

مدل ریاضی جهت تعیین پارامترهای مخازن گاز با استفاده از نظریه کنترل بهینه

داود خیرخواه - دانشکده فنی

چکیده

روشهایی که بیشتر کارشناسان (۷-۱) تاکنون برای تعیین پراکندگیهای KH و ϕ_H بکار برده‌اند، براساس روش حدس و خطا و سیستم متفصل یا گسسته استوار بوده و به هر حال از نظریه کنترل بهینه ۱ برای مخازن گاز استفاده نکرده‌اند. در این گزارش، نظریه کنترل بهینه برای مدل سازی مخازن گاز به کار می‌رود و سپس بهتری پراکندگی KH و ϕ_H با استفاده از اطلاعات واقعی مشخص می‌شود یکی از مزیت‌های اساسی مدل پیشنهادی، داشتن سیستم متصل و پیوسته برای تعیین KH و ϕ_H بهینه است که در نتیجه به حدس و خطا نیازی نخواهد بود.

مشخصات مدل

اگر فرض کنیم X معرف یک منطقه دو بعدی از یک مخزن دارای ضخامت $H(x)$ ، مرز B_e ، قائم به مرز n ، مماس به مرز l و تاریخچه بهره برداری T باشد، شعاع و میزان بهره برداری از چاه شماره j را به ترتیب r_{wj} و q_j بگیریم و M چاه در مخزن فرض کنیم، T نگاه برای هر $t \in T$ و $x \in X$ فشار گاز از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$- \int_{B_{w_j}} KH(x) \frac{\partial \phi}{\partial n} dl = q_j \quad (5)$$

$$KH(x) \frac{\partial \phi}{\partial n} = \tau(s) (\phi - \phi_{ext}) \quad (6)$$

در این روابط $\frac{\partial \phi}{\partial l}$ و $\frac{\partial \phi}{\partial n}$ دیفرانسیلهای پتانسیل گاز در جهت قائم و مماس به مرزهاست، ϕ_{ext} پتانسیل خارجی محاط کننده مخزن است و $\tau(s)$ انتقال پذیری مرز مخزن را نشان می‌دهد.

رابطه (۶) را برای شرایط مرزی مختلف می‌توان به

صورت زیر نوشت

$$\tau(s) = 0 \quad \text{مرز بسته (شرایط نیومان ۱)}$$

$$\tau(s) = \infty \quad \text{مرز دارای فشار ثابت (شرایط دیریکله ۲)}$$

$$0 < \tau(s) < \infty \quad \text{مرز دارای آبده (شرایط فوریه ۳)}$$

وضع ابتدائی مخزن چنین فرض می‌شود

$$\phi(x, 0) = \phi_0 \quad (7)$$

$$\nabla \cdot (KH(x) \frac{P}{\mu z} \nabla P) = \phi_H(x) \frac{\partial (P/z)}{\partial t} \quad (1)$$

با استفاده از پتانسیل گاز که با رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$\phi = \int_{P_b}^P \frac{P}{\mu z} dP \quad (2)$$

رابطه (۱) بدین صورت در می‌آید.

$$\nabla \cdot (KH(x) \nabla \phi) = \phi_H(x) \mu_g C_g \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (3)$$

شرایط مرزی چاهها (B_{w_j}) و مرز مخزن (B_e) هم به صورت زیر است:

$$\frac{\partial \phi}{\partial l} = 0 \quad x \in B_{w_j} \quad (4)$$

$$\nabla \cdot (kH(x) \nabla \psi) = -\phi H(x) \mu_g C_g \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (13)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial l} = 0 \quad (14)$$

$$\int_{B_{w_j}} kH(x) \frac{\partial \psi}{\partial n} dl = 2 \phi^{obs}(x,t) - \phi(x,t) \quad (15)$$

$$KH(x) \frac{\partial \psi}{\partial n} = r(s) \psi \quad (16)$$

$$\psi(x,T) = 0 \quad (17)$$

به دست آوردن روابط الحاقی بالا برای مخازن گاز، به محاسبات نسبتاً طولانی نیاز دارد و طی آن لازم است از مشتقهای مرتبه های بالا صرف نظر شود. این امر، با در نظر گرفتن مقادیر مناسب برای تغییر پارامترها، استفاده از این سیستم را عملی می کند.

