پژوهش برای بهره برداری بهتر

(قسمت دوم)

نوشتهٔ :

مهندس ایرج شمس ملک‌آرا

استاد دانشکده فنی

قسمت ۲ ـ روش شبیه سازی یا (Simulation)

چکیده

شبیه سازی در اصطلاح علمی بمعنای تقلید کردن از یک پدیده طبیعی بوسیله یک الگوی مصنوعی یا مدل (Modele) میباشد بدیهی است هرچه قدراین الگو به پدیده طبیعی شبیه‌تر باشد نتیجه آزمایش و بررسی به حقیقت نزدیکتر خواهد بود.

بعضی اوقات پدیده طبیعی مورد مطالعه بقدری پیچیده و درهم است که ساختن الگوی کامل بسیار دشوار میباشدولی میتوان آن پدیده را به عناصر اولیه خود تجزیه نمود و الگوی آن عناصر را ساخت بدیهی است دراین موارد باید علاوه برمطالعه الگو روابط ریاضی و قوانین تشابه که بین پدیده طبیعی و الگوی عناصر برقرار است نیز تعیین گردد علاوه برپدیده های‌طبیعی برای مسائل اقتصادی نیزمیتوان الگو تهیه‌نمود بعبارت دیگرهمان‌طور که میتوان طغیان‌های یک رودخانه را مطالعه نمود ممکن است مشخصات قطعات یک ماشین راکه بطورسری ودنبال‌هم ساخته میشود نیز مورد بررسی قرارداد.

کلیه پدیده‌ها ومسائل‌اقتصادی دارای ضرائب اتفاقی هستند که پیش‌بینی آن‌ها بسهولت ممکن نیست ولی میتوان باتهیه‌آمار دقیق و دراز مدت‌ازضرائب مزبور مثلا تغییرات سطح آب رودخانه ویاتعداد قطعات عیب‌دآر ماشین و بکاربردن قوانین احتمالات که‌خود درحقیقت یک الگوی پدیده‌های‌طبیعی‌میباشند ضرائب مزبور را برای‌تاریخ‌معین‌تخمین و پیش‌بینی نمود (Estimation) بعلاوه برای آنکه بررسی‌این‌نوع پدیده‌ها و مسائل کاملاً با قوانین احتمالات وفق دهد باید بطوریکه بعدا خواهیم دید به ضرائب مزبور امکان تغییرات اتفاقی‌داد ویا برای ارزش‌یابی آن ضرائب از اعداد اتفاقی استفاده نمود.

مسئله انبارداری یک کالا که‌درمقاله قبل گفته شد اتفاقی بودن بعضی از ضرائب را بخوبی‌روشن

مینماید زیرا بطوریکه میدانیم مقدار درخواست روزانه کالا یک متغیر اتفاقی است و چون انباردار بمنظور تامین ذخیره کافی باید هر هفته سفارش جدیدی برای کالای مورد بحث بدهد لذا مهلت رسیدن کالا به انبار هم خود یک متغیر اتفاقی خواهد بود درمقابل این دو متغیر اتفاقی که پیش بینی آن بسیار دشوار است انباردار میتواند نسبت به مقدار ذخیره اولیه وهمچنین مقدار سفارش های هفتگی شخصاً تصمیم بگیرد ولی دو تصمیم باید طوری باشد که مجموع هزینه انبارداری کالا ها و خسارت عدم تحویل کالا درصورت کسر موجودی روی هم حداقل گردد.

متغیرهای اتفاقی فوق الذکر بوسیله آمارهای دقیق سال های قبل در دست هستند ولی چون پیش بینی مقادیر بعدی آن ها بطورعادی غیر ممکن است لذا با استفاده از روش شبیه سازی مقادیر اتفاقی برای آن ها درنظرمیگیریم که بتوان مسئله را به کمک قوانین احتمالات حل نمود.

این نوع مقادیر اتفاقی متغیرها رادراصطلاح نمونه یا (Echantillon) مینامند درالگوی مصنوعی این انبارداری علاوه برمتغیرها که بطوراتفاقی تعیین میشوند و مقدار مناسب ومنطقی هم برای میزان حداقل ذخیره ومقدارسفارش کالای جدید درنظرمیگیرند وهزینه انبارداری وخسارت عدم تحویل درنتیجه کسرذخیره را در حالات مختلف مزبور حساب میکنند و به این ترتیب یک تابع اتفاقی برای اخذ تصمیم بدست میآید (Equation de Decision) که حداقل آن بهترین جواب مسئله انبارداری میباشد.

برای اینکه تأثیر آماردقیق را دراین نوع مسائل درک کنیم خوب است که مثال زیر را موردتوجه قراردهیم.

مثال - یک کارخانه ۵۰۰ قطعه ماشین بطور سری و دنبال هم تولید مینماید که مقدار f درصد آن عیب دار میباشد ضریب f بدرستی معلوم نیست ولی میدانیم که ممکن است یکی از چهار مقدار: ۰/۰۱ — ۰/۰۵ — ۰/۱۵ — و ۰/۲۵ را حائز گردد که ظاهراً مربوط به یکی از دلائل عیب دار بودن قطعات میشود از طرف دیگرفرض میکنیم که اصلاح و تعمیر هرقطعه عیب دار مبلغ سه فرانک هزینه داشته باشدولی میتوان باصرف مبلغ ۷۰ فرانک در هرنوبت که کارخانه شروع بکار میکند طوری آنرا تنظیم نمود که تمام قطعات بی عیب باشد اینک میخواهیم بدانیم از دو تصمیم زیر:

D_1 — از تنظیم کارخانه صرف نظر کنیم ودرهرسری تعدادی قطعات عیب دار داشته باشیم.

