بهینه سازی وزن در طراحی سازه‌های ساندویچی

دکتر محمود موسوی مشهدی: استادیار دانشکده فنی - دانشگاه تهران

مهندس فرهاد جاوید راد: عضو هیات علمی دانشکده مهندسی هواپیما - دانشگاه هوائی

چکیده :

مفهوم بهینه سازی سازه‌ها حدود ۶۰ سال پیش معرفی شده است. اولین بار اشمیت[1]* از دانشگاه لوس‌آنجلس (کالیفرنیا) فکر ترکیب تحلیل اجزای محدود و بهینه سازی را عنوان کرده است(۱۹۶۰) . هم اکنون این شیوه کاملاً درک شده و در موارد متعددی به‌کار می‌رود و نرم افزارهای مناسبی نیز برایش گسترش یافته است. دراین مقاله از ترکیب روش اجزای محدود و تحلیل بهینه‌سازی ناخطی برای طراحی بهینهٔ سازه‌های ساندویچی از نظر حداقل وزن ، بحث شده و با استفاده از روش تقریب خطی پی‌درپی[2]** به همراه روش سادهٔ دوگانه[3]*** ، برنامه کامپیوتری طراحی شده است که قابل اجرا در کامپیوترهای PC/XT/AT است و عملیات بهینه کردن وزن سازه‌های ساندویچی را به نحو مناسبی انجام می‌دهد. درپایان نوشته با حل چند مثال در همگرایی و پایداری روش بحث و بررسی شده است.

۱ - مقدمه:

فکر اصلی د رمورد روشهای بهینه سازی سازه صورت بندی ریاضی فرآیند طراحی است. در مورد سازه‌های هوا فضایی تابع هدف ، معمولاً به حداقل رسانیدن وزن سازه است به طوری که قیدهای معرفی شده برقرار باشند.

به طور کلی مسئله بهینه سازی را می‌توان چنین نوشت:

تابع هدف : $Z=f(x)$: مطلوب است حداقل

قیدهای نابرابری: $g_j(x)\leq 0 \quad j=1,\cdots,m$: به ازای

قیدهای برابری: $h_K(x)=0 \quad K=1.\cdots,l$:

قیدهای مرزی : $X^L{}_i\leq X\leq X^u{}_i \quad i=,\cdots,n$:

که‌درآن $X=[X_1X_2\cdots X_n]^T$ متغییرهای طراحی است.

تابعهای $f(x)$ و $g(x)$ بعضی از مشخصه‌های سازه‌اند و رفتار سازه را توصیف می‌کنند . به عنوان مثال وزن ، تغییرمکان ، تنش ، نیروها، فرکانسهای طبیعی و بارهای کمانشی را می‌توان نام برد. به علاوه $f(x)$ و $g(x)$ می‌توانند تابعهای صریح یا غیر صریح از متغییرهای طراحی باشند.

مسئله بهینه کردن وزن سازه‌های ساندویچی ، تابع $f(x)$ وزن سازه است که با متغییرهای طراحی (ضخامت لایه‌های ساندویچی) به طور صریح بیان می‌شود در حالی که قیدهای مسئله مثلاً تغییر مکان گرههای سازه به صورت صریح قابل عنوان نیستند و در هر مرحله از حل معادلهٔ زیر

$$[\underset{\sim}{K}(x)][\underset{\sim}{U}(x)]=[\underset{\sim}{P}] \qquad (۲)$$

به دست می‌آیند. معادلهٔ بالا از تحلیل اجزای محدود

---

* - Schmitt

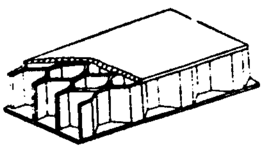
* * - Seguential

* * * - Dual Simplex Method

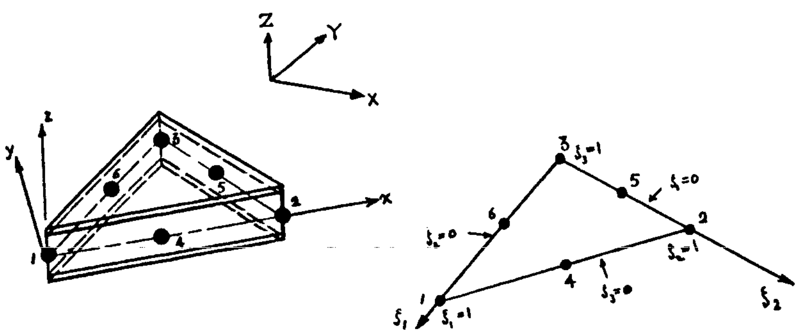
حاصل شده و در آن $\underset{\sim}{K}$ ، ماتریس سختی سازه ؛ $\underset{\sim}{U}$ ، بردار تغییرمکان گرهی ، و $\underset{\sim}{P}$ ، بردار بارکنش است. بارکنش را می‌توان مستقل از ضخامت لایه‌های ساندویچی در نظر گرفت.

