

ترکیب روش‌های سیگنال تحلیلی و واهمامیخت اویلر (Euler Deconvolution)

(AN_EUL) برای تفسیر داده‌های مغناطیسی دوبعدی

جمال‌الدین بنی‌عامریان^{۱*} و بهروز اسکویی^۲

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران
^۲ استادیار، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۸۷/۱۲/۱۰، پذیرش نهایی: ۸۹/۱۱/۱۹)

چکیده

روش AN-EUL روش خودکار برای برآورد مکان و محاسبه عمق و اندیس ساختاری (Structural index) (شکل) چشمه‌های مغناطیسی است. این روش ترکیبی از دو روش سیگنال تحلیلی و واهمامیخت اویلر است و معادلات آن از جایگذاری مشتق‌های مناسب معادله اویلر در معادله سیگنال تحلیلی میدان به‌دست می‌آید. در این مقاله روش AN-EUL برای برآورد مکان و محاسبه عمق و اندیس ساختاری ساختارهای دوبعدی به‌کار گرفته شده است. به‌این ترتیب که، ابتدا با استفاده از مدل‌سازی به روش پیشرو (Forward modeling) برای برخی مدل‌های دوبعدی مغناطیسی ساده مانند، دایک نازک، دایک ضخیم و استوانه افقی، که همه پارامترهای آنها معین است داده مصنوعی تولید شده است. سپس در مرحله بعد همه کمیت‌های موردنیاز در روش AN-EUL برای این داده‌های تولید شده محاسبه شده و درنهایت با استفاده از روابط کلی روش AN-EUL مقادیر عمق و اندیس ساختاری برای هر کدام از این مدل‌ها به‌دست آمده و با مقادیر واقعی‌شان مقایسه شده است. درصد خطا و تفاوت مقادیر محاسبه شده با مقادیر واقعی پارامترها نشان می‌دهد که این روش دقت قابل‌ملاحظه‌ای در تعیین عمق و اندیس ساختاری چشمه‌های مغناطیسی دارد. همه مراحل محاسباتی در این مقاله، اعم از تولید داده مصنوعی، فیلترهای لازم و روابط اصلی تعیین عمق و اندیس ساختاری با استفاده از برنامه‌های d که در محیط مطلب نوشته شده، صورت گرفته است.

واژه‌های کلیدی: سیگنال تحلیلی، واهمامیخت اویلر، اندیس ساختاری، مشتق‌های افقی و قائم میدان

Combination of analytic signal and Euler Deconvolution methods for interpretation of 2-D magnetic data

Baniamerian, J.¹ and Oskooi, B.²

¹ M. Sc. Student of Geophysics, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

² Assistant Professor, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

(Received: 28 Feb 2009, Accepted: 8 Feb 2011)

Abstract

AN_EUL is a new automatic method for simultaneous approximation of location, depth, and structural index (geometry) of magnetic sources. In the 2D case analytic signal is defined as a conjugate function whose imaginary part is the Hilbert transform of its real part. Since the first vertical derivative of the magnetic field is the Hilbert transform of its horizontal derivative, vertical and horizontal derivatives of the magnetic field can produce an analytic signal function whose amplitude is equal to the root of the summation of square of the horizontal and vertical derivatives. Analytic signal has some useful properties. For 2D sources the amplitude shape of the analytic signal is an even and symmetric function whose maximum determines the location of the source. Moreover, the

shape of the amplitude does not depend on the orientation of magnetization, strike, inclination and declination of the magnetic field.

The Euler Deconvolution method is an automatic procedure to approximate the geometry, depth and location of the magnetic sources. In this method there is no need for reduction to the pole and remnant magnetization is not an interfering factor. The principle of the Euler Deconvolution method is based on the Euler Homogeneous differential equation.

The AN_EUL method is a combination of analytic signal and Euler Deconvolution methods, and its main equations are derived by substituting appropriate derivatives of the Euler homogeneous equation into the expression of analytic signal of the potential field. AN_EUL equations are calculated at the source location that is approximated by the location of the maximum of analytic signal amplitude. In this paper, the AN-EUL method has been used for the determination of location, depth and structural index of 2D magnetic structures. At the first step, by using the forward modeling for some ideal 2D magnetic models, such as thin dike, thick dike and horizontal cylinder with given parameters, the synthetic data has been produced. At the next step, all of the required quantities in the AN-EUL method have been calculated for these series of data. In the final step, the depth and structural index of these models are calculated using the general formulas of AN-EUL and are compared with their real values. The levels of error and difference between the calculated values and real values of depth and structural index show that this method has an acceptable accuracy in approximating the structural index and depth of sources. Because AN_EUL equations use high order magnetic derivatives, the noises are amplified intensely; consequently for better resolution an upward continuation filter should be used. For some models like thick dikes, the analytic signal amplitude may have two maximums. For solving this problem the data should be continued to a higher level by upward continuation filter. In addition, since the derivatives are calculated by Fourier transform, it is necessary to taper the data before using this transform to avoid Gibbs effect. All of the computational steps in this paper, such as creation of synthetic data, necessary filters and the main equations of AN-EUL have been done by codes written in MATLAB.

Key words: Analytic signal, Euler Deconvolution, Structural index, Horizontal and vertical derivatives of field

۱ مقدمه

سیگنال تحلیلی ارتقا یافته (Enhanced analytic signal) برای تعیین عمق ساختارهای زمین‌شناسی مانند دایک و گسل استفاده کرد. بر همین اساس، باستانی و پدرسون (۲۰۰۱) از سیگنال تحلیلی برای محاسبه پارامترهای دایک (عمق، پهنا، مغناطیس‌شوندگی، زاویه شیب، امتداد) استفاده کرد. یکی از دلایل به کارگیری سیگنال تحلیلی در تفسیر داده‌های مغناطیسی وابسته نبودن آن به کمیت‌های جهتی و امکان تعیین موقعیت چشمه با استفاده از محل مقدار بیشینه دامنه سیگنال تحلیلی است.

تاکنون برای برآورد پارامترهای چشمه‌های مغناطیسی (عمق، مکان، مرز چشمه و شکل) براساس استفاده از مشتق‌های میدان روش‌های گوناگونی ابداع شده است. یکی از این روش‌ها روش سیگنال تحلیلی است که ابتدا نیقیان (۱۹۷۲) آن را در برآورد عمق سطح تماس (Contact) به کار برد. آتچپوتا و همکاران (۱۹۸۱) با استفاده از مجموعه‌ای از نقاط مشخص روی منحنی دامنه سیگنال تحلیلی، روابطی را برای محاسبه عمق تا سطح دایک به دست آورد. هسیو و همکاران (۱۹۹۶) از مفهوم