D_2 — کارخانه را قبل از شروع بکار تنظیم کنیم و تمام قطعات بی عیب خارج شوند.

کدام یک بیشتر بصرفه میباشد.

جدول ۱ با توجه به مقادیر f هزینه هریک از حالات عیب دار بودن را تعیین مینماید:

بطوریکه می بینیم جزدرحالت (f=۰٫۰۱) دربقیه حالات باید تصمیم D_2 را ترجیح داد. ولی این بهترین راه حل مسئله نیست زیرا برای حصول اطمینان بیشتر باید وزن و یا احتمال هریک از مقادیر f را نیزدرنظر گرفت که البته مستلزم آمار برداری دقیق درمدت زمان کافی میباشد اینک فرض کنیم که این وزن ها یا احتمال ها طبق جدول ۲ میباشند:

جدول شماره ۱

مقدار ضریب f	تعداد قطعات عیب‌دار	هزینه تصمیم D_1	هزینه تصمیم D_2
۰ر۰۱	۵	۱۰ فرانک	۷۰ فرانک
۰ر۰۵	۲۵	۷۵ «	۷۰ «
۰ر۱۵	۷۵	۲۲۵ «	۷۰ «
۰ر۲۵	۱۲۵	۳۷۵ «	۷۰ «

جدول شماره ۲

مقدار f	احتمال درصد f یا pf
۰ر۰۱	۰ر۷۰
۰ر۰۵	۰ر۱۰
۰ر۱۵	۰ر۱۰
۰ر۲۵	۰ر۱۰

و دراین‌صورت می‌بینیم که محتمل‌ترین تعداد یا (اسپرانس ـ Esperance) قطعات عیب‌دار برابر :

$$۵ \times ۰ر۷۰ + ۲۵ \times ۰ر۱۰ + ۷۵ \times ۰ر۱۰ + ۱۲۵ \times ۰ر۱۰ = ۲۶$$

خواهد شد بنابراین هزینه تصمیم D_1 برابر ۷۸ فرانک = ۳ × ۲۶ و هزینه تصمیم D_2 برابر ۷۰ فرانک خواهد شد که باهم تفاوت زیادی‌ندارند ولی درهرحال تصمیم D_2 ارجحیت‌خواهد داشت حال فرض کنیم که علاوه برآمار مذکور فوق دست‌به‌یک آزمایش نمونه‌برداری‌هم زده‌ایم و از بین سری قطعات موردبحث بطور اتفاقی وقرعه‌کشی درابتدای شروع بکار ده قطعه انتخاب نموده‌ایم و هیچیک از آن قطعات عیب‌دار نیست. حال به‌بینیم که ازاین آزمایش جدید چگونه میتوان برای اخذ تصمیم بهتر استفاده نمود.

بطوریکه میدانیم ، احتمال اینکه یک قطعه انتخاب شده اتفاقی بی‌عیب باشد با توجه به مقدار ضریب f که مربوط بیکی از دلائل معیوب بودن قطعات است (f—۱) میباشد (احتمان مخالف) و چون ده مرتبه پی‌درپی قطعات‌انتخاب شده‌بدون‌عیب‌بوده است لذا احتمال مربوط به بی‌عیب بودن هریک ازحالات f_i برابر $q_i = (1 - f_i)^{10}$ خواهد شد وچون‌احتمال اولیه حالات مختلف f_i که آنرا p_f نامیدیم نیزطبق جدول شماره ۲ در دست است لـذا مطابق قضیه (بی — Bayes) احتمال نهائی یـا احتمال مربوط نبودن به دلیل هریک ازحالات مختلف (f_i) برابر :

$$\pi_f = \frac{p_f \cdot q_i}{\Sigma p_f \cdot q_i}$$

خواهد شد که مقادیر مختلف آن درجدول زیر حساب شده است.

جدول شماره ۳

f_i	pf_i	$q_i=(1-f_i)^{10}$	احتمال نهائی πf_i
۰ر۰۱	۰ر۷۰	$(۰ر۹۹)^{۱۰}$	۰ر۸۸۱
۰ر۰۵	۰ر۱۰	$(۰ر۹۵)^{۱۰}$	۰ر۰۸۳
۰ر۱۵	۰ر۱۰	$(۰ر۸۵)^{۱۰}$	۰ر۰۲۸
۰ر۲۵	۰ر۱۰	$(۰ر۷۵)^{۱۰}$	۰ر۰ ۰۸

و این مرتبه باتوجه به‌مقادیر جدید πf_i متحمل ترین مقدار یا (Esperance) قطعات عیب‌دار برابر:

$$۵ \times ۰ر۸۸۱ + ۲۵ \times ۰ر۰۸۳ + ۷۵ \times ۰ر۰۲۸ + ۱۲۵ \times ۰ر۰۰۸ = ۹ر۵۸$$

یا به عدد صحیح ۱۰ قطعه خواهد شد.

بنابراین می‌بینیم که با توجه به آزمایش جدید هزینه مربوط به تصمیم D_1 برابر ۳۰ فرانک $۳۰ = ۳ \times ۱۰$ و هزینه‌مربوط به‌تصمیم D_2 برابر ۷۰ فرانک میگردد و این مرتبه ارجحیت نصیب‌تصمیم D_1 خواهد شد.