۲- تحلیل اجزای محدودسازه‌های ساندویچی:

در تحلیل اجزای محدودسازه‌های ساندویچی ازعنصرهای مثلثی با مرتبهٔ بالااستفاده شده است و شش گره در صفحهٔ میانی عضو به‌کار رفته ، هر گره نیز دارای شش درجهٔ آزادی است که سه مولفهٔ آن تغییر مکان و سه مولفهٔ دیگر مربوط به چرخش حول سه محور است. شکل (۱) نمایشگر یک نمونه از سازه‌های ساندویچی است و شکل (۲) یک عنصر مثلثی را به همراه مختصات موضعی ، مختصات مساحتی[1]* (ایزوپارامتریک) و مختصات سیستم نشان می‌دهد.



شکل (۱) : نمونه‌ای از سازه ساندویچی



شکل (۲): عنصر پوسته ساندویچی به همراه مختصات موضعی عنصر و تصویرایزوپارامتریک آن

با توجه به اینکه درهر ضلع مثلث سه‌گره وجود دارد می‌توان یک تابع درجهٔ دوم در مختصات مساحتی برای تقریب تغییرمکانهای درون عنصر برحسب تغییرمکانهای گرهی معرفی کرد که تابع شکل نامیده می‌شود[۶].

بنابراین بااستفاده از تابعهای شکل N_i می‌توان تغییرمکانهای درون عنصر را به صورت زیر برحسب تغییر مکانهای گرهی تقریب زد[۶].

$$\begin{vmatrix} U \\ V \\ W \end{vmatrix} = \sum_{i=1}^{6} \begin{vmatrix} N_i & 0 & 0 & zN_i & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 & 0 & ZN_i & 0 \\ 0 & N_i & 0 & 0 & 0 & T \end{vmatrix} \begin{vmatrix} U_i \\ V_i \\ W_i \\ T_{xi} \\ T_{yi} \\ T_{zi} \end{vmatrix} \qquad (۳)$$

* - Area Coordinates

که در آن U ، V ، W تغییرمکانهای درامتداد X ، Y ، Z و T_{xi} ، T_{yi} ، T_{zi}. مؤلفه‌های چرخش حول سه محوراست. اکنون با مشتق‌گیری از رابطهٔ (۳) می‌توان مشتق تغییرمکانها را نسبت به محورهای مختصات تعیین و با استفاده از ماتریس دوران آن را به محورهای مختصات موضعی تبدیل کرد . در نتیجه مؤلفه‌های کرنش چنین نوشته می‌شود.

$$[\underset{\sim}{\varepsilon}]=[\underset{\sim}{TR}][\underset{\sim}{SD}][U_{,x}\ U_{,y}\ U_{,z}\ \cdots w_{,z}]^T \qquad (۴)$$

که در آن $[\underset{\sim}{TR}]$ ، ماتریس چرخش و $[\underset{\sim}{SD}]$ ، ماتریس بستگی مؤلفه‌های کرنش با مشتق تغییر مکانهاست. اکنون می‌توان به کمک ماتریس ژاکوبین، مشتق تغییر مکانها رانسبت به دستگاه مساحتی بیان کرد.[۶]. بدین سان خواهیم داشت:

$$[\underset{\sim}{\varepsilon}]=[\underset{\sim}{TR}][\underset{\sim}{SD}][\underset{\sim}{J}][U_{,\xi1}\ U_{,\xi2}\ U_{,z}\ \cdots w_{,z}]^T \qquad (۵)$$

حالا می‌توان بردار مشتق تغییرمکانها را نسبت به محورهای مختصات مساحتی از رابطهٔ (۳) به دست آورد و در معادلهٔ (۵) نشاند که از آن ماتریس $[\underset{\sim}{B}]$ که رابط بین کرنش و تغییر مکانهای گرهی است ، به دست می‌آید و با تعیین این ماتریس و با انتگرال‌گیری در حجم عنصر می‌توان ماتریس سختی آن را تعیین کرد.

$$[\underset{\sim}{K}]=\int_V [\underset{\sim}{B}]^T[\bar{\underset{\sim}{C}}][\underset{\sim}{B}]\, dV \qquad (۶)$$

$$[\underset{\sim}{K}]=\int_0^1 \int_0^{1-\xi_1} \int_{-t/2}^{t/2} [\underset{\sim}{B}]^T[\bar{\underset{\sim}{C}}][\underset{\sim}{B}]\cdot |J| \cdot d\xi_1 d\xi_2\, dz \qquad (۷)$$

که درآن $[\underset{\sim}{C}]$ ، ماتریس هوک است و $|J|$ ، دترمینان ماتریس ژاکوبین است که برای عنصر مثلثی مساوی دوبرابر مساحت عنصر است.