روابط زیر تعریف می‌شوند:

$$A(x, y) = \frac{\partial T}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \hat{j} + i \frac{\partial T}{\partial z} \hat{k} \quad (۳)$$

$$|A(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2} \quad (۴)$$

سیگنال تحلیلی در تعیین محل و عمق چشمه‌های مغناطیسی کاربرد دارد. برای چشمه‌های دو بُعدی (دایک، استوانه افقی، سطح تماس) دامنه سیگنال تحلیلی همواره یک تابع زوج و متقارن است و دامنه آن بسته به نوع مدل، روی جسم یا روی لبه‌های آن به مقدار بیشینه خود می‌رسد. با استفاده از این ویژگی سیگنال تحلیلی می‌توان محل یا مرزهای چشمه را مشخص کرد. برای چشمه‌های دو بُعدی، شکل منحنی دامنه سیگنال تحلیلی مستقل از کمیت‌های جهتی مانند جهت مغناطیدگی، زاویه شیب، زاویه میل و انحراف میدان و امتداد خفت (strike) است. بنابراین مغناطیس باقی‌مانده عامل مزاحمی نخواهد بود و این کمیت‌های جهتی فقط روی اندازه دامنه سیگنال تحلیلی تاثیر دارند. تاثیر نداشتن کمیت‌های جهتی بر شکل منحنی دامنه سیگنال تحلیلی، ویژگی بسیار جالب سیگنال تحلیلی در حالت دو بُعدی است. این اثر، به‌خصوص در مناطقی که مغناطیس باقی‌مانده معلوم نیست، بسیار مهم است.

سیگنال تحلیلی ارتقایافته مرتبه n عبارت است از سیگنال تحلیلی مشتق قائم مرتبه n ام میدان (هسیو، ۱۹۹۶).

$$A_n(x, y) = \frac{\partial T_n^z}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial T_n^z}{\partial y} \hat{j} + i \frac{\partial T_n^z}{\partial z} \hat{k} \quad (۵)$$

$$|A_n(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial T_n^z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T_n^z}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial T_n^z}{\partial z}\right)^2} \quad (۶)$$

در این روابط، $T_n^z = \frac{\partial^n T}{\partial z^n}$ ، مشتق قائم مرتبه n ام میدان است. هسیو از مفهوم سیگنال تحلیلی ارتقاء یافته برای تعیین عمق ساختارهای دو بُعدی (خطی) مثل دایک و سطح تماس استفاده کرد. در حالت دو بُعدی مشتق در جهت y صفر است.

روش واهم‌میخت اوپلر نیز یکی از روش‌های خودکار برای تفسیر داده‌های مغناطیسی است که اساس آن استفاده از مشتق‌های میدان در معادله همگن اوپلر است. تامپسون (۱۹۸۲) از این روش برای برآورد عمق و شکل ساختارهای دو بُعدی استفاده کرد. رید و همکاران (۱۹۹۰) روش واهم‌میخت اوپلر را برای حالت سه بُعدی تعمیم داد.

سالم و راوات (۲۰۰۳) با ترکیب این دو روش، روش خودکار جدیدی تحت عنوان AN-EUL ابداع کرد. این روش بسیاری از محدودیت‌های روش‌های پیشین را ندارد و با استفاده آن می‌توان عمق، مکان و اندیس ساختاری چشمه‌های مغناطیسی را به‌طور هم‌زمان تعیین کرد. از ویژگی‌های مهم این روش محدود نبودن آن به مدل‌های ایدئال (مدل‌های دارای اندیس ساختاری عدد صحیح) است. همچنین، اندیس ساختاری می‌تواند عددی کسری باشد که توصیف کننده اجسام با شکل دلخواه است.

۲ نظریه روش

اساس این روش جایگذاری مشتق‌های معادله اوپلر در معادله سیگنال تحلیلی است. در اینجا هر کدام از این روش‌ها به‌طور مختصر توضیح داده می‌شوند.

۱-۲ روش سیگنال تحلیلی

سیگنال تحلیلی در حالت دو بُعدی یک تابع موهومی است که قسمت موهومی آن تبدیل هیلبرت قسمت حقیقی آن است. مشتق قائم میدان مغناطیسی برابر است با تبدیل هیلبرت مشتق افقی آن، بنابراین تابع سیگنال تحلیلی و دامنه سیگنال تحلیلی میدان اندازه‌گیری شده در حالت دو بُعدی با روابط زیر تعریف می‌شوند (نبیقان، ۱۹۸۴):

$$A(x) = \frac{\partial T}{\partial x} + i \frac{\partial T}{\partial z} \quad (۱)$$

$$|A(x)| = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2} \quad (۲)$$

در حالت سه بُعدی سیگنال تحلیلی میدان و دامنه آن با

۲-۲ روش واهمامیخت اوپلر

روش واهمامیخت اوپلر روشی خودکار برای برآورد عمق، شکل و مکان چشمه‌های مغناطیسی است. در روش اوپلر نیازی به انتقال به قطب نیست و مغناطیس باقی مانده عامل مزاحمی نخواهد بود (راوات، ۱۹۹۶). اساس این روش استفاده از معادله دیفرانسیل همگن اوپلر است. روش اوپلر را می‌توان روی داده‌های نیم‌رخ (دو بُعدی) و همچنین داده‌های شبکه‌ای (سه بُعدی) اعمال کرد. تابع $f(x, y, z)$ را همگن از مرتبه n می‌گویند در صورتی که رابطه زیر برای هر ضریب دلخواه و حقیقی t برقرار باشد. (بلیکلی، ۱۹۹۵):

$$f(tx, ty, tz) = t^n f(x, y, z) \tag{7}$$

در این صورت تابع f در معادله دیفرانسیل زیر صدق می‌کند:

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} + z \frac{\partial f}{\partial z} = n f(x, y, z) \tag{8}$$

معادله دیفرانسیل (۸) معادله دیفرانسیل همگن اوپلر نام دارد. از طرفی میدان مغناطیسی ناشی از بسیاری از چشمه‌های ساده مغناطیسی به شکل زیر است:

$$\Delta T(x, y, z) = \frac{a}{r^n} \tag{9}$$

در این رابطه a یک مقدار ثابت و r فاصله چشمه تا نقطه اندازه‌گیری است:

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \tag{10}$$

با توجه به روابط (۷) و (۹)، ΔT تابع همگن از مرتبه

n - است و در معادله اوپلر صدق می‌کند:

$$(x-x_0) \frac{\partial \Delta T}{\partial x} + (y-y_0) \frac{\partial \Delta T}{\partial y} + (z-z_0) \frac{\partial \Delta T}{\partial z} = -n \Delta T \tag{11}$$

در رابطه (۱۱) نقطه (x_0, y_0, z_0) محل چشمه، نقطه (x, y, z) نقطه اندازه‌گیری و تابع همگن ΔT بی‌هنجاری میدان است. ضریب n اندیس ساختاری و نشان‌دهنده نرخ تغییرات میدان با فاصله از چشمه است. بامعلوم بودن n می‌توان شکل کلی چشمه را برآورد کرد. جدول ۱ اندیس ساختاری را برای برخی مدل‌های ساده نشان می‌دهد.

