بررسی مسائل دینامیک کابلهای متقاطع بااستفاده از روش تفاوتهای محدود

(نوسانات آزاد واجباری)

نوشته

مارکار گریگوریان

دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی آریامهر

خلاصه .

دراین مقاله روش جدیدی مبتنی برکاربرد معادلات تفاوتهای محدود برای تجزیه وتحلیل نوسانات طبیعی واجباری کابلهای منظم متقاطع ارائه گردیده است. بااستفاده از روش پیشنهادی میتوان فرکانسهای تشدید[۱] سیستمهای مورد بحث را بآسانی بدست آورد. جرم هرواحد اصلی تکراری ازسیستم کابلهای متقاطع درمرکز آن تمرکز داده شده وگسترش جرم در تمام نقاط تقاطع یکسان میباشد. تنش کششی کابلهائیکه در یک جهت قراردارند برابر بوده وطبق معمول از صلبیت خمشی موضعی کابلها صرفنظر میگردد. ابتدا معادلات تعادل مربوط بیک تغییرفرم اختیاری بطور مشروح بیان گردیده وسپس معادلات ارتعاشات دستگاه بدست میآیند مراحل اساسی این تجزیه وتحلیل توسط چند مثال ساده عددی تشریح گردیده‌اند.

(۱ - ۱) مقدمه

مسئله نوسانات کابلهای بارگذاری شده سالیان متوالی مورد توجه مهندسین رشته های مختلف فنی نظیرساختمان ، برق ، مکانیک ، مخابرات وهمچنین محققین ریاضیات صنعتی بوده است. اخیراً نیز بعلت استفاده زیاد ازکابلهای متقاطع برای پوشش سطوح وسیع وهمچنین استفاده از مدل مکانیکی آن برای مسائل مخابراتی مطالعه نوسانات طبیعی وفرکانس تشدید اینگونه کابلها نظر متخصصین فن را بخود جلب نموده است دراینمورد میتوان بعنوان مثال از مسئله نوسانات صفحه های مسلح (تقویت شده) بلندگوها نام برد. موضوع استفاده از روش تفاوتهای محدود برای تجزیه وتحلیل نوسانات کابلهای منفرد بارگذاری

۱ — Resonance

شده‌فکر جدیدی نبوده‌ومحققین دیگری‌نیز از آن‌استفاده نموده‌اند.ولی متاسفانه راه‌حلهای قبلی (کابلهای‌منفرد) نسبتاً پیچیده بوده واستفاده از آنها درمورد کابلهای متقاطع نتیجه کاملا دقیق ومنطقی بدست نمیدهد ازاینرو دراین مقاله ابتدا راه حل جدید وبهتری برای نوسانات کابلهای منفرد منظم ارائه گردیده وسپس با استفاده از آن مسائل دینامیک کابلهای متقاطع فرموله وحل میگردند.

ازخصوصیات مهم روش پیشنهادی این است که میتوان با تعمیم آن نوسانات اجباری سیستمهای مورد بحث این مقاله را تحت بارهای اختیاری نیر مورد مطالعه قرارداد. باین مسئله نیز بطوراختصار اشاره گردیده است.

۱ - ۲ - تئوری ، نوسانات آزادکابلهای منفرد با p درجه‌آزادی .

برای بدست آوردن معادلات تعادل اینگونه سیستم‌ها میتوان چنین استدلال نمود که جرم کابل یکنواخت AB که بین دونقطه A و B (که در امتداد افق قراردارند) تحت کشش T مهار شده است ، در مقایسه باهریک از p جرم ρ که بطور منظم در فواصل a در طول کابل قرارگرفته‌اند قابل چشم پوشی میباشند.(شکل ۱ ـ الف).

بادرنظرگرفته تعادل دو قطعه کابل محدود بین مختصات ($x+1$ و x) و ($x-1$ و x) میتوان معادله کلی تعادل سیستم را برحسب تغییرافت‌های[1] مربوطه بصورت زیر نوشت (دراین‌حالت‌خاص هنگام مراجعی بشکل ۱ الف ازمتغیر y چشم پوشی شود).

$$-F_{(x\,,\,t)}=\frac{T}{a}\Big[\,(\delta_x-\delta_{x-1})+(\delta_x-\delta_{x+1})\Big] \qquad (۲-۱-۱)$$

