

بررسی عددی تحول ابر همرفتی با استفاده از مدل ابر یک بعدی کج وابسته به زمان صریح (ETTM)

مریم قرایلو^{۱*}، عباسعلی علی اکبری بیدختی^۲ و مجید مزرعه فراهانی^۳

^۱ دانشجوی دکتری هواشناسی، گروه فیزیک فضا، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

^۲ استاد، گروه فیزیک فضا، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

^۳ استادیار، گروه فیزیک فضا، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۸۷/۳/۲۹، پذیرش نهایی: ۸۷/۱/۵)

چکیده

چن و سان در سال ۲۰۰۴ مدل یک بعدی ابر کج وابسته به زمان صریح (ETTM) را عرضه کردند. این مدل ابر کج وابسته به زمان شامل یک جریان بالارو و یک جریان پایین رو است که معادلات دینامیکی و ترمودینامیکی مشابه در مورد آنها برقرار است. در این مدل، برای نمایش واقعی اثرات ابرهای همرفتی با ابعاد زیر شبکه ای، اثرات جریان پایین رو، شعاع ابر و اثرات کج شدگی بر یک ابر مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق، پس از شبیه سازی گسترش ابر کومه ای با استفاده از مدل ETTM نتایج حاصل از این شبیه سازی مورد بررسی قرار می گیرد. مدل با استفاده از نیم رخ قائم دما و نسبت اختلاط بخار آب یک گمانه زنی قائم آغازگری می شود. میدان باد در راستای قائم و جهت آن طوری تغییر یافته است که میدان ساده تری از باد با تنها یک تغییر به دست آید. به منظور اجرای مدل جمله های درون آمیختگی، پخش پیچکی جانبی، پخش قائم، خرد فیزیک ابر محاسبه و پریشیدگی فشار نیز پارامترسازی می شود. مقدار زاویه کج شدگی و شعاع های جریان های بالارو و پایین رو بر اساس شبیه سازی ابر همرفتی در یک مدل میان مقیاس سه بعدی تعیین می شود. نتایج حاصل از این شبیه سازی نشان می دهد که با وارد کردن اثر فرایندهای خرد فیزیکی، پریشیدگی فشار، اثر کج شدگی و جریان پایین رو در مدل، سه مرحله چرخه عمر یک ابر همرفتی به خوبی با مدل شبیه سازی می شود و با نتایج پیش بینی شده چن و سان (۲۰۰۴) سازگاری دارد در نتیجه امکان به کارگیری مدل و پیاده سازی آن در یک مدل میان مقیاس در حکم مراحل بعدی تحقیق فراهم می شود.

واژه های کلیدی: مدل سازی، ابرهای همرفتی، جریان های بالارو و پایین رو، ابرهای کج، آهنگ بارندگی

Numerical study of convective cloud development using Explicit Time-dependent Tilting cloud Model (ETTM)

Gharaylo, M.¹, Aliakbari-Bidokhti, A. A.² and Mazraeh Farahani, M.³

¹Ph D. student of Meteorology, Space Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

²Professor, Space Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

³Assistant professor, Space Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

(Received: 18 June 2008, Accepted: 24 Jan 2009)

Abstract

Cumulus parameterization in numerical weather prediction models can significantly affect severe weather forecasts, such as hurricanes, flash floods, and winter storms. The role of convection is essential in stabilizing an unstable atmosphere through vertically transferring moisture, energy, chemical species and momentum. Cumulus parameterization schemes use simple one-dimensional convective cloud models to

represent convection in the vertical direction. The cloud model is a fundamental determinant of vertical mass flux, heating and drying profiles, and precipitation rate.

The research presented in this paper is based on the cloud model developed by Chen and Sun (2004). This Explicit Time-dependent Tilting cloud Model (ETTM) features detailed processes for an updraft and a downdraft, both governed by the same dynamic and thermodynamic equations. The updraft is initiated with a thermal bubble, while the downdraft is maintained by evaporative cooling and the drag force of precipitation. Both up- and down-drafts employ non-hydrostatic pressure, entrainment, cloud microphysics, and lateral and vertical eddy mixing. A tilting angle for the cloud is specified to separate a portion of the downdraft from the updraft cell to account for vertical wind shear.

Since the ETTM described by Chen and Sun (2004) is not available as a community code, a slightly different algorithm was developed independently. The ETTM coordinate system is an axis-symmetric cylindrical with a constant radius mapped on (r, ψ, Z) where r is radius, ψ is tangential angle, and Z is height in tilting coordinates. Prognosed variables are; vertical velocity, ice equivalent potential temperature, mixing ratios of water classes including cloud water, water vapor, ice water, rain water, snow and graupel.

The main purpose of this research is to examine the simulation of the development of a cumulus cloud by ETTM. An idealized sounding is used for environmental temperature, relative humidity and pressure. This sounding was measured on 20 May 1997 over Del City, Oklahoma during a storm. Time-stepping is determined according to Courant-Fredrich-Lewy (CFL) criteria, here we use 1s time-stepping. Vertical resolution is set to 500 m for each of the 34 vertical levels, placing the top of the domain at 17 km. The model is integrated for 70 minutes. ETTM also requires input for the radius and tilting angle of the up- and down-draft cells, these are based on the 3-D simulations with a mesoscale model simulation. The radius of the updraft and of the downdraft are set to 4000 and 1600 m respectively (radius of the downdraft being 40% of the updraft as described above). The tilting angle is set to 11.2° . In the model the effect of vertical diffusion and also non hydrostatic pressure gradient force are included. The governing equations of our model are exactly the same as those in Chen and Sun (2004). Results show that the ETTM is able to simulate a complete lifecycle for a cloud cell, featuring comparable zones of maximum vertical velocity, and overshooting layers on the cloud top and that this model can confidently be used in cumulus parameterization.

Key words: Cumulus cloud simulation, Updraft, Downdraft, Tilting

۱ مقدمه

کوچک‌تری دارند، از پارامترسازی فیزیکی استفاده می‌کنیم. پارامترسازی فیزیکی به صورت نمایش اثرات فرایندهای مقیاس زیرشبکه با استفاده از میدان‌های مقیاس قابل تفکیک تعریف می‌شود. وارد کردن اثر همرفت کومه‌ای در مدل‌های پیش‌بینی عددی، پارامترسازی همرفت کومه‌ای نامیده می‌شود. پارامترسازی همرفت کومه‌ای در مدل‌های پیش‌بینی

پدیده‌های گوناگون جوی در مقیاس‌های خرد، میان و بزرگ‌مقیاس، مقیاس‌های مشخصه زمانی و مکانی متفاوتی دارند. با توجه به قدرت تفکیک مدل‌های اقلیمی منطقه‌ای و مدل‌های جهانی، این مدل‌ها متغیرهای بزرگ‌مقیاس را پیش‌بینی می‌کنند و برای پیش‌بینی فرایندهای مقیاس زیرشبکه، مانند همرفت کومه‌ای که به‌طور صریح با مدل‌ها قابل تفکیک نیستند و مقیاس‌های زمانی و مکانی

آهنگ بارش داشته باشد (کیو، ۱۹۶۵، ۱۹۷۴؛ آراکاو و شوبرت، ۱۹۷۴؛ آنتس، ۱۹۷۷؛ فریچ و چپل، ۱۹۸۰؛ b و گرل، ۱۹۹۳؛ هو، ۱۹۹۷). هدف و تاکید این تحقیق نیز بیشتر بر موضوع توزیع مجدد پارامترهای دینامیکی و ترمودینامیکی جو در جهت قائم یا به عبارتی پارامترسازی همرفت و به کارگیری یک مدل ابر در مدل‌های میان‌مقیاس است.

