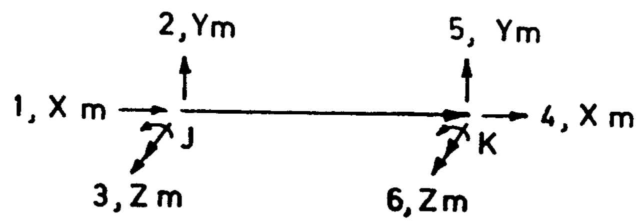
۲ - روش نیرو یا روش نرمی Force Method or Flexibility Method که در آن آنقدر گیرداریها را باز میکنند (در اعضاء قاب بریدگی ایجاد مینمایند ویا گرههای گیردار را در یک یا چند جهت آزاد میکنند) که‌قاب‌بصورت‌معین در آید و بجای‌این گیرداریها نیروها ولنگرهای مجهول قرار میدهند ، سپس قاب معین‌را برحسب‌این نیروهای‌مجهول حل کرده‌و مقادیر مجهول را از شرط توافق هندسی پیدامینمایند.

بیشتر روش اول یعنی روش تغییر مکـان مورد استفاده قرار میگیرد ، روش دوم یعنی روش نیرو روشی است خسته کننده‌وغیر عملی که‌حتی‌پیدا کردن‌محل مناسبی برای آزاد کردن گیرداریها کاریست‌دشوار.

روش تغییر مکان: این روش شبیه‌ضریب زاویه تغییر مکان‌بوده‌و نیروهای‌انتهائی‌اعضاء‌برابر است با نیروهای انتهائی گیرداری بعلاوه نیروهای حاصل از تغییر مکان گره‌ها ، از تعادل گره‌ها ، تغییر مکانها حساب شده و سپس مقادیر عددی نیروهای انتهائی بدست میآیند .

در روش های کلاسیک دیدیم که هر گره دارای یک دوران و گاهی یک‌تغییر مکان افقی‌میباشد، اگر بخواهیم دقیق‌تر باشیم بایستی بگوئیم که هر گره در قاب مسطح دارای سه تغییرمکان است که عبارتند از تغییر مکان‌افقی ،تغییرمکان قائم و دوران ،بنابراین درحالت کلی اعضاء دارای تغییر طول‌نیزخواهندبود .

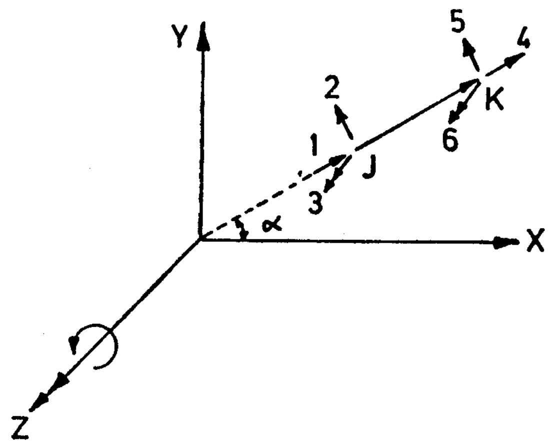
برای تمام قاب ، محورهای مختصات XYZ و برای هر عضو مانند JK جهت JK و یک



شکل ٤

دستگاه مختصات محلی X_m Y_m Z_m بطوریکه محور X_m در امتداد و جهت عضو میباشد در نظر میگیریم .

برای سهولت تغییر مکانهای گره ابتدا (J) را با شماره از ۱ تا ۳ و تغییرمکانهای گره انتها (K) را باشماره های از ٤ تا ٦ مشخص میکنیم .



شکل ٥

الف ـ نیروهای حاصل از تغییر مکان دو سر عضو نسبت به محورهای عضو .

اگر لنگرهای دو سرعضو JK را نسبت به محورهای عضو A_{m3} و A_{m6} و جهت مثبت لنگر را خلاف جهت ساعت فرض کنیم ، همانطور که در روشهای کلاسیک دیدیم مقادیر آنها برابرند با :

$$A_{m3}=\frac{4EI}{L}D_{m3}+\frac{2EI}{L}D_{m6}+\frac{6EI}{L}\cdot\frac{D_{m2}-D_{m5}}{L}$$

$$A_{m6}=\frac{2EI}{L}D_{m3}+\frac{4EI}{L}D_{m6}+\frac{6EI}{L}\cdot\frac{D_{m2}-D_{m5}}{L}$$

که در آن D_m تغییر مکان گره‌های J و K است نسبت به محورهای عضو.

برای پیدا کردن نیروی برشی حاصل از تغییر مکان عضو از تعادل عضو استفاده میکنیم که بدست میآید :

$$A_{m2}=\frac{6EI}{L^2}(D_{m3}+D_{m6})+\frac{12EI}{L^3}(D_{m2}-D_{m5})$$

$$A_{m5}=-\frac{6EI}{L^2}(D_{m3}+D_{m6})-\frac{12EI}{L^3}(D_{m2}-D_{m5})$$

و برای تعیین نیروی محوری از تغییر شکل محوری استفاده میشود .

$$A_{m1}=\frac{EA}{L}(D_{m1}-D_{m4})$$

$$A_{m4}=-\frac{EA}{L}(D_{m1}-D_{m4})$$

اگر روابط ۶ گانه بالا را بصورت ماتریسی بنویسیم داریم :

$$\begin{bmatrix} A_{m1}\\ A_{m2}\\ A_{m3}\\ A_{m4}\\ A_{m5}\\ A_{m6}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0\\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^3} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2}\\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L}\\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0\\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2}\\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} D_{m1}\\ D_{m2}\\ D_{m3}\\ D_{m4}\\ D_{m5}\\ D_{m6}\end{bmatrix}$$

پس رابطه بالا نیروهای انتهائی را در اثر تغییر مکان گره‌ها بطور دقیق خواهد داد که بصورت زیر خلاصه میشود.

$$A_m = S_m \cdot D_m$$

S_m ماتریس سختی عضو M است و برابر است با نیروهائی حاصل از تغییرمکان واحد دو سر هرعضو.

ب ـ تبدیل نیروهای حاصل از تغییرمکان گره از محورهای محلی به محورهای اصلی قاب. اگر تغییرمکان گره‌ها رانسبت به محورهای اصلی XYZ ، D و جزئی از آنرا که برای عضو M مورد استفاده قرار میگیرد D_{md} بنامیم رابطه بین D_{md} و D_m بترتیب زیر است:

$$D_{m1} = D_{md1} \cdot \text{Cos}\,\alpha + D_{md2} \cdot \text{Sin}\alpha$$

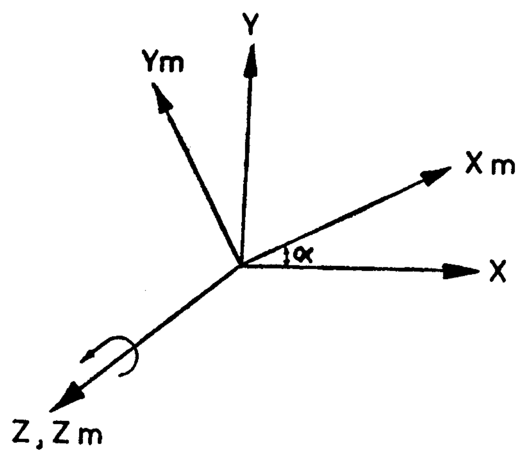
$$D_{m2} = -D_{md1} \cdot \text{Sin}\alpha + D_{md2} \cdot \text{Cos}\alpha$$

$$D_{m3} = D_{md3}$$

$$D_{m4} = D_{md4} \cdot \text{Cos}\alpha + D_{md5} \cdot \text{Sin}\,\alpha$$

$$D_{m5} = -D_{md4} \cdot \text{Sin}\,\alpha + D_{md5} \cdot \text{Cos}\alpha$$

$$D_{m6} = D_{md6}$$



شکل ۶

که اگر بصورت ماتریسی بنویسیم بصورت زیر در میآید:

$$\begin{bmatrix} D_{m1} \\ D_{m2} \\ D_{m3} \\ D_{m4} \\ D_{m5} \\ D_{m6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Cos}\,\alpha & \text{Sin}\,\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\text{Sin}\,\alpha & \text{Cos}\,\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \text{Cos}\,\alpha & \text{Sin}\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\text{Sin}\alpha & \text{Cos}\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{md1} \\ D_{md2} \\ D_{md3} \\ D_{md4} \\ D_{md5} \\ D_{md6} \end{bmatrix}$$