که‌در آن $F_{(x\,,\,t)}=\rho\dfrac{\partial^2\delta_x}{\partial t^2}$ بار دینامیکی مؤثر دربند یاگره اختیاری x میباشد. رابطه (۱ - ۱ - ۲) پس ازاعمال عوامل جابجائی تفاوتهای محدود وهمچنین برقراری مقدار $F_{(x\,,\,t)}$ بصورت زیردرمیآید :

$$\Big[\,\rho\times\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\frac{T}{a}\cdot(E_x-2+E_x^{-1})\,\Big]\delta_x=0 \qquad (۲-۱-۲)$$

درعبارت فوق عوامل جابجائی E_x و E_x^{-1} برحسب تعریف عملیات زیر راانجام میدهند.

$$E_x\cdot f_{(x)}=f_{(x+1)} \qquad \text{و} \qquad E_x^{-1}\cdot f_{(x)}=f_{(x-1)}$$

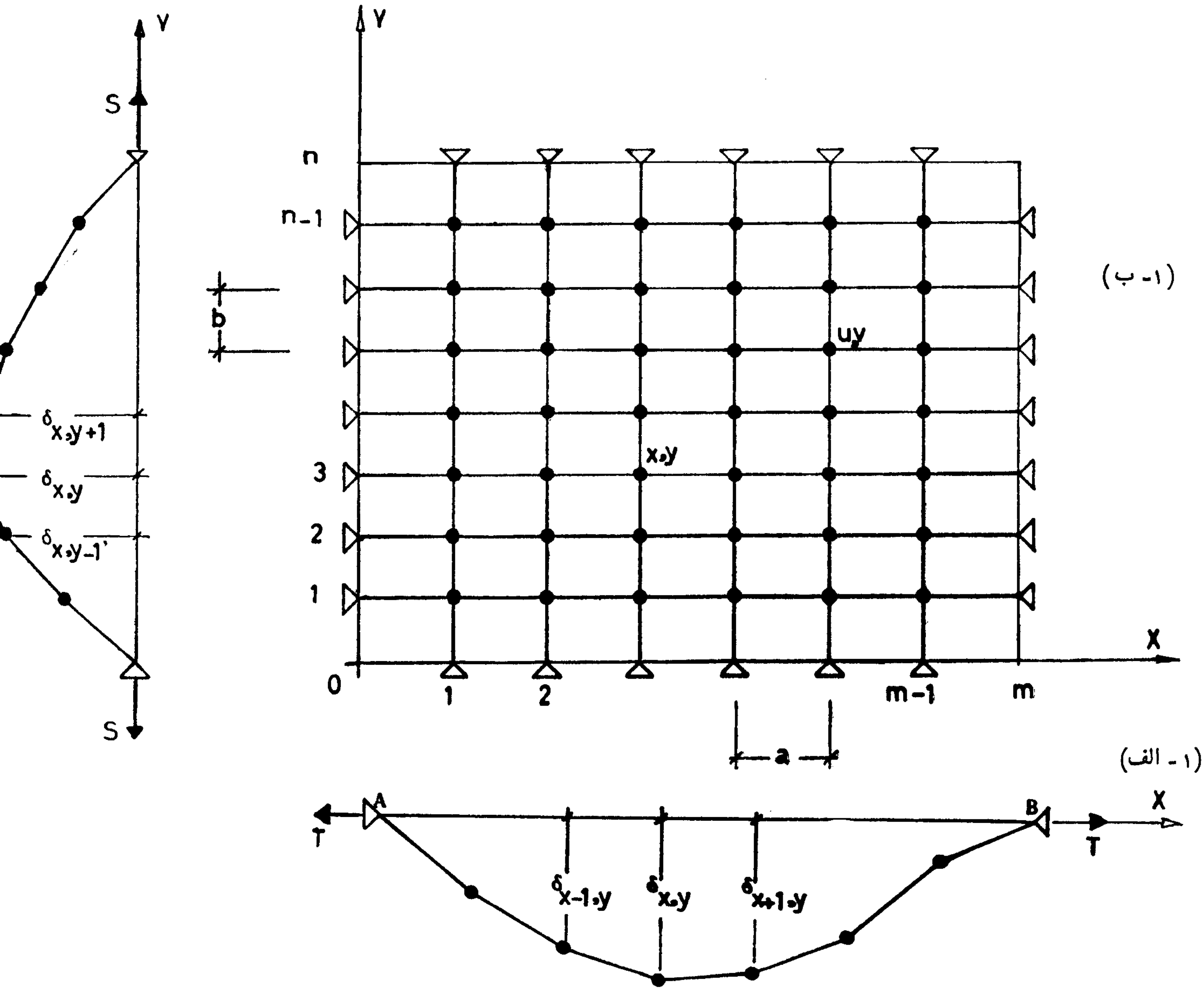
۲ ـ ۲ ـ حل .