حال با در نظر گرفتن روابط بالا، باید مقدار تغییرات لازم هر پارامتر را برای کمینه سازی تابع هدف به دست آوریم. این امر با استفاده از روابط زیر انجام می شود:

$$\delta(KH) = \frac{\left(\frac{\partial J}{\partial KH}\right)}{\frac{\partial J}{\partial KH}} \cdot \delta(KH)_{\text{ابتدایی}}$$

$$\delta(\phi H) = \frac{\left(\frac{\partial J}{\partial \phi H}\right)}{\frac{\partial J}{\partial \phi H}} \cdot \delta(\phi H)_{\text{ابتدایی}}$$

کاربرد مدل

از مدل نامبرده در گزارش برای چندین مخزن گاز در شرایط مختلف استفاده شده است. اما در این گزارش، تنها به شرح دوتا از مخزنهای بررسی شده اکتفا می شود. به

که در آن ϕ_0 معرف پتانسیل ثابت ابتدایی مخزن است. اکنون یک تابع هدف ۴ تعریف می کنیم که از کمینه سازی آن، مقدار $kH(x)$ ، $\phi H(x)$ ، و $r(s)$ بتواند بدست آید.

$$J(kH(x), \phi H(x), r(s)) = \int_0^T \sum_{j=1}^M \left[\phi^{obs}(x,t) - \phi(x,t) \right]^2 dt \quad (8)$$

در رابطه بالا $\phi(x,t)$ ، مقدار واقعی پتانسیل گاز در مدت بهره برداری است. باید دانست که این کمینه سازی باید با در نظر گرفتن روابط (۳) تا (۷) انجام شود. و این امر را می توان با استفاده از حساب تغییرات ۱ که در نظریه کنترل بهینه به کار می رود، انجام داد. برحسب تعریف، تغییر J ، یعنی δJ ، تابعی خطی از تغییر پارامترهای مورد نظر است.

$$\delta J = \iint_x \frac{\partial J}{\partial KH} \delta KH dx + \iint_x \frac{\partial J}{\partial \phi H} \delta \phi H dx + \int_{B_e} \frac{\partial J}{\partial r} \delta r ds \quad (9)$$

بدون هیچ فرضی در مورد روابط جبری توابع مورد نظر، مشتقهای تابعی J برحسب این توابع، به صورت زیر خواهد بود.

$$\frac{\partial J}{\partial KH}(x) = - \int_0^T \nabla \psi \cdot \nabla \phi dt \quad (10)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \phi H}(x) = - \int_0^T \psi \mu_g C_g \frac{\partial \phi}{\partial t} dt \quad (11)$$

$$\frac{\partial J}{\partial r}(s) = \int_0^T \psi (\phi - \phi_{ext}) dt \quad (12)$$

در روابط بالا، $\psi(x,t)$ عبارت از جواب معادلات الحاقی است که از سیستم روابط زیر به دست می آید:

- | | | | |
|-----------------------|---------------------------|----------------------|-----------------------|
| 1- Neuman | 2- Dirichlet | 3- Fourier | 4- Objective function |
| 5- Variation calculus | 6- Functional Derivitives | 7- Adjoint Equations | |

بطور کلی، نکات اساسی که در کاربرد مدل، مطالعه شده، به شرح زیر است:

- ۱- درستی کاربرد نظریه کنترل بهینه برای مخازن گاز
- ۲- تاثیر مقادیر حدسهای ابتدایی بر مقادیر نهایی محاسبه شده به کمک مدل
- ۳- تاثیر نمودار حدسهای ابتدایی بر نمودار نهایی محاسبه شده به کمک مدل