در حالت کلی میدان اندازه‌گیری شده کل در هر نقطه (x, y, z) را می‌توان مجموع میدان ناشی از چشمه، ΔT ، و میدان زمینه \bar{B} دانست که \bar{B} مقدار ثابتی دارد:

$$\bar{T} = \Delta T + \bar{B} \tag{12}$$

با جایگذاری رابطه (۱۲) در معادله (۱۱) داریم:

$$x_0 \frac{\partial T}{\partial x} + y_0 \frac{\partial T}{\partial y} + z_0 \frac{\partial T}{\partial z} + nB = x \frac{\partial T}{\partial x} + y \frac{\partial T}{\partial y} + z \frac{\partial T}{\partial z} + nT \tag{13}$$

این معادله باید برای تمام نقاط شبکه یا نیم‌رخ حل شود. پارامترهای x_0, y_0, z_0, B مجهول‌های این معادلات هستند. چون تعداد معادلات از تعداد مجهول‌ها بیشتر است برای حل معادلات باید از روش کمترین مربعات استفاده کرد.

جدول ۱. رابطه بین اندیس ساختاری، نوع مدل و موقعیت عمق محاسبه شده (هسیو و همکاران، ۱۹۹۸).

اندیس ساختاری n	نوع ساختار مغناطیسی	نقطه‌ای از ساختار که عمق آن تعیین می‌شود
۰	گسل و سطح تماس که نسبت عمق به ضخامت آن کوچک است	عمق تا سطح گسل، لبه سطح تماس
۱	دایک نازک و سطح تماس که نسبت عمق به ضخامت آن بزرگ است	عمق تا سطح، عمق تا نقطه‌ای داخل سطح تماس
۲	استوانه افقی، استوانه عمودی	عمق تا مرکز
۳	کره مغناطیسی یا دو قطبی مغناطیسی	عمق تا مرکز

$$z_0 \left| AAS_1 \right|_{x=x_0, y=y_0} = (n+1) \left| AAS_0 \right|_{x=x_0, y=y_0} \quad (18)$$

در این رابطه $|AAS_0|$ و $|AAS_1|$ به ترتیب دامنه سیگنال تحلیلی بی‌هنجاری مغناطیسی و دامنه سیگنال تحلیلی مشتق قائم مرتبه اول بی‌هنجاری مغناطیسی (دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه اول) هستند. یادآوری می‌شود که نقطه (x_0, y_0) نشان‌دهنده موقعیت افقی چشمه است. بنابراین با توجه به رابطه (۱۸) دامنه سیگنال‌های تحلیلی بی‌هنجاری مغناطیسی باید در مختصات افقی چشمه محاسبه شود.

برای به‌دست آوردن روابط مستقل، به منظور محاسبه عمق و اندیس ساختاری ابتدا از معادله (۱۳) نسبت به z مشتق گرفته می‌شود:

$$x \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial z} + y \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial z} + \frac{\partial T}{\partial z} + z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + n \frac{\partial T}{\partial z} = \quad (19)$$

$$x_0 \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial z} + y_0 \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial z} + z_0 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

اگر از طرفین این معادله نسبت به x, y, z مشتق بگیریم و قرار دهیم $x = x_0, y = y_0, z = 0$ روابط زیر به‌دست می‌آید:

$$(n+2) \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x \partial z} \right)_{x=x_0, y=y_0} = z_0 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)_{x=x_0, y=y_0} \quad (20)$$

$$(n+2) \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y \partial z} \right)_{x=x_0, y=y_0} = z_0 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)_{x=x_0, y=y_0} \quad (21)$$

$$(n+2) \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)_{x=x_0, y=y_0} = z_0 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)_{x=x_0, y=y_0} \quad (22)$$

طرفین سه معادله بالا را به توان دو می‌رسانیم، سپس از دو طرف معادله به‌دست آمده جذر گرفته می‌شود و در نهایت با استفاده از رابطه (۶) رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$(n+2) \left| AAS_1 \right|_{x=x_0, y=y_0} = z_0 \left| AAS_2 \right|_{x=x_0, y=y_0} \quad (23)$$

$|AAS_2|$ دامنه سیگنال تحلیلی مشتق قائم مرتبه دوم بی‌هنجاری مغناطیسی (دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه دوم) است. با جایگذاری معادله (۲۳) در معادله (۱۸) روابط

۳-۲ روش AN_EUL

روش AN_EUL یک روش خودکار برای تفسیر داده‌های مغناطیسی است. با استفاده از این روش می‌توان عمق، مکان و شکل چشمه را به‌طور هم‌زمان برآورد کرد. این روش برای تفسیر داده‌های نیم‌رخ (دو بُعدی) و شبکه‌ای (سه بُعدی) به کار برده می‌شود. یکی از ویژگی‌های مهم این روش محدود نبودن آن به مدل‌های ایدئال (مدل‌های دارای اندیس ساختاری عدد صحیح) است و اندیس ساختاری می‌تواند یک عدد کسری باشد که توصیف‌کننده اجسام با شکل دلخواه است. اساس این روش جایگذاری مشتق‌های معادله اوپلر در معادله سیگنال تحلیلی است. بنابراین برای به‌دست آوردن معادلات اصلی روش AN_EUL از معادله (۱۳) در جهت‌های متفاوت در نقطه (x_0, y_0) واقع در صفحه $z=0$ یعنی در نقطه $(x_0, y_0, 0)$ که دقیقاً در بالای جسم قرار دارد (مکان افقی چشمه) مشتق گرفته می‌شود.

$$z_0 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x \partial z} \right)_{x=x_0, y=y_0} = (n+1) \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=x_0, y=y_0} \quad (14)$$

$$z_0 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y \partial z} \right)_{x=x_0, y=y_0} = (n+1) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{x=x_0, y=y_0} \quad (15)$$

$$z_0 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)_{x=x_0, y=y_0} = (n+1) \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{x=x_0, y=y_0} \quad (16)$$

طرفین سه معادله بالا به توان دو می‌رسند و با هم جمع می‌شوند. سپس از دو طرف معادله به‌دست آمده جذر گرفته می‌شود.

$$z_0 \left(\sqrt{\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x \partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y \partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)^2} \right)_{x=x_0, y=y_0} = \quad (17)$$

$$(n+1) \left(\sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2} \right)_{x=x_0, y=y_0}$$

با استفاده از رابطه (۶) می‌توان رابطه بالا را به‌طور خلاصه نوشت:

که این روش بر روی داده‌های مصنوعی اعمال شود. با استفاده از مدل‌سازی به روش پیشرو، برای مدل‌های مغناطیسی استوانه افقی بی‌نهایت، دایک نازک و دایک ضخیم داده مصنوعی تولید می‌شود. سپس روش فوق بر روی این داده‌ها اعمال و جواب‌های به‌دست آمده با مقادیر واقعی آنها (پارامترهای مدل‌ها) مقایسه می‌شود. برای برآورد واقعی‌تر داده‌های مصنوعی، به داده‌های مصنوعی تولید شده نوفه اضافه شده است.