تغییرات هندسی سیستم موردنظر را میتوان در زمان t وبا درنظرگرفتن شرایط حدی :

$$\left|\begin{array}{l}x=0\\ \delta_x=0\end{array}\right. \qquad\qquad \left|\begin{array}{l}x=m=p+1\\ \delta_x=0\end{array}\right.$$

۱ — Drop

شکل ۱ - ۱ سیستم کابلهای متقاطع ونیمرخهای x و y



توسط سری محدود سینوسی زیر توجیه نمود :

$$\delta_{x\,,\,t}=\sum_{i=1}^{m-1} A_i.\sin\alpha x.\sin\omega t \qquad (۲-۲-۱)$$

که در آن برای اختصار $\alpha=\frac{i\pi}{m}$ اختیار گردیده است.

ضریب کلی A_i مبین دامنه نیمرخ i ام میباشد. مقدار A_i نامعین بوده و از معادلات حذف میگردد ازجانشین کردن رابطه (۱ - ۲ - ۲) در (۲ - ۱ - ۲) خواهیم داشت :

$$A_i\cdot\left[\rho\omega^2-4\frac{T}{a}\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right]\cdot\sin\alpha x\cdot\sin\omega t=0\cdot \qquad (۲-۲-۲)$$

بنابراین معادله کلی فرکانس طبیعی سیستم برحسب پارامترهای کشش T ، فاصله a ، جرم ρ و تعداد جرمها $p=m-1$ بصورت زیربدست میآید :

$$\omega_i^2=\frac{4T}{\rho a}\cdot\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \qquad (۲-۲-۳)$$

ویا هرگاه طول کابل برابر $m.a=L$ باشد خواهیم داشت :

$$\omega_i=2\,.\sin\frac{i\pi}{2m}\cdot\sqrt{\frac{mT}{\rho L}} \qquad (۲-۲-٤)$$

رابطه (٤ - ۲ - ۲) بازاء هرمقدار i باستثناً $i=0\,,m$ فرکانس مربوطه را بدست میدهد. ملاحظه میگردد که بازاء هرمقدار دیگر i که ضریبی از m نباشد فرکانس مکرری بدست خواهد آمد. توضیح آنکه در درسیستمهائیکه تعداد جرمها محدود میباشند تعداد درجات آزادی از تعداد جرمها تجاوز نخواهد کرد.

۳ - ۲ - با استفاده از رابطه فوق میتوان بآسانی حالت خاص ارتعاشات آزاد کابل یکنواخت بمقطع A و وزن مخصوص λ را نیز مطالعه نمود.

دراینصورت هرگاه جرم متمرکز ρ معادل بارکل گسترده برطول a محسوب گردد خواهیم داشت:

$$\rho=a.A.\lambda$$

وچون نسبت $\frac{a}{L}=\frac{1}{m}$ بسیار کوچک میباشد بطوریکه $\sin\left(\frac{i\pi}{2m}\right)=\left(\frac{i\pi}{2m}\right)$ است از ترکیب دو رابطه اخیربا (٤ - ۲ - ۲) معادله فرکانسهای طبیعی کابل یکنواخت بصورت زیر بدست میآید :

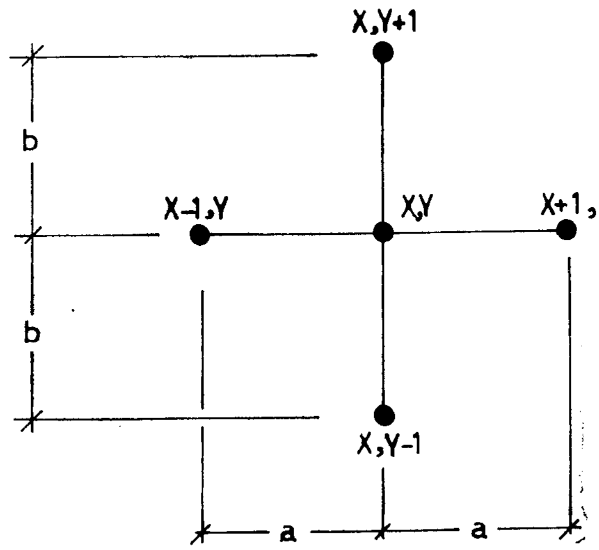
$$\omega_i=\frac{i\pi}{L}\sqrt{\frac{T}{\lambda A}} \qquad i=1,2,3,\cdots\infty \qquad (۲-۳-۱)$$

رابطه اخیر در اغلب کتب کلاسیک ارتعاشات بطور مشروح مورد بحث واقع شده است.