البته‌باید توجه‌داشت که‌اگردرآزمایش‌اخیر بجای‌ده قطعه بی‌عیب پی‌درپی‌فقط چهار قطعه‌بی‌عیب بدست میآمد دراین‌صورت احتمال q_i برابر $(۱-f)^۴$ میشد و تصمیم بازینفع D_2 تغییر مینمود لذا باید در انتخاب‌یاقرعه کشی و یا نمونه برداری قطعات طوری عمل کرد که‌شانس یا اتفاق‌بتواندبطور کامل درنتیجه آزمایش‌دخالت داشته باشد. برای انجام این منظور در روش شبیه سازی (Simulation) از ارقام و اعداد اتفاقی که طرز محاسبه آن بعداً شرح داده خواهد شد استفاده میگردد و درمورد مثال بالاهم انتخاب یک رقم اتفاقی بجای عدد ده ضرورت دارد و بطوریکه خواهم دید عدد مزبور باید با احتمالات (Pf_i) بستگی و ارتباط داشته باشد دو مثال زیر که ازکتاب پژوهش برای بهره برداری تالیف دانشمند فرانسوی (Robert Faure) استخراج شده است طرزعمل را بخوبی روشن میسازد.

مثال ۱ - فرض کنیم که مسئله مورد مطالعه مدت توقف وسائل نقلیه مشتریان یک فروشگاه در پارکینک اختصاصی آن فروشگاه باشد و میخواهیم بدانیم چند عدد محل توقف باید درنظر گرفت که ۹۵٪ مشتریان فروشگاه بمحض رسیدن به محوطه پارکینگ بتوانند یک محل خالی پیدا کنند.

ابتدا فرض میکنیم که آمار مدت توقف وسائل نقلیه مشتریان درپارکینگ بشرح جدول زیر باشد دراین جدول درمقابل مدت توقف که هربار بمیزان ۵ دقیقه زیاد شده‌است چند درصد وسائل‌نقلیه که مدت توقفشان به‌آن میزان میباشد ذکرگردیده است.

برای آنکه بتوان دراین‌مسئله روش‌نمونه برداری مصنوعی‌را (Echantillons Artificiels) بکار برد آمار جدول زیر را با در نظر گرفتن مدت متوسط توقف و ارقام درصد وسائل نقلیه یا احتمال بصورت

جدول شماره ٤

مدت توقف وسائل نقلیه	متوسط مدت توقف	درصد وسائل نقلیه یا احتمال (p_t)
۰ الی ۵ دقیقه	۲ر۵ دقیقه	۰ر۰۲ = ۲٪
۵ « ۱۰ «	۷ر۵ «	۰ر۰۳ = ۳٪
۱۰ « ۱۵ «	۱۲ر۵ «	۰ر۰۵ = ۵٪
۱۵ « ۲۰ «	۱۷ر۵ «	۰ر۰۹ = ۹٪
۲۰ « ۲۵ «	۲۲ر۵ «	۰ر۳۰ = ۳۰٪
۲۵ « ۳۰ «	۲۷ر۵ «	۰ر۱۸ = ۱۸٪
۳۰ « ۳۵ «	۳۲ر۵ «	۰ر۱۵ = ۱۵٪
۳۵ « ٤۰ «	۳۷ر۵ «	۰ر۰۹ = ۹٪
٤۰ « ٤۵ «	٤۲ر۵ «	۰ر۰۵ = ۵٪
٤۵ « ۵۰ «	٤۷ر۵ «	۰ر۰٤ = ٤٪

یک جدول احتمالات مجموع در میآورند و برای این منظور با استفاده از سری اعداد دو رقمی ۰۰ الی ۹۹ احتمالات وابسته به نمونه را که باید تابعی از احتمالات متغیر اتفاقی باشد و در این مسئله بصورت (Σp_i) یاحاصل جمع احتمالات جدول بالااست حساب میکنند این احتمالات وابسته در دو ردیف محاسبه شده است که ردیف اول حاصل جمع احتمالات از راست به چپ با شروع از ۰۰ و ردیف دوم تفاوت احتمالات از چپ به راست باشروع از ۹۹ میباشد. به این معنی که مثلا احتمال توقف نمونه وسیله نقلیه ازصفر تا ۲۲ر۵ دقیقه ۱۹ الی ٤۸ درصد و احتمال مدت توقف از صفر تا ۳۲ر۵ دقیقه ٦۷ الی ۸۱ درصد خواهد بود .

جدول شماره ۵

متوسط مدت توقف در دقیقه (t)	۲ر۵	۷ر۵	۲ر۵	۱۷ر۵	۲۲ر۵	۲۷ر۵	۳۲ر۵	۳۷ر۵	٤۲ر۵	٤۷ر۵
درصد یا احتمال $p(t)$	۰ر۰۲	۰ر۰۳	۰ر۰۵	۰ر۰۹	۰ر۳۰	۰ر۱۸	۰ر۱۵	۰ر۰۹	۰ر۰۵	۰ر۰٤
احتمال وابسته $۰۰+\Sigma p_t$	۰۰	۰۲	۰۵	۱۰	۱۹	٤۹	٦۷	۸۲	۹۱	۹٦
احتمال وابسته از ۹۹ $۹۹-\Sigma p_t$	۰۱	۰٤	۰۹	۱۸	٤۸	٦٦	۸۱	۹۰	۹۵	۹۹

علاوه براین جدول که از روی آمار و اطلاعات دقیق و حقیقی تهیه شده است بطوریکه قبلاهم گفته شد برای آنکه اتفاق یا شانس بتواند کاملا دخالت داشته باشد تعدادی‌هم اعداد دو رقمی اتفاقی درنظر میگیریم که یکی از روش های محاسبه آن بشرح زیر میباشد :