جدول ۱- وضعیت مخزن گاز شماره یک

تعداد تقسیم بندی	۹
فاصله بین تقسیم بندیها	۵۰۰ (فوت)
فشار ابتدایی	۲۰۰۰ (PSI)
دمای مخزن	۶۶۰ (°R)
گرانروی گاز در یک اتمسفر	۰/۰۱ (Cp)

مخزن شماره یک

شکل این مخزن، در شکل ۱ و شرایط مربوط و خواص گاز طبیعی موجود در آن در جدول ۱ ارائه شده است. نتایج ϕH و KH حاصل از به کار بردن مدل کامپیوتری تهیه شده برای مخزن را نیز و شکلهای ۲ و ۳ نشان می دهند. شکل ۴ گویای آن است که مدل توانسته است، به صورت مؤثر عمل کرده و در نتیجه مقدار T را به مقدار بسیار کمی برساند. این امر باعث می شود که فشار حاصل از مدل، تفاوت بسیار کمی با فشار واقعی داشته باشد (شکل ۵). چنانکه این شکلهای نشان می دهند، مدل ریاضی نامبرده می تواند جوابهای گوناگونی برای ϕH و KH ارائه کند که همگی توانایی کمینه سازی T را دارند. همچنین ملاحظه می شود که مقدار حدسهای ابتدایی برای شروع محاسبات، تأثیر مستقیم بر مقدار جوابهای حاصل دارد ولی سیستم همیشه همگراست.

مدل شماره دو

این مدل، مخزن پیچیده تری را نشان می دهد که مشخصات آن در جدول ۲ و شکل شماره ۶ ارائه شده است و برای این مدل لازم بوده ۵۱ مقدار ϕH و KH جداگانه محاسبه شود. مدل کنترل بهینه، با حدسهای مختلف، برای این مخزن به کار رفته است و در هر مورد همگرایی لازم به دست آمده است. شکل ۷ یکی از همگراییهای به دست آمده را نشان می دهد و ملاحظه می شود که مدل T را به حداقل قابل قبول رسانده است.

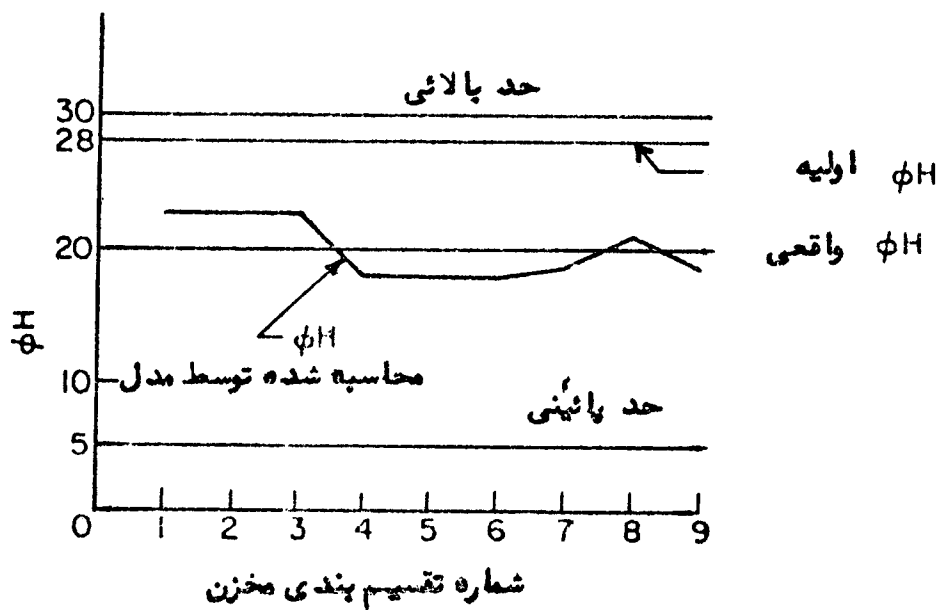
جدول ۲- وضعیت مخزن شماره دو

تعداد تقسیم بندیها	۵۱
فاصله بین تقسیم بندیها	۱۰۰۰ (فوت)
فشار ابتدایی	۳۰۰۰ (PSI)
دمای مخزن	۶۶۰ (°R)
گرانروی گاز در یک اتمسفر	۰/۰۱ (Cp)
تعداد چاهها	۱۰

