

# آنالیز کامل قابهای مسطح بروش کانی (Kani) و روش تاکابایا (Takabeya) با استفاده از حسابگر الکترونیک (Computer)

نوشته :

حسرو رحیم، قشقائی

فوق لیسانس ساختمان

امروزه بیشتر محاسبات دقیق ساختمانها بوسیله حسابگر الکترونیک بکمک روش‌های ماتریسی صورت می‌گیرد. برای استفاده از این روش‌ها (Stiffness & Force method) باید مقاطع کلیه اعضاء ساختمان مشخص باشند. لیکن چون برای طرح ساختمان هنوز برنامه‌های جالبی تدوین نشده است. لذا بهتر آنست که ابتدا بکمک روش‌های معمولی مقاطع ساختمان طرح شده سپس بکمک روش‌های ماتریسی ساختمان مورد نظر آنالیز دقیق گردیده و مقاطع اعضاء آن کنترل شود.

روش‌های معمولی آنالیز ساختمانها که اکنون بیشتر بکار می‌روند بر اساس آنالیز قابهای دو بعدی می‌باشد. این عمل بکمک معادلات «ضریب زاویه تغییر سکان» یا روش‌های قدم بقدم کراس و کانی و تاکابایا انجام می‌گیرد. اصولاً تقریب این روش‌ها برای ساختمانهای معمولی قابل قبول است ولی در ساختمانهای که دارای اشکال پیچیده‌اند استفاده از روش‌های ماتریسی مناسب‌تر است.

متداول‌ترین روش آنالیز قابها روش کراس است. لیکن چون آنالیز قابها برای حرکت جانبی ساختمان در حالات ساختمانهای نامتقارن و در حالتی که نیروی افقی برساختمان وارد شود بکمک روش کراس (sideway) مستلزم حل دستگاه معادلات خطی است بعلاوه در محاسبات با دست احتمان ارتکاب اشتباه زیاد می‌باشد و این اشتباهات ممکن است بهم اضافه شده و جوابهای حاصله بکلی غلط شوند.

در روش‌های کانی و تاکابایا می‌توان بطريق قدم بقدم اثر حرکت جانبی ساختمان را نیز در نظر گرفت بعلاوه در محاسباتی که با دست انجام می‌شود چنانچه اشتباهی در محاسبه رخداده بتدربیج که محاسبه ادامه می‌باید این اشتباه خود بخود جبران شده و جوابهای حاصله عاری از هرگونه اشتباهی خواهد بود و بعلاوه از نظر برنامه‌ریزی و اشغال حافظه حسابگر نیز این روشها بروشن کراس برتری دارد.

شرح مفصل این روشها در مراجع شماره (۱) و (۴) بتفصیل نوشته شده است. در اینجا تنها شرح کوتاهی درمورد این روشها برای حالتیکه اعضاء قاب ماهیجه‌ای باشند که توسط نگارنده براساس ضرائب معادلات برس تنظیم گردیده است آورده میشود. این روشها طوری تنظیم شده است که بسادگی بتوان از جداول (۲ و ۳) که برای این تیرها تهیه شده استفاده کرد.

صورت کلی معادلات برس برای تیر ab بعبارت زیر است :

$$\begin{cases} \theta_a = \theta'_a - aM_{ab} + bM_{ba} + \Omega_{ab} \\ \theta_b = \theta'_b + bM_{ab} - cM_{ba} + \Omega_{ab} \end{cases}$$

که در آن  $\theta_a$  و  $\theta_b$  دورانهای حقیقی دوانهای تیر،  $\theta'_a$  و  $\theta'_b$  دورانهای دوانهای آن تحت اثر بارهای قائم و  $M_{ab}$  و  $M_{ba}$  لنگرهای دوانهای a و b و  $\Omega_{ab}$  :

$$\Omega_{ab} = \frac{\Delta}{l}$$

برابر زاویه دوران تیر دراثر تغییر مکان قائم نسبی دوانهای آنست. a و b و c نیز ضرائب معادلات برس میباشند که بستگی به شکل هندسی تیر داشته و برا برند با :

$$a = \int_0^l (1 - \frac{x}{l})^2 \frac{dx}{EI_x}$$

$$b = \int_0^l \frac{x}{l} (1 - \frac{x}{l})^2 \frac{dx}{EI_x}$$

$$c = \int_0^l (\frac{x}{l})^2 \frac{dx}{EI_x}$$

که برای تیرهای منشوری داریم :

$$a = b = c = \frac{l}{3EI}$$

حال چنانچه مقادیر  $M_{ab}$  و  $M_{ba}$  را از روابط فوق استخراج کنیم خواهیم داشت :

$$\begin{cases} M_{ab} = \frac{1}{ac - b^2} \times [-c(\theta_a - \theta'_a - \Omega_{ab}) - b(\theta_b - \theta'_b - \Omega_{ab})] \\ M_{ba} = \frac{1}{ac - b^2} \times [-b(\theta_a - \theta'_a - \Omega_{ab}) - c(\theta_b - \theta'_b - \Omega_{ab})] \end{cases}$$

در این روابط جهت مشبیت لنگرهای انتهائی جهت عقربه‌های ساعت وجهت مشبیت دورانها جهت مشباتی است اگر جهت مشبیت دورانها را نیز عقربه‌های ساعت اختیار کنیم یعنی فرض نمائیم که :

$$\theta_a = -\theta_a \quad \theta_b = -\theta_b \quad \theta'_a = -\theta'_a \quad \theta'_b = -\theta'_b \quad \Omega_{ab} = -\Omega_{ab}$$

و با توجه باینکه :

$$k_{ab} = \frac{c}{ac - b}$$

و

$$k_{ba} = \frac{a}{ac - b}$$

برحسب تعریف ضرائب سختی تیر (۳) میباشند و بافرض :

$$L_{ab} = \frac{b}{ac - b}$$

خواهیم داشت :

$$(1) \quad \begin{cases} M_{ab} = k_{ab}(\theta_a - \theta'_a - \Omega_{ab}) + L_{ab}(\theta_b - \theta'_b - \Omega_{ab}) \\ M_{ba} = L_{ab}(\theta_a - \theta'_a - \Omega_{ab}) + k_{ba}(\theta_b - \theta'_b - \Omega_{ab}) \end{cases}$$

حال اگر تیر درسر گیردار بوده و تحت اثر بارهای قائم قرار گیرد در اینحال داریم :

$$\theta_a = \theta_b = \Omega_{ab} = 0$$

ولذا لنگرهای دو انتهای تیر تبدیل بلنگرهای گیرداری میشوند که آنها را با  $\mathcal{M}$ . نشان میدهیم، پس داریم :

$$(2) \quad \begin{cases} \mathcal{M}_{ab} = -(k_{ab}\theta'_a + L_{ab}\theta'_b) \\ \mathcal{M}_{ba} = -(k_{ba}\theta'_b + L_{ab}\theta'_a) \end{cases}$$

و چون ضرائب انتقال تیر (۳) برابرند با :

$$c_{ab} = \frac{b}{c}$$

و

$$c_{ba} = \frac{b}{a}$$

ملحوظه میشود که میتوان نوشت :

$$L_{ab} = c_{ab} \cdot k_{ab} = c_{ba} \cdot k_{ba}$$

پس لنگرهای گیرداری را میتوان به شکل زیر نوشت :

$$(2') \quad \begin{cases} \mathcal{M}_{ab} = -k_{ab}(\theta'_a + C_{ab}\theta'_b) \\ \mathcal{M}_{ba} = -k_{ba}(\theta'_b + C_{ba}\theta'_a) \end{cases}$$