(۱-۳) ارتعاشات آزاد کابلهای متقاطع .

برای تجزیه و تحلیل نوسانات سیستم کابلهای متقاطع نیز میتوان از همان فرضیه های کلی بخش (۱ - ۲) استفاده نمود .

مجموعه کابلهای متقاطع شکل ۱ - ب شامل $(m-۲)$ کابل موازی که بفاصله a از یکدیگر و تحت کشش T درجهت x و $(n-۲)$ کابل موازی که بفواصل b از یکدیگر وتحت کشس S درجهت y قرار دارند میباشد .



المان اختیاری و واحد اصلی تکراری

جرم کل $\rho\times(m-۲)\times(n-۲)$ بطور یکنواخت و شدت ثابت بین $g=(m-۲)\times(n-۲)$ گره یابند (محل تقاطع دو کابل) گسترده شده است . بدیهی شده است که تعداد درجات آزادی نیز برابر g میباشد .

هرگاه $F(x , y , t)$ بار دینامیکی مؤثر دربند اختیاری (x , y) درلحظه t باشد میتوان چنین استنباط نمود که دو کابل متقاطع دربند (x , y) مشترکا در تحمل بار فوق سهیم میباشند چنانکه کابلهایکه درجهت x قراردارد باری معادل $F(x , t)$ و کابلیکه در جهت y قراردارد باری معادل $F(y , t)$ را متحمل میشوند .

واضح است که دراینصورت رابطه :

$$F(x , y ,t)=F(x . t)+F(y , t)=\rho\frac{\partial^{۲}}{\partial t^{۲}}\delta_{x , y} \qquad (۳-۱-۱)$$

برقرار خواهد بود .

حال اگر $\delta_{x , y}$ تغییرافت بند (x , y) درلحظه t فرض شود با توجه به (۱ - ۱ - ۲) درفوق

خواهیم داشت :

$$(۳—۱—۲) \qquad (\text{برای کابلهای } x) \quad F(x\,,\,t)=\frac{T}{a}\left[\,\delta_{x-1\,,\,y}-2\delta_{x\,,\,y}+\delta_{x+1\,,\,y}\right]$$

$$(۳—۱—۳) \qquad (\text{برای کابلهای } y) \quad F(y\,,\,t)=\frac{S}{b}\left[\,\delta_{x\,,\,y-1}-2\delta_{x\,,\,y}+\delta_{x\,,\,y+1}\right]$$

از ترکیب روابط (۳ - ۱ - ۳) و (۲ - ۱ - ۳) و (۱ - ۱ - ۳) وبرقراری عوامل جابجائی،معادله ارتعاشات سیستم کابلهای متقاطع بصورت زیر بدست میاید:

$$(۳—۱—٤) \quad \left[-\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\frac{T}{a}\cdot(E_x-2+E_x^{-2})+\frac{S}{b}\cdot(E_y-2+E_{y-1})\right]\delta_{x\,,\,y}=0$$

حل کامل مسئله مستلزم تعیین تغییر افتی نظیر $\delta_{x\,,\,y}=G(x\,,\,y\,,\,t)$ میباشد که اولاً معادله نوسانات در مورد آن صادق بوده و ثانیاً شرایط حدی داده شده نیزبدقت درآن صدق نمایند شرایط سرحدی مسئله مورد نظربترتیب زیرمیباشند.