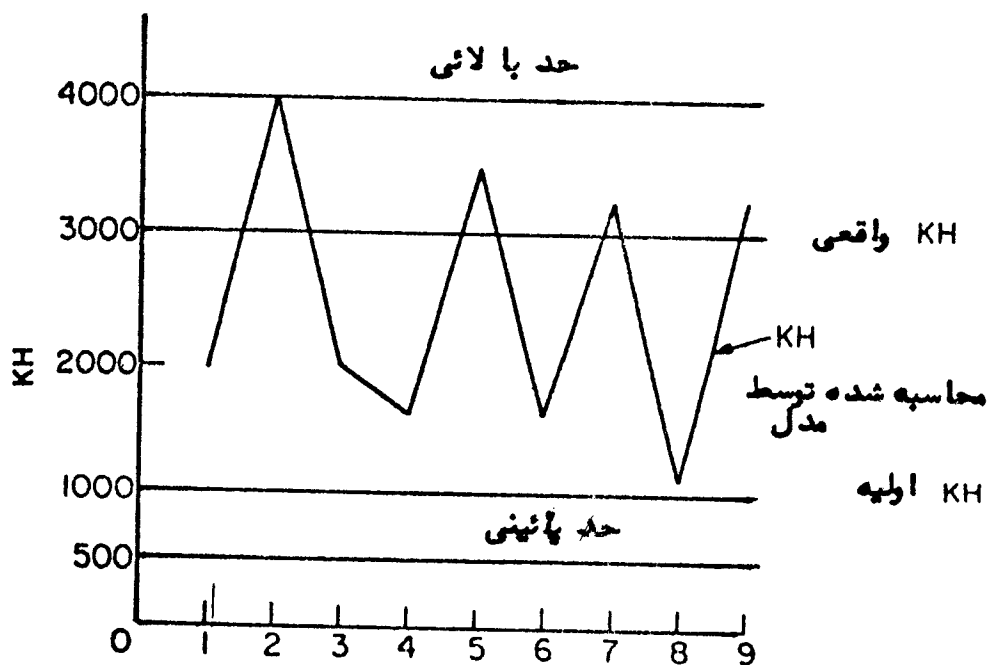
شرایط بهره برداری: از هرچاه ۳۰ میلیون فوت مکعب در روز به مدت ۱۰۰ روز استخراج و سپس در هر چاه ۲۰ میلیون فوت مکعب در روز، به مدت ۵۰ روز، تزریق شده است.