مدل استوانه افقی بی‌نهایت و دایک نازک: یک استوانه افقی و یک دایک نازک با مشخصات ذکر شده در جدول ۲ در نظر می‌گیریم و روش AN_EUL را بر روی داده‌های مصنوعی ناشی از این مدل‌ها اعمال می‌کنیم. محور استوانه و راستای دایک عمود بر راستای نیم‌رخ اندازه‌گیری فرض شده است.

پس از ادامه فراسوی داده‌ها و اعمال روش AN_EUL، جواب‌های مورد نظر مطابق جدول ۳ به‌دست می‌آید. با توجه به نتایج این جدول مقادیر به‌دست آمده برای اندیس ساختاری دایک و استوانه ۱/۰۵ و ۱/۹۵ است که در مقایسه با مقادیر واقعی آنها در جدول ۱ دارای دقت خوبی هستند و شکل ساختار به‌خوبی برآورد می‌شود. همچنین برآورد عمق با خطای ۲/۵ و ۴ درصد برای دایک و استوانه قابل قبول است. لازم به ذکر است که درصد خطای برآورد عمق برای عمق چشمه نسبت به سطح ادامه فراسو سنجیده می‌شود. در هر دو حالت مقدار بیشینه دامنه سیگنال تحلیلی در نقطه ۱۰۰ کیلومتری از ابتدای نیم‌رخ، یعنی دقیقاً بر روی ساختارها قرار گرفته است. بنابراین با توجه به این نتایج، می‌توان گفت که روش AN_EUL دقت و کارایی قابل‌قبولی برای برآورد عمق و اندیس ساختاری و محل چشمه دارد.

کلی برای برآورد اندیس ساختاری (شکل چشمه) و عمق به‌دست می‌آید:

$$n = \left(\frac{2|AAS_1|^2 - |AAS_2||AAS_0|}{|AAS_2||AAS_0| - |AAS_1|^2} \right)_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} \quad (24)$$

$$z_0 = \left(\frac{|AAS_1||AAS_0|}{|AAS_2||AAS_0| - |AAS_1|^2} \right)_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} \quad (25)$$

کلید مشتق‌های میدان با استفاده از فن FFT محاسبه می‌شود. هیچ کدام از معادلات بالا وابستگی صریح به مغناطیس شونده ندارند، لذا مغناطیس باقی‌مانده عامل مزاحمی نخواهد بود و نیازی به محاسبه آن نیست. در مورد ساختارهای خطی (دو بُعدی) مقدار بیشینه دامنه سیگنال تحلیلی دقیقاً روی چشمه قرار می‌گیرد. بنابراین با استفاده از این ویژگی می‌توان محل چشمه یعنی نقطه x_0 را تعیین، سپس با استفاده روابط (۲۴) و (۲۵) اندیس ساختاری و عمق را محاسبه کرد. همانند سایر روش‌هایی که از مشتق‌های میدان استفاده می‌کنند، دقت این روش تا حد بسیار زیادی به کیفیت داده‌های اندازه‌گیری شده و نوفه‌ها بستگی دارد. برای کاهش اثر نوفه‌ها و بی‌هنجاری‌های سطحی، از ادامه فراسوی داده‌ها به یک سطح بالاتر استفاده می‌شود. با توجه به اینکه برای محاسبه کلید مشتق‌های میدان از روش FFT استفاده می‌شود، بنابراین قبل از اعمال روش، به‌منظور جلوگیری از اثر گیبس (پدیده رینگی شدن ابتدا و انتهای یک سیگنال به دلیل قطع ناگهانی، هنگام اعمال تبدیل فوریه) حتماً لازم است که داده‌ها تیپر (بسط خطی سیگنال قبل از اعمال تبدیل فوریه، به منظور کاهش اثر گیبس (Taper)) شوند.

۳ اعمال روش بر روی داده‌های مصنوعی

برای ارزیابی میزان دقت و کارایی روش AN_EUL و همچنین اطمینان از درستی برنامه نوشته شده لازم است

جدول ۲. مشخصات مدل‌های استوانه افقی و دایک نازک برای تولید داده مصنوعی.

پارامترهای مدل	دایک نازک	استوانه افقی
عمق (کیلومتر)، Z_0	۸	۱۰
موقعیت افقی نسبت به مبدا (کیلومتر)، X_0	۱۰۰	۱۰۰
مغناطیس شونددگی	القایی، ۱۰	القایی و باقی مانده
گشتاور مغناطیسی در واحد طول (استوانه)	—	۱۵
زاویه میل میدان زمین	۴۵	۵۰
زاویه انحراف میدان زمین	۰	۲۰
زاویه میل مغناطیس شونددگی کل	۴۵	۳۰
زاویه انحراف مغناطیس شونددگی کل	۰	۱۰
زاویه شیب (دایک)	۹۰ درجه	—
فاصله بین نقاط اندازه‌گیری (کیلومتر)	۱	۱
تعداد نقاط اندازه‌گیری	۲۰۰	۲۰۰
سطح اندازه‌گیری، Z	$Z = 0$	$Z = 0$
ضخامت (کیلومتر)، (دایک)	۲	—
میزان نوفه اضافه شده	٪۵	٪۵

جدول ۳. نتایج به‌دست آمده برای داده‌های آلوده به نوفه.

کمیت‌های محاسبه شده	دایک نازک	استوانه افقی
مکان بیشینه مقدار $ AAS_0 $ (نقطه X_0)	۱۰۰	۱۰۰
مقدار $ AAS_0 _{X_0}$	۲۹/۱۵	۱/۸۲
مقدار $ AAS_1 _{X_0}$	۴/۸۵	۰/۳۷
مقدار $ AAS_2 _{X_0}$	۱/۲	۰/۱
سطح ادامه فراسو (Up ward continuation level) (کیلومتر)	۴	۵
عمق (Z_0) (کیلومتر)	۸/۳۲	۹/۴۱
اندیس ساختاری (n)	۱/۰۵	۱/۹۵
مکان به‌دست آمده از روش اویلر	۹۹/۰۳	۱۰۱/۰۶
درصد خطای برآورد عمق	٪۲/۵	٪۴