درهرلحظه t :

$$\left|\begin{array}{l} x=0 \\ \delta_{x\,,\,y}=0 \end{array}\right. \quad \text{و} \quad \left|\begin{array}{l} x=m=p+1 \\ \delta_{x\,,\,y}=0 \end{array}\right.$$

$$\left|\begin{array}{l} y=0 \\ \delta_{x\,,\,y}=0 \end{array}\right. \quad \text{و} \quad \left|\begin{array}{l} y=n=q+1 \\ \delta_{x\,,\,y}=0 \end{array}\right.$$

باتوجه بشرایط سرحدی فوق معادله تغییرافت زیر برای حل مسئله در نظرگرفته میشود.

$$(۳—۱—۵) \qquad \delta_{x\,,\,y}=\sum_{i=1}^{m-1}\sum_{j=1}^{n-1}A_{ij}\cdot \sin\alpha x\cdot \sin\beta y\cdot \sin\omega t$$

که در آن برای اختصار:

$$\alpha=\frac{i\pi}{m} \qquad \beta=\frac{j\pi}{n}$$

اختیارگردیده‌اند تذکر آنکه :

$$i=1\,,2\,,3\,,4\,,\cdots\cdots\,,m-1$$

و

$$j=1\,,2\,,3\,,4\,,\cdots\cdots\,,n-1$$

برقراری رابطه (۵ - ۱ - ۳) در (٤ - ۱ - ۳) رابطه کلی زیر را برای فرکانسهای طبیعی دستگاه بدست میدهد.

$$(۳—۱—٦) \qquad \omega^2_{ij}=\frac{4}{\rho}\left[\frac{T}{a}\cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)+\frac{S}{b}\cdot \sin^2\left(\frac{\beta}{2}\right)\right]$$

ویا

$$\omega_{ij}=۲\cdot\sqrt{\frac{T}{\rho . a}\left[\sin^{۲}\left(\frac{i\pi}{۲m}\right)+\left(\frac{S.a}{T.b}\right)\cdot\sin^{۲}\left(\frac{j\pi}{۲n}\right)\right]} \qquad (۳-۱-۷)$$

ملاحظه میگردد که با پارامترهای داده شده میتوان فرکانس مربوط بهر j , i اختیاری را بآسانی محاسبه نمود.

٤ ـ مثال عددی.

مثال عددی زیر برای روشن نمودن کاربر رابطه (۷ ـ ۱ ـ ۳) درنظر گرفته شده است.

فرض میکنیم:

$m=n=٤$, $T=S$, $a=b$ باشند

نه نوسان طبیعی سیستم با استفاده از رابطه (۷ ـ ۱ ـ ۳) در جدول زیر خلاصه‌شده‌اند:

مقادیر $\dfrac{\omega_{ij}}{\sqrt{\dfrac{٤ . T}{\rho . a}}}$

$j \backslash i$	۱	۲	۳
۱	$\sqrt{\frac{۱}{۲}}$	۱	$\sqrt{\frac{٥}{٤}}$
۲	۱	$\sqrt{\frac{۳}{۲}}$	$\sqrt{\frac{۷}{٤}}$
۳	$\sqrt{\frac{٥}{٤}}$	$\sqrt{\frac{۷}{٤}}$	$\sqrt{۲}$

(۲ ـ ۳) نوسانات اجباری کابلهای متقاطع.

هرگاه مجموعه کابلهای متقاطع تحت تأثیر بار اختیاری مرتعشی نظیر $Q(u , v , t)$ که دربند (u , v) اعمال شده است قرارگیرد معادله تعادل (بفهموم دینامیکی) بصورت زیر درخواهد آمد.

$$\left[-\rho\frac{\partial^{۲}}{\partial t^{۲}}+\frac{T}{a}\cdot(E_x-۲+E_x^{-۱})+\frac{S}{b}\cdot(E_y-۲+E_y^{-۱})\right]\delta_{x,y}=Q(x , y , t) \qquad (۳-۲-۱)$$

حل معادله‌فوق شامل حل دوقسمت معادله‌متجانس و انتگرال خصوصی آن میباشد.

حل قسمت اول $Q(u , v , t)=o$ یا معادله (٤ ـ ۱ ـ ۳) مبین نوسانات آزاد دستگاه میباشد که درقسمت (۱ ـ ۳) این مقاله تشریح گردیده است. قسمت دوم یا حل معادله (۱ ـ ۲ ـ ۳) با $Q(u , v , t)\neq o$ معرف نوسانات اجباری سیستم میباشد که ذیلا و بطورخلاصه مطالعه میگردد.