و بطور خلاصه :

$$D_m = R_t \cdot D_{md}$$

که در آن R_t ماتریس انتقال است .

اگر مقدار D_m را در A_m قرار دهیم داریم :

$$A_m = S_m \cdot R_t \cdot D_{md}$$

برای آنکه بتوانیم نیروهای انتهائی اعضاء مشترك دریک گره را باهم جمع کنیم لازم است که نیروهای A_m را که نسبت به محورهای محلی حساب شده‌اند تبدیل به A_{md} که نسبت به محورهای اصلی ساختمان است بنمائیم :

$$A_m = R_t \cdot A_{md}$$

ویا

$$A_{md} = R_t^{-1} \cdot A_m$$

R_t^{-1} عکس ماتریس (Matrix Inverse) R_t است که با وارونه آن (Transpose) ، R_t^{*} مساوی است.

$$A_{md} = R_t^{*} \cdot A_m$$

اگر مقدار A_m را قرار دهیم خواهیم داشت :

$$A_{md} = R_t^{*} \cdot S_m \cdot R_t \cdot D_{md}$$

وبطور خلاصه :

$$A_{md} = S_{md} \cdot D_{md}$$

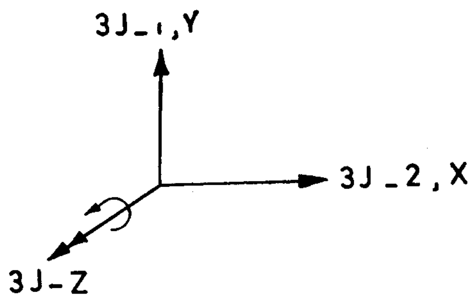
که در آن :

$$S_{md} = R^{*}_t \cdot S_m \cdot R_t$$

از جمع نیروهای A_{md} حاصل از تغییرمکان در هرگره رابطه زیر را خواهیم داشت .

$$A_C = S \cdot D$$

که در آن ماتریس A_C مجموع نیروهای حاصل از تغییر شکل عضوهای مختلف در هرگره میباشد S ماتریس سختی ساختمان است که هر بعد آن سه برابر گره‌ها میباشد (زیرا هرگره دارای سه تغییر ها مکان است) و از جمع ماتریس های جزئی S_{md} عضوهای مشترك در هرگره بوجود می‌آید. برای تشریح بیشتر بایستی بگوئیم اگرگرهی بشماره J را در نظر بگیریم تغییر مکانهای این گره بترتیب دارای شماره‌های $3J-2$ و $3J-1$ و $3J$ میباشند ، بنابراین هرسطر یا ستون از 6 سطر و 6 ستون ماتریس فرعی S_{md} که متعلق به دوگره J و K عضو M میباشد ، توسط شماره گذاری بالا به یک سطر یا یک ستون ماتریس اصلی S مربوط میشود و در آنها جای میگیرد و از جمع عناصر مشترك ، ماتریس کلی S پیدا میشود.



شکل ٦

ج ـ نیروهای گیرداری و تبدیل آنها بمحورهای اصلی.

اگر نیروهای گیرداری حاصل از بارگذاری در هر عضو را نسبت بمحورهای محلی A_{mL} بگیریم نسبت به محورهای اصلی برابر است با :

$$A_{mLd}=R_t^* \cdot A_{mL}$$

از جمع عکس‌العمل نیروهای A_{mLd} اعضاء مشترك در هرگره (قرینه ماتریسهای A_{mLd}) ماتریس نیروهای گیرداری گره‌ها :

$$A_e=-\sum A_{mLd}$$

پیدا میشود که شامل دو زیرماتریس (Sub Matrix) A_{ed} و A_{er} است که بترتیب متعلق به گره‌های آزاد و گیردارند. همانطورکه درماتریس S دیدیم ، هر عنصر از ماتریس A_{mLd} توسط شماره گذاری که قبلاً بیان شد به عناصر ماتریس اصلی A_e وابسته است.

د ـ بارگذاری روی گره‌ها :

اگر ماتریس نیروهای A_j برگره‌ها وارد شود این ماتریس نیز شامل دو قسمت A_{jd} و A_{jr} است که اولی ماتریس نیروهای وارد برگره‌های آزاد و دومی ماتریس نیروهای مجهول عکس العمل درگره‌های گیردار است.

هـ ـ تعادل گره‌ها ونتیجه گیری :

از تعادل سه نوع نیروی وارده برگره‌ها داریم :

$$A_c=A_j+A_e$$

بنابراین طرف چپ رابطه $A_c=S \cdot D$ توسط تساوی بالا مشخص و معلوم میشود.

حال با توجه به اینکه در هرقاب تعدادی گره گیردار وجود دارد اگر ماتریس‌های این رابطه را به زیر ماتریسهای مربوط به گره‌های آزاد و گیردار دسته بندی کنیم داریم :

$$\begin{bmatrix} A_d \\ \cdots \\ A_r \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} S_{dd} & S_{dr} \\ \hline S_{rd} & S_{rr} \end{array}\right] \begin{bmatrix} D_d \\ \cdots \\ D_r \end{bmatrix}$$

D_d تغییر مکان گره‌های آزاد و D_r تغییرمکان گره های گیرداراست. D_r معمولاً صفراست پس با فرض $D_r = O$ دو رابطه مهم زیر را خواهیم داشت :

$$A_d = S_{dd} \cdot D_d$$

$$A_r = S_{rd} \cdot D_d$$

از رابطه اول تغییر مکان‌ها را پیدا میکنیم :

$$D_d = S^{-1}{}_{dd} \cdot A_d$$

بنابراین نیروهای انتهائی نهائی نسبت به محورهای محلی برابر است با :

$$A_{me} = A_{mL} + A_m$$

$$A_{me} = A_{mL} + S_m \cdot D_m$$

ویا :

$$A_{me} = A_{mL} + S_m \cdot R_t \cdot D_{md}$$

از رابطه دوم با توجه به‌اینکه

$$A_r = A_{jr} + A_{er}$$

میباشد نیروهای عکس A_{jr} بدست می‌آیند.

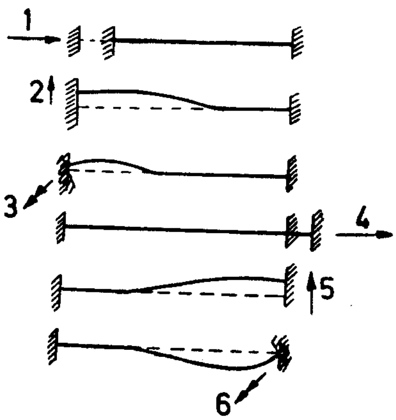
$$A_{jr} = -A_{er} + S_{rd} \cdot D_d$$

ماتریسهای S همه دو بعدی و ماتریسهای D و A ستونی میباشند.