مدل‌های عددی زیادی از ابرهای همرفتی گسترش یافته‌اند. خلاصه‌ای مفید ولی قدیمی از مدل‌های ابر کومه‌ای یک‌بعدی را اوگارا (۱۹۷۲)، کوتون (۱۹۷۵) و سیمپسون (۱۹۷۶ و ۱۹۸۳) عرضه کرده‌اند. این مدل‌ها از نظر پیچیدگی فیزیک ابر و روش‌های عددی مورد استفاده در آنها تا حد زیادی متفاوت هستند. به‌طور کلی سه روش در ساده‌سازی دینامیک این مدل‌ها مورد استفاده قرار گرفته است (اشتاينر، ۱۹۷۳):

الف- در نظر گرفتن یک تک‌ستون قائم (مدل‌های یک‌بعدی).

ب- فرض همگنی جریان حول یک محور قائم (مدل متقارن محوری) و

ج- فرض که در یک جهت افقی همه پارامترها گرادیان صفر دارند (مدل‌های دوبعدی راست‌خطی)

هر دو مدل یک‌بعدی مانا (غیر وابسته به زمان) و وابسته به زمان، ابر را به شکل یک تک‌ستون قائم در نظر می‌گیرند و از این جهت، مدل‌های یک‌بعدی ابر به منزله مدل‌های تک‌ستونی (single-column) نیز شناخته می‌شوند (داس و همکاران، ۱۹۹۹؛ وو و همکاران، ۲۰۰۰). به دلیل سادگی دینامیک موجود در مدل‌های یک‌بعدی اینگونه مدل‌ها از نظر محاسباتی هزینه‌بر نیستند ولی یکی از معایب عمده آنها این است که تغییرات افقی شرایط داخل ابر و محیط اطراف ابر به اندازه کافی نمایش داده نمی‌شوند و دیگر اینکه اثرات چینش باد محیطی (مدل متقارن محوری) در آنها وارد نمی‌شود.

عددی وضع هوا تا حد قابل ملاحظه‌ای پیش‌بینی‌های پدیده‌های فرین آب و هوایی از جمله تندبادها، سیل‌های شدید و توفان‌های زمستانی را تحت تاثیر قرار می‌دهد. تاثیر همرفت در پایدارسازی جو ناپایدار بسیار با اهمیت است و نقش آن در انتقال قائم رطوبت، انرژی، تکانه و ردیاب‌های شیمیایی غیرقابل صرف‌نظر کردن است. فرایند تشکیل ابر و بارش در ابرهای همرفتی باعث آزاد شدن گرمای نهان شده و به منبعی از انرژی پتانسیل در دسترس در جو آزاد منجر می‌شود که موجب جفت‌شدن همرفت با دینامیک بزرگ‌مقیاس می‌شود. سه جنبه مشترک در همه طرح‌واره‌های پارامترسازی همرفت وجود دارد که هر طرح‌واره بر اساس این فرضیه‌ها پایه‌گذاری می‌شود:

الف- شرایط ایجاد همرفت و عوامل راه‌انداز آن. برای نمونه ارتفاع ابر، شرطی است که بعضی از طرح‌واره‌ها برای همرفت فرض می‌کنند و ابرهایی که ارتفاع آنها از مقداری معین کمتر باشد در محاسبات وارد نمی‌شوند.

ب- اثر میدان بزرگ‌مقیاس که به دلیل واداشت‌های بزرگ‌مقیاس بر همرفت که هر طرح‌واره منطبق بر فرضیه‌ها خود، آن را مدل می‌کند. مثلاً همگرایی رطوبت در ستون قائم یکی از این اثرات است که معمولاً در تعیین آهنگ بارش به کار می‌رود.

ج- اثر یا پس‌خور همرفت بر محیط اطرافش یا به عبارت دیگر میدان بزرگ‌مقیاس که به شکل پیریشیدگی در میزان متوسط کمیت میانگین پیش‌بینی‌شده مدل به میدان آن در جو اضافه می‌شود (کوتون و آنتس، ۱۹۸۹). این اثر به تعیین توزیع قائم گرمایش و مرطوب‌شدن در ابرها و انتقال قائم گرما، رطوبت و تکانه در جو منجر می‌شود.

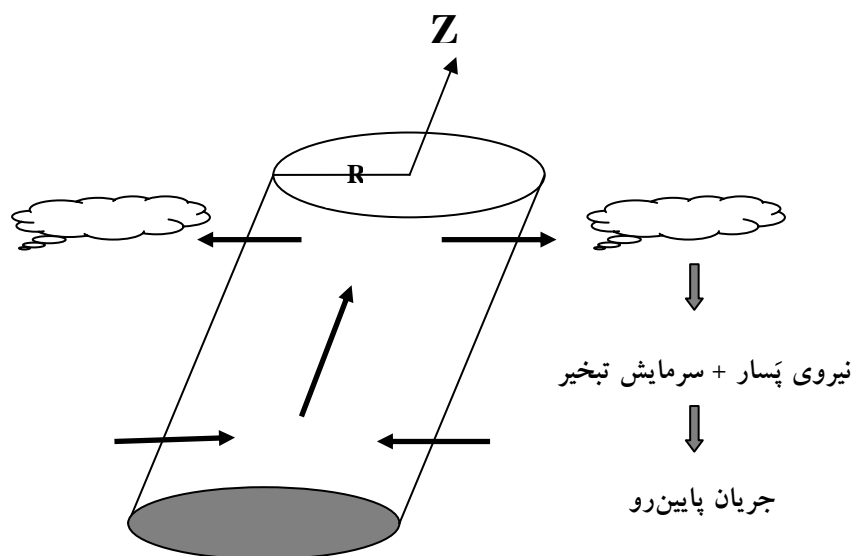
در واقع همه طرح‌واره‌های پارامترسازی همرفت شکل ساده‌ای از مدل یک‌بعدی ابر همرفتی را برای توزیع اثرات همرفت در جهت قائم به کار می‌برند. مدل یک‌بعدی ابر به کاررفته در این طرح‌واره‌ها می‌تواند نقش بسزایی در شار قائم جرم، نمایه گرمایش، نمایه خشکی و

فقط جریان بالارو را در نظر می‌گیرد، به حساب می‌آید. در مدل چن و سان (۲۰۰۴)، علاوه بر پرفشار غیرهیدروستاتیک، فرایندهای کامل خردفیزیکی ابر، اثر درون‌آمیختگی - برون‌آمیختگی، اختلاط پیچکی جانبی، و اختلاط پیچکی قائم در یک مدل ابر یک‌بعدی قائم وابسته به زمان، اثرات جریان پایین‌رو، شعاع ابر، و اثرات کج‌شدگی در نظر گرفته شده‌اند. در ادامه، در بخش ۲ جزئیات مدل ETTM، در بخش ۳ روش‌های عددی و پارامترسازی خردفیزیک مورد استفاده در مدل ETTM، در بخش‌های ۴ و ۵ نحوه اجرای مدل و نتایج و بحث و در خاتمه نتیجه‌گیری عرضه می‌شوند.

۲ توصیف مدل ETTM

مدل ETTM شامل یک جریان بالارو و یک جریان با پایین‌رو است و معادلات دینامیکی و ترمودینامیکی مشابهی بر جریان بالارو و پایین‌رو حاکم است. جریان بالارو با یک حباب گرمایی مرطوب آغاز می‌شود و سپس جریان پایین‌رو به جای اینکه به دلخواه شروع شود، در اثر سرمایش تبخیر - تصعید و نیروی پَسار (drag) بارش از جریان بالارو جدا می‌شود (شکل ۱).