درصورتیکه گسترش بار دینامیکی اعمال شده بصورت $Q(x , y , t)=P(x , y)\cdot\sin\omega t$ باشد میتوان آنرا باسری محدد دوگانه سینوسی زیر برای هربند اختیاری $x=u$ و $y=v$ درلحظه t بیان نمود.

$$Q(x,y,t)=\sum_{i=1}^{m-1}\sum_{j=1}^{n-1} p_{ij}\sin\alpha x\cdot\sin\beta y \qquad (۳-۲-۲)$$

که در آن ضریب کلی P_{ij} از عبارت زیر بدست میآید :

$$P_{ij}=\frac{٤}{m.n}\sum_{x=1}^{m-1}\sum_{y=1}^{n-1} p(x,y)\cdot\sin\alpha x\cdot\sin\beta y \qquad (۳-۲-۳)$$

چنانچه بار $P.\sin\omega t$ دربند $x=u$ و $y=v$ اعمال شود از رابطه (۳ - ۲ - ۳) خواهیم داشت

$$P_{ji}=\frac{٤P}{mn}\cdot\sin\alpha u\cdot\sin\beta v\cdot\sin\omega t \qquad (۳-۲-۲)$$

بدین ترتیب برای (۲ - ۲ - ۳) خواهیم داشت.

$$Q(x,y,t=\frac{٤P}{mn}\sum_{i=1}^{m-1}\sum_{j-1}^{n=1}\sin\alpha x\cdot\sin\beta y\cdot\sin\alpha u\cdot\sin\beta v\cdot\sin\omega t \qquad (۳-۲-٥)$$

با درنظر گرفتن شرایط مسئله قبل معادله تغییر افت (٥ - ۱ - ۳) باضریب کلی مجهول A_{ij} را انتخاب مینمائیم.

$$\delta_{x,y}=\sum_{i=1}^{m-1}\sum_{j-1}^{n-1} A_{ij}\cdot\sin\alpha x.\sin\beta y\cdot\sin\omega t \qquad (۳-۲-٦) \text{ و } (۳-۱-٥)$$

با استفاده از مقادیر داده شده توسط معادلات (٦ - ۲ - ۳) و (٥ - ۲ - ۳) در (۲ - ۲ - ۳) ضریب مجهول A_{ij} بدست میآید :

$$A_{ij}=\frac{٤P\cdot\sin\alpha u\cdot\sin\beta v}{m.n\left[\rho.\omega^۲-٤\left(\frac{T}{a}\cdot\sin^۲\left(\frac{a}{۲}\right)+\frac{S}{b}\cdot\sin^۲\left(\frac{\beta}{۲}\right)\right)\right]} \qquad (۳-۲-۷)$$

واز آنجا خواهیم داشت :

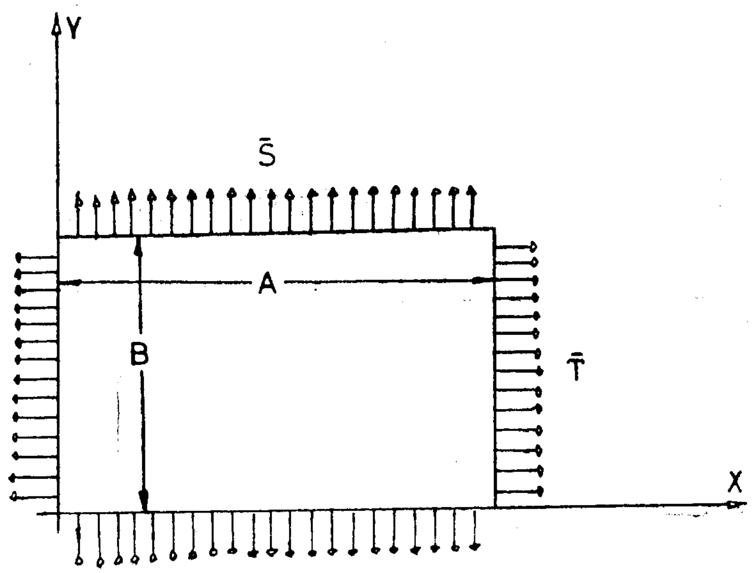
$$\delta_{x,y}=\frac{٤.P}{\rho}\sum_{j-1}^{m-1}\sum_{i=1}^{n-1}\frac{\sin\alpha x\cdot\sin\beta y\cdot\sin\alpha u\cdot\sin\beta v\cdot\sin\omega t}{m.n\left[\rho.\omega^۲-٤\left(\frac{T}{a}\cdot\sin^۲\left(\frac{a}{۲}\right)+\frac{S}{b}\cdot\sin^۲\left(\frac{\beta}{۲}\right)\right)\right]} \qquad (۳-۲-۸)$$

رابطه اخیر مبین تغییرافت بند اختیاری y و x از سیستم کابلهای متقاطع تحت اثرباری بفرکانس ω که دربند v و u اعمال شده است میباشد ملاحظه میگردد که فرکانس تشدید مربوط بـه تغییرافت‌های بسیار بزرگ میباشد که ازصفرگذاشتن مخرج عبارت فوق و نظیر (٦ - ۱ - ۳) بدست میآید.