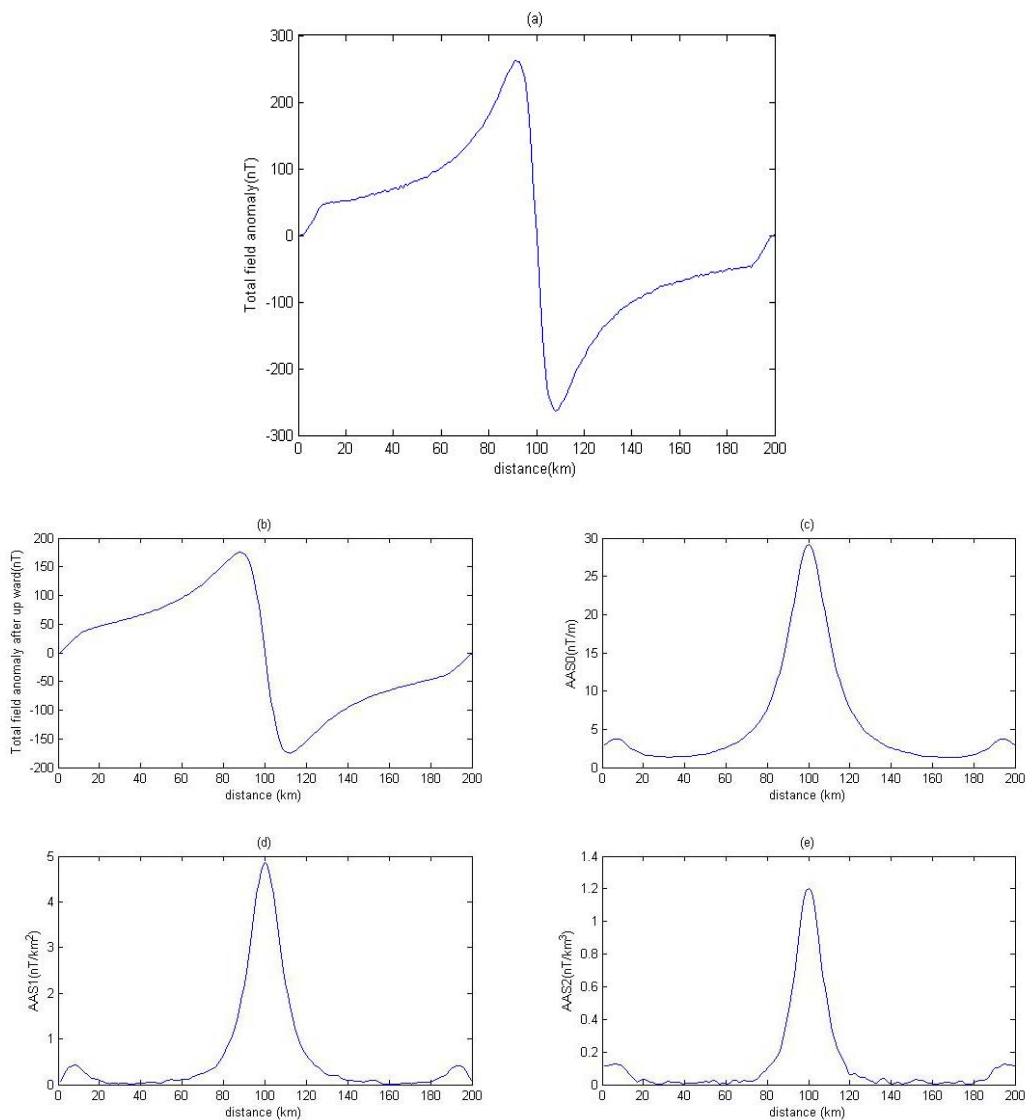
تحلیلی بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از این مدل‌ها را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل‌ها مقدار بیشینه دامنه سیگنال تحلیلی دقیقاً روی ساختار قرار گرفته است و بر این اساس می‌توان محل چشمه را مشخص کرد. در شکل‌های ۲ و ۴ تغییرات عمق و اندیس ساختاری در مجاورت محل چشمه نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که تغییرات در

شکل‌های ۱-a و ۳-a نمودار بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از دایک و استوانه را نشان می‌دهد. شکل‌های ۱-b و ۳-b بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از دایک و استوانه را پس از ادامه فراسو نشان می‌دهند. با توجه به این شکل‌ها ملاحظه می‌شود که شدت بی‌هنجاری و دامنه نوفه‌ها تضعیف شده است. شکل‌های ۱-c و ۳-c دامنه سیگنال

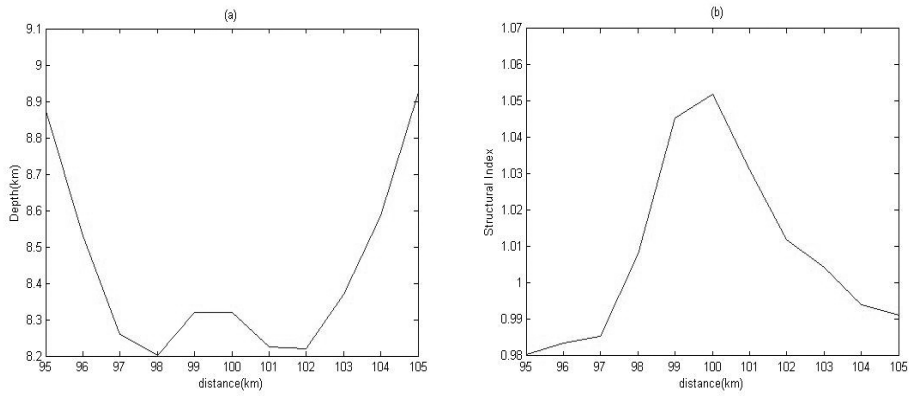
همچنین در مورد دایک ضخیم ممکن است که حالت گذار اتفاق بیفتد، یعنی دامنه سیگنال تحلیلی دارای یک بیشینه و دامنه سیگنال‌های تحلیلی مرتبه اول و دوم دارای دو بیشینه روی دایک باشند. برای رفع این مشکلات باید از ادامه فراسوی داده‌ها استفاده شود تا دامنه سیگنال‌های تحلیلی هر کدام دارای یک بیشینه شود. بنابراین دایک ضخیم نسبت به این سطح جدید، دایکی نازک خواهد بود و اندیس ساختاری آن نیز ۱ است. (سالم و همکاران، ۲۰۰۲)

مجاورت چشمه ناچیز است، به این معنی که خطا در تعیین موقعیت چشمه بر اساس محل مقدار بیشینه دامنه سیگنال تحلیلی خطای زیادی در محاسبات نهایی ایجاد نمی‌کند.