کج‌شدگی در ابرهای همرفتی اغلب قابل مشاهده است و این ویژگی، عمر ابر و آهنگ بارش را تحت تاثیر قرار می‌دهد. جریان پایین‌رو در اینگونه ابرها که در کنار جریان بالارو گسترش می‌یابد نیز اهمیت دارد. کج‌شدگی ابر به چینش باد محیط می‌تواند وابسته باشد. در این تحقیق سعی بر این است که برای نمایش موثر و واقعی اثرات ابرهای همرفتی با مقیاس زیرشبکه، یک مدل ابر یک‌بعدی کج وابسته به زمان صریح که چن و سان (۲۰۰۴) معرفی کرده‌اند، در شبیه‌سازی ابرهای کومه‌ای مورد استفاده قرار گیرد. یکی از دلایل اصلی پارامتر کردن کج‌شدگی (که به دلیل چینش باد در ابرها وجود دارد) این است که مقداری از بارش لایه ابر را ترک می‌کند. این امر از این جهت اهمیت دارد که بارشی که در جریان بالارو باقی می‌ماند با شناوری مثبت مخالفت می‌کند و چرخه عمر ابر را کوتاه‌تر می‌کند و بنابراین برای نمایش واقعی اثرات ابرهای همرفتی داشتن یک جریان بالاروی کج و شروع یک جریان پایین‌رو اهمیت دارد. مدل ETTM در واقع شکل بهبودیافته مدل ابر یک‌بعدی قائم چن و سان (۲۰۰۲)، مدل صریح وابسته به زمان (Explicit Time- depending cloud mode, ETM) که



شکل ۱. توصیف کلی از مدل ETTM را نشان می‌دهد.

(p_{nh}) و فشار هیدروستاتیک (فشار محیط، p_0) تقسیم می‌شود. معادله انرژی ترمودینامیکی:

$$\frac{\partial \theta_{ei}}{\partial t} = -u \frac{\partial \theta_{ei}}{\partial x} - v \frac{\partial \theta_{ei}}{\partial y} - w \frac{\partial \theta_{ei}}{\partial z} - \frac{1}{C_p} (L_v q_v - L_f q_i) \frac{d}{dt} \left(\frac{\theta}{T} \right) + \text{micro}(\theta_{ei}) \quad (4)$$

که θ_{ei} دمای پتانسیلی معادل یخ نامیده شده (چن و سان ۲۰۰۲) و به شکل زیر تعریف می‌شود،

$$\theta_{ei} = \theta \left[1 + \left(\frac{L_v q_v}{C_p T} - \frac{L_f q_i}{C_p T} \right) \right] \quad (5)$$

در این رابطه L_f, L_v, T, q_v, q_i به ترتیب گرمای نهان تبخیر، گرمای نهان ذوب، دما و نسبت‌های اختلاط بخار آب و یخ ابر هستند. معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

معادلات پیوستگی مواد آب:

$$\frac{\partial q_x}{\partial t} = -u \frac{\partial q_x}{\partial x} - v \frac{\partial q_x}{\partial y} - w \frac{\partial q_x}{\partial z} + P_x \quad (7)$$

$$\frac{\partial q_y}{\partial t} = -u \frac{\partial q_y}{\partial x} - v \frac{\partial q_y}{\partial y} - w \frac{\partial q_y}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial (\rho V_{ty} q_y)}{\partial z} + P_y \quad (8)$$

در اینجا، q_x نسبت اختلاط بخار آب (q_v)، آب ابر (q_c) و یخ ابر (q_i) و q_y نسبت اختلاط آب باران (q_r)، برف (q_s) و گویچه برف (graupel) (q_g) است. V_{ty} سرعت حد بارش (آب باران، برف و گویچه برف)، P_x و P_y جمله‌های تولید خردفیزیکی q_x و q_y هستند. برای اینکه به‌طور طبیعی قادر به شبیه‌سازی ابرهای

جریان بالارو توانایی بازتولید ویژگی‌های مهم یک ابر عمیق از جمله سرمایش واژگونی (overshooting) (cooling) بالای قله ابر، سرمایش تبخیر نزدیک سطح، و خشک شدن در وردسپهر زیرین در مراحل میرایی را دارد. آهنگ درون آمیختگی- برون آمیختگی در این مدل در نظر گرفته شده و تغییرات زمانی آن کاملاً محسوس است. علاوه بر این، بعد از همرفت عمیق نیم‌رخ قائم هوای داخل جریان بالارو از بی درروی تر پیروی نمی‌کند. بارش و شار جرم کل جریان پایین‌رو در سطوح پایین قابل صرف‌نظر کردن نیست. همچنین، جریان پایین‌رو می‌تواند هوای خشک را از سطوح میانی به سطوح پایین‌تر انتقال دهد.

۱-۲ معادلات حاکم بر مدل ETTM

معادلات حاکم بر این مدل ابر در مختصات دکارتی به‌صورت زیر است. معادلات تکانه:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_{nh}}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - w \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_{nh}}{\partial y} \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -u \frac{\partial w}{\partial x} - v \frac{\partial w}{\partial y} - w \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_{nh}}{\partial z} - g \left(\frac{R_d}{C_p} \right) \frac{p_{nh}}{p_0} - g Q_T \quad (3)$$

که u, v, w, ρ, R_d, C_p به ترتیب سرعت‌ها در جهت‌های x, y, z ، چگالی، ثابت گاز برای هوای خشک و گرمای ویژه هوا در فشار ثابت‌اند. Q_T بارش کل و $-g Q_T$ نیروی پَسار حاصل از وزن بارش است. اندیس (۰) نشانگر مقادیر محیطی است. فشار کل (p) در داخل ابر به دو بخش پریشیدگی فشار غیرهیدروستاتیک

$$\frac{\partial \theta_{ei}}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(rU\theta_{ei})}{\partial r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho W\theta_{ei})}{\partial Z} + \quad (10)$$

$$\frac{1}{C_p} (L_v q_v - L_f q_i) \frac{d}{dt} \left(\frac{\theta}{T} \right) + \text{micro}(\theta_{ei})$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rU)}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho W)}{\partial Z} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial q_x}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(rUq_x)}{\partial r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho Wq_x)}{\partial Z} + P_x \quad (12)$$

$$\frac{\partial q_y}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(rUq_y)}{\partial r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho Wq_y)}{\partial Z} + R_{in} \frac{b}{\rho} \frac{\partial(\rho V_{by} q_y)}{\partial Z} - \frac{a}{\rho} \cos \varphi \frac{\partial(V_{by} q_y)}{\partial r} + P_y \quad (13)$$

R_{in} نسبت بارش باقی مانده در جریان بالاروی کج است (برای جزئیات به انتهای بخش بعد مراجعه شود) و

$$B = g \left[\frac{\theta_v - \theta_{v0}}{\theta_v} + \left(\frac{R}{C_p} - 1 \right) \frac{p_{nh}}{p_0} - Q_T \right] \quad (14)$$

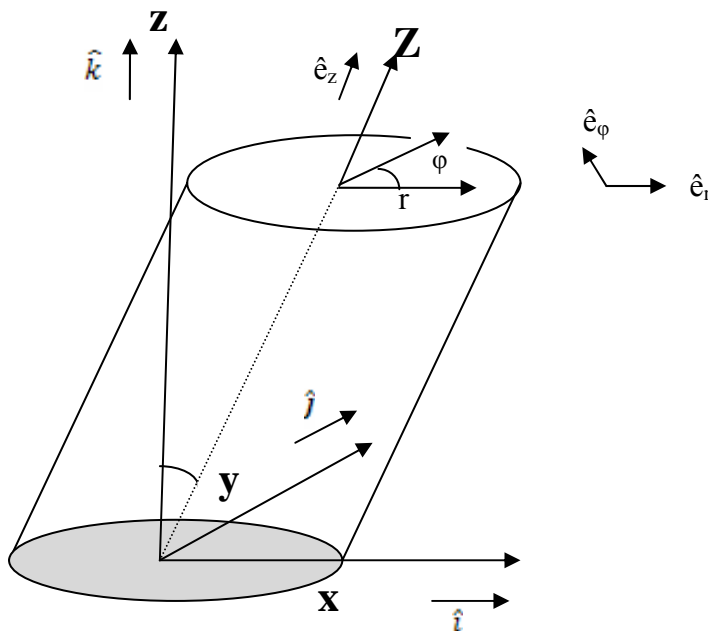
کج باشیم، نیاز داریم که معادلات حاکم بر ETTM در مختصات دکارتی را به مختصات استوانه‌ای کج تبدیل کنیم. شکل ۲ ساختار کلی از دو مختصات را نشان می‌دهد. بردارهای پایه و مولفه‌ها در مختصات دکارتی (مختصات استوانه‌ای کج) i, j, k و e_r, e_φ, e_z و x, y, z و (r, φ, Z) هستند.