بطوریکه دیده میشود روشهای ماتریسی‌حل قابها را بینهایت ساده و قابل فهم کرده است وجالب اینکه‌مهندسین محاسب می‌توانند بدلخواه محاسبات را بهر طرفی که دلخواه آنهاست سوق دهند و ازترکیب روابط بالا نتایج‌مورد نظر را بدست آورند. مثلاً اگریک یا چند گره گیردار دارای تغییر شکلهای ثابتی‌هستند (مثلاً نشست یک ستون) میتوانند بجای صفر درماتریس D_r مقدار ثابت را قرار دهند و یا میتوانند اتصال بعضی ازگره‌ها را بصورت کاملاً لولائی ویا نیمه صلب بسایرگره‌ها ویا تکیه گاهها طرح و محاسبه نمایند و برای اینکارکافی است ماتریس S_m را تغییر دهند.

S_m برای انواع ۶ گانه اسکلتهای ساختمانی مشخص بوده و درکتابهای محاسبات ماتریسی‌موجود است که دراینجا ازذکرآنها خودداری میشود ، ولی با تعریفی که ازماتریس S_m شده است خیلی ساده

میتوان آنرا برای تیپهای مختلف ساختمان پیدا کرد. یک راه حل خیلی ساده اینست که هرستون از ماتریس S_m نیروهای حاصل از تغییر مکان واحد در امتداد مربوط به آن ستون است بطوریکه سایر تغییر مکانها صفر باشند. همانطوریکه قبلاً اشاره شد روشی که در بسیای از کتابها پیشنهاد شده است کمی با این روش فرق دارد و در آن روشها ماتریس های S و A_e بطور مستقیم حساب میشوند، بنابراین مختصات محلی برای اعضاء در نظر نمیگیرند. همچنین ماتریس های S_m و S_{md} و R_t وغیره در آنها حساب نمیشود.



شکل ۷

دربعضی کتابها نظیر (Matrix methods of structural analrsis) نوشته Livesley مسائل جالبی نظیر قابهای با گره‌های نیمه صلب ، قابهای با اعضاء ماهیچه‌ای و نیز قابهای با اعضاء غیر خطی (ساختمانهای درختی) مورد مطالعه و بررسی قرارگرفته‌اند که در اینجا به آنها اشاره‌ای نشده است.

قدمهائی که بایستی برای محاسبه یک قاب چه توسط کامپیوتر و چه توسط مهندسین محاسب برداشته شود بصورت زیر است :

۱ ـ تعیین طول وکسینوس دایرکتورهای هر عضو بکمک مختصات گره‌ها و تعیین ماتریس های R_t برای هر عضو.

۲ ـ محاسبه ماتریسهای S_m و S_{md} برای هرعضو، تشکیل ماتریس کلی S وجدا کردن دوزیر ماتریس S_{dd} و S_{rd} از آن .

۳ ـ پیدا کردن عکس ماتریس S_{dd} .

٤ ـ محاسبه ماتریسهای A_{mL} و A_{mLd} محاسبه A_e و جدا کردن زیرماتریس های A_{ed} و A_{er} و نیز محاسبه زیر ماتریس :

$$A_d = A_{jd} + A_{ed}$$

۵ ـ پیدا کردن ماتریس تغییرمکان گره‌ها D_d بکمک عکس ماتریس S_{dd} و تشکیل ماتریس D

٦ ـ جدا کردن ماتریسهای D_{md} از ماتریس کلی D ، تبدیل آنها به D_m که نسبت به دستگاه مختصات محلی است و پیدا کردن ماتریس نیروهای انتهائی هر عضو، A_{me} .

۷ ـ پیدا کردن ماتریس عکس‌العمل تکیه گاهها ، A_{jr} .

جوابهائی که کامپیوتر بما خواهد داد عبارتند از: تغییرمکان گره‌ها، نیروهای‌انتهائی اعضاء ونیرو های عکس‌العمل گره‌های گیردار .

Flow Chart (شمای جریان)برنامه ، برای نشان دادن مراحل مختلف برنامه بسیار مفیدخواهد بود ، که در زیر بنظر خوانندگان عزیز میرسد .

درحل دستی (بدون کامپیوتر) برای شماره‌گذاری گره‌ها بهتر است گره‌های آزاد را اول و بعد از آنها گره‌های گیردار را شماره‌گذاری نمائیم ، با توجه به شماره‌گذاری تغییر مکانهای مربوط به گره J که در محاسبه ماتریس سختی S بیان شد ، این نوع شماره‌گذاری از این نظر مفید است که تجزیه ماتریسها را به ماتریس‌های فرعی مربوط به گره‌های‌آزاد و گیردار آسان میسازد ، زیرا اگر درجه آزادی (تعداد استدادهائی که در آنها تغییرمکان وجود دارد) n و مجموع درجات آزادی و گیرداری (تعداد کل استدادها که در قاب مسطح سه برابر تعداد گره‌هامیباشد) را n' بگیریم ، اندیس ۱ تا n مربوط به امتدادهای آزادواندیس $n+1$ تا n' مربوط به‌امتدادهای گیردارخواهدبود . در ضمن بایستی توجه کرد که‌طول بعد تمام ماتریسهای اصلی برابر n' میباشد . اگر گره یا گره‌هائی کاملاً گیردار نباشند (مثلاً لولا در قاب مسطح)قانون‌بالاصادق نخواهد بود ، دراین مواقع دو راه حل وجود دارد :

۱ ـ قانونی که در مورد شماره‌گذاری تغییر مکانهای گره J قبلاً بیان شده است در مورد این نوع گره‌ها رعایت‌نشود ، بلکه شماره‌گذاری‌استدادهای‌آزاد گره‌های نیمه گیردار انجام شده و سپس امتداد گیردار این گره‌ها شماره گذاری شود .