و بهمین ترتیب اگر :

$$\theta_a = \theta_b = 0 \quad \text{و} \quad \theta'_a = \theta'_b = 0$$

باشد یعنی تیر دوسرگیردار و بدون بار قائم بوده ولی دوانتهای آن تغییر مکان نسبی  $\Delta$  داشته باشند در این حال مقادیر لنگرهای گیرداری که آنها را با  $m$  نشان میدهیم برابرند با :

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} m_{ab} = -(k_{ab} + L_{ab}) \cdot \Omega_{ab} = -k_{ab}(1 + C_{ab}) \cdot \frac{\Delta}{l} \\ m_{ba} = -(k_{ba} + L_{ab}) \cdot \Omega_{ab} = -k_{ba}(1 + C_{ba}) \cdot \frac{\Delta}{l} \end{array} \right.$$

با توجه بروابط (۲) و (۳) میتوان رابطه (۱) را به شکل زیر نوشت :

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{ab} = k_{ab}\theta_a + L_{ab}\theta_b + M_{ab} + m_{ab} \\ M_{ba} = k_{ba}\theta_b + L_{ab}\theta_a + M_{ba} + m_{ba} \end{array} \right. \quad \text{با :}$$

$$(4') \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{ab} = k_{ab} \cdot (\theta_a + C_{ab}\theta_b) + M_{ab} + m_{ab} \\ M_{ba} = k_{ba} \cdot (\theta_b + C_{ba}\theta_a) + M_{ba} + m_{ba} \end{array} \right.$$

اسام محسوبه در روش‌های کراس (Cross) و کانی (Kani) و تاکابایا (Tackabaya) همین روابط (۴) و (۴') میباشند. این روابط در حقیقت همان روابط (Slope—deflection) در حالت کلی یعنی برای تیرهای ماهیچه‌ای است.

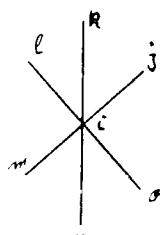
شرح روش‌های کانی و تاکابایا بقرار زیر است :

### الف - روش کانی :

در روش کانی مقادیر  $\theta_a$  و  $\theta_b$  و  $k_{ab}$  در روابط (۴) رابنام مؤلفه‌های گردشی لنگرهای انتهائی تیر  $ab$  (Rotation Contribution) نامیده و به شکل  $M'_{ab}$  و  $M'_{ba}$  نشان میدهند پس رابطه (۴) بصورت زیر نوشتہ میشود :

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{ab} = M'_{ab} + C_{ab} \cdot M'_{ba} + M_{ab} + m_{ab} \\ M_{ba} = M'_{ba} + C_{ba} \cdot M'_{ab} + M_{ba} + m_{ba} \end{array} \right.$$

هدف روش کانی محاسبه مقادیر  $M'_{ab}$  و  $M'_{ba}$  و  $m_{ab}$  و  $m_{ba}$  برای هر عضو قاب میباشد.



پس اگر فرض کنیم که گره‌های قاب دارای حرکت نسبی افقی و قائم نیستند و به هر گره  $n$  عضو متصل باشد ملاحظه میشود که در هر گره  $n$  مجھول مؤلفه گردشی لنگر موجود است و اگر قاب  $m$  گره داشته

باشد تعداد مجهولات  $n \cdot m$  میشود که این مجهولات بروش تقریبات متوالی (Relaxation) محاسبه میشوند.  
اگر رابطه تعادل نگرهارا برای یک گره (i) که فرض نمودیم (n) عضو آن متصل است بنویسیم

نتیجه میشود :

$$M_{ij} + M_{ik} + M_{ir} + \dots = \sum_i M_{ij} = 0$$

که اگر بجای  $M_{ij}$  مقدار آنرا از روابط (۵) قرار دهیم میشود :

$$\sum_i M'_{ij} + \sum_i C_{ij} M'_{ji} + \sum_i M_{ij} + \sum_i m_{ij} = 0$$

و چنانچه  $\sum_i M_{ij}$  یعنی مجموع لنگرهای گیرداری اعضاء متصل بگره (i) را با  $M_i$  نشان داده و آنرا لنگر گره بنامیم نتیجه میشود :

$$(6) \quad \sum_i M'_{ij} = -[\sum_i C_{ij} \cdot M'_{ji} + M_i + \sum_i m_{ij}]$$

ولی همانطور که ملاحظه شد فرض شده بود که :

$$\begin{cases} M'_{ij} = k_{ij} \cdot \theta_i \\ M'_{ji} = k_{ji} \cdot \theta_j \end{cases}$$

پس با توجه باینکه دوران انتهای (i) کلیه اعضاء متصل بگره (i) برابر  $\theta_i$  میباشد لذا داریم :

$$\sum_i M'_{ij} = \theta_i \times \sum_i k_{ij}$$

یا :

$$\theta_i = \frac{1}{\sum_i k_{ij}} \times \sum_i M'_{ij}$$

وازاینجا نتیجه میشود که :

$$M'_{ij} = k_{ij} \theta_i = \frac{k_{ij}}{\sum_i k_{ij}} \times \sum_i M'_{ij}$$

با فرض :

$$v_{ij} = \frac{-k_{ij}}{\sum_i k_{ij}}$$

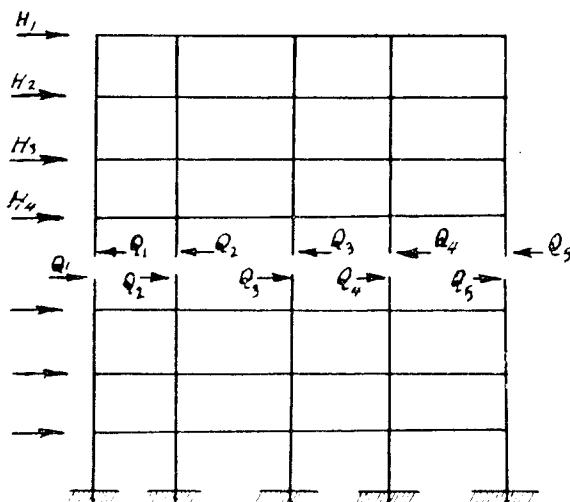
بنام ضریب گردش (Rotation Factor) عضو  $v_{ij}$  و با توجه بر اینکه (۶) نتیجه میشود :

$$(7) \quad M'_{ij} = v_{ij} \cdot [\bar{M}_i + \sum_i C_{ij} M'_{ji} + \sum_i m_{ij}]$$

ملاحظه میشود که چنانچه در گره (i) مقادیر  $M_i$  و  $M'_{ji}$  و  $M'_{ki}$  و  $m_{ij}$  و  $m_{ik}$  و ... معلوم باشند  
میتوان  $M'_{ij}$  و  $M'_{ik}$  و ... را ہکمک رابطه (7) حساب کرد. اما در میان مقادیر فوق تنها :

$$\bar{M}_i = \sum_i M_{ij}$$

است که با معلوم بودن شکل بارگذاری معلوم میباشد و  $m_{ij}$  و  $M'_{ji}$  اعضاء معلوم نیستند. در مورد قابهای ساختمانی چون از تغییر شکل محوری اعضاء آن صرف نظر کنیم ملاحظه میشود که مقادیر  $m_{ij}$  و  $M'_{ji}$  برای تیرهای قاب که دارای تغییر مکان نسبی پایه ها نیستند برابر صفر بوده و برای ستونها نیز در حالتی وجود دارند که قاب دارای حرکت جانبی باشد و مقدار آنها بصورت زیر محاسبه میشوند:



قابی را مطابق شکل فرض میکنیم اگر در طبقه  $r$  ام از بالا ستونهای آنرا قطع کنیم و نیروی برشی در این ستونها را  $Q$  فرض کنیم نتیجه میشود:

$$\sum_r Q_{ij} = - \sum_{i=1}^r H_i$$

و چون برای هر ستون  $j$  داریم:

$$Q_{ij} = \frac{M_{ij} + M_{ji}}{h_{ij}}$$

و با استفاده از روابط (۷) خواهیم داشت:

$$Q_{ij} = \frac{1}{h_{ij}} [(1 + C_{ji}) M'_{ij} + (1 + C_{ij}) M'_{ji} + M_{ij} + M_{ji} + m_{ij} + m_{ji}]$$

با فرض اینکه همواره برای ستونها:

$$M_{ij} + M_{ji} = 0$$

است و با فرض اینکه:

$$\begin{cases} D_{ij} = 1 + C_{ij} \\ D_{ji} = 1 + C_{ji} \end{cases}$$

و

$$m_{ij} = m_{ij} + m_{ji}$$

مقدار  $Q_{ij}$  بعبارت زیر خواهد شد:

$$Q_{ij} = (D_{ji} M'_{ij} + D_{ij} M'_{ji} + m_{ij}) \times \frac{1}{h_{ij}}$$

پس شرط تعادل نیروهای برشی و نیروهای افقی وارد بر ساختمال با فرض اینکه کلیه ستونهای طبقه r ام از ساختمان هم ارتفاع بوده و ارتفاعشان برابر  $h_r$  باشد بصورت زیر در می آید :

$$\sum_r Q_{ij} = \frac{1}{h_r} \cdot [\sum_r (D_{ji}M'_{ij} + D_{ij}M'_{ji}) + \sum_r \bar{m}_{ij}] = -\sum_{i=1}^r H_i$$

و از آنجا نتیجه می شود :

$$(8) \quad \sum_r m_{ij} = -[h_r \cdot \sum_{i=1}^r H_i + \sum_r (D_{ji}M'_{ij} + D_{ij}M'_{ji})]$$

باتوجه بروابط (۳) داریم :

$$\begin{cases} m_{ij} = -k_{ij}D_{ij} \cdot \frac{\Delta}{h_{ij}} \\ m_{ji} = -k_{ji}D_{ji} \cdot \frac{\Delta}{h_{ij}} \end{cases}$$

$$\bar{m}_{ij} = -(k_{ij}D_{ij} + k_{ji}D_{ji}) \times \frac{\Delta}{h_{ij}}$$

پس نتیجه می شود که :

$$(9) \quad \begin{cases} m_{ij} = \frac{k_{ij} \cdot D_{ij}}{k_{ij} \cdot D_{ij} + k_{ji} \cdot D_{ji}} \cdot \bar{m}_{ij} \\ m_{ji} = \frac{k_{ji} \cdot D_{ji}}{k_{ij} \cdot D_{ij} + k_{ji} \cdot D_{ji}} \cdot \bar{m}_{ij} \end{cases}$$

و برای طبقه r ام قاب باتوجه با اینکه  $\Delta$  برای کلیه ستونها مساویست نتیجه می شود :

$$\sum_r \bar{m}_{ij} = [\sum_r (k_{ij}D_{ij} + k_{ji}D_{ji})] \times \frac{\Delta}{h_r}$$

و از آنجا میتوان نتیجه گرفت :

$$m_{ij} = \frac{k_{ij} \cdot D_{ij} + k_{ji} \cdot D_{ji}}{\sum_r (k_{ij} \cdot D_{ij} + k_{ji} \cdot D_{ji})} \times \sum_r \bar{m}_{ij}$$

حال باتوجه برابطه (۹) مقادیر  $m_{ij}$  و  $m_{ji}$  برای یک ستون ij بصورت زیر در می آید :

$$\begin{cases} m_{ij} = -\frac{k_{ij} \cdot D_{ij}}{\sum_r (k_{ij}D_{ij} + k_{ji}D_{ji})} \times \sum_r \bar{m}_{ij} \\ m_{ji} = -\frac{k_{ji} \cdot D_{ji}}{\sum_r (k_{ij}D_{ij} + k_{ji}D_{ji})} \times \sum_r \bar{m}_{ij} \end{cases}$$

و با فرض :

$$M_r = h_r \times \sum_{i=1}^r H_i$$

بنام لنگر طبقه و :

$$\eta_{ij} = \frac{-k_{ij} \cdot D_{ij}}{\sum_r (k_{ij}D_{ij} + k_{ji}D_{ji})}$$

و

$$\eta_{ji} = \frac{-k_{ji} \cdot D_{ji}}{\sum_r (k_{ij}D_{ij} + k_{ji}D_{ji})}$$

بنام ضرائب تغییر مکان نتیجه میشود :

$$(10) \quad \begin{cases} m_{ij} = \eta_{ij} \cdot [M_r + \sum_r (D_{ji}M'_{ij} + D_{ij}M'_{ji})] \\ m_{ji} = \eta_{ji} \cdot [M_r + \sum_r (D_{ji}M'_{ij} + D_{ij}M'_{ji})] \end{cases}$$

در این روابط  $M_r$  برای هر طبقه برحسب نیروهای وارد بطبقات بالاتر آن معلوم است ولی  $M'_{ij}$  و  $M'_{ji}$  ستونهای هر طبقه معلوم نیستند که باید حساب شوند تا در این فرمولها بکار روند.  
با این ترتیب روابط (۷) و (۱۰) روابط اساسی محاسبه بروش کانی هستند. طرز محاسبه به قرار زیر است :

ابتدا مقادیر دلخواهی (مثلاً صفر) برای  $M'_{ij}$  و  $M'_{ji}$  و  $m_{ij}$  و  $m_{ji}$  کلیه اعضاء قاب فرض کرده و با بکار بردن رابطه (۷) برای کلیه گرههای قاب و رابطه (۱۰) برای کلیه طبقات قاب مقادیر جدیدی برای مؤلفه های گردشی و تغییر مکانی اعضاء آن بدست میآوریم. بدون شک این مقادیر با مقادیر فرضی اختلاف فاحشی دارند. لذا با استفاده از این مقادیر جدید دوباره رابطه (۷) را برای کلیه گرههای قاب و رابطه (۱۰) را برای کلیه طبقات اجرا می کنیم مقادیر جدیدی که بدست می آیند بمقادیر قبلی نزدیکترند برای اینکه این اختلاف تا حداقل ممکن است پائین بیاید لازم است این عمل چندین بار تکرار شود. یعنی بکمک مقادیر محاسبه شده و روابط (۷) و (۱۰) مقادیر جدیدی برای مؤلفه های دورانی و تغییر مکانی بدست آورده و با مقادیر قبلی مقایسه کرده هر وقت بزرگترین اختلاف از حد دلخواهی کمتر شد محاسبه پایان یافته است و سیتوان بکمک مقادیر محاسبه شده  $M'_{ij}$  و  $M'_{ji}$  و  $m_{ij}$  و  $m_{ji}$  و لنگرهای گیرداری  $\mathcal{M}_{ij}$  و  $\mathcal{M}_{ji}$  اعضاء قاب و رابطه (۶) مقادیر  $M_{ij}$  و  $M_{ji}$  یعنی لنگرهای انتهائی واقعی را بدست آورد.