با در نظر گرفتن فرض تقارن محوری نسبت به محور کج در محیط ابر ($\partial/\partial\varphi=0$) که به منظور سادگی در مدل فرض شده است.

معادلات تکانه قائم، ترمودینامیک، پیوستگی و معادلات پیوستگی مواد آب در مختصات استوانه‌ای کج به صورت زیر توصیف می‌شوند:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(rUW)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial(rWW)}{\partial Z} \quad (9)$$

$$\frac{b^2}{r} \frac{\partial p_{nh}}{\partial Z} + bB + ab \frac{\cos \varphi}{r} \frac{\partial p_{nh}}{\partial r}$$



شکل ۲. ساختار کلی دو دستگاه مختصات دکارتی و استوانه‌ای کج را نشان می‌دهد (برگرفته از چن و سان، ۲۰۰۴).

صورت $P_{nh}(r,Z)=p^*(z) \times J_0(r)$ تعریف می‌شود که در این تعریف، تابع بسل مرتبه صفر نوع اول است. شعاع ابر ریشه اول $J_0(x)=0$ را برآورده می‌کند. در اینجا، $x=\frac{r\alpha}{R}$ است که در آن $\alpha=2.4048$ است.

با میانگین‌گیری افقی، معادلات حاکم به صورت زیر نتیجه می‌شوند:

$$\frac{\partial \bar{D}}{\partial t} = -\frac{2}{R} (\tilde{U}\bar{D} + U''\bar{D}'') - \frac{1}{\rho} \frac{\partial [\rho(\bar{W}\bar{D} + \bar{D}'\bar{W}')] }{\partial Z} - \frac{\bar{D}^2}{2} + \frac{2\alpha}{\rho R^2} J_1(\alpha) \bar{p}^*(Z) + \frac{\alpha^2}{\rho R^2} J_1(\alpha) \bar{p}^*(Z) \quad (18)$$

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial t} = -\frac{2}{R} (\tilde{U}\bar{W} + U''\bar{W}'') - \frac{1}{\rho} \frac{\partial [\rho(\bar{W}\bar{W} + \bar{W}'\bar{W}')] }{\partial Z} - \frac{2b^2 J_1(\alpha)}{\rho \alpha} \frac{\partial \bar{p}^*(Z)}{\partial Z} + bg \frac{\bar{\theta}_v - \theta_{v0}}{\theta_{v0}} - bg \bar{Q}_r + bg \left(\frac{R}{C_p} - 1 \right) \frac{2J_1(\alpha)}{\alpha} \frac{\bar{p}^*(Z)}{p_0} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}_{ei}}{\partial t} = -\frac{2}{R} (\tilde{U}\bar{\theta}_{ei} + U''\bar{\theta}_{ei}'') - \frac{1}{\rho} \frac{\partial [\rho(\bar{W}\bar{\theta}_{ei} + \bar{\theta}_{ei}'\bar{W}')] }{\partial Z} + \frac{1}{C_p} (L_v \bar{q}_v - L_f \bar{q}_i) \frac{d}{dt} \left(\frac{\bar{\theta}}{T} \right) + \text{micro}(\bar{\theta}_{ei}) \quad (20)$$

$$\frac{2}{R} \tilde{U} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial (\rho \bar{W})}{\partial Z} = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial \bar{q}_x}{\partial t} = -\frac{2}{R} (\tilde{U}\bar{q}_x + U''\bar{q}_x'') - \frac{1}{\rho} \frac{\partial [\rho(\bar{W}\bar{q}_x + \bar{q}_x'\bar{W}')] }{\partial Z} + \bar{P}_x \quad (22)$$

$$\frac{\partial \bar{q}_y}{\partial t} = -\frac{2}{R} (\tilde{U}\bar{q}_y + U''\bar{q}_y'') - \frac{1}{\rho} \frac{\partial [\rho(\bar{W}\bar{q}_y + \bar{q}_y'\bar{W}')] }{\partial Z} + R_{in} \frac{b}{\rho} \frac{\partial (\rho V_y q_y)}{\partial Z} + \bar{P}_y \quad (23)$$

θ_{v0} و θ_v به ترتیب دمای پتانسیلی مجازی ابر و محیط اطراف آن هستند. در این مدل، معادله واگرایی به جای معادلات تکانه افقی استفاده شده و به شکل زیر توصیف می‌شود:

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial (rUD)}{\partial r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial (\rho WD)}{\partial Z} - D^2 + 2 \frac{U}{r} \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{\partial U}{\partial Z} \frac{\partial W}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p_{nh}}{\partial r} \right) - a \cos \phi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rB) + ab \frac{\cos \phi}{rp} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p_{nh}}{\partial Z} \right) - a^2 \frac{\cos^2 \phi}{\rho} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p_{nh}}{\partial r} \right) \right] \quad (15)$$

که D (میدان واگرایی در مختصات کج) طبق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$D = \frac{1}{r} \frac{\partial (rU)}{\partial r} \quad (16)$$

به دلیل اینکه محدودیت‌های محاسباتی مانع از به‌کارگیری یک مدل ابر سه‌بعدی در طرح‌واره‌های پارامترسازی همرفت کومه‌ای است، برای کاهش معادلات از سه‌بعد به یک‌بعد، علاوه بر فرض تقارن محوری، از انتگرال‌گیری افقی نیز طبق روابط مطرح شده آسایی و کاساهارا (۱۹۶۷) استفاده می‌شود. در مورد هر متغیر داخل ابر (A) ، متوسط سطح افقی (\bar{A}) ، انحراف از متوسط سطح افقی (A') ، متوسط مرز جانبی (\tilde{A}) و انحراف از متوسط مرز جانبی (A'') به صورت زیر تعریف می‌شود (آسایی و کاساهارا، ۱۹۶۷):

$$\bar{A} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R A r dr d\psi, \quad A' = A - \bar{A}$$

$$\tilde{A} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A d\psi, \quad A'' = A - \tilde{A} \quad (17)$$

بر طبق هولتون (۱۹۷۳) و چن و سان (۲۰۰۲) فرض می‌شود که میدان پریشیدگی فشار غیرهیدروستاتیک به

با استفاده از معادلات (۱۸)، (۱۹) و (۲۱)، معادله فرایابی پریشیدگی فشار به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} & \frac{2b^2 J_1}{\alpha} \frac{\partial^2 \bar{p}^*(Z)}{\partial Z^2} - bg \left(\frac{R_d}{C_p} - 1 \right) \frac{2J_1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial Z} \left[\rho \frac{\bar{p}^*(Z)}{p_0} \right] + \frac{(2+a^2)\alpha}{R^2} J_1 \bar{p}^*(Z) = \\ & - \frac{2\rho}{R} (\bar{U}\bar{D} + \bar{U}'\bar{D}') - \frac{\partial}{\partial Z} [\rho(\bar{W}\bar{D} + \bar{W}'\bar{D}')] - \rho \frac{\bar{D}^2}{2} - \frac{2}{R} \frac{\partial}{\partial Z} [\rho(\bar{U}\bar{W} + \bar{U}'\bar{W}')] \\ & + g \frac{\partial}{\partial Z} \left(\rho \frac{\bar{\theta}_v - \theta_{v0}}{\theta_{v0}} \right) - \frac{\partial^2}{\partial Z^2} [\rho(\bar{W}\bar{W} + \bar{W}'\bar{W}')] - bg \frac{\partial}{\partial Z} (\rho \bar{Q}_T) \end{aligned} \quad (27)$$

نسبت بارش باقی مانده در جریان بالارو (R_{in})، زاویه کج شدگی (α_0) و شعاع ابر (R) سه پارامتری هستند که باید در این مدل تعیین شوند. در این مدل α_0 و R به منزله مقادیر ثابت به مدل خورنده می شوند ولی رابطه ای برای مقدار R_{in} در انتهای بخش بعد مطرح می شود.