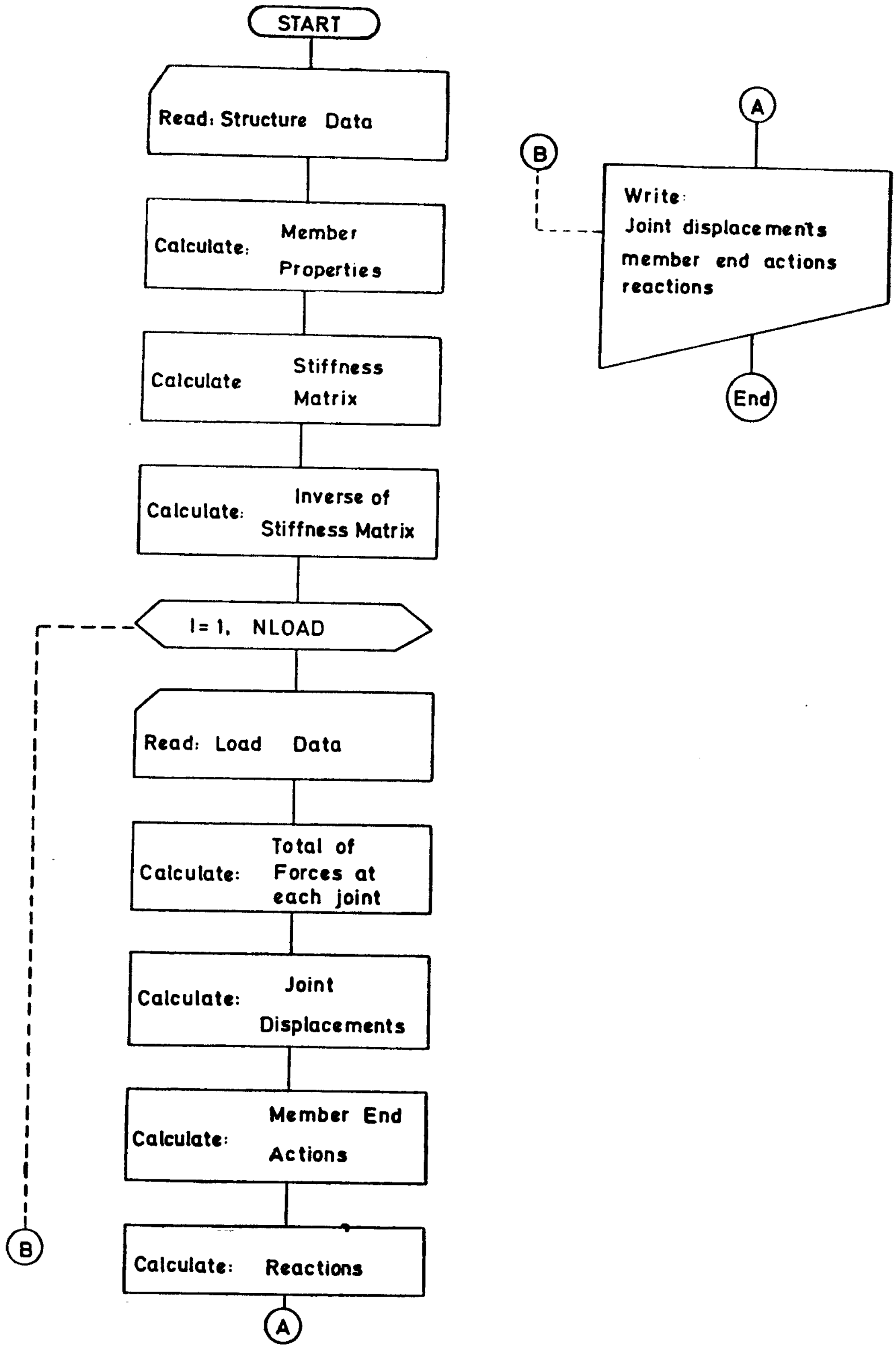
۲ ـ قانون شماره‌گذاری‌تغییرمکان‌ها را تغییر ندهیم در عوض پس از بدست آوردن ماتریسهامحل سطر و ستونهای مربوط به امتدادهای آزاد گره‌های نیمه گیردار را که در منطقه مربوط به گره‌های گیردارواقع شده تغییر داده و در محل گره‌های آزاد جای دهیم .

نکاتی که بنظر نویسنده برای آشنائی علاقمندان محاسبات ماتریسی به‌این روش جالب ومفیدلازم می‌آمد در اینجا باتمام میرسد امید است که اگر مطالب بالا کامل نبوده است ، توانسته باشد ایده‌ای از محاسبات ماتریسی در ذهن خواننده مجسم نماید .

در هرحال علاقمندان میتوانند یکی از راه‌های زیر را انتخاب نمایند :

۱ ـ مستقیماً و بدون استفاده ازکامپیوتر از روش‌های ماتریسی برای حل قابها استفاده نمایند (برای قابهای بزرگ خسته‌کننده است .)

۲ ـ برنامه‌های‌لازم را بر روی کامپیوتر پیاده نموده وسپس بکمک کامپیوتر از این روش درحل قابها استفاده نمایند .


START
Read: Structure Data
Calculate: Member Properties
Calculate Stiffness Matrix
Calculate: Inverse of Stiffness Matrix
I= 1, NLOAD
Read: Load Data
Calculate: Total of Forces at each joint
Calculate: Joint Displacements
Calculate: Member End Actions
Calculate: Reactions
A
B
Write:
Joint displacements
member end actions
reactions
End

۳ - از برنامه‌های نوشته شده‌موجود شخصاً ویا بکمک مراکزی که خدمات مربوط به کامپیوتر را انجام میدهند استفاده نمایند.

برنامه‌ای که اینجانب نوشته‌ام قادراست قابهای تا 300 گره را حل نماید.

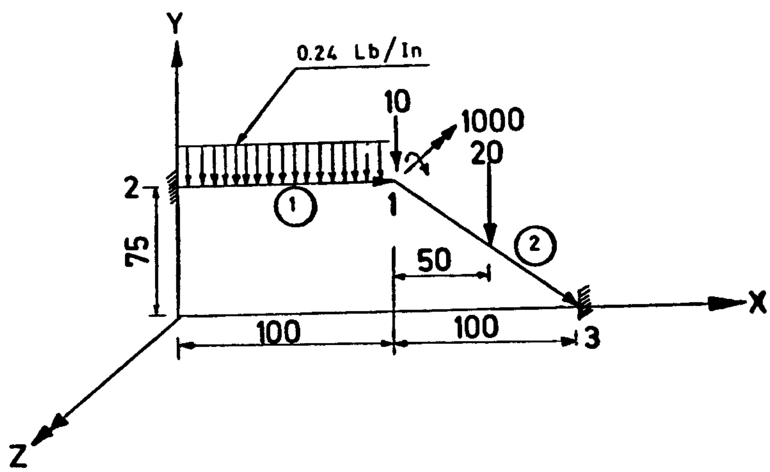
برای حل معادلهٔ (ویا پیدا کردن عکس ماتریس) دو راه حل وجود دارد :

۱ - روش حذفی (گوس - جردن Gauss—Jordan) - که در آن از ترکیب معادلات (ویا سطور ماتریس) تمام عناصر غیرازعناصرقطر را صفرکرده و معادله را حل مینمایند (ویا عکس ماتریس را پیدا مینمایند).

۲ - روش چولسکی (Cholesky) - با توجه به آنکه ماتریس سختی حاصله در روش تغییر مکان متقارنست‌میتوان‌این ماتریس را بحاصلضرب‌دو ماتریس مثلثی (عناصر یکطرف قطر اصلی صفراند) که‌وارونه یکدیگرند تجزیه کرده و سپس معادله را حل کرد. (ویا عکس ماتریس را حساب کرد).

روش دوم‌برای Computer فوق‌العاده مفید است زیرا مقدار زیادی از عناصر ماتریس سختی S_{dd} درگوشه‌ها برابر صفراند و در واقع این ماتریس بصورت یک نوار باریک در امتداد قطر اصلی میباشد، ماتریسهای مثلثی که از تجزیه ماتریس S_{dd} پیدا میشوند نیز بصورت نوار باریک باقی خواهد ماند و چون عناصر این نوار باریک خیلی کم است نگهداری آنها بحافظه کمتری احتیاج دارد. برای مطالعه بیشتر بمأخذهائی که درآخر مقاله نوشته شده مراجعه نمائید.

برای تکمیل مقاله دومثال ازکتاب.



شکل ۹

(Computer Programs For Structural Analysis) نوشته William Weaver را حل مینمائیم. برای اینکه خوانندگان را عملاً به روشهای ماتریسی آشنا کنیم مثال اول را بدون استفاده از کامپیوتر ولی مثال دوم را توسط کامپیوتر حل مینمائیم.