### ب - روش تاکابایا :

در این روش مجهولات را مقادیر  $\theta$  یعنی دوران گرههای  $M_{ij}$  و  $M_{ji}$  اعضاء قاب در نظر میگیرند و این مقادیر را بکمک روش تقریبات متوالی (Relaxation) تعیین می کنند. با این ترتیب اگر مثلاً در یک قاب مسطح از اثر تغییر مکان نسبی گرههای صرف نظر کنیم ملاحظه میشود که در یک گره (i) که (n) عضو باشد متصل است تنها یک مجهول  $\theta_i$  موجود است در حالیکه در روش کانی چنانچه ملاحظه شد تعداد مجهولات (n) بود. بدین ترتیب مزیت روش تاکابایا بر روش کانی روش میگردد و مدت زمانی که برای محاسبه قابها با این روش صرف میشود (چه محاسبه بادست و چه بوسیله حسابگرهای کترونیکی) بسیار کوتاهتر خواهد بود.  
باتوجه بروابط (۴) اگر در یک گره (i) از قابی شرط تعادل لنگرهای نوشته شود، داریم :

$$\sum_i M_{ij} = \theta_i \sum_i k_{ij} + \sum_i (L_{ij} \theta_j) + \sum_i m_{ij}$$

و با فرض :

$$\bar{M}_i = \sum_i M_{ij}$$

مقدار  $\theta_i$  بصورت زیر بدست می‌آید :

$$\theta_i = -\frac{1}{\sum_i k_{ij}} \times [\bar{M}_i + \sum_i (L_{ij} \theta_j) + \sum_i m_{ij}]$$

که با فرض :

$$\mu_{ij} = \frac{-1}{\sum_i k_{ij}}$$

بنام ضریب گردش بصورت زیر درمی‌آید :

$$(11) \quad \theta_i = \mu_{ij} \times [\bar{M}_i + \sum_i (L_{ij} \cdot \theta_j) + \sum_i m_{ij}]$$

پکمک رابطه (11) چنانچه  $\theta_j$  و  $\sum_i m_{ij}$  معلوم باشد میتوان  $\theta_i$  را بدست آورد.

محاسبه  $m_{ij}$  مانند روش کانی با توجه بتعادل نیروهای برشی ستونها با نیروهای افقی وارد بر بالای

هر طبقه تعیین میشود. پس اگر برای طبقه  $r$  ام از بالا این رابط را بنویسیم داریم :

$$\sum Q_{ij} = -\sum_{i=1}^r H_i$$

و با توجه بروابط (4) داریم :

$$Q_{ij} = \frac{1}{h_{ij}} [(k_{ij} + L_{ij}) \theta_i + (k_{ji} + L_{ji}) \theta_j + M_{ij} + M_{ji} + m_{ij} + m_{ji}]$$

چون :

$$L_{ij} = C_{ij} \cdot k_{ij} = C_{ji} \cdot k_{ji}$$

بوده و درستونها اکثر آ :

$$M_{ij} + M_{ji} = 0$$

میباشد و با فرض :

$$D_{ij} = 1 + C_{ij}$$

$$D_{ji} = 1 + C_{ji}$$

$$m_{ij} = m_{ij} + m_{ji}$$

نتیجه می‌شود :

$$Q_{ij} = \frac{1}{h_{ij}} \times (k_{ij} D_{ij} \theta_i + k_{ji} D_{ji} \theta_j + m_{ij})$$

پس رابطه تعادل نیروهای برشی و نیروهای افقی وارد بر بالای طبقه بصورت زیر درمی‌آید :

$$\sum_r Q_{ij} = \frac{1}{h_r} \times [\sum_r (k_{ij} D_{ij} \theta_i + k_{ji} D_{ji} \theta_j) + \sum_r m_{ij}] = -\sum_i H_i$$

با فرض :

$$M_r = h_r \Sigma H_i$$

نتیجه میشود :

$$\sum m_{ij} = - [M_r + \sum_r (k_{ij} D_{ij} \theta_i + k_{ji} D_{ji} \theta_j)]$$

و با توجه با استدلالی که در روش کانی شد نتیجه میشود :

$$(12) \quad \begin{cases} m_{ij} = \eta_{ij} \cdot [M_r + \sum_r (k_{ij} D_{ij} \theta_i + k_{ji} D_{ji} \theta_j)] \\ m_{ji} = \eta_{ji} \cdot [M_r + \sum_r (k_{ij} D_{ij} \theta_i + k_{ji} D_{ji} \theta_j)] \end{cases}$$

بنابراین معادلات (۱۱) و (۱۲) نیز روابط اصلی محاسبه بروش تاکابایا میباشند.

بگمک این روابط میتوان بهمان صورت که در روش کانی تشریح شد بگمک تقریبات متواالی مقادیر  $\theta$  را برای کلیه گره ها و  $m_{ij}$  و  $m_{ji}$  را برای کلیه ستونها بدست آورد. بدین ترتیب که ابتدا با توجه به شرایط بارگذاری  $z_i$  و  $M$  برای کلیه تیرها محاسبه شده و با توجه بشکل مقطع عرضی و شکل ماهیچه اعضاء مقادیر  $k_{ij}$  و  $k_{ji}$  و  $C_{ij}$  و  $C_{ji}$  آنها بگمک جداول موجود محاسبه میگردند سپس :

$$\mu_{ij} = \frac{-1}{\sum_i k_{ij}}$$

برای هر گره و  $z_i$  و  $z_j$  طبق روابط داده شده برای هرستون محاسبه میشود و  $M_i$  نیز برای کلیه گره ها محاسبه میگردد.

سپس برای مقادیر  $z_i$  و  $z_j$  و  $m_{ij}$  کلیه گره ها و ستونها مقادیر دلخواهی (مثل صفر) اختیار شده باستفاده از روابط (۱۱) و (۱۲) مقادیر جدید آنها محاسبه میگردند و چنانچه در روش کانی توضیح داده شد این عمل آنقدر تکرار میگردد تا تقریب دلخواه بدست آید. پس از اینکه مقادیر  $z_i$  برای کلیه گره ها و  $z_j$  و  $m_{ji}$  برای همه ستونها محاسبه شدند بگمک رابطه (۴) مقادیر  $z_{ij}$  و  $M_{ji}$  اعضاء حساب میشوند.