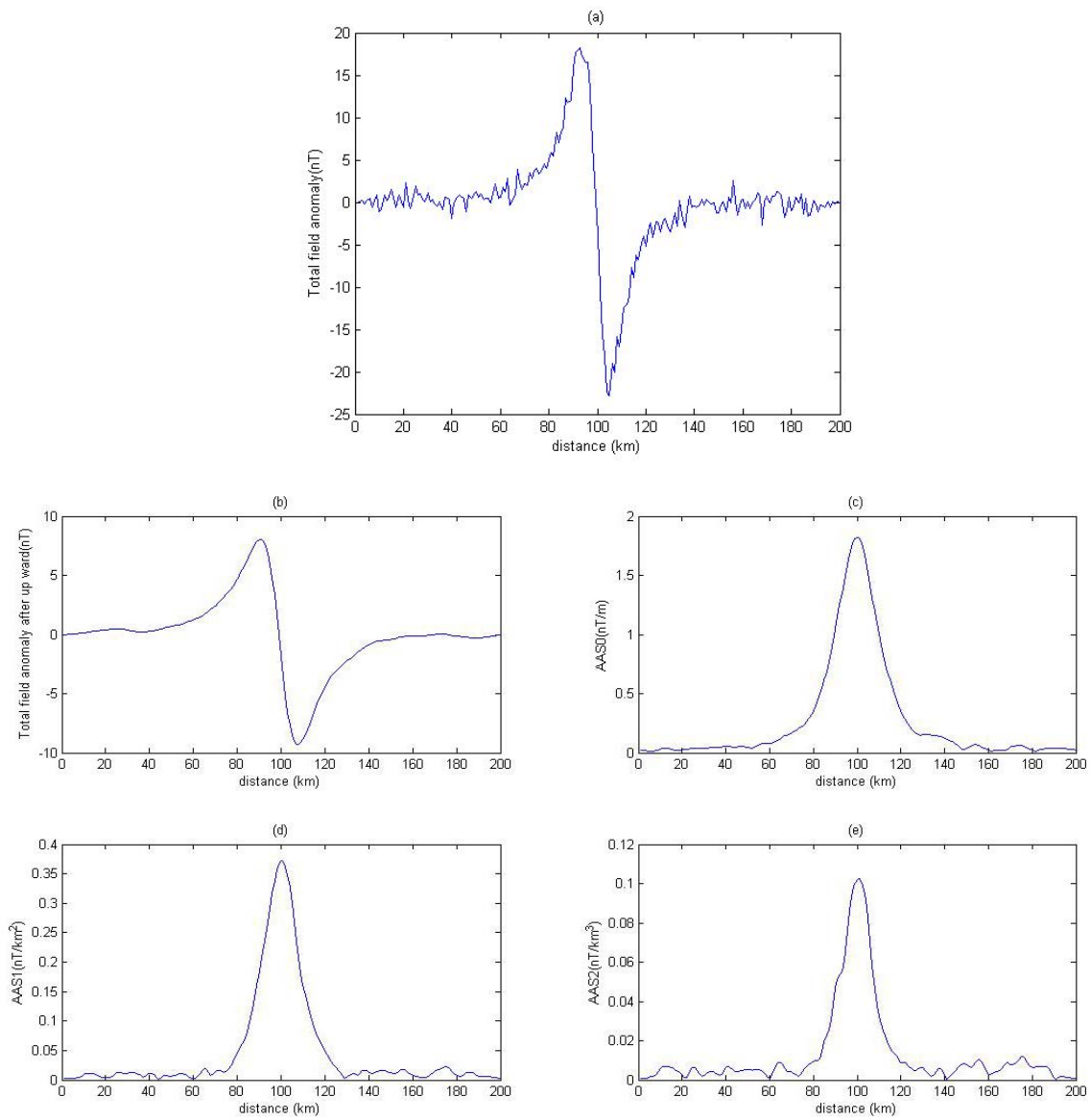
دایک ضخیم: دایکی است که ضخامت آن در مقایسه با عمق سطح رویه آن (یا عمق تا سطح اندازه‌گیری) بسیار بزرگ باشد. ضخیم یا نازک بودن دایک نسبت به سطح اندازه‌گیری سنجیده می‌شود. اگر نیم‌پهنای دایک در مقایسه با عمق تا سطح اندازه‌گیری بزرگ‌تر باشد، دامنه سیگنال تحلیلی روی دایک دارای دو بیشینه خواهد بود.



شکل ۱. (a) بی‌هنجاری مغناطیسی کل ناشی از داده‌های آلوده به نوفه دایک. (b) بی‌هنجاری مغناطیسی کل پس از ادامه فراسوی (c) دامنه سیگنال تحلیلی. (d) دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه اول. (e) دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه دوم.

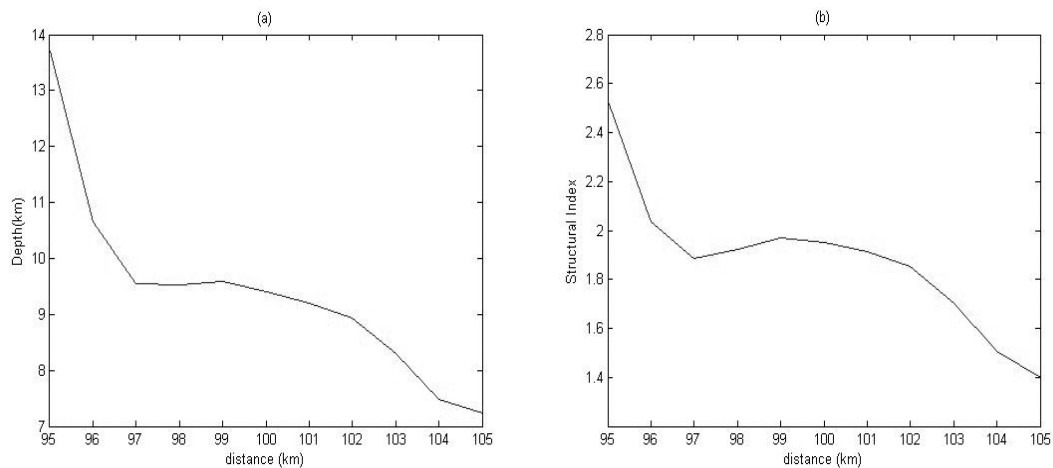


شکل ۲. (a) تغییرات عمق در مجاورت دایک. (b) تغییرات اندیس ساختاری در مجاورت دایک.



شکل ۳. (a) بی‌هنجاری مغناطیسی کل ناشی از داده‌های آلوده به نوفه استوانه. (b) بی‌هنجاری مغناطیسی کل پس از ادامه فراسو. (c) دامنه سیگنال تحلیلی. (d)

دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه اول. (e) دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه دوم.



شکل ۴. (a) تغییرات عمق در مجاورت استوانه. (b) تغییرات اندیس ساختاری در مجاورت استوانه.

است. به این ترتیب که عمق چشمه نسبت به این سطح جدید ۱۸ متر خواهد بود. درحالی که مقدار به دست آمده ۱۹/۸ متر است. بنابراین عمق دایک با خطای ۱۰ درصد محاسبه شده است. همچنین مقدار محاسبه شده برای اندیس ساختاری ۱/۱ است که در مقایسه با مقدار واقعی آن، یعنی عدد ۱، دقت قابل قبولی دارد. دقت این روش در محاسبه پارامترهای دایک ضخیم در مقایسه با دایک نازک کمتر است.

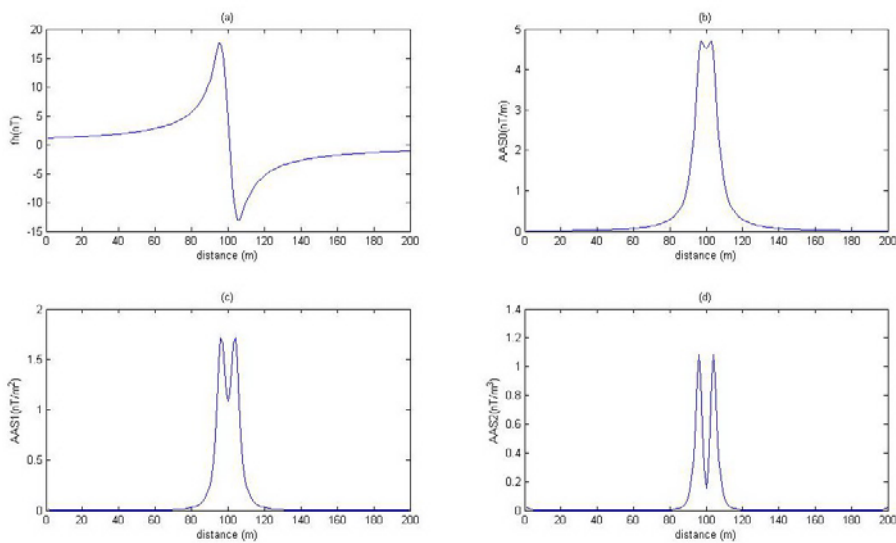
جدول ۴. مشخصات دایک ضخیم برای تولید داده مصنوعی.