۹	۸	۷
۶	۵	۴
۳	۲	۱

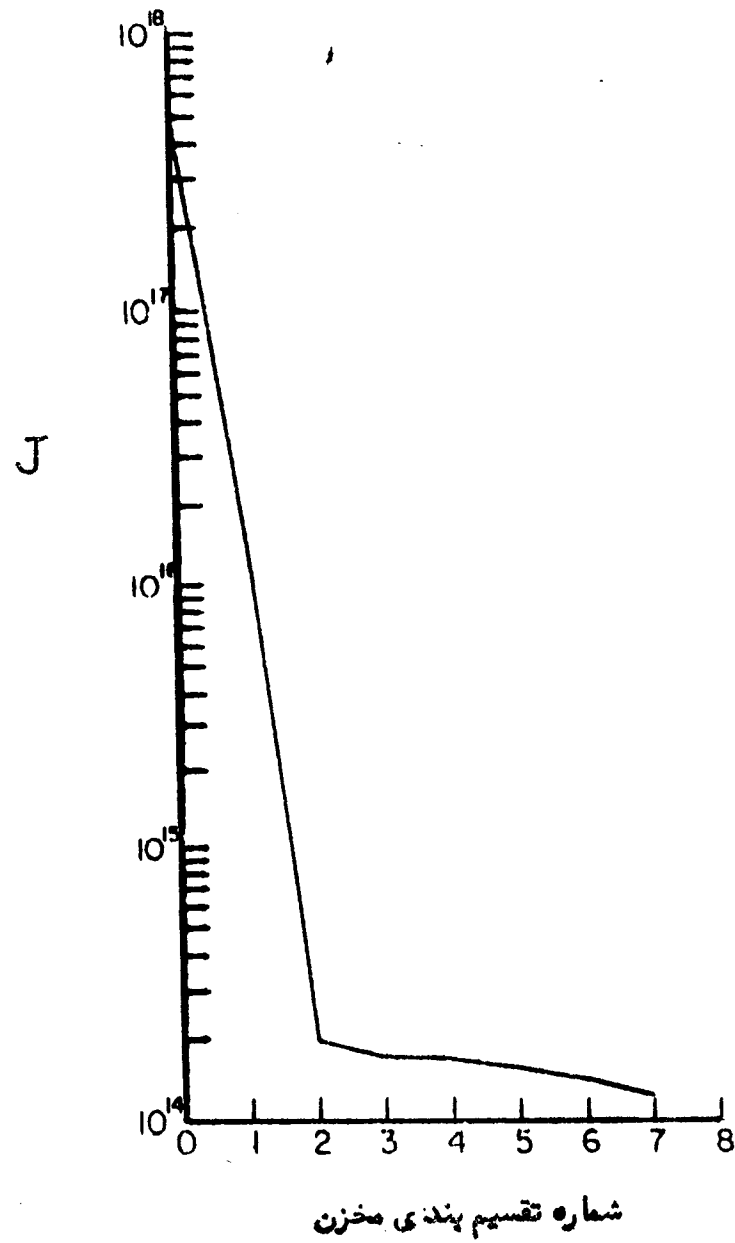
شکل شماره ۱- وضعیت مخزن گاز شماره یک



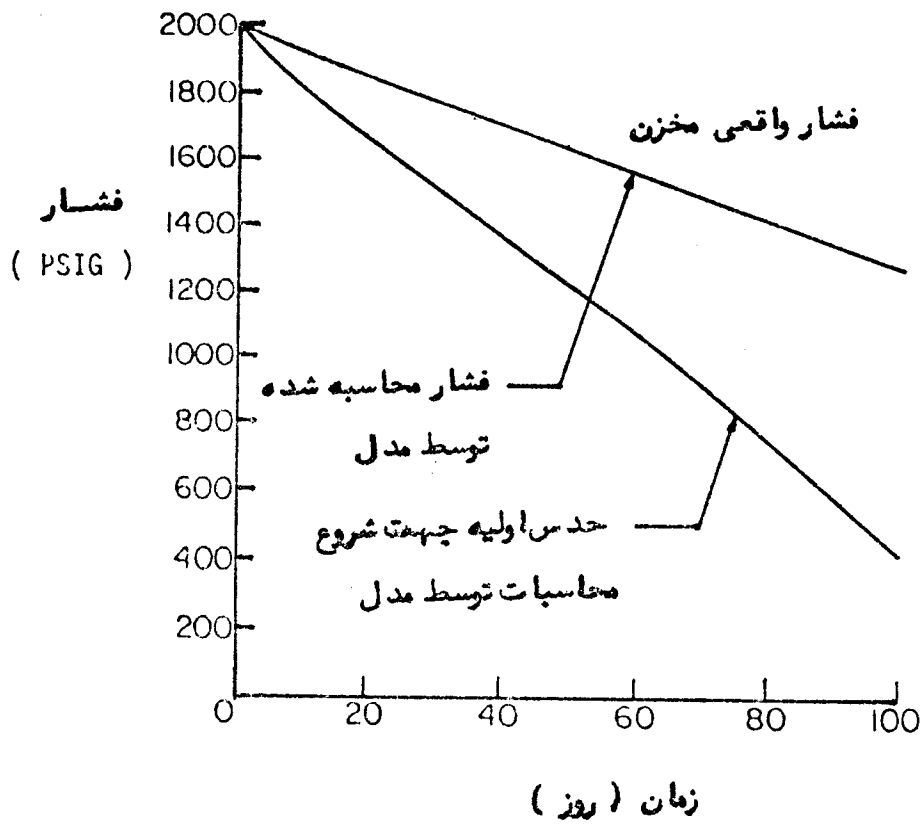
شکل شماره ۲- نتایج حاصل از مدل برای تعیین ϕH (مخزن گاز شماره یک).