یک عدد چهار رقمی دلخواه مانند $U_0 =$ ۸۳۹۶ را در نظرمیگیریم و سپس آن را بتوان ۲ میرسانیم $U_0^2 =$ ۷۰۴۹۲۸۱۶ سپس از عدد هشت‌رقمی فوق چهار رقم وسط آن را انتخاب میکنیم و آنرا U_1 مینامیم $U_1 =$ ۴۹۲۸ اکنون دوباره عدد U_1 را بتوان ۲ رسانده وچهار رقم وسط آن‌را درنظرمیگیریم وبهمین‌ترتیب عمل را ادامه‌میدهیم حال‌اگر اعداد چهار رقمی که به‌این‌ترتیب بدست آمده است دنبال‌هم بنویسیم یک سری اعداداتفاقی بدست‌میآید مانند سری ۸۳۹۶۴۹۲۸۲۸۵۱۱۲۸۲۱۲۸۲۶۴۳۵۴۰۹۲۰۰۰۰۰۰ که میتوان از آن‌ها بصورت‌اعداد دو رقمی برای احتمالات‌وابسته(۹۹ - ۰۰) و بصورت اعداد سه رقمی برای احتمالات وابسته (۹۹۹ - ۰۰۰)نمونه‌ها‌بعنوان‌اعداداتفاقی‌استفاده نموده حال فرض میکنیم که اعداد دورقمی اتفاقی موردنیاز برای مسئله فوق که از تابل‌سری اعداد اتفاقی استخراج شده است بشرح زیر باشد :

۱۰ — ۹۰ — ۲۷ — ۱۴ — ۳۹ — ۵۲ — ۲۹ — ۲۴ — ۷۹ — ۹۰ — ۲۳ — ۱۳ — ۱۷ — ۴۳ — ۰۰۰۰۰۰

و اگر این‌اعداداتفاقی‌را با احتمالات وابسته جدول شماره ۵ مقایسه کنیم در مقابل آن‌ها مدت متوسط‌توقف وسائل نقلیه نمونه بشرح جدول زیربدست میآید که‌درحقیقت یک نمونه یا (Echantillon) از متغیر اتفاقی موردمطالعه است.

جدول شماره ۶

عدد دو رقمی اتفاقی	۱۰	۹۰	۲۷	۱۴	۳۹	۵۲	۲۹	۲۴	۷۹	۹۰	۲۳
مدت‌متوسط توقف نمونه	۱۷ر۵	۳۷ر۵	۲۲ر۵	۱۷ر۵	۲۲ر۵	۲۷ر۵	۲۲ر۵	۲۲ر۵	۳۲ر۵	۳۷ر۵	۲۲ر۵

علاوه براطلاعات فوق‌بایدآمار دقیق‌حقیقی‌طرز رسیدن‌وسائل نقلیه به‌محوطه فروشگاه‌را هم‌دردست داشته باشیم و فرض میکنیم که این آمار بصورت جدول زیرباشد که چند درصد یا احتمال تعداد وسائل نقلیه که درهر ۵ دقیقه وارد محوطه پارکینگ میشوند در آن ذکر شده است.

و بعلاوه برای این متغیر اتفاقی هم احتمال وابسته یا احتمال نمونه را با استفاده از آمار مزبور با اعداد سه رقمی ۰۰۰ - ۹۹۹ به ترتیبی که برای جدول شماره ۵ گفته شد در ردیف‌های آخر این جدول حساب کرده‌ایم.

جدول شماره ۷

تعداد وسائل نقلیه وارده در ۵ دقیقه c	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
درصد یا احتمال (pc)	۷ر۵	۹ر۵	۱۱ر۵	۲۰ر۵	۱۷ر۵	۱۴ر۰	۷ر۵	۵ر۵	۳ر۵	۲ر۵	۰ر۵
احتمال وابسته $000 + \Sigma pc$	۰۰۰	۰۷۵	۱۷۰	۲۸۵	۴۹۰	۶۶۵	۸۰۵	۸۸۰	۹۳۵	۹۷۰	۹۹۵
احتمال‌وابسته ۹۹۹ $- \Sigma pc$	۰۷۴	۱۶۹	۲۸۴	۴۸۹	۶۶۴	۸۰۴	۸۷۹	۹۳۴	۹۶۹	۹۹۴	۹۹۹

اکنون بازهم بااستفاده ازسری اعداد اتفاقی سه رقمی مشروح زیر :

۴۷۱ — ۷۲۲ — ۹۴۶ — ۷۰۳ — ۳۹۷ — ۲۷۱ — ۶۷۵ — ۳۴۳ — ۹۷۳ — ۰۹۸ — ۶۰۲ — ۷۱۷ — ۰۰۰

و مقایسه آن‌ها با احتمالات وابسته جدول شماره ۷ تعداد وسائل نقلیه وارده درهره دقیقه در مورد نمونه متغیر اتفاقی مورد نظر طبق جدول زیر بدست‌میآید.

جدول شماره ۸

عدد سه رقمی اتفاقی	۴۷۱	۷۲۲	۹۴۶	۷۰۳	۳۹۷	۲۷۱	۶۷۵	۳۴۳	۹۷۳	۰۹۸	۶۰۲	۷۱۷
تعداد وسائل نقلیه نمونه وارده دره دقیقه	۳	۰	۸	۵	۳	۲	۵	۳	۹	۱	۴	۵

بطوریکه از جدول‌های شماره ۵ و ۷ استنباط میشود اسپرانس یا متحمل‌ترین مدت متوسط توقف وسائل نقلیه و همچنین متحمل‌ترین تعداد وسائل نقلیه که در ۵ دقیقه وارد میشوند به‌ترتیب :

$$\frac{۱}{۱۰۰}(۵ + ۲۲٫۵ + ۶۲٫۵ + ۱۵۷٫۵ + ۶۷۵ + ۴۹۵ + ۴۸۷٫۵ + ۳۳۷٫۵ + ۲۱۲٫۵ + ۱۹۰) =$$