۲-۲ جریان پایین رو مدل ETTM

اگر زاویه کج شدگی صفر نباشد، سهمی از بارش جدا شده می تواند محرک جریانی پایین رو در همان ارتفاع باشد (شکل ۳). نیروی پَسار و سرمایش حاصل از تبخیر و تصعید می تواند موجب تقویت جریان پایین رو شود. معادلات دینامیکی و ترمودینامیکی، زاویه کج شدگی و فرض تقارن محوری مشابه با جریان بالارو در مورد جریان پایین رو نیز برقرار است. آهنگ درون آمیختگی - برون آمیختگی جریان بالارو، می تواند جریان پایین رو را تحت تاثیر قرار دهد. اگر برون آمیختگی در جریان بالارو رخ دهد و درون آمیختگی در جریان پایین رو همراه آن اتفاق بیفتد، مقدار بیشینه ۳۰ درصد از هوای جریان بالارو می تواند وارد هوای جریان پایین رو شود در حالی که باقی آن از هوای محیط تامین می شود. با وجود این، اگر هیچ برون آمیختگی در جریان بالارو در آن لایه رخ ندهد، همه هوای وارد شده در جریان پایین رو از محیط خواهد بود. از آنجا که فرض می شود که شعاع جریان پایین رو ۴۰٪ شعاع جریان بالارو باشد (لمون و زیپسر، ۱۹۸۰)، فرایند عکس

اگر فرض کنیم که \bar{V} اولیه برابر صفر بوده و V در داخل ابر در جهت افقی تقارن محوری است، \bar{V} همیشه صفر است. در این مدل به پیروی از اوگارا و تاکاهاشی (۱۹۷۱) و هولتون (۱۹۷۳) از فرضیه تبادل پیچکی استفاده می شود. بنابراین در مورد هر متغیر A ، فرمول های پارامترسازی زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{U}''A'' &= \frac{v}{R} (\bar{A} - A_0) & \overline{W'A'} &= -K_m \frac{\partial(\bar{A})}{\partial z} \end{aligned} \quad (24)$$

در این روابط، A نشان دهنده میدان های جرم است. با وجود این، اگر A میدان جرم باشد، K_h جایگزین K_m می شود. v ، K_h و K_m به ترتیب وشکسانی جنبش شناختی هوا، ضریب پیچکی تکانه و ضریب پیچکی گرما هستند. رابطه بین v ، K_h و K_m مشابه فرمول های مطرح شده اوگارا و تاکاهاشی (۱۹۷۱) است و به شکل زیر بیان می شود:

$$K_h = v = 3K_m = 0.1 \times R \times |W| \quad (25)$$

به پیروی از مفهوم عرضه شده آسایی و کاساهارا (۱۹۶۷) در مورد درون آمیختگی و برون آمیختگی، فرض می کنیم که اگر همگرایی رخ دهد ($\bar{U} < 0$)، ویژگی های محیط به داخل ابر منتقل می شود (درون آمیختگی). برعکس اگر واگرایی رخ دهد ($\bar{U} > 0$)، ویژگی های ابر به محیط منتقل می شود (برون آمیختگی). این ویژگی های برون آمیخته شده حفظ و به شبکه مدل میان مقیاس خورنده می شود. که این مفهوم با روابط زیر به خوبی بیان می شود:

$$\begin{cases} \tilde{A} = A_0 & \text{اگر } \bar{U} < 0 \\ \tilde{A} = A & \text{اگر } \bar{U} > 0 \end{cases} \quad (26)$$

در این روابط \bar{U} سرعت درون آمیختگی یا برون آمیختگی را نشان می دهد.

۳ روش‌های عددی و پارامترسازی خردفیزیک مورد استفاده در مدل ETTM

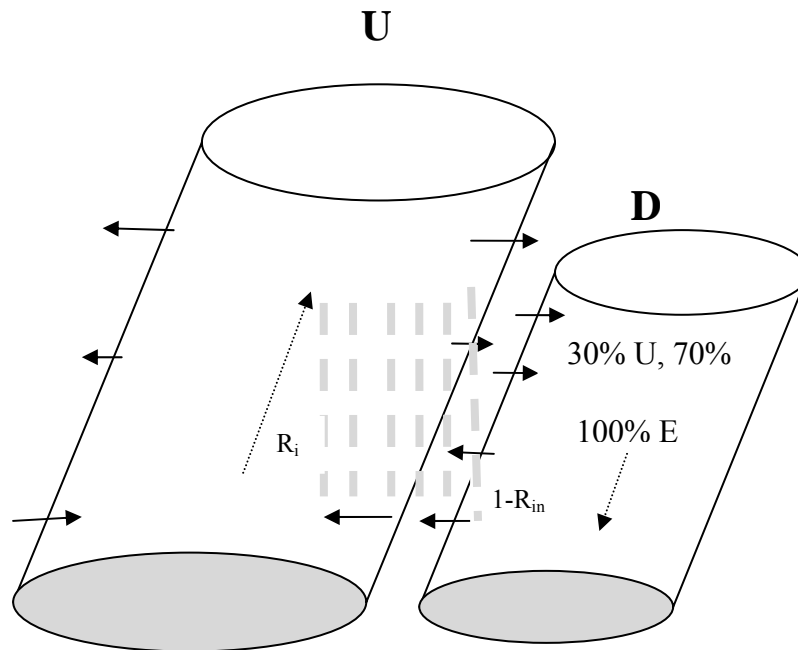
کد مدل ETTM در دسترس نیست و بنابراین، برنامه رایانه‌ای آن به منظور دستیابی به اهداف این پژوهش به طور مستقل نوشته شده است. پارامترسازی خردفیزیک مورد استفاده بر اساس طرح‌واره خردفیزیک لین و همکاران (۱۹۸۳) و راتلیج و هوبس (۱۹۸۴) با برخی تغییرات (چن و سان، ۲۰۰۲) است که در این طرح‌واره برهم‌کنش‌های بین شش آب‌شهاب ذکر شده، از جمله تبخیر/تصعید، نهشت/میعان، انجماد، ذوب، انبوهش، برافزایش و فرایندهای برجرون در نظر گرفته شده است.