روشهای کانی و تاکابایای برای قابها با اعضاء منشوری :

در صورتیکه عضوی منشوری باشد چنانچه ملاحظه شد برای آن داریم :

$$a = r b = c = \frac{1}{r EI}$$

وازانجا :

$$k_{ab} = k_{ba} = \frac{r EI}{l}$$

$$L_{ab} = \frac{r EI}{l}$$

$$C_{ab} = C_{ba} = 0$$

واگر:

$$K_{ab} = \frac{EI}{l}$$

فرض کنیم نتیجه میشود:

$$k_{ab} = k_{ba} = \epsilon K_{ab}$$

$$L_{ab} = r K_{ab}$$

باتوجه به مقدار فوق فرمولهای روش کانی بصورت زیر درمیآید:

$$v_{ij} = -\frac{k_{ij}}{\sum_i k_{ij}} = -\frac{\epsilon K_{ij}}{\sum_i \epsilon K_{ij}} = -\frac{K_{ij}}{\sum_i K_{ij}}$$

$$D_{ij} = D_{ji} = 1$$

$$\eta_{ij} = \eta_{ji} = -\frac{-1 \times \epsilon K_{ij}}{\sum_r (-1 \times \epsilon K_{ij}) + \sum_s (-1 \times \epsilon K_{sj})} = -\frac{K_{ij}}{\sum_r K_{ij}}$$

در اینحال فرمولهای (۷) و (۱۰) بصورت زیر درمیآیند:

$$(7') M'_{ij} = v_{ij} \times [M_i + \sum_i M'_{ji} + \sum m_{ij}]$$

$$(10') m_{ij} = m_{ji} = \eta_{ij} \times [M_r + \sum_r M'_{ij} + \sum (M'_{ij} + M'_{ji})]$$

و مقدار نهائی لنگرها از رابطه زیر پیدا میشود:

$$(8') \begin{cases} M_{ij} = M'_{ij} + M'_{ji} + \mathcal{M}_{ij} + m_{ij} \\ M_{ji} = M'_{ji} + M'_{ij} + \mathcal{M}_{ji} + m_{ji} \end{cases}$$

فرمولهای روش تاکابایا برای قابها با اعضاء منشوری بصورت زیر درمیآید:

$$\theta_i = \frac{-1}{\epsilon \sum_i K_{ij}} \times [\sum_i (\epsilon K_{ij} \theta_j) + M_i + \sum m_{ij}]$$

یا:

$$\epsilon \theta_i = -\frac{1}{\sum_i K_{ij}} \times [\sum_i (\epsilon K_{ij} \theta_j) + M_i + \sum m_{ij}]$$

حال با فرض:

$$\theta_i = \epsilon \theta_i \quad \text{و} \quad \theta_j = \epsilon \theta_j$$

و

$$\mu_{ij} = \frac{-1}{\sum_i K_{ij}}$$

نتیجه میشود:

$$(11') \quad \theta_i = \mu_{ij} \times [\bar{M}_i + r^e \times \sum_j (K_{ij}\theta_j) + \sum_i m_{ij}]$$

$$(12') \quad m_{ij} = m_{ji} = \eta_{ij} \times [M_r + r^e \times \sum_r (K_{ij}\theta_i + K_{ji}\theta_j)]$$

ولنگرهای انتهائی نیز از فرمولهای زیر بدست می‌آید:

$$(4'') \quad \begin{cases} M_{ij} = K_{ij}(\theta_i + r^e \theta_j) + \mathcal{M}_{ij} + m_{ij} \\ M_{ji} = K_{ji}(\theta_j + r^e \theta_i) + \mathcal{M}_{ji} + m_{ji} \end{cases}$$

درحالیکه قاب دارای تغییر مکان جانبی نباشد یعنی هنگامیکه خود قاب و بارگذاری آن متقارن بوده و نیروهای افقی برآن وارد شود مقادیر  $m_{ij}$  و  $m_{ji}$  کلیه ستونها برابر صفر بوده ولذا: برای روش کانی روابط (۶) و (۷) بصورت زیر درمی‌آیند:

$$(5'') \quad \begin{cases} M_{ij} = M'_{ij} + C_{ij}M'_{ji} + \mathcal{M}_{ij} \\ M_{ji} = M'_{ji} + C_{ji}M'_{ij} + \mathcal{M}_{ji} \end{cases}$$

$$(7'') \quad M'_{ij} = v_{ij} [\bar{M}_i + \sum_i (C_{ij}M'_{ij})]$$

و برای محاسبه قاب کافیست که رابطه (۷'') را برای کلیه اعضاء متصل بگرههای مختلف قاب اجرا کرده پس از حصول دقت کافی با استفاده از رابطه (۵) مقادیر لنگرهای انتهائی اعضاء محاسبه می‌شوند. در روش تاکابایا روابط (۴) و (۱۱) بصورت زیر درمی‌آیند:

$$(4'') \quad \begin{cases} M_{ij} = k_{ij}(\theta_i + C_{ij}\theta_j) + \mathcal{M}_{ij} \\ M_{ji} = k_{ji}(\theta_j + C_{ji}\theta_i) + \mathcal{M}_{ji} \end{cases}$$

$$(11'') \quad \theta_i = \mu_{ij} [\bar{M}_i + \sum_j (L_{ij} \cdot \theta_j)]$$

برای محاسبه قاب کافیست تنها رابطه (۱۱'') برای کلیه گرههای قاب اجرا شده پس از حصول دقت کافی مقادیر لنگرهای انتهائی از رابطه (۴) حساب شوند.

همانطور که ملاحظه شد در روش کانی برای یک قاب ساده ساختمانی لازم است در هر گره رابطه (۷) چهار بار محاسبه شود درحالیکه در روش تاکابایا رابطه (۱۱) در هر گره تنها یکبار محاسبه می‌شود و همین اختلاف موجب تسهیل محاسبات بروش تاکابایا است. بعلاوه بعمل اینکه در هر گره یک مجهول موجود بوده و محاسبه برای آن اجرا می‌گردد و در مورد محاسبه با دست مانند روش کانی باعث شلوغی کاغذ محاسبات نمی‌گردد.

برنامه‌هایی که جهت حسابگر الکترونیک برای روش‌های کانی و تاکابایا نوشته شده است. برای قابها با تیرهای ماهیچه‌ای متقارن و ستونهای منشوری نیز قابل استفاده است و برای این طرز ساختمان که در عمل بیشتر اتفاق می‌افتد طرح گردیده است و شامل دو قسمت مجزا است:

الف - برنامه محاسبه لنگرهای انتهائی اعضاء قاب براساس آنچه که در فوق بدان اشاره شده نوشته

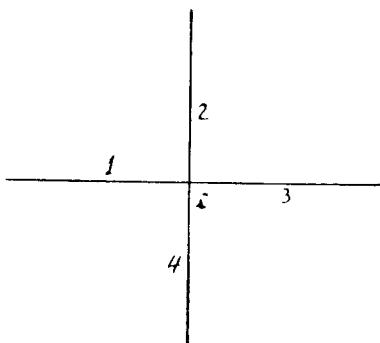
شده است.

ب - محاسبه عکس العملها و نیروهای محوری تیرها و ستونها و تعیین لنگر خمی مانند در طول

دهانه تیر و محل اثر آن در تیرها.

### الف - برنامه محاسبه لنگرهای انتهائی :

در این برنامه که براساس تئوری فوق طرح ریزی شده است. برای شناسائی شکل قاب به ماشین برای گرههای قاب نام‌گذاری تصاعدی از چپ براست و از بالا پیائین درنظر گرفته شده است و شماره گذاری اعضاء متصل در هر گره با عدد از یک تا چهار و درجهت عقربه‌های ساعت مطابق شکل (۶) می‌باشد. پس اعضاء حول گره نمطابق شکل عبارتند از ۱-۱ و ۲-۱ و ۳-۱ و ۴-۱.



شکل ۶

بنا بر لزوم برنامه باید همواره در بالای ساختمان یک طبقه فرضی با مشخصات صفر درنظر گرفت

با این جهت شماره گذاری گره‌ها از شماره (تعداد ستونها باضافه یک) شروع می‌شود.

در مرور ساختمانهای پلکانی نیز قابها را بصورت کامل درنظر گرفته و شماره گذاری بترتیب فوق

انجام می‌شود لیکن برای اینکه شکل ساختمان مشخص شود کافیست که شماره‌های اول و آخر هر طبقه بماشین داده شود.