انتگرال (۷) را به کمک روش گوس با انتخاب سه نقطهٔ وزنی می‌توان محاسبه کرد. ولی ازآنجا که نوع مواد برحسب Z (ضخامت) متغیر است باید ماتریس سختی را برای هر لایه در محدودهٔ انتگرالگیری مناسب محاسبه کرد و نتایج را به هم افزود [۱].

۳- تعریف مسئله بهینه‌سازی وزن سازه‌های ساندویچی :

در مورد سازه‌های ساندویچی تابع هدف وزن سازه است که می‌تواند به صورت تابع خطی برحسب ضخامت لایه‌ها بیان شود. اگر سازه شامل NIR محدودهٔ مستقل باشد که در هر محدودهٔ مستقل ضخامت لایه‌ها در عناصر برابرند ، می‌توان نوشت:

$$W=\sum_{L=1}^{NIR} \Big(\sum_{m=1}^{3}\rho_m t_m\Big)_L \Big(\sum_{L=1}^{NE} A_e\Big)_L \qquad (۸)$$

که در آن ρ_m چگالی وزنی لایهٔ mام و NE تعداد عناصر در منطقهٔ مستقل Lام و A_e مساحت عنصر eام دراین ناحیهٔ مستقل است.

اگر در هر منطقه مستقل ضخامت صفحات روکش را مساوی درنظر بگیریم ، آنگاه در هر ناحیه فقط دو متغیر خواهیم داشت. در نتیجه

$$W=\sum_{L=1}^{NIR} (\rho_c t_c+2\rho_f t_f)\cdot\Big(\sum_{e=1}^{NE} A_e\Big)_L \tag{۹}$$

و در آن t_f و t_c که به ترتیب ضخامت صفحات روکش و پرکننده ساندویچ اندو متغیر مورد نظرند. در مورد قیدهای مسئله ، قید تغییرمکان در گرههای عنصر و قیدهای مرزی به صورت زیر با توابع ریاضی معرفی می‌شوند .

$$\begin{aligned} &\frac{U_k}{\bar{U}_k}-1 \le 0 && k=1,\cdots,M \\ &(t_f^L)_j \le (t_f)_j \le (t_f^u)_j && j=1,\cdots,NIR \\ &(t_c^L)_j \le (t_c)_j \le (t_c^u)_j && j=1,\cdots,NIR \end{aligned} \tag{۱۰}$$

که در آن U_k ، تغییر مکان گره Kام ، $\bar{U}_k$ ، تغییرمکان مجاز همان گره ، و NN ، تعداد کل گرههای سازه درمدل اجرای محدود است. همچنین t_c^L،t_c^u،t_f^L،t_f^U به ترتیب حد بالا و پائین صفحات روکش و پرکننده‌اند.

این رابطه‌ها نشان می‌دهند که قید تغییر مکانهای گرهی سازه تابعی صریح از متغییرهای طراحی (t_c,t_f) نیستند و باید در هر مرحله از تحلیل اجزای محدود به دست آیند. ولی به هرحال تابعی ناخطی از متغیرهای طراحی‌اند.

۴- روش تقریب خطی پی‌درپی :

روش تقریب خطی‌پی‌درپی (SLP) ، یکی از روشهای متداول حل مسئله بهینه سازی تابعهای ناخطی است که به دلیل سادگی برای اغلب مسائل بهینه سازی مناسب است، ضمناً بعضی نرم‌افزارهای بهینه‌سازی شکل[۱]* نیز این روش را بکار می‌برند. [۲].

دراین روش ، اصولاً به جای تابع ناخطی دوجمله از بسط سری تیلور آن تابع نشانده می‌شوند یعنی می‌توان تابع ناخطی تغییرمکان را حول نقطهٔ طراحی در هرمرحلهٔ، به صورت زیر بسط داد.

$$[\underset{\sim}{U}]=[\underset{\sim}{U}^{\circ}]+[\nabla \underset{\sim}{U}]^T[\delta \underset{\sim}{U}] \tag{۱۱}$$

که درآن $[\underset{\sim}{U}^{\circ}]$ ،بردار تغییر مکان درنقطهٔ طراحی؛ $[\nabla\underset{\sim}{U}]$،گرادیان تغییر مکان نسبت به متغییر طراحی iام، و $[\delta\underset{\sim}{U}]$ بردار متغییر تغییر مکان است.