پارامترهای دایک ضخیم	مقادیر پارامترها
عمق تا سطح اندازه‌گیری (متر)	۳
ضخامت (متر)	۸
زاویه میل میدان زمین	۴۰
زاویه میل مغناطیس شونددگی	۴۰
مغناطیس شونددگی (آمپر بر متر)	القایی، ۱۰
سمت (آزیموت)	۴۵ درجه
زاویه شیب دایک	۹۰ درجه
فاصله مرکز دایک از مبدا اندازه‌گیری (متر)	۱۰۰
تعداد نقاط اندازه‌گیری	۲۰۰
فاصله بین نقاط اندازه‌گیری (متر)	۱

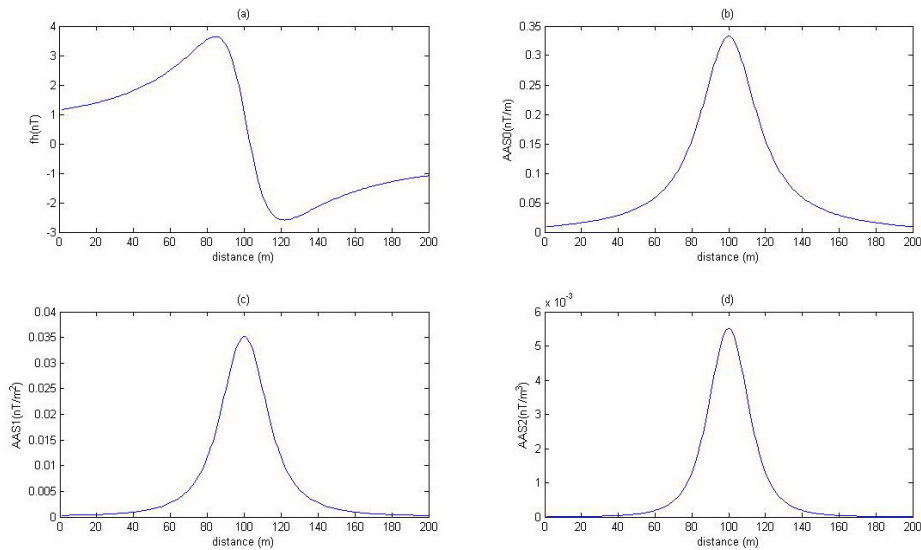
جدول ۴ مشخصات دایک ضخیم مورد استفاده را برای تولید داده مصنوعی نشان می‌دهد. شکل ۵ بی‌هنجاری مغناطیسی و دامنه سیگنال‌های تحلیلی را برای این دایک نشان می‌دهد. دامنه همه سیگنال‌های تحلیلی دارای دو بیشینه است. بنابراین لازم است که از ادامه فراسوی داده‌ها به سطح بالاتر استفاده شود. شکل ۶ بی‌هنجاری مغناطیسی و دامنه سیگنال‌های تحلیلی را پس از اعمال فیلتر ادامه فراسوی نشان می‌دهد. با توجه به این شکل دامنه سیگنال‌های تحلیلی مراتب متفاوت دارای یک بیشینه هستند و می‌توان روش AN_EUL را روی این داده‌ها اعمال کرد. پس از ادامه فراسوی داده‌ها و اعمال روش AN_EUL نتایج مورد نظر طبق جدول ۵ به دست می‌آید. با توجه به نتایج این جدول، مقدار بیشینه دامنه سیگنال تحلیلی در نقطه ۱۰۰ متری از ابتدای نیم‌رخ، یعنی دقیقاً روی مرکز دایک قرار گرفته است. با محاسبه روابط ۲۴ و ۲۵ در این نقطه مقادیر ۱/۱ و ۴/۸ برای اندیس ساختاری و عمق به دست می‌آید. توجه به این نکته لازم است که درصد خطا عمق (ذکر شده در جدول ۵) برای حالتی که داده‌ها به ارتفاع ۱۵ متری از سطح اندازه‌گیری منتقل شده‌اند، محاسبه شده

جدول ۵. نتایج به‌دست آمده برای دایک ضخیم با استفاده از روش AN_EUL.

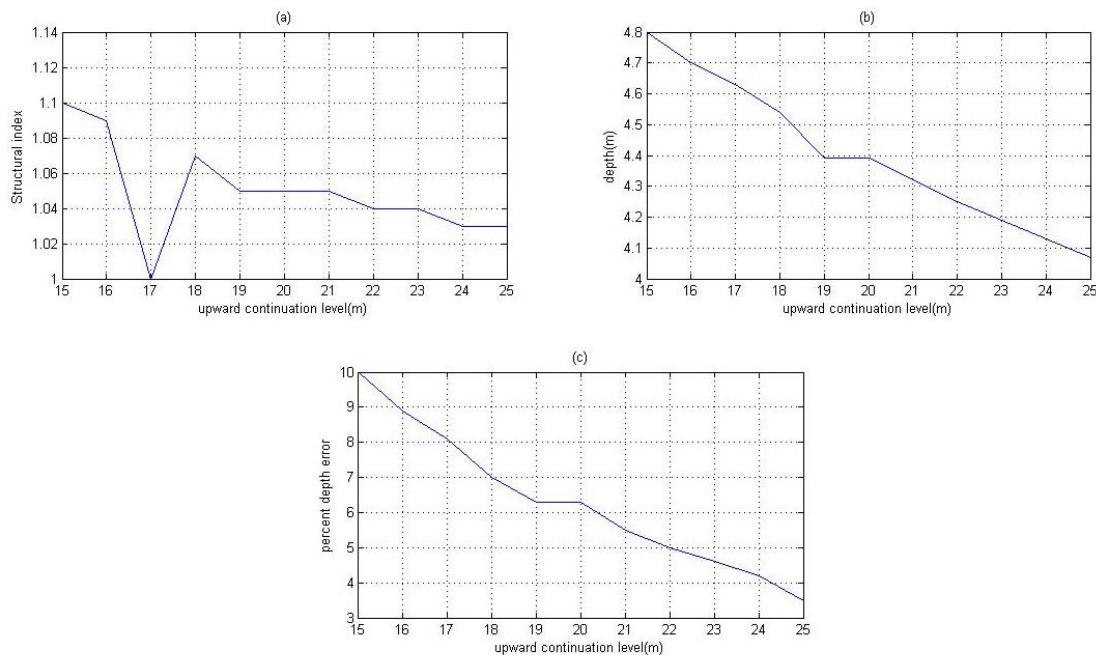
مقادیر به‌دست آمده برای دایک	کمیت‌های محاسبه شده
۱۰۰	مکان مقدار بیشینه $ AAS_0 $ (نقطه x_0)
۰/۳۳	مقدار $ AAS_0 _{x_0}$
۰/۰۳۵	مقدار $ AAS_1 _{x_0}$
۰/۰۰۵	مقدار $ AAS_2 _{x_0}$
۱۵	سطح ادامه فراسو
۴/۸	عمق (z_0)
۱/۱	اندیس ساختاری (n)
۱۰	درصد خطای برآورد عمق



شکل ۵. (a) بی‌هنجاری مغناطیسی کل ناشی از دایک ضخیم. (b) دامنه سیگنال تحلیلی. (c) دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه اول. (d) دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه دوم.