بعنوان مثال قاب شکل (۶) شماره گذاری می‌شود :

چون تعداد ستونهای قاب ه عدد است لذا شماره گذاری از ۶ شروع شده و برای قاب کامل شده

مطابق شکل (۶) شماره گذاری می‌شود و برای شناساندن شکل پله‌ای قاب شماره‌های اول و آخر هر طبقه

بصورت زیر بماشین داده می‌شود :

7 9

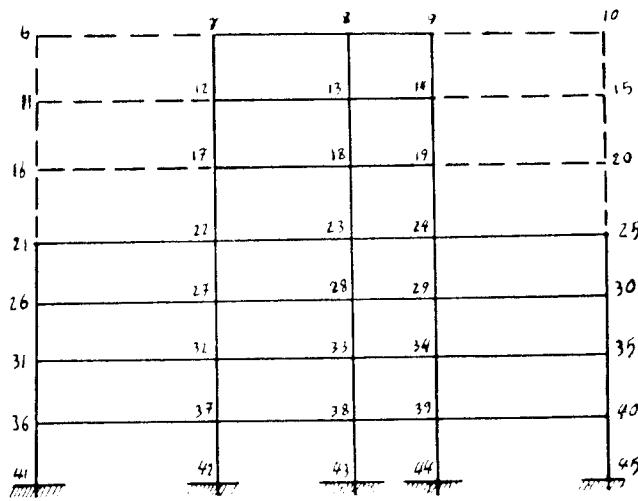
12 14

17 19

21 25

.....

.....



شکل ۶

البته در ابتدای برنامه باید تعداد طبقات و تعداد ستونهای قاب را نیز بماشین بدهیم. سپس ضرائب سختی اعضاء اطراف هر گره و بعد از آن لنگرهای گیرداری این اعضاء بصورت معلومات اولیه بماشین داده می شود.

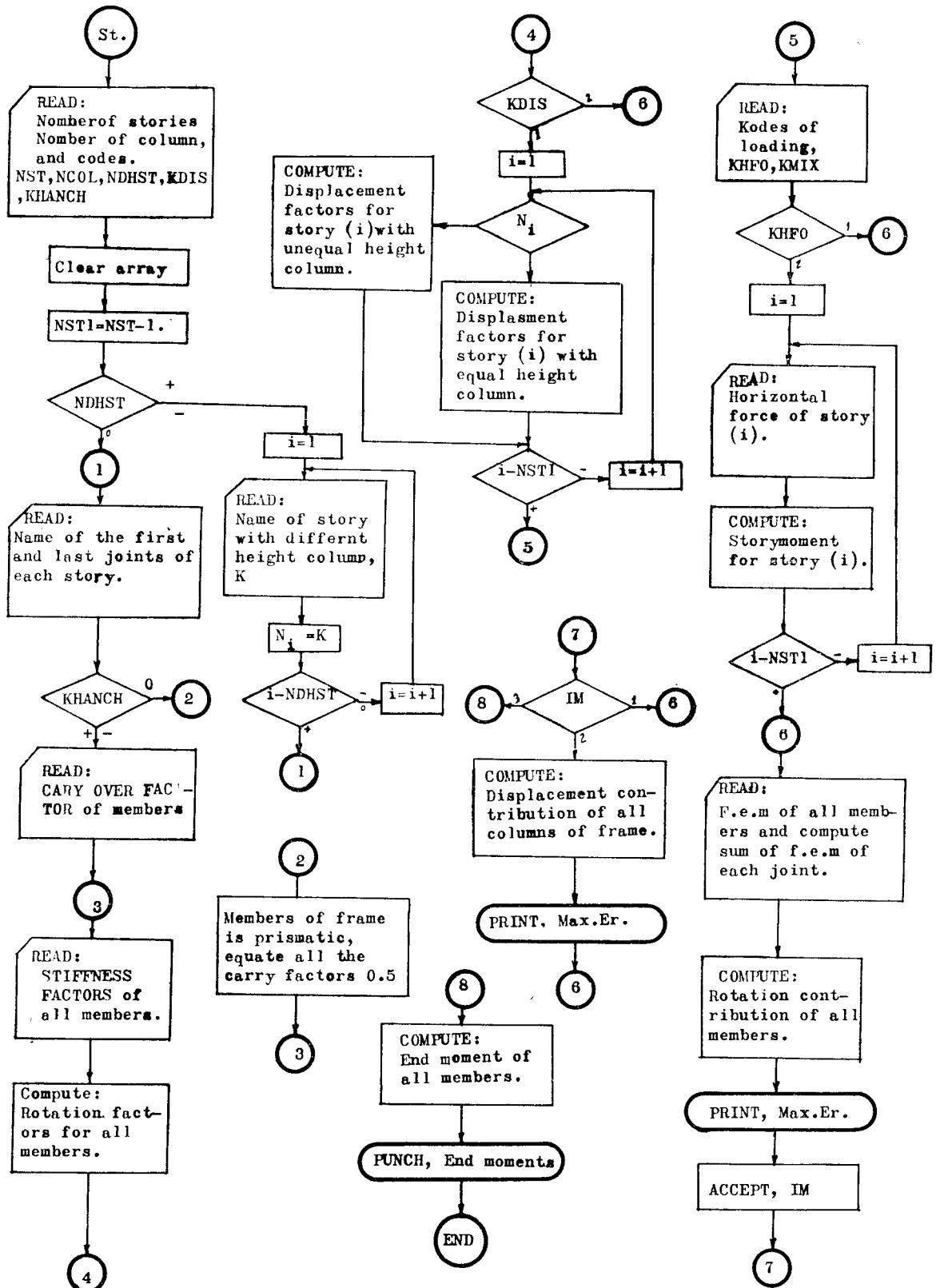
با استفاده از این معلومات اولیه وطبق تئوری بیان شده محاسبه مؤلفه های گردشی و تغییر مکانی مماسها برای گره های قاب توسط ماشین انجام می شود و پس از هر دور محاسبه ماشین بکمک ماشین تحریر بزرگترین اختلاف مقادیر جدید با مقادیر قدیم این مؤلفه ها را چاپ می کند و محاسبه متوقف می شود. استفاده کثیر از برنامه میتواند با زدن اعداد ۱ یا ۲ یا ۳ بر روی ماشین تحریر کنترل برنامه را بنا بدلخواه خود پر ترتیب جهت تکرار محاسبات مؤلفه های گردشی بدون درنظر گرفتن حرکت جانبی یا محاسبه مؤلفه های تغییر مکانی و درنظر گرفتن حرکت جانبی و یا ختم محاسبات ودادن جوابها بنقطه مورد نظر از برنامه منتقل نماید.

در این برنامه سعی شده است با استفاده از کلیه فنون برنامه ریزی حد اکثر استفاده از حافظه ماشین ۱۶۰ دانشگاه تهران (K-60) استفاده بعمل آید. لذا بکمک این برنامه میتوان تا حد اکثر قابهای ۵ طبقه و ۱۰ دهنه را بطور دقیق با درنظر گرفتن حرکت جانبی ساختمان محاسبه کرد.

همچنین بکمک این برنامه علاوه بر قابهای ساده ساختمانی میتوان قابهای پلکانی و قابهای راکه دارای ستونهای بالارتفاعات مختلف در یک طبقه هستند نیز با درنظر گرفتن حرکت جانبی آنان حل کرد.