بنابراین دیده‌می‌شودکه‌به‌ازای هرمتغیر طراحی باید بردارگرادیان‌تغییرمکان‌گرهی سازه را حساب کرد.

از صورت‌بندی اجزای محدود داریم:

$$[\underset{\sim}{K}][\underset{\sim}{U}]=[\underset{\sim}{P}] \tag{۱۲}$$

اگر ازمعادله (۱۲) نسبت به متغییر طراحی iام مشتق بگیریم ، خواهیم داشت:

---

* - Shape Optimitation

$$\left[\frac{\partial \underset{\approx}{K}}{\partial t_j}\right]\left[\underset{\sim}{U}\right]+\left[\underset{\approx}{K}\right]\left[\frac{\partial \underset{\sim}{U}}{\partial t_j}\right]=\left[\frac{\partial \underset{\sim}{P}}{\partial t_j}\right] \qquad (۱۳)$$

با توجه به اینکه بارکنش مستقل از ضخامت لایه‌های ساندویچ‌است $[\partial \underset{\sim}{P}/\partial t_j]$ صفراست پس داریم:

$$\left[\underset{\approx}{K}\right]\left[\frac{\partial \underset{\sim}{U}}{\partial t_j}\right]=-\left[\frac{\partial \underset{\approx}{K}}{\partial t_j}\right]\left[\underset{\sim}{U}\right] \qquad (۱۴)$$

$$\left[\frac{\partial \underset{\sim}{U}}{\partial t_j}\right]=-\left[\underset{\approx}{K}\right]^{-1}\left[\frac{\partial \underset{\approx}{K}}{\partial t_j}\right]\left[\underset{\sim}{U}\right] \qquad (۱۵)$$

برای تعیین $\left[\frac{\partial \underset{\approx}{K}}{\partial t_j}\right]$ می‌توان رابطه تفاضلهای محدود جلوسو[۱]* را به کار برد.[۲] و [۳]

$$\left[\frac{\partial \underset{\approx}{K}}{\partial t_j}\right]=\frac{1}{\Delta t_j}\left\{\left[\underset{\approx}{K}\right]_{t_j+\Delta t_j}-\left[\underset{\approx}{K}\right]_{t_j}\right\} \qquad (۱۶)$$

که در آن Δt_j مقدارجزئی افزایش متغیر طراحی jام است که مقدار ۰/۰۰۱ را می‌توان برای آن درنظر گرفت. ضمناً به جای محاسبه $[\underset{\approx}{K}]^{-1}$ بهتر است ماتریس $[\underset{\approx}{K}]$ به حاصل‌ضرب دو ماتریس پائین و بالا مثلثی (LU) تجربه شود و بدین ترتیب دستگاه خطی حاصل (۱۴) به ازای هر بردار طرف راست به سرعت با جایگزین معکوس و مستقیم محاسبه شود.

دراین صورت قیدهای مربوط به تغییر مکان چنین خواهد بود:

$$\frac{U_K}{\bar{U}_K}-1\leq 0 \quad \text{یا} \quad U_K\leq \bar{U}_K \qquad (۱۷)$$

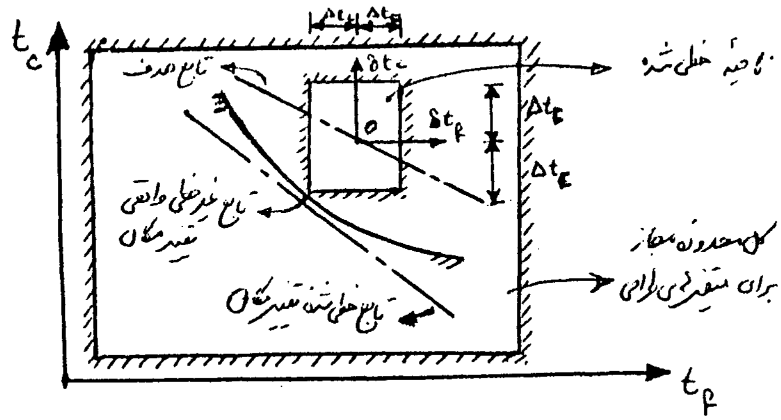
$$(U_K)_L+\left(\frac{\partial U_K}{\partial t_f}\right)_L\cdot\delta t_f+\left(\frac{\partial U_C}{\partial t_C}\right)\cdot\delta t_C\leq \bar{U}_K \qquad K=1,\cdots,NN$$