روش‌های عددی تفاضل متناهی به منظور حل معادلات حاکم بر شبیه‌سازی گسترش ابر کومه‌ای با مدل ETTM استفاده شده است. مشتق‌های قائم با طرح‌واره تفاضل متناهی پادجریان‌سو و مشتق‌های زمانی با استفاده از طرح‌واره پیش‌سو تقریب زده می‌شوند. میانگین‌گیری

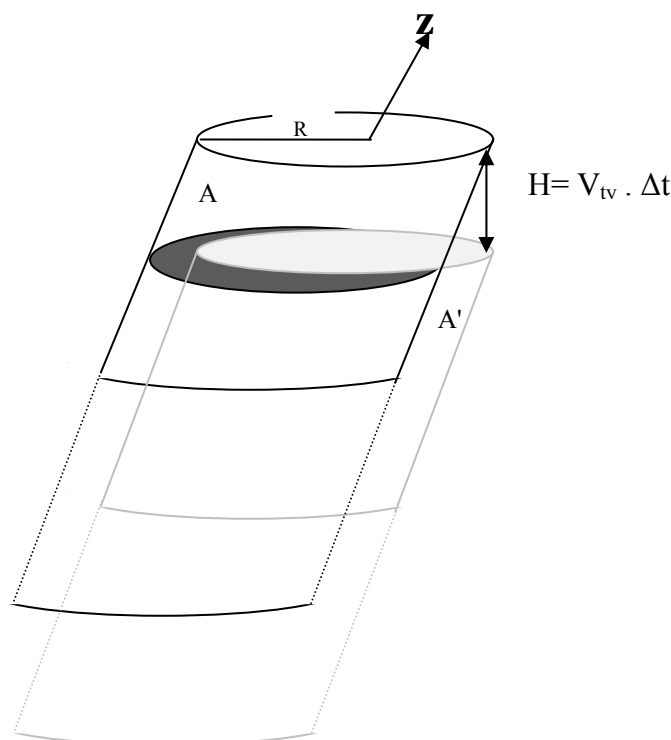
که در آن جریان بالارو تحت تاثیر جریان پایین‌رو قرار می‌گیرد، رخ نمی‌دهد.

بارشی که در جریان بالارو باقی می‌ماند با نسبت R_{in} که در واقع نسبت حجم بخش همپوشانی (یا سطح همپوشانی) بین دو ستون کج (یا دو صفحه هاشورزده) به حجم یک ستون کج (سطح صفحه کج) است، به دست می‌آید (شکل ۴). حرف A در این شکل نشان‌دهنده ستون اصلی بارش در جریان بالارو است در صورتی که A' ستونی که در جهت پایین به مقدار $H (= V_{ty} \Delta t)$ منتقل شده را نشان می‌دهد. در اینجا، V_{ty} سرعت حد بارش و Δt گام زمانی است. بنابراین، R_{in} به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود که در آن شعاع جریان بالارو و $1 - R_{in}$ آهنگ بارش در ستون جریان پایین‌رو است (چن و سان، ۲۰۰۴):

$$R_{in} = \frac{4R^2 \cos^{-1} \left(\frac{H \tan \alpha_0}{2R} \right) - H \tan \alpha_0 \sqrt{4R^2 - H^2 \tan^2 \alpha_0}}{2\pi R^2} \quad (28)$$



شکل ۳. ساختار کلی جریان بالارو (U) و جریان پایین‌رو (D) در ابر کج: E و R_{in} به ترتیب نشان‌دهنده محیط و نسبت بارش باقی‌مانده در جریان بالارو هستند. خطوط ضخیم خاکستری رنگ بارش را نشان می‌دهند (برگرفته از چن و سان، ۲۰۰۴).



شکل ۴. نمودار کلی از ستون بارش اصلی (A) در جریان بالاروی کج و ستون (A') که به اندازه H در گام زمانی (Δt) با سرعت حد بارش (V_{tv}) در جهت پایین انتقال یافته را نشان می‌دهد. شعاع جریان بالارو برابر R است (برگرفته از چن و سان، ۲۰۰۴).

می‌شوند. ساختار کدنویسی و اجرای مدل به‌طور خلاصه شامل ۴ مرحله زیر است:

الف- آماده‌سازی داده‌های ورودی که شامل داده‌های گمانه‌زنی برای آغازگری مدل و نیز داده‌های خروجی از بخش خردفیزیک در هر گام زمانی است.

ب- اعمال شرایط مرزی و تعریف ثابت‌های مدل (برای مثال تعداد ترازها در راستای قائم، قدرت تفکیک قائم و مانند آن).

ج- اجرای مدل ترسیم فایل‌های داده خروجی مدل با استفاده از نرم‌افزار Matlab در ادامه، نحوه محاسبه برخی از جمله‌های معادلات پیش‌یابی (فرارفت قائم، پخش پیچکی قائم، پخش پیچکی جانبی، درون‌آمیختگی- برون‌آمیختگی و شار قائم بارش) مورد بررسی قرار می‌گیرد.

مرکزی ۱-۲-۱ برای سرعت فرارفتی به جهت کاهش میرایی شدید ذاتی طرح‌واره پادجریان سو به کار می‌رود. طرح‌واره صریح برای پخش پیچکی قائم، طرح‌واره ماتریس سه‌قطری (روش‌های تکرار) برای حل معادله پریشیدگی فشار و طرح‌واره مرکزی در فضا برای محاسبه شارهای قائم باران، برف و گویچه برف استفاده می‌شود. گام زمانی بر مبنای معیار کورانت- فردریکس- لوی (CFL) انتخاب می‌شود.

بیشتر مدل‌های میان‌مقیاس، روش تفاضل متناهی را به‌خاطر سادگی نسبی این روش برای کدنویسی و نیز سادگی مفهومی آن به کار می‌برند. این روش در واقع جمله‌های تفاضلی، از جمله زمان را با یک یا دو جمله در یک بسط سری تیلور تقریب می‌زند. در این تحقیق، معادلات مدل ETTM با استفاده از روش‌های تفاضل متناهی با یک بازه مکانی ثابت در جهت قائم حل

۱-۳ فرارفت قائم

تقریب به کاررفته در این تحقیق در مورد فرارفت قائم برای همه متغیرهای پیش‌یابی، تفاضل‌گیری پیش‌سو-پادجریان سو است که به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial \tau} = -\bar{W} \frac{\partial \bar{A}}{\partial Z}; \frac{A_k^{\tau+1} - A_k^\tau}{\Delta \tau} = \begin{cases} -W_k^\tau \frac{A_{k+1}^\tau - A_k^\tau}{\Delta Z}, & W_k \leq 0 \\ -W_k^\tau \frac{A_k^\tau - A_{k-1}^\tau}{\Delta Z}, & W_k > 0 \end{cases} \quad (29)$$

در اینجا، علامت بار برای سادگی حذف شده است. τ برای نشان دادن تعداد گام‌های زمانی و k به منظور نشان دادن مکان نقطه شبکه‌ای در جهت Z استفاده می‌شود. $\Delta Z = Z(k+1) - Z(k)$ و $\Delta \tau = \tau(\tau+1) - \tau(\tau)$ بازه‌های زمانی و مکانی شبکه و W_k^τ سرعت فرارفتی در $t = \tau \Delta t$ و $Z = k \Delta Z$ است. متغیر وابسته (\bar{A}) می‌تواند به هر متغیر وابسته‌ای در مدل نسبت داده شود. معادله سمت راست معادله (۲۹) یک معادله تفاضلی نامیده می‌شود. علت نام‌گذاری این طرح‌واره به منزله تفاضل‌گیری پیش‌سو-پادجریان سو آن است که مشتق مکانی در جهت پادجریان سو نسبت به نقطه شبکه‌ای ارزیابی می‌شود.