۲۶٫۴۵ دقیقه

$$\frac{۱}{۱۰۰}(۹٫۵ + ۲۳ + ۶۱٫۵ + ۷۰ + ۷۰ + ۴۵ + ۳۸٫۵ + ۲۸ + ۲۲٫۵ + ۵) = ۳٫۷۳$$ عدد در ۵ دقیقه

میباشد که برای هردقیقه $۰٫۷۴۶ = ۳٫۷۳ \times \frac{۱}{۵}$ خواهد شد

و بنابراین چنین بنظر میرسد که تعداد محل های لازم برای پارکینگ مشتریان بطوریکه همواره محل خالی موجود باشد (عدد ۲۰ = ۰٫۷۴۶ × ۲۶٫۴۵) خواهد بود.

درصورتیکه اگربه روش شبیه‌سازی‌و با استفاده از جدول‌های شماره ۶ و ۸ که در آن‌ها مدت‌متوسط توقف وسائل نقلیه وتعداد این‌وسائل که درهر ۵دقیقه واردمیشوند به کمک‌اعداد اتفاقی‌که برای نمونه‌ها تعیین شده است تعداد و مدت‌اشغال محل های پارکینگ را دنبال‌هم محاسبه کنیم ملاحظه خواهد شد که حتی باداشتن ۳۰ عدد محل پارکینگ‌معذالک‌پس از ۲ ساعت و ۳۲دقیقه از شروع بکار مشتریان‌فروشگاه میباید هریک ۵ دقیقه انتظار بکشند تا یک محل خالی پیدا کنند. طرز محاسبه این طور است که دراولین نمونه طبق‌جدول شماره هشت ۳ نفرمشتری پس‌از ۲٫۵ دقیقه وارد توقف‌گاه میشوند که طبق جدول‌شماره ۶ به‌ترتیب ۱۷٫۵ و ۳۷٫۵ و ۲۲٫۵ دقیقه توقف خواهند کرد و بنابراین پارکینگ‌های مربوطه پس از ۲۰ و ۴۰ و ۲۵ دقیقه آزاد خواهد شد و در دومین نمونه ۵ نفر مشتری جدید پس از ۷٫۵ دقیقه وارد پارکینگ میشوند و به‌ترتیب ۱۷٫۵ — ۲۲٫۵ — ۲۷٫۵ — ۲۲٫۵ — و ۲۲٫۵ دقیقه توقف خواهند کرد و بنابراین محل های مربوطه پس‌از ۲۵ دقیقه و ۳۰ دقیقه و ۳۵ دقیقه و ۳۰ دقیقه و ۳۰ دقیقه از شروع بکار آزاد خواهند شد واگر بهمین ترتیب ادامه دهیم می‌بینیم که درساعت ۲ و ۳۲ دقیقه ازشروع بکارتمام ۳۰ عدد محل های پارکینگ اشغال میشود و ازاین زمان انتظار مشتریان شروع خواهد شد.

مثال ۲ - دراین مسئله موضوع مورد مطالعه مقایسه دوسیاست مختلف برای تجدید ذخیره یک انبارکالا میباشدکه به روش شبیه سازی بهترین راه‌حل آن بدست خواهد آمد.

فرض میکنیم که مقدار درخواست روزانه کالا درانبار مورد بحث که یک متغیر اتفاقی است بوسیله آمار دقیق بشرح جدول زیر تعیین شده باشد.

جدول شماره ۹

درخواست روزانه برای n عدد کالا	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
احتمال درخواست p(n)	۰ر۰۳	۰ر۰۵	۰ر۱۰	۰ر۲۰	۰ر۳۰	۰ر۳۰	۰ر۰۸	۰ر۰۵	۰ر۰۴	۰ر۰۳	۰ر۰۲

اسپرانس یا محتمل‌ترین مقدار درخواست روزانه کالای مزبور برابر :

۴ر۱۷ = ۰ر۲۰ + ۰ر۲۷ + ۰ر۳۲ + ۰ر۳۵ + ۰ر۴۸ + ۰ر۵۰ + ۱ر۲۰ + ۰ر۶۰ + ۰ر۲۰ + ۰ر۰۵

خواهد شد.

درمقابل این درخواست باید اقدام به تجدید ذخیره شود و برای این منظور دوسیاست ممکن است اتخاذ گردد.

سیاست ۱ - بمحض آنکه موجودی انبار به یک حداقل معین که آنرا (سطح سفارش) یا (Miveau de Commande) مینامندکاهش یابدازطرف انباردار سفارش مقداری کالا برابر مصرف هفته قبل صادر میگردد (دراین مسئله یک هفته ۵ روزکار فرض شده است و درصورتیکه سفارش درآخرین روز هفته صادر شود بجای مصرف هفته قبل مقدار کالای مصرفی همان هفته را درنظر میگیرند).

سفارش گیرنده برای تحویل کالای مورد درخواست انباردار درسررسید معین هیچ تعهدی نمیکند ولی طبق آمار دقیق مهلت تحویل سفارش‌ها بدون‌احتساب روزهای تعطیل و روز سفارش بشرح زیر بدست آمده است.