برای اینکه روش مذکور همگرایی مناسبی داشته باشد باید محدوده‌ای حول جواب مرحلهٔ قبلی بساورد[۲]** درنظر گرفته و دراین محدوده تقریب جدید را به دست آوریم، همچنین محدودهٔ تقریب درهر مرحله باید قدری کوچکتر ازمحدودهٔ تقریب مرحلهٔ قبل باشد پس محدودهٔ تقریب درهر مرحله ، ضریبی از مقدار تغییرات متغیرهای طراحی خواهد بود که مشاهده شده مقدار ۰/۷ برای این ضریب مناسب است. این ضریب از حل و مقایسه مسائلی مختلف به دست آمده است. ضمناً ناحیهٔ ناخطی دربساورد i ام به این ترتیب برابر ۰/۷ اختلاف درمقادیر طراحی در بساورد i ام و (i-1) خواهد بود.

درحالتی که فقط در یک نقطه قید تغییر مکان معرفی شده باشد می‌توان به صورت شکل (۳) محدوده ، خطی شده را نمایش داد.

* - Forward Finite diffrence

** - iteration



شکل (۳)

پس مسئله بهینه‌سازی به صورت زیر ساده می‌شود.

$$Z=\sum_{l=1}^{NIR}(W.)_L + \left(\frac{\partial W}{\partial t_f}\right)_L\cdot(\delta t_f)_L + \left(\frac{\partial W}{\partial t_c}\right)\cdot(\delta t_c)_L \quad \text{مطلوب است حداقل}$$

: به ازای

$$\left\{\begin{array}{ll}(U.)_L + \left(\frac{\partial U_K}{\partial t_f}\right)_L\cdot(\delta t_f)_L + \left(\frac{\partial U_k}{\partial t_c}\right)\cdot(\delta t_c) \le (U_{max})_k & K=1,(\delta t_c)\cdots,NN \\ -(\Delta_f t)_L \le (\delta t_f)_L \le (\Delta t_f)_L & L=1,\cdots,NIR \\ -(\Delta_c t)_L \le (\delta t_c)_L \le (\Delta_c t)_L & \\ (t_f^L)_L \le (t_f+\delta t_f)_L \le (t_f^u)_L & \\ (t_c^L)_L \le (t_c+\delta t_c)_L \le (tU_c)_L & \end{array}\right. \qquad (۱۸)$$

حالا می‌توان با عملیات ریاضی مسئله (۱۸) را به صورت استاندارد مسئله برنامه‌ریزی‌خطی[1] * (LP) تبدیل و به روشی مناسب حل کرد. بنابراین با انتقال دستگاه موضعی $(\delta t_f,\delta t_c)$ ، ترتیبی می‌دهیم تا متغییرهای طراحی همواره مثبت باشد یعنی δt_f بین صفر و $2\Delta t_f$، δt_c بین صفر تا $2\Delta t_c$ تغییر کند.

دراین صورت مسئله بهینه‌سازی را با درنظرگرفتن متغییرهای δt_f و δt_c درهر ناحیهٔ مستقل می‌توان به فرم کلی زیر بازنویسی کرد.

* - Linear Programming

$$\text{مطلوب است حداقل}: Z=\sum_{L=1}^{NIR}(W.^{*})_L+\left(\frac{\partial W}{\partial t_f}\right)_L\cdot(\delta t_f)_L+\left(\frac{\partial W}{\partial t_c}\right)_L\cdot(\delta t_c)_L \quad L=1,\cdots,NIR$$

به ازای:

$$\left|\begin{array}{l}
\left(\frac{\partial Uk}{\partial t_f}\right)_L\cdot(\delta t_f)_L+\left(\frac{\partial Uk}{\partial t_c}\right)(\delta t_c)_L \le (U^{*}_k)_L \quad K=1,\cdots,NN \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad L=1,\cdots,NIR \\
(\delta t_f)_L \le 2(\Delta t_f)_L \\
(\delta t_c)_L \le 2(\Delta t_c)_L \\
(\delta t_f)_L \ge (t^L{}_f)_L-(t_f)_L+(\Delta t_f)_L \\
(\delta t_c)_L \ge (t_c{}^L)_L-(t_c)_L+(\Delta_c t)_L \\
(\delta t_f)_L \le (t_f{}^u)_L-(t_f)_L+(\Delta_f t)_L \\
(\delta t_c)_L \le (t_c{}^u)_L-(t_c)_L+(\Delta_c t)_L \\
(\delta t_f)_L \ge \circ \\
(\delta t_c)_L \ge \circ
\end{array}\right. \qquad (۱۹)$$