این طرح‌واره به آن دلیل که یکی از پایدارترین روش‌ها است (برای جزئیات بیشتر راجع به پایداری طرح‌واره به پیلکه ۲۰۰۲ مراجعه شود) و نیز به حافظه و زمان محاسباتی کمتری نیاز دارد، برای حل معادله فرارفت انتخاب شده است. در این طرح‌واره W روی دو نقطه شبکه‌ای متوسط‌گیری می‌شود یکی زیر نقطه وقتی $W \geq 0$ است و دیگری بالای آن نقطه وقتی $W < 0$ است. وایسنر و همکاران (۱۹۷۲) اشاره کردند که جواب‌های مدل به روش به کاررفته در تعریف سرعت فرارفتی می‌تواند حساس باشد. در نظر گرفتن سرعت فرارفتی $\bar{W}_k = W_k$ دو نارسایی عمده دارد:

در مورد سرعت صفر هیچ فرارفتی به یک نقطه شبکه‌ای رخ نمی‌دهد. در این مدل، این موضوع مانع از رشد ابر به بالاتر از تراز پریشیدگی اولیه می‌شود.

اگر ناحیه‌ای از جریان پایین‌رو روی ناحیه‌ای از جریان بالارو قرار بگیرد، سهم‌های فرارفت مسئله به دو مسئله مجزا و جفت‌نشده تقسیم می‌شود. تنها اثرات جفت‌شدگی بین دو ناحیه در سهم‌های غیرفرارفتی مسئله (یعنی، نیروی گرادیان فشار) یا در میدان‌های فرارفت یافته با سرعت‌های دیگر (یعنی میدان‌های آب شهاب‌ها) خواهد بود.

یک روش برای غلبه بر این نارسایی‌ها، در نظر گرفتن سرعت فرارفتی در حکم متوسط W در تعدادی از نقاط شبکه یا به صورت معادل یک میدان سرعت هموار شده است. ساده‌ترین روش در نظر گرفتن سرعت فرارفتی به صورت زیر است:

$$\bar{W}_k = \frac{1}{2} (W_k + W_{k-1}), \quad W_k \geq 0 \quad (30)$$

$$\bar{W}_k = \frac{1}{2} (W_k + W_{k+1}), \quad W_k < 0$$

که این روش به دلیل جفت‌نشده‌گی مسئله فرارفت برای نقاط شبکه‌ای زوج و فرد، به جواب‌های واگرا منتهی می‌شود و پذیرفته شده نیست. روش انتخابی ما برای در نظر گرفتن سرعت فرارفتی به پیروی از وایسنر و همکاران (۱۹۷۲) و پارک و دروگ میسر (۱۹۹۷) به صورت میانگین‌گیری ۱-۲-۱ است:

$$\bar{W}_k = \frac{1}{4} (W_{k-1} + 2W_k + W_{k+1}) \quad (31)$$

که این روش از مسئله جفت‌نشده‌گی جلوگیری می‌کند.

۲-۳ پخش پیچکی قائم

پخش در واقع تعبیری ماکروسکوپی از فرارفت میکروسکوپی است. در اینجا "میکروسکوپی" به مقیاس‌هایی که با مدل به طور صریح تفکیک نمی‌شوند و

(۳۴) به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$A_k^{\tau+1} - A_k^{\tau} = \kappa_{k+\frac{1}{2}} (A_{k+1}^{\tau} - A_k^{\tau}) - \kappa_{k-\frac{1}{2}} (A_k^{\tau} - A_{k-1}^{\tau}) \quad (35)$$

که برای سادگی ترکیب‌های بی‌بعد زیر را تعریف می‌کنیم

$$\kappa_{k+\frac{1}{2}} \equiv \frac{K_{k+\frac{1}{2}} \Delta t}{(\Delta Z)^2}, \quad \kappa_{k-\frac{1}{2}} \equiv \frac{K_{k-\frac{1}{2}} \Delta t}{(\Delta Z)^2} \quad (36)$$

در این روابط

$$K_{k+\frac{1}{2}} \equiv \frac{K_{k+1} + K_k}{2}, \quad K_{k-\frac{1}{2}} \equiv \frac{K_k + K_{k-1}}{2} \quad (37)$$

است. برای محاسبه K_m و K_h ، به ترتیب ضرایب پخش پیچکی در مورد متغیرهای تکانه و جرم از فرمول‌های تبادل پیچکی اوگارا و تاکاهاشی (۱۹۷۱) و هولتون (۱۹۷۳) استفاده می‌کنیم:

$$K_h = \nu = 3K_m = 0.1R |W| \quad (38)$$

ν و شکسانی جنبش‌شناختی هوا، می‌باشد.

۳-۳ پخش پیچکی جانبی

در مورد هر متغیر A جمله پخش پیچکی جانبی به صورت $\widetilde{U''A''}$ است که با رابطه زیر پارامترسازی می‌شود:

$$\widetilde{U''A''} = \frac{\nu}{R} (\bar{A} - A_0) \quad (39)$$

که در این مدل فرضیه تبادل پیچکی به پیروی از اوگارا و تاکاهاشی (۱۹۷۱) و هولتون (۱۹۷۳) استفاده شده است. در رابطه فوق A_0 نشان‌دهنده مقدار محیطی در مورد هر کمیت است و شکسانی جنبش‌شناختی هوا (ν) از رابطه (۳۸) محاسبه می‌شود.

در واقع مقیاس‌های زیرشبکه‌اند، اطلاق می‌شود. به‌طور کلی پخش در سه‌بعد صورت می‌گیرد ولی اغلب در علوم جوی فقط پخش قائم، یعنی پخش یک‌بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد (رندال، ۲۰۰۵). در این مدل، فرایند پخش یک‌بعدی به شکلی ساده در مورد هر متغیر وابسته مدل (\bar{A}) به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial t} = -\frac{\partial F_A}{\partial Z} \quad (32)$$

در اینجا F_A شار A در نتیجه پخش است. در واقع در این پخش، اثرات انتقال قائم پیچکی تکانه، گرما و رطوبت در ابر، پارامتر می‌شود. روش پخش گرادیان یا بستار تلاطم مرتبه اول (K نظری) که به یک ضریب پخش K و گرادیان‌های متوسط متغیرها بستگی دارد، به منظور پارامترسازی F_A مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$F_A = -K \frac{\partial \bar{A}}{\partial Z} \quad (33)$$

از نظر فیزیکی کاربردهای معنادار از رابطه (۳۳) در صورتی امکان‌پذیر است که $K \geq 0$. با جایگزینی رابطه (۳۳) در معادله (۳۲) رابطه زیر را خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial Z} \left(K \frac{\partial \bar{A}}{\partial Z} \right) \quad (34)$$

بهترین طرح‌واره برای معادله پخش طرح‌واره ضمنی است ولی این طرح‌واره تعداد معادلات هم‌زمان را افزایش می‌دهد و لذا از نظر هزینه محاسباتی به صرفه نیست. طرح‌واره نیمه‌ضمنی دوفورت-فرانکل (Dufort-fankel) نیز با اینکه ناپایدار شرطی و پیاده‌سازی آن ساده است ولی در بازه‌های زمانی بزرگ بدرفتار است. لذا، در این مدل، تقریب عددی صریح به منظور گسسته‌سازی پخش قائم برای همه متغیرهای پیش‌یابی را به کار می‌بریم (برای جزئیات بیشتر راجع به پایداری طرح‌واره به رندال ۲۰۰۵ مراجعه شود) که در نتیجه مانسته تفاضل متناهی معادله

درون آمیختگی و برون آمیختگی

سرعت درون آمیختگی (\tilde{U}) براساس رابطه پیوستگی جرم و با استفاده از میدان W به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\tilde{U}_k = \frac{-R}{2\rho_k} \left(\frac{\rho_{k+1} W_{k+1} - \rho_{k-1} W_{k-1}}{2\Delta Z} \right) \quad (40)$$

در مورد هر متغیر A جمله درون آمیختگی و

برون آمیختگی به صورت $\frac{-2}{R} \tilde{U} \tilde{A}$ است. برای محاسبه این بخش از معادلات، فرض می شود که اگر همگرایی رخ دهد ($\tilde{U} < 0$)، ویژگی های محیط به داخل ابر منتقل می شود (درون آمیختگی). برعکس اگر واگرایی رخ دهد ($\tilde{U} > 0$)، ویژگی های ابر به محیط منتقل می شود (برون آمیختگی). این ویژگی های برون آمیخته شده حفظ شده و به شبکه مدل میان مقیاس خورنده می شود. بنابراین برای هر متغیر A این مفهوم با روابط زیر به خوبی بیان می شود:

$$\begin{cases} \tilde{A} = A_0 & \text{اگر } \tilde{U} < 0 \\ \tilde{A} = A & \text{اگر } \tilde{U} > 0 \end{cases} \quad (41)$$

در این روابط \tilde{U} سرعت درون آمیختگی یا برون آمیختگی را نشان می دهد.