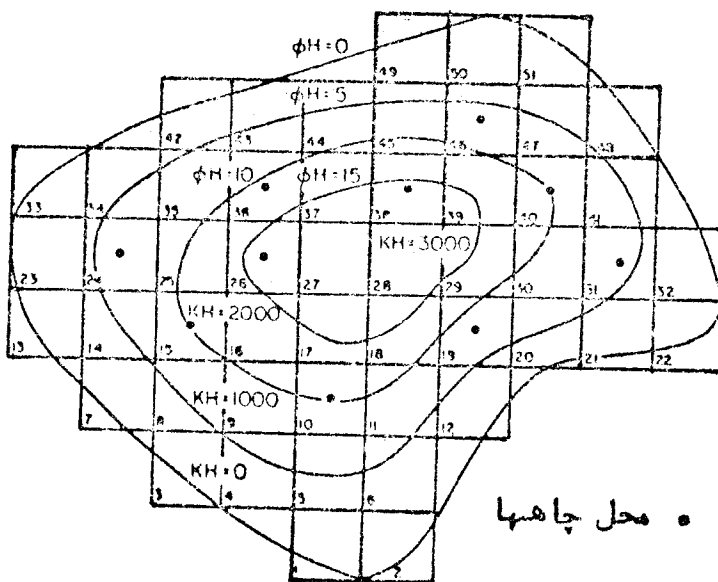
شکل شماره ۳- نتایج حاصل از مدل برای تعیین KH (مخزن گاز شماره یک).



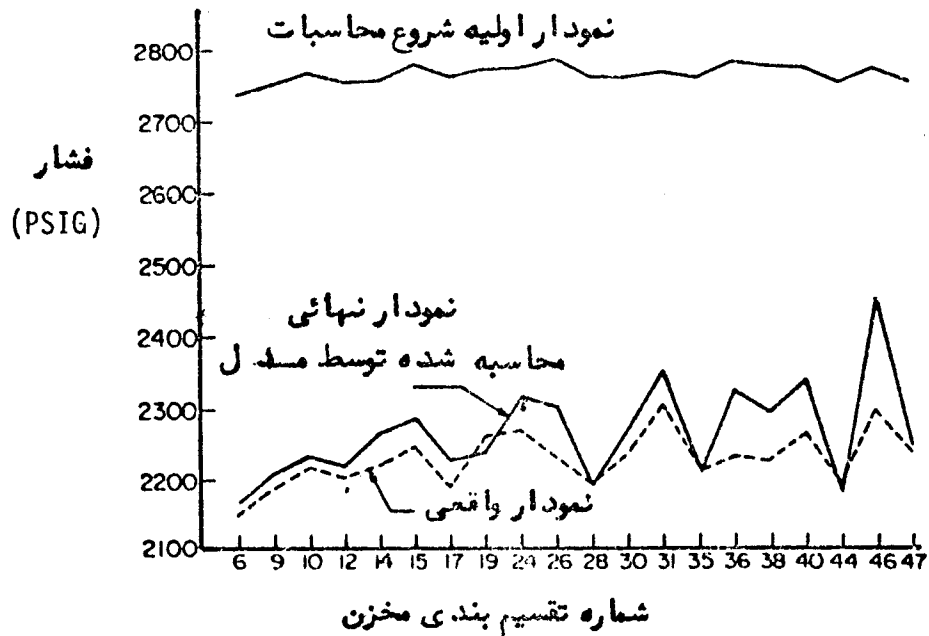
شکل شماره ۴- همگرایی و تغییر J حاصل از مدل برای مخزن گاز شماره یک .