جدول شماره ۱۰

مهلت تحویل کالای مورد سفارش به روز	۲	۳	۴	۵	۶	۷
احتمال مهلت تحویل کالا	۰ر۱۰	۰ر۱۵	۰ر۲۵	۰ر۲۵	۰ر۱۵	۰ر۱۰

بنابراین اسپرانس یا محتمل‌ترین مهلت کالا برابر :

روز ۴ر۵ = ۰ر۷۰ + ۰ر۹۰ + ۱ر۲۵ + ۱ر۰۰ + ۰ر۴۵ + ۰ر۲۰

خواهد شد:

سیاست ۲ - انباردار مرتبا در آخرین روز هر هفته مقدار ثابتی کالا برابر درخواست متوسط روزانه که بصورت اسپرانس در بالا حساب کردیم ضرب در تعداد روزهای کار هفته یعنی (۲۱ = ۵ × ۱۷ر۴) عدد کالا سفارش میدهد و در این حالت فارش گیرنده ضمانت مینماید که تعداد کالای مورد سفارش را در آخرین روز هفته بعد تحویل نماید بنابراین در سیاست ۲ برخلاف سیاست ۱ هیچ نوع متغیر اتفاقی وجود ندارد.

برای حل مسئله به روش شبیه سازی بطوریکه قبلا هم گفتیم با استفاده از اعداد دورقمی ۰۰-۹۹ احتمال وابسته یا احتمال نمونه (Echantillon) های سربوط به دومتغیر اتفاقی یعنی تعداد کالای مورد درخواست (n) و مهلت تحویل کالای مورد سفارش انباردار (d) را حساب میکنیم و به این ترتیب ۲ جدول زیر بدست میآید :

جدول شماره ۱۱

درخواست روزانه برای (n) عدد کالا	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
احتمال $p(n)$	۰ر۳	۰ر۵	۰ر۱۰	۰ر۲۰	۰ر۳۰	۰ر۱۰	۰ر۰۸	۰ر۰۵	۰ر۰۴	۰ر۰۴	۰ر۰۲
احتمال وابسته ۰۰ $+\Sigma p_n$	۰۰	۰۳	۰۸	۱۸	۳۸	۶۸	۷۸	۸۶	۹۱	۹۵	۹۸
احتمال وابسته ۹۹ $-\Sigma p_n$	۰۲	۰۷	۱۷	۳۷	۶۷	۷۷	۸۵	۹۰	۹۴	۹۷	۹۹

جدول شماره ۱۲

مهلت تحویل کالا d	۲	۳	۴	۵	۶	۷
احتمال $p(d)$	۰ر۱۰	۰ر۱۵	۰ر۲۵	۰ر۲۵	۰ر۱۵	۰ر۱۰
احتمال وابسته ۰۰ $+\Sigma p_d$	۰۰	۱۰	۲۵	۵۰	۷۵	۹۰
احتمال وابسته ۹۹ $-\Sigma p_d$	۰۹	۲۴	۴۹	۷۴	۸۹	۹۹

حال مانند مثال شماره ۱ ، دو سری اعداد اتفاقی دو رقمی در نظرمیگیریم مانند سری

۰۷ — ۷۲ — ۳۲ — ۵۵ — ۵۱ — ۰۳ — ۸۱ — ۶۹ — ۷۶ — ۱۲ — ۹۹ — ۰۰۰۰۰

برای درخواست های روزانه و سری ۲۳ — ۴۵ — ۸۵ — ۷۷ — ۸۲ — ۶۷ — ۵۳ — ۰۰۰۰ برای مهلت تحویل کالا و بامقایسه این ارقام با احتمالات وابسته جدول های بالا جدول های شماره ۱۳ و ۱۴ مربوط به نمونه های

دومتغیر احتمالی مورد بحث یعنی تعداد درخواست روزانه و مهلت تحویل کالای مورد سفارش بدست خواهد آمد.

جدول شماره ١٣

عدد دو رقمی اتفاقی	٠٧	٧٢	٣٢	٥٥	٥١	٠٣	٨١	٦٩	٧٦	١٢	٩٩
تعداد درخواست روزانه (n)	١	٥	٣	٤	٤	١	٦	٥	٥	٢	١٠

جدول شماره ١٤

عدد دو رقمی اتفاقی	٢٣	٤٥	٨٥	٧٧	٨٢	٦٧
مهلت تحویل کالا به روز	٣	٤	٦	٦	٦	٥

ضمناً برای شروع محاسبه فرض میکنیم که ذخیره اولیه کالای مورد نظر ٢١ عدد میباشد ودراولین روزکار هفته هم یک سفارش برای ٢٠ عدد کالاصادر شده است واضح است که مطابق آن چه که دربالا گفته شد تاریخ تحویل این سفارش به انبار طبق جدول مربوطه ٣ روز بعد از سفارش خواهد بود. بطوریکه قبلاً گفته شد علاوه براعداد بالابایدیک عدد هم برای (سطح سفارش) درنظر گرفته شود که عدد ٢٥ راانتخاب کرده‌ایم و به‌این ترتیب باتوجه به کلیه اطلاعات مذکور دربالا جدول شماره ١٥ بدست خواهد آمدبطوریکه ملاحظه میشود این جدول برای ١٠٠ روز پی‌درپی حساب شده است درستون دوم تعداد اتفاقی درخواست کالا طبق جدول ١٣ ودرستون سوم تعداد کالای موجود در هرروز ودرستون چهارم تعداد کالای موردسفارش با توجه به مصرف هفته قبل وبدیهی است ارقام مذکور در ستون ذخیره برابر ذخیره اولیه بعلاوه سفارش منهای درخواست میباشد ودرستون پنجم مهلت اتفاقی تحویل کالا طبق جدول ١٤ ودربعد ازظهرآخرین روز ودرستون ششم مقدار کسر ذخیره که مستلزم جبران خسارت یا پرداخت جریمه ازطرف انباردار میباشد مشخص گردیده‌است بطوریکه درپائین جدول ملاحظه میشود جمع کل ستون ٣ یعنی تعداد کل کالای مورد انبارداری ٢٢٩٢ عدد است وجمع کل ستون ٢ یعنی تعداد کل کالای درخواست‌شده ٤٢٨ عدد وجمع کل ستون ٦ یعنی تعداد کل کسرموجودی انبارهم ٢٦ عدد میباشد.