که در آن:

$$\left|\begin{array}{l}
(W.^{*})_L=(W.)_L+\left(\frac{\partial W}{\partial t_f}\right)_L(\Delta t_f)_L-\left(\frac{\partial W}{\partial t_c}\right)_L\cdot(\Delta t_c)_L \\
(U_k{}^{*})_L=(\bar{U})_L-(U_k)_L+\left(\frac{\partial U_k}{\partial t_f}\right)_L(\Delta t_f)_L+\left(\frac{\partial U_x}{\partial t_c}\right)\cdot(\Delta t_c)_L
\end{array}\right. \qquad (۲۰)$$

اکنون مسئله صورت‌بندی شدهٔ (۱۹) و (۲۰) را می‌توان با متغییرهای ضعیف[۱]* به صورت کلی روش برنامه‌ریزی خطی سادهٔ دوگانه درآورده و آن را به سرعت حل کرد. استفاده از روش سادهٔ دوگانه از این رو برتری دارد که در این روش نیازی به استفاده ازمتغییرهای ساختگی[۲]** نیست و چون ضرایب تابع هدف همواره مثبت است پس می‌توان با موفقیت این روش را به کار برد.[۵].

۵- مثالهای حل شده:

الف- به عنوان اولین مثال تیر ساندویچی را با تکیه‌گاههای گیرداری و تحت فشار یکنواخت مطابق شکل (۴) درنظر می‌گیریم. به دلیل تقارن فقط نصف تیر مدل شده است. مواد به‌کار رفته درصفحات روکش و تیر در جدول (۱) آمده است.

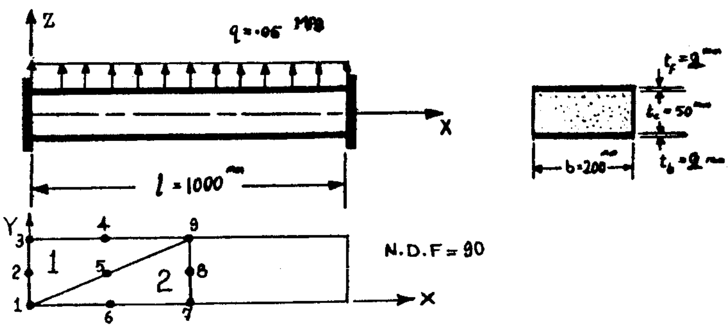
---

* - Slack Variables

** - Artificial Variables

جدول (۱)

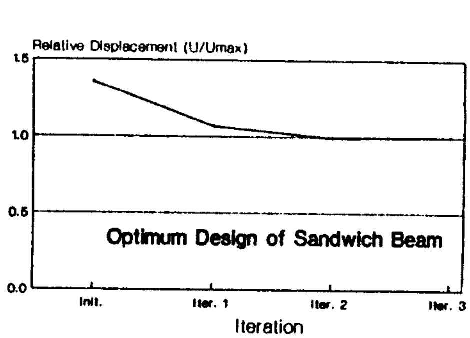
صفحهٔ روکش آلومینیمی	پرکنندهٔ PVC/H130
$E_f=6{\cdot}9\times10^4$ Mpa	$E_c=1{\cdot}6\times10^2$ MPa
$V_f=\cdot3$	$G_c=55\ \cdot$ Mpa
$\rho_f=2{\cdot}9\times10^{-6}$ kg/mm^3	$V_c=\cdot3$
	$\rho_c=1{\cdot}7\times10^{-7}$ kg/mm^3



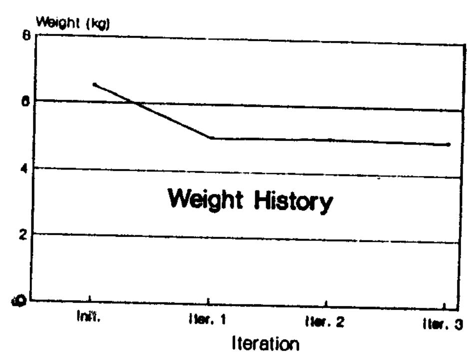
شکل (۴): آرایش و مدل اجزای محدود تیر ساندویچی با تکیه‌گاههای گیردار

برای حل بهینهٔ این تیر ماکزیمم تغییر مکان مجاز ۱٠5mm و فقط یک ناحیهٔ مستقل معرفی شده است . یعنی ضخامت صفحات روکش و ضخامت پرکننده درکل تیر ثابت است.