شکل شماره ۵ - همگرایی مدل از لحاظ فشار مخزن (مخزن گاز شماره یک).



شکل شماره ۶ - مشخصات مخزن گاز شماره ۲.



شکل شماره ۷- نتیجه نهایی محاسبه فشار مخزن شماره دو به کمک مدل .

نتایج

در این گزارش تئوری لازم برای کاربرد نظریه کنترل بهینه جهت بهینه سازی پارامترهای مخازن گاز وضع و عرضه شده است و سپس براساس آن، مدلی کامپیوتری تهیه شده و به کار رفته است آزمایشهای انجام شده نشان می‌دهند که:

۱- مدل نظریه کنترل بهینه می‌تواند برای مخازن گاز به کار رود و جایگزین روشهای حدس و خطا که تاکنون متداول بوده و مستلزم محاسبات کامپیوتری بسیار طولانی و وقت گیر است شود.

۲- مقادیر تعیین شده به کمک مدل برای ϕ_H و K_H متعدد است.

۳- مقدار حدسهای ابتدایی در مقادیر نهایی حاصل از مدل، تأثیر دارد.

۴- شکل نهایی ϕ_H ، به شکل ϕ_H در حدس ابتدایی بستگی دارد.

علام اختصاری

B_e	مرز مخزن
B_w	مرز چاه
C	فشردگی
H	ضخامت
J	تابع هدف
K	نفوذ پذیری
M	تعداد چاه
n	مؤلفه قائم به مرز
P	فشار
q	مقدار جریان
S	متغیر مکان در روی مرز
T	کل زمان تاریخچه
t	زمان
X	فضای مخزن
x	متغیر مکان در فضای مخزن
Z	ضریب فشردگی گاز
j	شماره چاه
l	مؤلفه مماس به مرز
μ	گرانروی
τ	نفوذ پذیری مرز مخزن
ϕ	تخلخل
ϕ	پتانسیل گاز
ψ	جواب مربوط به حالت الحاقی

فهرست منابع

- 1- Jacquard, P. and Jain, C. "Permeability Distribution from Field Pressure Data," Soc. Pet. Eng. J. (Dec. 1965), 281-294.
- 2- Nelson, R.W. "In-Place Determination of Permeability Distribution for Heterogeneous Porous Media Through Analysis of Energy Dissipation," Soc. Pet. Eng. J. (March 1968), 33-42.
- 3- Coats, R.A., Dempsey, J.R., and Henderson, J.H. "A New Technique for Determining Reservoir Description from Field Performance Data," Soc. Pet. Eng. J. (March 1970), 66-74.
- 4- Slater, G.E. and Durrer, E.J. "Adjustment of Reservoir Simulation Models to Match Field Performance," Paper SPE 2983, presented at SPE-AIME 45th Annual Fall Meeting, Houston, Texas, October 4-7, 1970.
- 5- Thomas, L.K., Hellums, L.J., and Reheis, G.M. "A Nonlinear Automatic History Matching Technique for Reservoir Simulation Models," Soc. Pet. Eng. J. (Dec. 1972), 508-514.
- 6- Carter, R.D., Kemp, L.F., Jr., Pierce, A.C., and Williams, D. L. "Performance Matching with Constraints," Paper SPE 4260, presented at SPE-AIME Third Symposium on Numerical Simulation of Reservoir Performance, Houston, Texas, January 10-12, 1973.
- 7- Chen, W.H., Gavalas, G.R., and Seinfeld, J.H. "A New Algorithm Automatic History Matching," Paper SPE 4545, presented at SPE-AIME 48th Annual Fall Meeting, Las Vegas, Nevada, September 30-October 3, 1973.