مثال 1 ـ

اطلاعات مربوط به ساختمان :

واحد طول اینچ و واحد نیرو پاوند است.

2 تعداد اعضاء ساختمان

3 تعداد گره‌ها

2 تعداد گره‌های گیردار

6 تعداد گیرداریها

3 تعداد آزادیها

10000. ضریب ارتجاعی اینچ مربع / پاوند

مختصات گره‌ها :

عرض Y	طول X	شماره گره
75.	100.	1
75.	0.	2
0.	200.	3

مشخصات اعضاء :

ممان دینرسی	سطح مقطع	گره ختم	گره شروع	شماره عضو
1000.	10.	1	2	1
1000.	10.	3	1	2

گره‌های 2 , 3 کاملاً گیردارند .

اطلاعات مربوط به بارگذاری : فقط یک حالت بارگذاری داریم بترتیب زیر :

1 تعداد گره‌های بارگذاری شده

2 تعداد عضوهای بارگذاری شده

بارگذاری روی گره :

لنگر	نیروی قائم	نیروی افقی	شماره گره
−1000.	−10.	0.	1

بارگذاری روی عضو :

راست		چپ				
(فاصله نیرو	نیرویا شدت نیرو)	(فاصله نیرو	نیرویاشدت نیرو)	نوع نیرو	امتداد نیرو	شماره عضو
0.	—	0.	.24	یکنواخت	قائم	1
—	—	62.5	20.	متمرکز	قائم	2

حل :

قدم اول ـ طول اعضاء :

$$L(1)=100.$$

ماتریس انتقال :

$$L(2)=\sqrt{100.^2+75.^2}=125.$$

$$R_t(1)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_t(2)=\begin{bmatrix} .8 & -.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ .6 & .8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & .8 & -.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & .8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

قدم دوم ـ ماتریس سختی :

ماتریسهای S_m :

$$S_m(1)=\begin{bmatrix} 1000. & 0 & 0 & -1000. & 0 & 0 \\ 0 & 120. & 6000. & 0 & -120. & 6000. \\ 0 & 6000. & 400000. & 0 & -6000. & 200000. \\ -1000. & 0 & 0 & 1000. & 0 & 0 \\ 0 & -120. & -6000. & 0 & 120. & -6000. \\ 0 & 6000. & 200000. & 0 & -6000. & 400000. \end{bmatrix}$$

$$S_m(2)=\begin{bmatrix} 800. & 0 & 0 & -800. & 0 & 0. \\ 0 & 61.44 & 3840. & 0 & -61.44 & 3840. \\ 0 & 3840. & 320000. & 0 & -384. & 160000. \\ -800. & 0 & 0 & 800. & 0 & 0 \\ 0 & -61.44 & -3840. & 0 & 61.44 & -3840. \\ 0 & 3840. & 160000. & 0 & -384. & 320000. \end{bmatrix}$$

ماتریسهای S_{md} :

$$S_m(2)\ .\ R_t(2)=$$

$$\begin{bmatrix} 640. & -480. & 0 & -640. & 480. & 0 \\ 36.86 & 49.15 & 3840. & -36.86 & -49.15 & 3840. \\ 2304. & 3072. & 320000. & -2304. & -3072. & 160000. \\ -640. & 480. & 0 & 640. & -480. & 0 \\ -36.86 & -49.15 & -3840. & 36.86 & 49.15 & -3840. \\ 2304. & 3072. & 160000. & -230.4 & -307.2 & 320000. \end{bmatrix}$$

$$R_t^*(2)\ .\ S_m(2)\ .\ R_t(2)=S_{md}(2)=$$

$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix} (1) & (2) & (3) & (7) & (8) & (9) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1)\\(2)\\(3)\\(7)\\(8)\\(9) \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccc|ccc} 534.11 & -354.51 & 2304 & -534.11 & 354.51 & 2304. \\ -354.51 & 327.32 & 3072. & 354.51 & -327.32 & 3072. \\ 2304. & 3072. & 320000. & -2304. & -3072. & 160000. \\ \hline -534.11 & 354.51 & -2304. & 534.11 & -354.51 & -2304. \\ 354.51 & -327.32 & -3072. & -354.51 & 327.32 & -3072. \\ 2304. & 3072. & 160000. & -2304. & -3072. & 320000. \end{array}\right] \end{array}$$

$$S_{md}(1)=S_m(1)=$$

$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix} (4) & (5) & (6) & (1) & (2) & (3) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (4)\\(5)\\(6)\\(1)\\(2)\\(3) \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1000. & 0 & 0 & -1000. & 0 & 0 \\ 0 & 120. & 6000. & 0 & -120. & 6000. \\ 0 & 6000. & 400000. & 0 & -6000. & 200000. \\ \hline -1000. & 0 & 0 & 1000. & 0 & 0 \\ 0 & -120. & -6000. & 0 & 120. & -6000. \\ 0 & 6000. & 200000. & 0 & -6000. & 400000. \end{array}\right] \end{array}$$

شماره سطرها(در طرف چپ) و شماره ستونهای(در بالا) ماتریس S_{md} در ماتریس اصلی S کنار ماتریسهای S_{md} نوشته شده است که توسط این شماره گذاری‌ها هرسطر و ستون در محل خود جای گرفته و ماتریس S را تشکیل میدهند :

$$
S=\left[\begin{array}{ccc|cccccc}
1534.11 & -354.51 & 2304. & -1000. & 0 & 0 & -534.11 & 354.11 & 2304. \\
-354.51 & 447.32 & -2928. & 0 & -120 & -6000. & 354.51 & -327.32 & 3072. \\
2304. & -2928. & 720000. & 0 & 6000. & 200000. & -2304. & -3072. & 160000. \\
\hline
-1000. & 0 & 0 & 1000. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -120. & 6000. & 0 & 120. & 6000. & 0 & 0 & 0 \\
0 & -6000. & 200000. & 0 & 6000. & 400000. & 0 & 0 & 0 \\
-534.11 & 354.11 & -2304. & 0 & 0 & 0 & 534.11 & -354.51 & -2304. \\
354.51 & -327.32 & -3072. & 0 & 0 & 0 & -354.51 & 327.32 & -3072. \\
2304. & 3072. & 160000. & 0 & 0 & 0 & -2304. & -3072. & 320000.
\end{array}\right]
$$

زیر ماتریسهای S_{dd} و S_{rd} را جدا میکنیم :

$$S_{dd}=\begin{bmatrix} 1534.11 & -354.51 & 2304. \\ -354.51 & 447.32 & -2928. \\ 2304. & -2928. & 720000. \end{bmatrix}$$

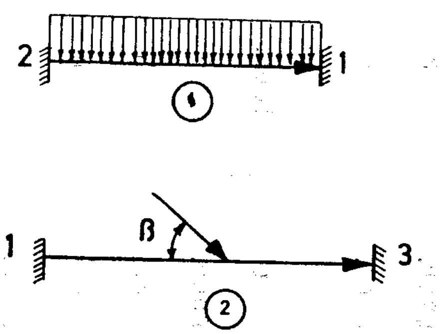
$$S_{rd}=\begin{bmatrix} -1000. & 0 & 0 \\ 0 & -120. & 6000. \\ 0 & -6000. & 200000. \\ -534.11 & 354.11 & -2304. \\ 354.11 & -327.32 & -3072. \\ 2304. & 3072. & 160000. \end{bmatrix}$$