شکل ۶. (a) بی‌هنجاری مغناطیسی کل ناشی از دایک ضخیم پس از ادامه فراسو به ارتفاع ۱۵متری. (b) دامنه سیگنال تحلیلی. (c) دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه اول. (d) دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه دوم.



شکل ۷. (a) تغییرات اندیس ساختاری با افزایش سطح ادامه فراسو. (b) تغییرات عمق با افزایش سطح ادامه فراسو. (c) درصد خطای برآورد عمق با افزایش سطح ادامه فراسو.

بستگی به کیفیت داده‌های اندازه‌گیری شده دارد و به‌منظور کاهش اثر بی‌هنجاری‌های سطحی و نوفه‌ها از فیلتر ادامه فراسو استفاده می‌شود. مهم‌ترین مزیت این روش نسبت به روش واهمامیخت این است که در این روش نیازی به انتخاب اندیس ساختاری قبل از اعمال روش نیست و این کمیت مستقیماً محاسبه می‌شود. در این مقاله این روش روی داده‌های مصنوعی تولید شده از مدل‌های مصنوعی دایک نازک، دایک ضخیم و استوانه افقی اعمال شد. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که این روش در برآورد مکان و محاسبه عمق و اندیس ساختاری چشمه‌های مغناطیسی دارای دقت خوب و درصد قابل قبولی از خطای محاسباتی است. با استفاده از AN-EUL برای مدل مصنوعی دایک نازک برای عمق و اندیس ساختاری، به‌ترتیب مقادیر $8/32$ و $1/05$ به‌دست آمد که در مقایسه با مقادیر واقعی‌شان (۸ و ۱) می‌توان گفت که دقت روش، با وجود اینکه این داده‌ها آلوده به نوفه بودند،

شکل ۷ تغییرات اندیس ساختاری، عمق و درصد خطای برآورد عمق را با افزایش ارتفاع سطح ادامه فراسو نشان می‌دهد. ارتفاع مطلوب برای ادامه فراسو اولین ارتفاعی است که دامنه سیگنال‌های تحلیلی تکین می‌شود. در شکل‌های a و b پس از ارتفاع ۱۵ متری، با افزایش ارتفاع میزان تغییرات اندیس ساختاری و عمق جزئی است.

۴ نتیجه‌گیری

در این مقاله روش جدید خودکار (AN-EUL) برای تفسیر داده‌های مغناطیسی مورد بررسی قرار گرفت که اساس آن جایگذاری مشتق‌های معادله همگن اوپلر در معادله سیگنال تحلیلی است. در این روش مکان افقی چشمه با استفاده از محل مقدار بیشینه دامنه سیگنال تحلیلی برآورد می‌شود و عمق و شکل هندسی چشمه‌ها به‌طور هم‌زمان در مکان چشمه محاسبه می‌شود. دقت این روش به دلیل استفاده از مشتق‌های مرتبه بالا، تا حدی زیادی

- Ravat, D., 1996a, Analysis of the Euler method and its applicability in environmental magnetic investigation, *J. Environmental. Eng. Geophys.*, **1**, 229–238.
- Reid, A. B., Allsop, J. M., Granser, H., Millet, A. J. and Somerton, I. W., 1990, Magnetic interpretation in three dimensions using Euler deconvolution, *Geophysics*, **55**, 80–91.
- Salem, A., Ravat, D., Gamey, T. J. and Ushijima, K., 2002, Analytic Signal approach and its applicability in environmental magnetic investigations, *J. Appl. Geophys.*, **49**, 231–244.
- Salem, A. and Ravat, D. 2003, A combined analytic signal and Euler method (AN-EUL) for automatic interpretation of magnetic data. *Geophysics*, **68**, 1952–1961.
- Thompson, D. T., 1982, EULDEPH: A new technique for making Computer-assisted depth estimates from magnetic data, *Geophysics*, **47**, 31–37.

خوب و قابل قبول است. همچنین در مورد مدل استوانه افقی که داده‌های مصنوعی تولید شده از آن نیز به نطفه آلوده شده بودند ملاحظه شد که مقادیر $9/41$ و $1/95$ برای عمق و اندیس ساختاری به دست آمد که مقایسه آنها با مقادیر واقعی شان (۱۰ و ۲)، بیانگر دقت و قابلیت خوب روش در برآورد پارامترهای استوانه است. در نهایت برای مدل مصنوعی دایک ضخیم، پس از ادامه فراسوی داده‌ها به یک سطح مناسب، اندیس ساختاری و عمق با خطای ۱۰ درصد محاسبه می‌شود که این میزان خطا قابل قبول است.

منابع

- Atchuta Rao, D., Ram Babu, H. V. and Sanker Narayan, P. V., 1981, Interpretation of magnetic anomalies due to dikes: The complex Gradient method, *Geophysics*, **46**, 1572–1578.
- Blakely, R. J., 1995, Potential theory in gravity and magnetic applications, Cambridge Univ. Press.
- Bastani, M. and Pedersen, L. B., 2001, Automatic interpretation of magnetic dikes parameters using the analytic signal technique, *Geophysics*, **66**, 551–561.
- Hsu, S. K., Sibuet, J. C. and Shyu, C. T., 1996, High-resolution detection of geologic boundaries from potential anomalies: An enhanced analytic signal technique, *Geophysics*, **61**, 373–386.
- Hsu, S. K., Coppens, D. and Shyu, C. T., 1998, Depth to magnetic source using the generalized analytic signal, *Geophysics*, **63**, 1947–1957.
- Nabighian, M. N., 1972, The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: Its properties and use for automated anomaly interpretation, *Geophysics*, **37**, 507–517.
- Nabighian, M. N., 1974, Additional comments on the analytic signal of twodimensional magnetic bodies with polygonal cross-section, *Geophysics*, **39**, 85–92.
- Nabighian, M. N., 1984, toward a three-dimensional automatic interpretation of potential-field data via generalized Hilbert transforms: Fundamental relations, *Geophysics*, **49**, 780–786.