برای مقایسه دوسیاست مورد بحث فرض میکنیم که هزینه انبارداری برای هرعدد کالا یک فرانک وجریمه یا جبران خسارت کسر موجودی انبار یا بعبارت دیگرعدم تحویل کالا ٧٠ فرانک برای هر عدد کالاباشد. بنابراین هزینه وجبران خسارت درمورد جدول شماره ١٥ کلاً برابر:

فرانک ٤١١٢ = ٧٠ × ٢٦ + ٢٢٩٢ خواهد شد

اکنون برای مقایسه هزینه این سیاست با هزینه سیاست دوم یعنی درخواست آخر هفته و بمیزان ثابت ۱۲ عدد کالا نیز جدول شماره ۱۶ را تهیه میکنیم وبطوریکه درپائین این جدول ملاحظه میشود تعداد کل کالای مورد انبارداری ۲۲۳۴ و تعداد کل کسری انبار هم که مستلزم پرداخت جریمه است (۱۷) میباشد بنابراین هزینه وجبران خسارت درمورد جدول شماره ۱۶ روی هم برابر :

$$۲۲۳۴ + ۱۷ \times ۷۰ = ۳۴۲۴$$ فرانک خواهد شد

و می بینیم که صرفه درانتخاب سیاست دوم است.

ولی طبق جدول های مربوط که مانند جدول ۱۵ تهیه شود خواهیم دید که اگر در سیاست اول سطح سفارش را بجای ۲۵ عدد ۳۰ عدد یا ۳۵ عدد بگیریم دراین صورت تعداد کل کالای مورد انبارداری به ترتیب تامیزان ۲۹۲۶ و ۳۲۷۲ اضافه خواهد شد ولی درمقابل تعداد کسرموجودی انبار به ترتیب به رقم ۷ و صفر کاهش خواهد یافت بعبارت دیگر هزینه وجبران خسارت دراین دوحالت روی هم برابر :

$$۲۹۲۶ + ۷ \times ۷۰ = ۳۴۱۶$$ فرانک

و :

$$۳۲۷۲ + ۰ \times ۷۰ = ۳۲۷۲$$ فرانک خواهد شد

و بنابراین می بینیم که با سطح سفارش های فوق صرفه درانتخاب سیاست اول است (مخصوصاً باسطح سفارش ۳۵) بعلاوه میتوانیم با روش فوق بهترین سطح سفارش را نیز تعیین کنیم باین ترتیب که اگر برای این سطح بجای عدد ۳۵ عدد ۳۳ را در نظر بگیریم این مرتبه تعداد کل کالای مورد انبارداری ۳۱۷۹ خواهد شد ولی درمقابل کسری ذخیره انبار بجای صفر یک خواهد شد ودراین حالت هزینه و جبران خسارت روی هم برابر : $۳۱۷۹ + ۷۰ = ۳۲۴۹$ فرانک میشود که مقدار حداقل تابع تصمیم میباشد بطوریکه دیده میشود اغلب حل این نوع مسائل مستلزم محاسبات مکرر ورسم یک منحنی است که با کمک ماشین های حسابگر بسیار سهل خواهد شد.

جدول شماره (١٥)

سیاست ١ - باسطح سفارش = ٢٥

روز	درخواست	ذخیره	سفارش	مهلت	کسری	روز	درخواست	ذخیره	سفارش	مهلت	کسری	روز	درخواست	ذخیره	سفارش	مهلت	کسری
مبداء		٢١	٢٠	٣		٣٣	٣	١٥				٦٦	٤	٣١			
١	١	٢٠				٣٤	٨	٧				٦٧	٢	٢٩			
٢	٥	١٥				٣٥	٤	٣	٢٤	٥		٦٨	٤	٢٥	١٦	٤	
٣	٣	٣٢				٣٦	٠	٣				٦٩	١٠	١٥			
٤	٤	٢٨				٣٧	٨	١٩			٥	٧٠	٤	١١			
٥	٤	٢٤	١٧	٤		٣٨	٤	١٥				٧١	٤	٧	٢٤	٥	
٦	١	٢٣				٣٩	٩	٦				٧٢	٥	١٨			
٧	٦	١٧				٤٠	٦	٢٤	٢٧	٦		٧٣	٣	١٥			
٨	٥	١٢				٤١	٢	٢٢				٧٤	١٠	٥			
٩	٥	٢٤	١٧	٦		٤٢	٣	١٩				٧٥	٤	١	٢٦	٧	
١٠	٢	٢٢				٤٣	٤	١٥				٧٦	٥	٢٤			٤
١١	١٠	١٢				٤٤	٤	١١				٧٧	٤	٢٠			
١٢	٦	٦	١٩	٦		٤٥	١	١٠				٧٨	٠	٢٠			
١٣	٣	٣				٤٦	٧	٣٠				٧٩	٤	١٦			
١٤	٤	٠			١	٤٧	٣	٢٧				٨٠	٤	١٢			
١٥	٦	١٧			٦	٤٨	٤	٢٣	١٤	٣		٨١	٦	٦			
١٦	٤	١٣				٤٩	٥	١٨				٨٢	٠	٣٢			
١٧	٤	٩				٥٠	٤	١٤				٨٣	٧	٢٥	١٧	٦	
١٨	٨	٢٠	٢٩	٦		٥١	٥	٢٣	٢٣	٢		٨٤	٢	٢٣			
١٩	٣	١٧				٥٢	٤	١٩				٨٥	٧	١٦			
٢٠	٠	١٧				٥٣	٨	٣٤				٨٦	٤	١٢			
٢١	٤	١٣				٥٤	١	٣٣				٨٧	٥	٧	٢٢	٤	
٢٢	٢	١١				٥٥	٣	٣٠				٨٨	٦	١			
٢٣	٨	٣				٥٦	٦	٢٤	٢١	٤		٨٩	٦	٠			٥
٢٤	٣	٢٩				٥٧	٤	٢٠				٩٠	٥	١٧			٥
٢٥	٦	٢٣	٢٣	٥		٥٨	٩	١١				٩١	٤	١٣			
٢٦	٤	١٩				٥٩	٤	٧				٩٢	١٠	٣	٢٦	٢	
٢٧	٨	١١				٦٠	٥	٢٣	٢٨	٦		٩٣	٢	١			
٢٨	٣	٨				٦١	٣	٢٠				٩٤	٠	٢٧			
٢٩	٠	٨				٦٢	٤	١٦				٩٥	٦	٢١	٢٢	٤	
٣٠	٤	٢٧				٦٣	٣	١٣				٩٦	٢	١٩			
٣١	١	٢٦				٦٤	٣	١٠				٩٧	٤	١٥			
٣٢	٨	١٨	١٩	٥		٦٥	٣	٧				٩٨	٠	١٥			
												٩٩	٤	٣٣			
												١٠٠	٢	٣١			