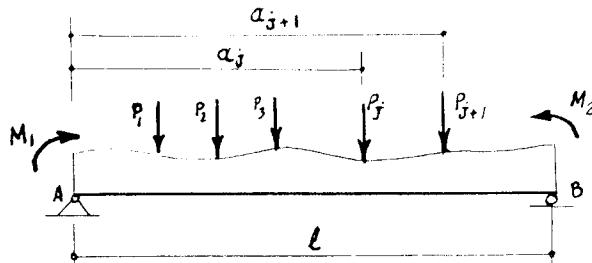
قسمت دوم برنامه آنالیز کامل قابها شامل برنامه ایست جهت تعیین عکس العملها و نیروهای داخلی و لنگرهای ماکزیمم تیرها و همچنین تعیین نیروهای داخلی و نیروهای برشی ستونها می باشد.

عکس العمل تیرها بر حسب نوع بارگذاری و لنگرهای انتهائی آنان که در برنامه اول تعیین گشته و بهمین ترتیب نیروهای برشی ستونها با استفاده از معادلات تعادل محاسبه می گردند. سپس با توجه به تعادل نیروها در هر گره نیروهای داخلی تیرها و ستونها تعیین می شوند.



برای محاسبه لنگر خمشی ماکزیمم تیرها پتریب زیر عمل می‌شود :

تیر AB را مطابق شکل (v) تحت اثر بارگستره بشدت p و n با نقطه‌ای  $P_1$  و  $P_2$  و ... و  $P_n$  و در لنگر انتهائی  $M_1$  و  $M_2$  در نظر می‌گیریم. در اینحال عکس العملهای دوسر آن با توجه به معادلات تعادل می‌شوند :



شکل v

$$\left\{ \begin{array}{l} R_A = \frac{p \cdot l}{2} + \sum_{i=1}^n \frac{P_i(l-a_i)}{l} - \frac{M_1 + M_2}{l} \\ R_B = \frac{p \cdot l}{2} + \sum_{i=1}^n P_i a_i + \frac{M_1 + M_2}{l} \end{array} \right.$$

جهت مشتبه لنگرها همان جهت مشتبه در روش کانی یعنی جهت عقربه‌های ساعت است.

باتوجه با این عکس العملها می‌توان نیروی برشی و لنگر خمشی در نقطه‌ای بفاصله x از پایه A که درین نیروهای  $P_j$  و  $P_{j+1}$  واقع است بدست آورد :

$$(8) \left\{ \begin{array}{l} M(x) = -\frac{p}{2}x^2 + \left( \frac{p \cdot l}{2} + \sum_{i=1}^n P_i - \sum_{i=1}^j P_i - \frac{1}{l} \sum_{i=1}^n P_i a_i - \frac{M_1 + M_2}{l} \right)x + M_1 + \sum_{i=1}^j P_i a_i \\ Q(x) = -px + \frac{p \cdot l}{2} + \sum_{i=1}^n P_i - \sum_{i=1}^j P_i - \frac{1}{l} \sum_{i=1}^n P_i a_i - \frac{M_1 + M_2}{l} \end{array} \right.$$

پس با توجه با این معادلات بسادگی می‌توان در هر نقطه‌ای از تیر مقادیر لنگر خمشی و نیروی برشی را حساب کرد.

چنانچه میدانیم لنگر خمشی ماکزیمم در مقطعی از تیر ایجاد می‌شود که در آن مقطع نیروی برشی برابر صفر باشد. با توجه با این نکته برای محاسبه لنگر خمشی ماکزیمم در تیرها بکمک حسابگر بدرو طریق می‌توان اقدام کرد :

- ۱- در روش اول با تعیین نیروی برشی در مقاطع مختلف تیر بتدربیج می‌توان مقطعی را که در آن نیروی برشی برابر صفر است پیدا کرد و بدین ترتیب عمل می‌شود که ابتدا مقدار دلخواهی به x نسبت داده

و  $(x) Q$  حساب میشود سپس بطور مرتب مقدار دلخواهی مساوی  $\Delta x$  با آن اضافه میشود تا جائیکه بازاء اضافه نمودن یک  $\Delta x$  با آن علامت  $(x) Q$  عوض شود. لذا روش است که  $(x) Q$  در فاصله  $x$  و  $x + \Delta x$  صفر میشود . حال بازاء :

$$x = x + \frac{\Delta}{2}$$

مقدار  $(x) Q$  تعیین میشود . یا  $(x) Q$  حاصله صفر است که در این صورت  $x$  حاصله نتیجه مطلوب میباشد یا صفر نیست که در اینحال علامت آن با  $(x) Q$  قبلی و  $(x + \Delta x) Q$  مقایسه میشود و برحسب اینکه علامت آن مخالف  $(x) Q$  قبلی یا  $(x + \Delta x) Q$  باشد  $x$  جدید برابر  $\frac{x}{2} + x$  یا  $x - \frac{x}{2}$  گرفته شده و مراحل بالا تکرار میگردد . این عمل آنقدر ادامه می یابد تا بازاء  $x$  حاصله مقدار  $(x) Q$  برابر صفر شود . درحالیکه نیروهای متumer کز بر تیر وارد شوند ممکن است در منحنی نیروی برشی در نقطه اثر این نیروها ایجاد شکستگی پاتغییر علامت شود که در اینحال چون  $(x) Q$  هیچگاه صفر نمیشود لذا با روشن فوق هیچگاه نمیتوان به نتیجه مطلوب رسید لیکن میتوان مقدار  $x$  آن مقطع را با محدود کردن تعداد تکرار محاسبات فوق با تقریب کافی بدست آورد .

روش فوق یک روش کلی است که میتوان آنرا در مورد هر نوع بارگذاری بکار برد . لیکن زمان اجرای آن بکمک حسابگر نسبتاً طولانی میباشد .

- این روش تنها درحالی قابل استفاده است که بارهای وارد بر تیر گسترده یکنواخت و نقطه ای باشند . چنانچه از فرمول  $(8)$  برآمده آید . منحنی نیروی برشی در فاصله هردو نیروی منفرد معادله خاصی دارد که میتوان  $x$  مربوط به  $= 0$   $(x) Q$  آنرا بدست آورد مثلا در بین دونیروی  $j_1$  و  $j_{i+1}$  با استفاده از فرمول  $(8)$  میتوان نتیجه گرفت که :

$$(9) \quad x = \frac{1}{P} + \frac{1}{P} \left( \sum_{i=1}^n P_i - \frac{1}{1} \sum_{i=1}^n P_i a_i - \frac{M_1 + M_2}{1} - \sum_{i=1}^j P_i \right)$$

اگر  $x$  حاصله در فاصله  $j_1$  و  $a_{j+1}$  باشد برای محاسبه لنگر ماکزیمم قابل قبول است و چنانچه  $x$  در این فاصله نباشد قابل قبول نیست زیرا معادله تغییرات نیروی برشی در خارج از این فاصله دیگر از رابطه  $(8)$  پیروی نمی کند .

در این روش از استدلال فوق استفاده میگردد . بدین ترتیب از چپ براست در بین هر دو نیروی متمرکز با استفاده از فرمول  $(9)$   $x$  از معادله  $= 0$   $(x) Q$  تعیین میشود که  $(x) Q$  معادله نیروی برشی در بین دونیروی متمرکز است .