قدم سوم ـ عکس ماتریس S_{dd}

$$S_{dd}^{-1}=\begin{bmatrix} 0.000797986800 & 0.000632543800 & 0.000000018786 \\ 0.000632543800 & 0.002798076000 & 0.000009354699 \\ 0,000000018786 & 0.000009354699 & 0.000001426871 \end{bmatrix}$$

قدم چهارم ـ جمع نیروهای وارده برگره‌ها :

ماتریس های A_{mL} :



شکل ۱۰

$$A_{mL}(1)=\begin{bmatrix} 0 \\ 12. \\ 200. \\ 0 \\ 12. \\ -200. \end{bmatrix} \quad و \quad A_{mL}(2)=\begin{bmatrix} -6. \\ 8. \\ 250. \\ -6. \\ 8. \\ -250. \end{bmatrix}$$

ماتریسهای A_{mLd} :

$$A_{mLd}(2) = \begin{array}{c} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (7) \\ (8) \\ (9) \end{array} \begin{bmatrix} 0 \\ 10. \\ 250. \\ 0 \\ 10. \\ -250. \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad A_{mLd}(1) = A_{mL}(1) = \begin{array}{c} (4) \\ (5) \\ (6) \\ (1) \\ (2) \\ (3) \end{array} \begin{bmatrix} 0 \\ 12. \\ 200. \\ 0 \\ 12. \\ -200. \end{bmatrix}$$

چنانکه دیده میشود شماره عناصر ماتریسهای A_{mLd} در ماتریس اصلی A_e (که توسط این شماره در ماتریس A_e جای‌میگیرند) درکنار ماتریسهای A_{mLd} نوشته شده است که بکمک آنها ماتریس A_e پیدا میشود :

$$A_e = \left[\begin{array}{c} 0 \\ -22. \\ -50. \\ \hline 0 \\ -12. \\ -200. \\ 0 \\ -10. \\ 250. \end{array} \right]$$

زیرماتریسهای A_{ed} و A_{er} را جدا میکنیم :

$$A_{ed} = \begin{bmatrix} 0 \\ -22. \\ -50. \end{bmatrix} \qquad A_{er} = \begin{bmatrix} 0 \\ -12. \\ -200. \\ 0 \\ -10. \\ 250. \end{bmatrix}$$

ماتریس $A_d = A_{jd} + A_{ed}$: چنانکه در اطلاعات مربوط به بارگذاری دیدیم زیر ماتریس نیروهای وارده برگره آزاد شماره 1 برابر A_{jd} است :

$$A_{jd}=\begin{bmatrix} 0 \\ -10. \\ -1000. \end{bmatrix} \quad A_d=\begin{bmatrix} 0 \\ -32. \\ -1050. \end{bmatrix}$$

قدم پنجم ـ بدست آوردن ماتریس تغییرمکان D که شامل زیر ماتریس $D_d=S_{dd}\cdot A_d$ و زیر ماتریس $D_r=0$ است :

$$D_d=\begin{bmatrix} -0.0202607 \\ -0.0993600 \\ -0.0017975 \end{bmatrix} \quad D=\begin{bmatrix} -0.0202607 \\ -0.0993600 \\ -0.0017975 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

قدم ششم ـ نیروهای انتهائی هرعضو ـ برای بدست آوردن این نیروها اول بایستی ماتریسهای D_{md} هر عضو راکه تغییر مکان گره‌های دو سرعضوها را میدهد از ماتریس اصلی D جدا کرده و سپس ماتریسهای D_m را حساب کرد :

$$D_{md}(1)=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.0202607 \\ -0.0993600 \\ -0.0017975 \end{bmatrix} \quad D_{md}(2)=\begin{bmatrix} -0.0202607 \\ -0.0993600 \\ -0.0017975 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D_m(1)=D_{md}(1)\ ,\ D_m(2)=\begin{bmatrix} 0.0434074 \\ -0.0916444 \\ -0.0017975 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S_m(1)\cdot D_m(1)=\begin{bmatrix}20.26\\1.13\\236.65\\-20.26\\-1.13\\-122.86\end{bmatrix}\quad S_m(2)\cdot D_m(2)=\begin{bmatrix}34.72\\-12.53\\-927.13\\-34.72\\12.53\\-639.52\end{bmatrix}$$

نیروهائی انتهائی اعضاء برابر مقادیر زیرند :

$$A_{me}(1)=\begin{bmatrix}20.26\\13.13\\436.65\\-20.26\\10.86\\-322.86\end{bmatrix}\quad A_{me}(2)=\begin{bmatrix}28.72\\-4.53\\-677.13\\-40.72\\20.53\\-889.52\end{bmatrix}$$

قدم هفتم ـ نیروهای عکس العمل :

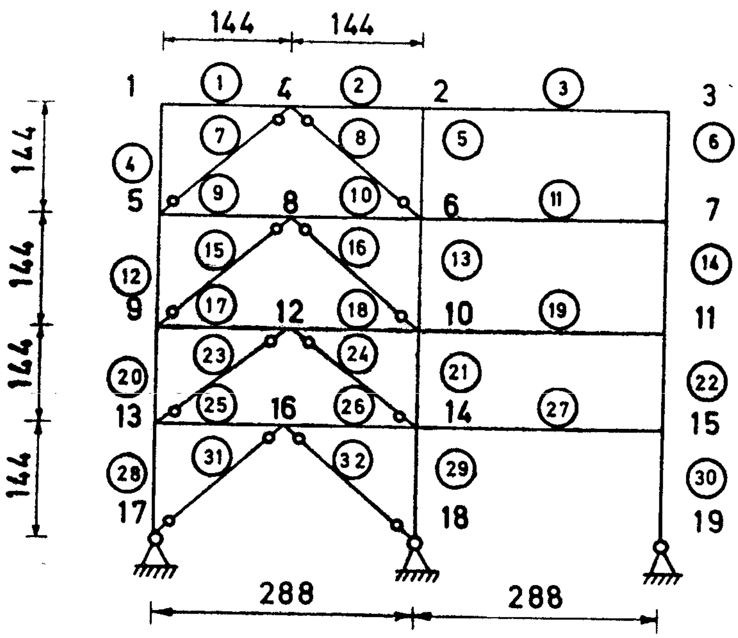
$$S_{rd}\cdot D_d=\begin{bmatrix}20.26\\1.13\\239.65\\-20.26\\30.86\\-639.52\end{bmatrix}\quad \text{و} \quad A_{jr}=\begin{bmatrix}20.26\\13.13\\436.65\\-20.26\\40.86\\889.52\end{bmatrix}$$

۳ عنصر اول ماتریس A_{jr} نیروهای عکس العمل (نیروی افقی ، نیروی عمودی و لنگر خمشی) گره ۲ و ۳ عنصر دوم نیروهای عکس العمل گره ۳ می‌باشند.

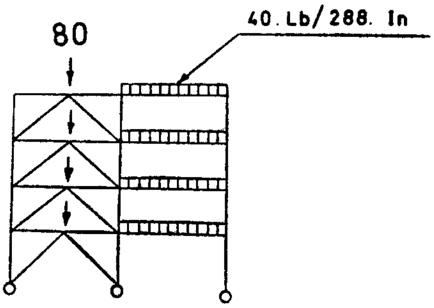
مثال ۲ ـ

مطابق شکل ۱۱ ساختمان از دو دهنه و چهار طبقه تشکیل شده است ، چون اتصال ساختمان به تکیه گاهها لولائی می‌باشد ، یک دهنه بوسیله بادبند تقویت شده است.