تعداد کل درخواست $\boxed{٤٢٨}$

$\boxed{٢٦}$

کسری ذخیره روی‌هم

ذخیره کل مربوط به‌انبارداری : ٢١+٢٠+١٥+٣٢+٢٨+٠٠٠٠ = $\boxed{٢٢٩٢}$

جدول شماره (۱۶)

سیاست ۲ با سفارش هفتگی ثابت = ۲۱

روز	درخواست	ذخیره	کسری	روز	درخواست	ذخیره	کسری	روز	درخواست	ذخیره	کسری
مبداء		۲۱		۳۳	۳	۱۱		۶۶	٤	۲۲	
۱	۱	۲۰		۳٤	۸	۳		٦۷	۲	۲۰	
۲	٥	۱٥		۳٥	٤	۲۱	۱	٦۸	٤	۱٦	
۳	۳	۱۲		۳٦	۰	۲۱		٦۹	۱۰	٦	
٤	٤	۸		۳۷	۸	۱۳		۷۰	٤	۲۳	
٥	٤	۲٥		۳۸	٤	۹		۷۱	٤	۱۹	
٦	۱	۲٤		۳۹	۹	۰		۷۲	٥	۱٤	
۷	٦	۱۸		٤۰	٦	۲۱	٦	۷۳	۳	۱۱	
۸	٥	۱۳		٤۱	۲	۱۹		۷٤	۱۰	۱	
۹	٥	۸		٤۲	۳	۱٦		۷٥	٤	۲۱	۳
۱۰	۲	۲۷		٤۳	٤	۱۲		۷٦	٥	۱٦	
۱۱	۱۰	۱۷		٤٤	٤	۸		۷۷	٤	۱۲	
۱۲	٦	۱۱		٤٥	۱	۲۸		۷۸	۰	۱۲	
۱۳	۳	۸		٤٦	۷	۲۱		۷۹	٤	۸	
۱٤	٤	٤		٤۷	۳	۱۸		۸۰	٤	۲٥	
۱٥	٦	۲۱	۲	٤۸	٤	۱٤		۸۱	٦	۱۹	
۱٦	٤	۱۷		٤۹	٥	۹		۸۲	۰	۱۹	
۱۷	٤	۱۳		٥۰	٤	۲٦		۸۳	۷	۱۲	
۱۸	۸	٥		٥۱	٥	۲۱		۸٤	۲	۱۰	
۱۹	۳	۲		٥۲	٤	۱۷		۸٥	۷	۲٤	
۲۰	٥	۲۳		٥۳	۸	۹		۸٦	٤	۲۰	
۲۱	٤	۱۹		٥٤	۱	۸		۸۷	٥	۱٥	
۲۲	۲	۱۷		٥٥	۳	۲٦		۸۸	٦	۹	
۲۳	۸	۹		٥٦	٦	۲۰		۸۹	٦	۳	
۲٤	۳	٦		٥۷	٤	۱٦		۹۰	٥	۲۱	۲
۲٥	٦	۲۱		٥۸	۹	۷		۹۱	٤	۱۷	
۲٦	٤	۱۷		٥۹	٤	۳		۹۲	۱۰	۷	
۲۷	۸	۹		٦۰	٥	۲۱	۲	۹۳	۲	٥	
۲۸	۳	٦		٦۱	۳	۱۸		۹٤	۰	٥	
۲۹	۰	٦		٦۲	٤	۱٤		۹٥	٦	۲۱	۱
۳۰	٤	۲۳		٦۳	۳	۱۱		۹٦	۲	۱۹	
۳۱	۱	۲۲		٦٤	۳	۸		۹۷	٤	۱٥	
۳۲	۸	۱٤		٦٥	۳	۲٦		۹۸	۰	۱٥	
								۹۹	٤	۱۱	
								۱۰۰	۲	۳۰	

تعداد کل درخواست $\boxed{۴۲۸}$

کسری ذخیره روی‌هم $\boxed{۱۷}$

ذخیره کل انبارداری: ۲۱ + ۲۰ + ۱٥ + ۱۲ + ۸ + ۲٥ + ۰۰۰۰ = $\boxed{۲۲۳٤}$