۳-۳ تشابه بین غشاء های جدار نازك و کابلهای متقاطع .

چنانچه در محاسبات فنی مرسوم است در مواردی که حل دقیق وصحیحی برای دستگاه خاصی در دست نیست سعی میشود که از محاسبات مربوط به دستگاهی که رفتارش مشابه دستگاه مورد نظر میباشد استفاده گردد . مثلاً برای حل مسائل خمشی و پیچشی تیرهای متقاطع ازفرمولها و روابط صفحات نازك استفاده میشود . برای محاسبه نوسانات کابلهای منظم متقاطع تاکنون راه حل دقیقی در دست نبوده است وبرای انجام این منظور از تشابه بین عملکرد این سیستم وغشاءهای جدار نازك استفاده میشده است . این مشروط برآنستکه تکیه گاهها ومشخصات هندسی درسیستم کاملاً مشابه باشد . این راه حل هرچند منطقی وعاقلانه بنظرمیرسد معهذا تقریبی بوده و درجه تقریب آن نیز درحالت کلی مشخص نیست برای تحقیق این امر میتوان دورابطه (۷ - ۱ - ۳) و (۱ - ۳ - ۳) را مقایسه نمود رابطه اول مبین نوسانات یک سیستم کابلهای منظم متقاطع بوده و رابطه دوم مربوط بفرکانسهای طبیعی یک غشاء مستطیل شکل به ابعاد A و B و λ (درواحد سطح) که تحت کششهای $\bar{T}$ و $\bar{S}$ قراردارد میباشد .

$$\omega_{ji} = \pi \cdot \sqrt{\frac{\bar{T}}{\lambda} \cdot \left(\frac{i}{A}\right)^{2} + \frac{\bar{S}}{\lambda} \cdot \left(\frac{j}{B}\right)^{2}} \qquad (۱—۳—۳)$$



غشاء جدار نازك تحت کششهای یکنواخت

کاربرد رابطه فوق تنها درمواردی صحیح میباشد که تعداد کابلهای متقاطع در دوجهت بسیارزیاد باشند یا بعبارت دیگرتقریب فوق فقط باید درحالتی مورد استفاده قرارگیرد که دو رابطه زیرصادق باشند .

$$\sin\left(\frac{i\pi}{2m}\right) = \left(\frac{i\pi}{2m}\right) \quad \text{و} \quad \sin\left(\frac{j\pi}{2n}\right) = \left(\frac{j\pi}{2n}\right)$$

اثبات این نظریه بترتیب زیر است از (۶ - ۱ - ۳) داریم .

$$\omega^{2}_{ji} = \frac{4}{\rho} \cdot \left[\frac{T}{a} \cdot \sin^{2}\left(\frac{i\pi}{2m}\right) + \frac{S}{b} \cdot \sin^{2}\left(\frac{j\pi}{2n}\right)\right]$$

چون ρ جرم متمرکز معادل جرم λ در واحد سطح میباشد داریم :

$$\rho=\lambda . a . b$$

همچنین چون فاصله a و b کابلها بسیار کوچک و درنتیجه مقادیر m و n بسیار بزرگ میباشند عملاً خواهیم داشت :

$$sin^۲\left(\frac{i\pi}{۲m}\right)=\left(\frac{i\pi}{۲m}\right)^۲ \quad و \quad sin^۲\left(\frac{j\pi}{۲n}\right)^۲=\left(\frac{j\pi}{۲n}\right)^۲$$

بنابراین (۹ - ۱ - ۳) بصورت زیردرمیآید :

$$\omega^۲{}_{ij}=\frac{٤}{ab\lambda}\left[\frac{T}{a}\cdot\left(\frac{i\pi}{۲m}\right)^۲+\frac{S}{b}\cdot\left(\frac{j\pi}{۲n}\right)^۲\right]$$

ویا :

$$\omega^۲{}_{ij}=\frac{\pi^۲}{\lambda}\left[\frac{T}{b}\cdot\left(\frac{i}{am}\right)^۲+\frac{S}{a}\cdot\left(\frac{i}{bn}\right)^۲\right]$$

ولی از تشابه دو دستگاه داریم $b.n=B$ و $a.m=A$.