حل این مثال که درمنحنهای (۵) و (۶) آمده است نشان می‌دهد که با وجود اینکه تغییر مکان اولیهٔ تیر بیشتر از تغییر مکان مجاز است ، می‌توان با ترکیب صحیح ضخامتهای صفحات روکش و پرکننده علاوه برکاهش وزن کلی تیر ، خیزتیر را تیز کاهش داد. همچنین دیده می‌شود که روند همگرایی روش به حدکافی سریع است به طوری که بعد از سه بساورد نتایج کاملاً همگرا شده است.

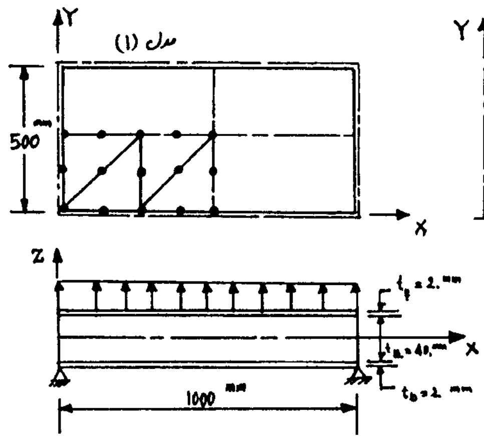


شکل (۵): تاریخچهٔ تغییر مکان نسبی وسط تیر



شکل (۶): تغییرات وزن کلی تیر

ب- مثال دوم مربوط به طراحی بهینهٔ صفحهٔ ساندویچی مستطیلی روی تکیه‌گاههای ساده و تحت فشار یکنواخت است. این مسئله با دو عنصر بندی مختلف حل شده است تاهمگرایی روش نیز قابل بررسی باشد. ضمناً آرایش صفحهٔ ساندویچی و مدلهای اجزای محدود آن در شکل (۷) آمده است. به علت تقارن آرایش صفحه و بارکنش درهر نوع فقط ۱/۴ صفحه عنصربندی شده است. در عنصر نوع اول برای کل سازه ۲۷۰درجهٔ آزادی و در عنصر نوع دوم برای کل سازه ۷۰۲ درجهٔ آزادی درنظر گرفته شده است.



شکل (۷) : صفحهٔ ساندویچی باتکیه‌گاههای ساده و مدلهای اجزای محدود آن

مواد به کار رفته برای صفحات روکش و پرکننده ساندویچ در جدول زیر داده شده است.

جدول (۲) مواد به کار رفته در صفحهٔ ساندویچی

پرکنندهٔ PVC/H130	صفحهٔ روکش فولادی
$E_c=1{\cdot}6\times10^{2}$ MPa $G_c=55{\cdot}$ Mpa $V_c={\cdot}3$ $\rho_c=1{\cdot}7\times10^{-7}$ kg/mm³	$E_f=20\times10^{4}$ Mpa $V_f={\cdot}3$ $\rho_f=8.7\times10^{-6}$ kg/mm³

مشخصات طراحی مورد نظر در جدول (۳) آمده است.

اولیه Δt_c	اولیه Δt_f	حداقل ضخامت پرکننده	حداکثر ضخامت پرکننده	حداقل ضخامت صفحات روکش
5•mm	1•mm	10•	50•mm	•3mm

حداکثر ضخامت صفحات روکش	حداکثر تغییر مکان درگره وسط عنصر
5•mm	1•5mm

جدول (۴) نتایج تحلیل صفحه ساندویچی

	Itrc	t_c	t_c	$W_{(kg)}$	$W_{(mm)}$
	۰	۲/۰	۴۰/۰	۵/۲۰	۰/۵۹۴۳۵
مدل‌اجزای	۱	۱/۰	۳۵/۰	۲/۹۱۸۸	۰/۸۰۷۷
محدود	۲	۰/۳	۳۱/۵	۱/۳۲۱۹	۱/۵۷۳۶
(۱)	۳	۰/۳	۳۲/۴۳۷	۱/۳۴۱۸	۱/۵۰۳۰
	۴	۰/۳	۳۲/۴۷۹	۱/۳۴۲۷	۱/۵
	۰	۲/۰	۴۰/۰	۵/۲۰	۰/۶۷۶۹۶
مدل‌اجزای	۱	۱/۰	۳۵/۰	۲/۹	۰/۹۰۳۱۵
محدود	۲	۰/۳	۳۱/۵	۱/۳۲۱۹	۱/۶۹۹۷
(۲)	۳	۰/۳۰۰۱۷	۳۳/۹۵	۱/۳۷۴۳	۱/۵۱۳۸
	۴	۰/۳۰۰۰۵	۳۴/۱۵۷	۱/۳۷۵	۱/۵۰

در مدل‌سازی سازه‌های ساندویچی باید نسبت به انتخاب نوع عنصربندی دقت کافی به عمل آید. برای مثال در دو مسئله بالا که با دونمونهٔ عنصربندی حل شده‌اند دیده می‌شود که دقت محاسبات افزایش محسوسی پیدا نکرده ضمن اینکه حجم محاسبات به طور چشمگیری افزایش یافته است. بنابراین مدل سازی بهینه نیز به نوبهٔ خود در تحلیل مسائل ، اهیمت دارد.