اگر  $x$  حاصله در فاصله بین دو نیرو باشد برای محاسبه لنگر خمی ماکزیمم بکار میرود والا این عمل برای هر زوج نیروهای بعدی تکرار میگردد تا مقطع مطلوب بدست آید . در صورتیکه در نقطه اثر یکی

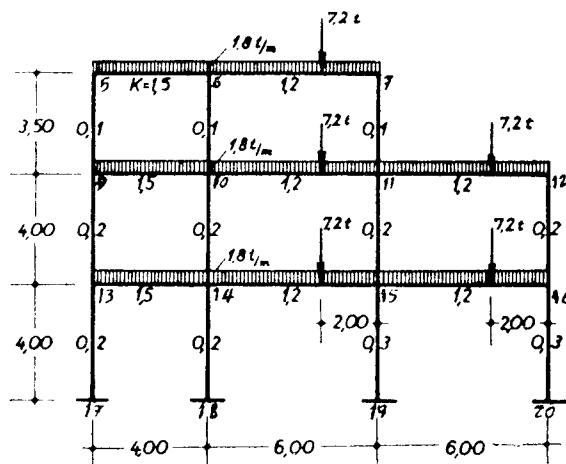
از نیروها منحنی نیروی برشی همراه با یک شکستگی تغییر علامت دهد در اینحال مقطع مطلوب نقطه اثر نیروی مزبور است.

در این روش مقطع مورد نظر بطور کامل دقیقی تعیین شده و تعداد تکرار محاسبات حداً کثر برابر با تعداد نیروهای منفردی است که بر تیر وارد میشود. لذا محاسبه لنگر خمشی ماکزیمم برخلاف روش قبلی زمان بسیار کمی لازم داشته و برای قابها که دارای تعداد زیادی تیر هستند مناسبتر است.

در برنامه دوم آنالیز قابها برای محاسبه لنگر خمشی ماکزیمم تیرها از روش فوق استفاده شده است که چند مثال حل شده را برای آشنائی با این برنامه ها ذکر می کنیم :

مثال ۱ - مطلوب محاسبه لنگرها انتهائی اعضاء قاب شکل زیر است (مثال شماره ۲ از کتاب کانی).

این قاب با درنظر گرفتن حرکت جانبی ساختمان محاسبه شده و نتایج زیر حاصل گردیده است.



JOINT NO.	LEFT MOM.	UP MOM.	RIGHT MOM.	DOWN MOMENT.
5	0.000	0.000	—. 062	. 062
6	8. 982	0. 000	—. 671	. 688
7	. 995	0.000	0. 000	— . 995
9	0. 000	. 124	—. 643	. 519
10	5. 054	. 526	—6. 495	. 914
11	13. 166	—. 407	—13. 217	. 458
12	1. 935	0. 000	0. 000	— 1. 935
13	0. 000	. 500	—. 802	. 302
14	5. 166	. 931	—6. 712	. 613
15	12. 427	. 388	—13. 105	. 290
16	3. 422	—1. 776	0. 000	— 1. 645
17	0. 000	. 282	0. 000	0. 000
18	0. 000	—1. 941	0. 000	0. 000
19	0. 000	. 343	0. 000	0. 000
20	0. 000	—. 624	0. 000	0. 000

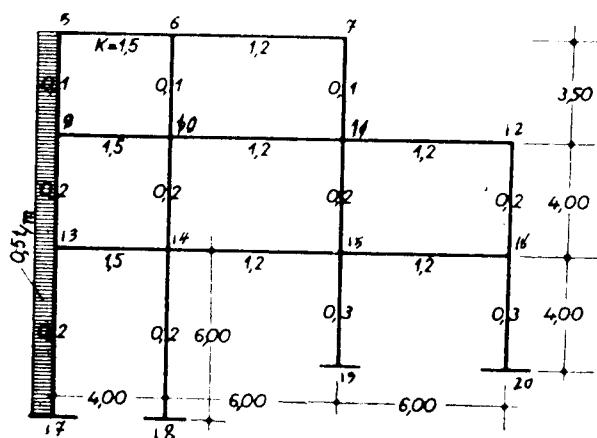
جوابهای برنامه دوم برای نیروهای داخلی عکس العملهای ستونها و تیرها و لنگر خمشی ماکزیمم  
در طول دهانه هر تیر بقرار زیر است :

GIR.NO.	GIR.LEN.	L.REAC.	R.REAC.	IN.FO.	L.MOM.	R.MOM.	X.	MAX.MOM.
5, 6	4.00	1.3	5.8	0.0	.0	8.9	.76	.4
6, 7	6.00	9.2	8.7	-3	9.6	.9	4.00	12.9
9, 10	4.00	2.4	4.7	-2	0.6	5.0	1.38	1.0
10, 11	6.00	6.6	11.3	-3	6.4	13.1	3.71	5.9
11, 12	6.00	9.6	8.3	-9	13.2	1.9	4.00	11.1
13, 14	4.00	2.5	4.6	1	.8	5.1	1.39	.9
14, 15	6.00	6.8	11.1	3	6.7	12.4	3.80	6.3
15, 16	6.00	9.4	8.5	3	13.1	3.4	4.00	10.1

COL.NO,	UP MOMENT	DW.MOMENT	IN.FORCE	SH.FO.	COL. HEI
5, 9	0.0	.1	1.3	0.0	3.50
6, 10	.6	.5	-15.	.3	3.50
7, 11	-9	-4	-8.7	-4	3.50
9, 13	.5	.5	-3.8	.2	4.00
10, 14	.9	.9	-26.4	.4	4.00
11, 15	.4	.3	-29.7	.2	4.00
12, 16	-1.9	-1.7	-8.3	-9	4.00
13, 17	.3	.2	-6.3	.1	4.00
14, 18	.6	.4	-38.	.2	4.00
15, 19	-3	.3	-50.3	.1	4.00
16, 20	-1.6	-6	-16.5	-5	4.00

مثال ۲- مطلوب محاسبه لنگرهای انتهائی قاب شکل مقابل تحت اثر نیروی افقی باد است (مثال شماره ۳ کتاب کانی).

محاسبه این قاب از نقطه نظر نامساوی بودن ستونها قابل توجه است.



JOINT NO.	LEFT MOMENT	UP MOMENT	RIGHT MOMENT	DOWN MOMENT
5	0.000	0.000	.016	—.016
6	.160	0.000	.374	—.534
7	.506	0.000	0.000	—.506
9	0.000	—.986	1.716	—.730
10	1.301	—.521	.790	—1.569
11	.870	—.497	1.097	—1.471
12	1.243	0.000	0.000	—1.243
13	0.000	—2.042	2.303	—2.60
14	1.860	—1.546	1.564	—1.878
15	1.995	—1.389	3.500	—4.106
16	4.575	—1.006	0.000	—3.569
17	0.000	—3.382	0.000	0.000
18	0.000	—1.941	0.000	0.000
19	0.000	—4.308	0.000	0.000
20	0.000	—4.039	0.000	0.000

## مراجع

Analysis of multistory frames. By Gaspar Kani - ۱

۲- مقاله نویسنده در همین شماره مجله تحت عنوان «جدول تیرهای ماهیچه‌ای با مقطع I»

Hand book of frame Constants. - ۳

Published by Portland Cement association (1947)

Multistory forms. By Pr. F. Takabeya - ۴

Published by Ernest & Sons

وظیفه خود میدانم که از مساعدهای بیدریغ آفایان علاقمند و رجائیان رئیس و معاون مرکز محاسبات و تحقیقات الکترونیکی دانشگاه تهران و کارمندان این مرکز تشکر کنم.