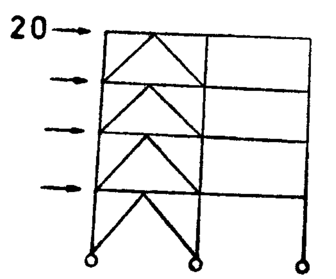
شکلهای ۱۲ و ۱۳ بارگذاری‌های ۱ و ۲ را مشخص می‌کنند.



شکل ۱۱



شکل ۱۲



شکل ۱۳

SAMPLE 2 PLANE FRAME FROM BOOK COMPUTER PROG. FOR STRUCTURAL ANALYSIS BY WEAVER

STRUCTURE DATA

TYPE	PLANE FRAME
NUMBER OF MEMBERS	32
NUMBER OF JOINTS	19
NUMBER OF SUPPORTS	3
NUMBER OF LOADINGS	2
CONSTANT E	30000.00

COORDINATE OF JOINTS

JOINT	X	Y
1	0.0	576.00
2	288.00	576.00
3	576.00	576.00
4	144.00	576.00
5	0.0	432.00
6	288.00	432.00
7	576.00	432.00
8	144.00	432.00
9	0.0	288.00
10	288.00	288.00
11	576.00	288.00
12	144.00	288.00
13	0.0	144.00

14	288.00	144.00
15	576.00	144.00
16	144.00	144.00
17	0.0	0.0
18	288.00	0.0
19	576.00	0.0

MEMBER INFORMATION

MEMBER	SRT	END	A	IZ
1	1	4	10.0000	500.0000
2	4	2	10.0000	500.0000
3	2	3	10.0000	500.0000
4	1	5	15.0000	250.0000
5	2	6	15.0000	250.0000
6	3	7	15.0000	250.0000
7	5	4	5.0000	0.0
8	4	6	5.0000	0.0
9	5	8	10.0000	500.0000
10	8	6	10.0000	500.0000
11	6	7	10.0000	500.0000
12	5	9	15.0000	250.0000
13	6	10	15.0000	250.0000
14	7	11	15·0000	250.0000

15	9	8	5.0000	0.0
16	8	10	5.0000	0.0
17	9	12	10.0000	500.0000
18	12	10	10.0000	500.0000
19	10	11	10.0000	500.0000
20	9	13	15.0000	250.0000
21	10	14	15.0000	250.0000
22	11	15	15.0000	250.0000
23	13	12	5.0000	0.0
24	12	14	5.0000	0.0
25	13	16	10.0000	500.0000
26	16	14	10.0000	500.0000
27	14	15	10.0000	500.0000
28	13	17	15·0000	250.0000
29	14	18	15.0000	250.0000
30	15	19	15.0000	250.0000
31	17	16	5.0000	0.0
32	16	18	5.0000	0.0

JOINT RESTRAINS

JOINT	X	Y	Z
17	1	1	0
18	1	1	0
19	1	1	0

SAMPLE 2 PLANE FRAME FROM BOOK COMPUTER PROG. FOR STRUCTURAL ANALYSIS BY WEAVER

DATA FOR LOAOING NO. 1

NUMBER OF LOADED JOINTS 4

NUMBER OF LOADED MEMBERS 4

JOINT LOADS

JOINT	FORCE-X	FORCE-Y	MOMENT-Z
4	0.0	−80.00	0.0
8	0.0	−80.00	0.0
12	0.0	−80.00	0.0
16	0.0	−80.00	0.0

MEMBER LOADS

MEMBER	DRN	TYPE	P1	L1	P2	L2
3	2	2	−40.00	0.0	0.0	0.0
11	2	2	−40.00	0.0	0.0	0.0
19	2	2	−40.00	0.0	0.0	0.0
27	2	2	−40.00	0.0	0.0	0.0

SAMPLE 2 PLANE FRAME FROM BOOK COMPUTER PROG. FOR STRUCTTAL ANALYSIS BY WEAVER

LOADING NO. 1

JOINT DISPLACEMENTS

JOINT	X-DISPLACE.	Y-DISPLACE.	ROTATION
1	0.059333	—0.081432	—0.001067
2	0.056029	—0.150649	—0.000979
3	0.048566	—0.062638	—0.002512
4	0.058253	—0.219593	0.000151
5	0.014117	—0.080039	—0.000598
6	0.047452	—0.141449	—0.000587
7	0.049456	—0.056558	0.001082
8	0.031223	—0.200474	—0.000024
9	—0.006841	—0.065941	—0.000501
10	0.026776	—0.113413	—0.000671
11	0.026118	—0.044045	0.001214
12	0.010376	—0.165496	0.000046
13	—0.018427	—0.039186	—0.000311
14	0.016685	—0.066298	—0.000970
15	0.020931	—0.025154	0.001650
16	—0.000740	—0.097418	0.000179
17	0.0	0.0	0.000347
18	0.0	0.0	0.000311
19	0.0	0.0	—0.001043

MEMBER END – ACTIONS

MEMBER	JOINT	AXIAL-FORCE	SHEAR-FORCE	MOMENT	JOINT	AXIAL-FORCE	SHEAR-FORCE	MOMENT
1	1	2.250	4.352	186.46	4	−2.250	−4.352	440.27
2	4	4.634	−7.750	−440.27	2	−4.634	7.750	−675.72
3	2	7.773	21.000	922.19	3	−7.773	19.000	−634.14
4	1	4.352	−2.250	−186.46	5	−4.352	2.250	137.54
5	2	28.750	−3.139	−246.47	6	−28.750	3.139	−205.58
6	3	19.000	7.773	634.14	7	−19.000	−7.773	486.20
7	5	49.696	0.0	0.0	4	−49.696	0.0	0.0
8	4	46.325	0.0	0.0	6	−46.325	0.0	0,0
9	5	−35.638	4.563	268.96	8	35.638	−4.563	388.31
10	8	−33.811	−6.207	−388.31	6	33.811	6.207	−505.56
11	6	−2.087	19.898	858.41	7	2.087	20.102	−887.76
12	5	44.056	−1.753	−131.22	9	−44.056	1.753	−121.18
13	6	87.612	−2.107	−147.27	10	−87.612	2.107	−156.10
14	7	39.101	5.686	402.56	11	−39.101	−5.686	416.28
15	9	50.244	0.0	0.0	8	−50.244	0.0	0.0
16	8	47.661	0.0	0.0	10	−47.661	0.0	0.0
17	9	−35.868	4.025	232.84	12	35.868	−4.025	346.81
18	12	−34.167	−5.854	−346.81	10	34.167	5.854	−496.24
19	10	0.685	20.066	861.31	11	−0.685	19.934	−852.30
20	9	83.609	−1.413	−111.66	13	−83.609	1.413	−91.85
21	10	147.234	−3.257	−218.97	14	-147.234	3.257	−250.03

22	11	59.035	6.371	436.02	15	—59.035	—6.371	481.42
23	13	50.785	0.0	0.0	12	—50.785	0.0	0.0
24	12	48.380	0.0	0.0	14	—48.380	0.0	0.0
25	13	—36.847	2.937	160.44	16	36·847	—2.937	262.51
26	16	—36.302	—5.308	—262.51	14	36·302	5.308	—501.79
27	14	—4.423	20.428	885.22	15	4.423	19.572	—761.93
28	13	122.457	—0.476	—68.59	17	-122.457	0.476	—0.00
29	14	207.180	—0.926	—133.39	18	-207.180	0.926	0.00
30	15	78.607	1.948	280.50	19	—78.607	—1.948	—0.00
31	17	51.124	0.0	0.0	16	—51.124	0.0	0.0
32	16	50.353	0.0	0.0	18	—50.353	0.0	0.0