۶- بحث و نتیجه‌گیری :

درایـن مقاله تحلیل بهینه سازی وزن‌سازه‌های ساندویچی به همراه روش اجزای محدود بررسی شده است. در تحلیل‌بهینه‌سازی وزن درهر بساورد از روش تقریب خطی پی‌درپی استفاده شده است. روش تقریب پی‌درپی درتحلیل بهینهٔ تابعهای ناخطی به جهت سادگی و توانایی و همگرایی مناسب می‌تواند ثمربخش باشد و با بررسیهای انجام شده این روش تاکنون در حل چنین مسائلی به‌کارگرفته نشده است. چنانکه مثالهای پیش نشان می‌دهند.

می‌توان روش نامبرده را با موفقیت برای انواع مسائل به‌کار برد. تنها محدودیت روش درانتخاب ناحیهٔ تقریب اولیه است که بستگی به قضاوت طراح درهر مورد دارد. واضح است که این انتخاب در پایداری و سرعت همگرایی روش تأثیر به‌سزایی دارد. معرفی نواحی مستقل متعدد در مسائل سبب طولانی شدن چشمگیر محاسبات می‌شود و بهتر است که حتی‌الامکان در مسائل طراحی ، نواحی مستقل را به حداقل کاهش داد.

علاوه بر عنصر معرفی شده می‌توان عناصر مربعی چهار یاهشت گرهی نیز به‌کار برد.استفاده از عنصرهای مربعی چهار گرهی سبب کم شدن دقت محاسبات در تحلیل اجزای محدود خواهد شد درحالی که ازنظر زمان محاسبات بسیار مقرون به‌صرفه است.

۷- تشکر و قدردانی:

این بررسی بخشی از یک طرح تحقیقاتی در دانشکدهٔ فنی - دانشگاه تهران است و با استفاده از امکانات کامپیوتری این دانشکده انجام شده است لذا ضرورت دارد از مسئولان محترم حوزهٔ معاونت پژوهشی دانشگاه و مرکز کامپیوتر دانشکده فنی به خاطر فراهم کردن امکانات برای انجام دادن این پروژه سپاسگزاری شود.

مراجع:

[1]- . Y. Ding, Optimum Design of Sandwich Constructions, Comput. Strut. Vol. 25, 51 - 68 . 1988

[2]. V. Braibant & P. Moyelle, Shape Optimal Design and Free Mesh Gereration,Structura optimization Vol. 2 , No . 4, 1990

[3]. J . Rasmussen, The Structural Optimization System CAOS , Structural Optimitazion, 2, 109 - 115 1990

[4]. U. Ringert, B. Esping & J. Backlund, Camputersizing of Sandwich Constructions, Dept .of Aeronautical Structuras & Materials, The Royal Institue of Technology, Stockholm, Sweden, Report no. 85 - 6 (1985)

[5]. Garret N. Vanderplaats, Numerical Optimization Techniques for Engineering Design, Mc Graw Hill, 1984

۶- تحلیل استاتیکی سازه‌های به روش اجزای محدود، محمود موسوی مشهدی ، فرهاد جاویدراد نشریهٔ شماره ۵۱ دانشکده فنی - دانشگاه تهران ، ۱۳۷۰

OPTIMUM DESIGN OF SANDWICH CONSTRUCTIONS

Dr. Mosavi Mashadi: Faculty of Eng. Tehran University

M. Sc. F. Javidrad; Air University of Iran

ABSTRACT:

The concepts of Structural optimization was introduced about Sixty years ago. Smiths from the University of Los Angeles (California) for the first time has offered the combination of finite element method and optimization techniques to design optimum structures (1960). At present time , this techniques are generally understood and many softwares for this perpose have been developed. In this paper. Optimum design of sandwich constructions is considered by the combination of finite element method and nonlinear optimization programming. The nonlinear problem is solved by Sequential Linear Programming. In this basis,a Software is designed which can be executed on a PC/XT/AT/ and it can solve complicated Problems Suitably. Solved examples Shows stability and convergence of the method as well as reliability of the developed software.