تنشهای اعمال شده برواحد طول‌عبارتند از $S=\bar{S}.a$ و $T=\bar{T}.b$.

از برقراری مقادیرفوق درمعادله تبدیلی فرکانس معادله همان فرکانسهای غشائی بدست میآید سپس همان رابطه (۱ - ۳ - ۳) بدست‌میآید.

$$\omega_{ij}=\pi\sqrt{\frac{\bar{T}}{\lambda}\cdot\left(\frac{i}{A}\right)^۲+\frac{\bar{S}}{\lambda}\cdot\left(\frac{j}{B}\right)^۲}$$

بدیهی است دراینصورت تعداد درجات‌آزادی بینهایت بوده واز j و i میبایست بترتیب زیراستفاده شود.

$$\begin{matrix} i \\ j \end{matrix} = ۱ , ۲ , ۳ , ٤ , ٥ , \cdots\cdots\infty$$

(۱ - ٤) نتیجه .

دراین مقاله دونکته درخور تعمق بیشتری میباشد : ۱ - دقت جوابها و ۲ روش حل .

درطی مقاله نشان داده شده است که با استفاده از روش تحلیلی تفاوتهای محدود میتوان مسائل دینامیک کابلهای متقاطع را بدقت و بسهولت حل نمود. در مورد کابلهای متقاطع برتری ررش جدید (تفاوتهای‌محدود) برروشهای متداول‌وکلاسیک‌ازنقطه نظرسرعت عمل ودقت محاسبات کاملاً آشکارمیباشد مثلاً حل مسئله ارتعاشات کابلهای متقاطع بروشهای کلاسیک مستلزم تعیین معادله نواسانات از ماتریسی بتعداد $(n-۱)\times(m-۱)$ عنصرمیباشد که‌دراینصورت درجه معادله نیزبرابر $(n-۱)\times(m-۱)$ خواهد خواهد بود. بتجربه ثابت گردیده‌است که تنها راه حل منطقی اینگونه معادلات برای رسیدن بجوابهااستفاده از ماشینهای حساب الکترونیکی میباشد. درمقایسه با روشهای کلاسیک مشاهده میگردد که روش پیشنهادی در مورد کابلهای منظم بهترین طریقه موجود میباشد چه برای رسیدن بجوابها بوسیله این روش جدید شاید

احتیاجی بخط کش محاسبه هم نباشد. حل نهائی مسئله فقط مستلزم برقراری پارامترهای فیزیکی وشماره طرز نوسان میباشد. ضمناً مسئله مورد بحث بعلت انتخاب نیمرخهای سینوسی از حالت نامعین بمعین تبدیل شده‌وتجزیه و تحلیل آن بستگی بتعداد نیروهاوتغییرافتهای مجهول ندارد. محدودیت این روش در این است که واحدهای اصلی متشکله دستگاه میبایستی تکراری ویکسان باشند. ولی خوشبختانه ساختمان کابلهای متقاطع عموماً بنحوی است که یکنواخت بودن واحدها اصلی درتصویر افقی دستگاه رعایت میشود.

فهرست مراجع :

۱ - م . گریگوریان

روش جدیدی برای تجزیه وتحلیل ساختمانهای منظم.

نشریه علمی دانشگاه صنعتی آریامهر - دوره اول - شماره اول - آبانماه ۱۳٤٦

۲ - م گریگوریان

تئوری و محاسبات ساختمانهای منظم

نشریه دانشکده فنی - دوره دوم - شماره دهم - اسفند ماه ۱۳٤۷

۳) L. A. PIPES
Applied Mathematics For Engineers ond Scientists,
2 nd, Ed. Mc. Graw Hill Book Co.

قدردانی

این مقاله چکیده قسمتی ازگزارش تحقیقات نظری نویسنده در دانشکده مکانیک دانشگاه آریامهر میباشد نویسنده‌بدینوسیله ازکلیه همکاران ودوستانی که در تهیه وتنظیم این مقاله همکاری نموده‌اند سپاسگزاری مینماید.