SUPPORT REACTIONS

JOINT	FORCE-X	FORCE-Y	MOMENT-Z
17	36.626	158.607	0.0
18	—34.679	242.786	0.0
19	—1.948	78.607	0.0

SAMPLE 2 PLANE FRAME FROM BOOK COMPUTER PROG. FOR STRUCTURAL ANALYSIS BY WEAVER

DATA FOR LOADING NO. 2

NUMBER OF LOADED JOINTS 4
NUMBER OF LOADED MEMBERS 0

JOINT LOADS

JOINT	FORCE-X	FORCE-Y	MOMENT-Z
1	20.00	0.0	0.0
5	20.00	0.0	0.0
9	20.00	0.0	0.0
13	20.00	0.0	0.0

SAMPLE 2 PLANE FRAME FROM BOOK COMPUTER PROG. FOR STRUCTURAL ANAL YSIS BY WEAVER

LOADING NO. 2
JOINT DISPLACEMENTS

JOINT	X-DISPLACE.	Y-DISPLACE.	ROTATION
1	0.382335	0.030960	−0.000253
2	0.372196	−0.027542	−0.000191
3	0.371417	−0.002468	−0.000107
4	0.372920	0.005268	−0.000194
5	0.323719	0.030835	−0.000384
6	0.314306	−0.027805	−0.000293
7	0.314151	−0.002304	−0.000315

8	0.310078	0.004818	—0.000136
9	0.237724	0.027704	—0.000501
10	0.228280	—0.025363	—0.000381
11	0.228014	—0.001868	—0.000433
12	0.219543	0.003792	—0.000056
13	0.129905	0.018430	—0.000529
14	0.121347	—0.017133	—0.000339
15	0.122144	—0.001092	—0.000462
16	0.106754	—0.000868	0.000032
17	0.0	0.0	—0.001089
18	0·0	0.0	—0.001094
19	0.0	0.0	—0.001042

MEMBER END—ACTIONS

MEMBER	JOINT	AXIAL-FORCE	SHEAR-FORCE	MOMENT	JOINT	AXIAL-FORCE	SHEAR-FORCE	MOMENT
1	1	19.614	—0.392	-34.44	4	—19.614	0.392	—21·99
2	4	1.508	0.310	21.99	2	—1.508	—0.310	22.64
3	2	0.811	19.489	881.98	3	—0.811	20.511	-1029·27
4	1	—0.392	0.384	34.44	5	0.392	—0.384	20.87
5	2	—0.821	0.695	55.37	6	0.821	—0.695	44.68
6	3	0.511	0.811	69.27	7	—0.511	—0.811	47.58
7	5	—12.310	0.0	0.0	4	12.310	0.0	0.0
8	4	13.303	0.0	0.0	6	—13.303	0.0	0.0

9	5	28.417	−0.688	−75.33	8	−28.417	0.688	−23.76
10	8	−8.807	0.103	23.76	6	8.807	−0.103	−8.98
11	6	0.161	19.148	838.43	7	−0.161	20.852	-1083.81
12	5	−9.784	0.671	54.46	9	9.784	−0.671	42.22
13	6	7.630	1.129	85.87	10	−7.630	−1.129	76.70
14	7	1.363	0.973	76.24	11	−1.363	−0.973	63.93
15	9	−25.765	0.0	0.0	8	25.765	0.0	0.0
16	8	26.884	0.0	0.0	10	−26.884	0.0	0.0
17	9	37.876	−0.976	−116.69	12	−37.876	0.976	−23.87
18	12	−18.202	−0.139	23.87	10	18.202	0.139	−43.95
19	10	0.277	18.939	809.97	11	−0.277	21.061	-1115.41
20	9	−28·980	1.014	74.47	13	28.980	−1.014	71.60
21	10	25.719	1.659	117.28	14	−25.719	−1.659	121.66
22	11	2.424	1.250	91.48	15	−2.424	−1.250	88.49
23	13	−39.062	0·0	0.0	12	39.062	0.0	0.0
24	12	40.246	0.0	0.0	14	−40.246	0.0	0.0
25	13	48.230	−0.994	−129.94	16	−48.230	0.994	−13.16
26	16	−30.401	−0.354	13.16	14	30.401	0.354	−64.15
27	14	−0.830	19.010	823.83	15	0.830	20.990	-1108.91
28	13	−57.594	0.405	58.33	17	57.594	−0.405	−0.00
29	14	53.541	0.546	78.66	18	−53.541	−0.546	−0.00
30	15	3·414	0.420	60.41	19	−3.414	−0.420	−0.00
31	17	−55.149	0.0	0.0	16	55.149	0.0	0.0
32	16	56.053	0.0	0.0	18	−56.053	0.0	0.0

SUPPORT REACTIONS

JOINT	FORCE-X	FORCE-Y	MOMENT-Z
17	−39.401	−96.590	0.0
18	−40.182	93.177	0.0
19	−0.420	3.414	0.0

منابع مطالعه

1 - Asplund, Svenolof, 1902. Structural mechanics : classical and matrix methods. Englewood cliffs, N. J., Prenticc - Hall (1966)

2 - Beaufait, Fred M. Computer methods of structural analysis, By Fred W. Beaufait, William H. Rowan, Jr., Peter G. Hoadley and Robert M. Hackett.

3 - Bellman, Richard Ernest, 1920. Introduction to matrix analysis. New York, Mc Graw-Hill, 1960.

4 - Gere, James M. Analysis of framed structures. By James M. Gere aed W. Weaver. New York, Van nostrand (1965)

5 - Hall, Arthur S. Frame analysis. Arthur S. Hall and Ronald W. Woodhead. John Wiley & sons, Inc.

6 - Jenkins, William Mclaren, 1927. Matrix and digital Computer methods in structural analysis. W. M. Jenkins, London, New Yew York, Mc Graw - Hill (1969)

7 - Laursen, Harold I. Matrix analysis of structures. Harold I. Laursen. Mc Graw - Hill (1969)

8 - Livesley, R. K. Matrix methods of structural analysis, Oxford, Pergoman Press. New York, Wacmillan (1964)

9 - Pipes, L. A. Matrix - Computer methods in engineering. Lous A. Pipes and Shahen A. Hovanessian John Wiley & sons, Inc.

10 - Prezemienecki, J. S. Theory of matrix structural analysis. New York, Mc Graw - Hill, (1967 ,c 1968)

11 - Rebinson, Jonn, 1933. Structural matrix analysis for the engineer. New York, Wiley (1966)

12 - Rubinstein, Moshe F. Matrix computer analysis of structures. Englewood Cliffs, Prentice-Hall (1966)

13 - Varga , Richard S. Matrix Iterative analysis. Englewood Cliff, N. J., Prentice - Hall, 1962.

14 - Meaver, William , 1929. Computer programs för structural analysis. William Meaver, Jr. Princeton, N. J. Van Nostrand (1967)

15 - Wang , Ping - Chung. Numerical and matrix methods in structural mechanics with application to computers.

Pıng - Chung Wang . John Wily & sons, Inc , New York. London. Sydney.

۱۶ - محاسبات و جداول ساختمانهای بلند ، نوشته تا کابایا ، ترجمه مهندس ناصر توفیق .

۱۷ - جزوه محاسبات ماتریسی آقای دکتر حریری .

۱۸ - جزوه ساختمان فلزی آقای دکتر حسین زاده .