شار قائم بارش

خردفیزیک مدل ETTM شش نوع آب شهاب (بخار آب، آبر، یخ ابر، باران، برف و گویچه برف) که همگی پارامتر شده اند، را شامل می شود. در این مدل فرض می شود که ذرات آبر و یخ ابر به حدی کوچک باشند که سرعت های حد آنها در مقایسه با سرعت هوا، باران، برف و گویچه برف (تگرگ) قابل صرف نظر کردن باشند. باران، برف و تگرگ دارای سرعت های حد قابل ملاحظه ای هستند. سرعت حد باران (بین 3 و 10 ms^{-1})،

سرعت حد برف (بین 0.5 و 3 ms^{-1}) و سرعت حد تگرگ (بین 10 و 40 ms^{-1}) است. شار قائم ذرات بارش به شکل زیر نوشته می شود:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial Z} (\rho V_{ty} q_y) = V_{ty} \frac{\partial}{\partial Z} (q_y) + \frac{q_y}{\rho} \frac{\partial}{\partial Z} (\rho V_{ty}) \quad (42)$$

برای گسسته سازی جمله اول سمت راست معادله فوق ابتدا آن را با جمله فرارفت قائم این ذرات بارش ترکیب و سپس با استفاده از تفاضل گیری پیش سو- پاد جریان سو به صورت زیر گسسته می کنیم:

$$(V_y - W) \frac{\partial q_y}{\partial Z} \approx \begin{cases} (V_{y_k} - W_k) \frac{q_{y_{k+1}} - q_{y_k}}{\Delta Z}, & V_{y_k} - W_k \leq 0 \\ (V_{y_k} - W_k) \frac{q_{y_k} - q_{y_{k+1}}}{\Delta Z}, & V_{y_k} - W_k > 0 \end{cases} \quad (43)$$

و در مورد جمله دوم معادله (42) طرح واره تفاضل گیری مرکزی به شکل زیر به کار برده می شود:

$$\frac{q_y}{\rho} \frac{\partial}{\partial Z} (\rho V_{ty}) \approx \frac{q_{y_k}}{\rho_k} \left(\frac{\rho_{k+1} V_{ty_{k+1}} - \rho_{k-1} V_{ty_{k-1}}}{2\Delta Z} \right) \quad (44)$$

۴ اجرای مدل ETTM

همرفت در مدل ETTM با استفاده از یک پریشیدگی دمای پتانسیلی بر مبنای رابطه زیر آغازگری می شود (چن و سان، ۲۰۰۴):

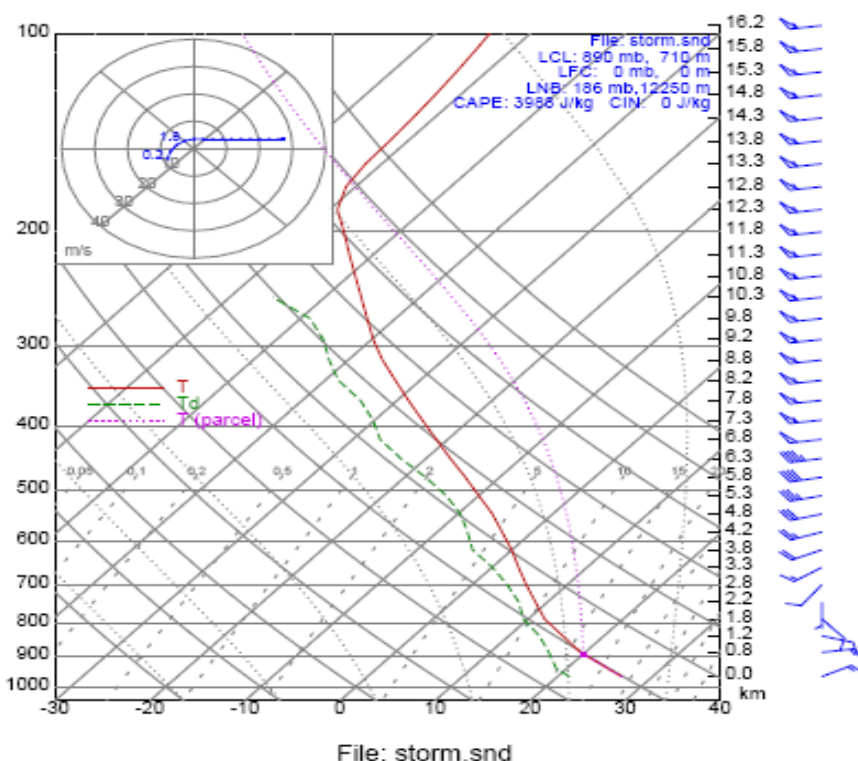
$$\theta' = 0.367 \sin \left(\frac{\pi z}{1500} \right), \quad z \leq 1500 \text{ m} \quad (45)$$

یک گمانه زنی ایدئال درحکم داده های ورودی دما، رطوبت نسبی و فشار محیط (شکل ۵) مورد استفاده قرار می گیرد. این گمانه زنی در ۲۰ مه ۱۹۹۷ در حین توفانی روی دلستی (Delcity) اوکلاهما اندازه گیری شده است. نیمرخ قائم سرعت و جهت باد طوری تغییر یافته است که

الف- ابتدا سرعت درون آمیختگی براساس رابطه پیوستگی جرم و با استفاده از میدان W محاسبه می شود.
 ب- نسبت های اختلاط اولیه ابر، باران و آب جامد در همه ترازها صفر هستند. مقادیر W ، θ_{ei} ، q_v ، q_c ، q_i ، q_r ، q_s و q_g در اولین گام زمانی با در نظر گرفتن جمله های دینامیکی در معادلات پیش یابی محاسبه می شوند.

ج- مقادیر دمای پتانسیلی معادل یخ و نسبت های اختلاط شش نوع آب شهاب در نظر گرفته شده در مدل در گام زمانی بعد با وارد کردن جمله های چشمه و چاهه خرد فیزیکی محاسبه می شوند. به عبارت دیگر از این مرحله به بعد بخش خرد فیزیک با بخش دینامیکی جفت شده و در هر گام زمانی محاسبات مربوط به خرد فیزیک مسئله نیز صورت می گیرد.

میدان ساده تری از باد با یک چرخش در سرعت باد به دست آید. در راستای قائم، محاسبات در محدوده ۱۷ کیلومتر از سطح زمین با توان تفکیک ۵۰۰ متر (۳۴ تراز) است. گام زمانی انتخابی برابر با ۱ ثانیه و طول زمان انتگرال گیری برابر با ۷۰ دقیقه است. مدل ETTM همچنین به داده های ورودی زاویه کج شدگی و شعاع سلول های جریان بالارو و جریان پایین رو نیاز دارد که براساس شبیه سازی سه بعدی صورت گرفته با مدل میان مقیاس به صورت زیر در نظر گرفته شده اند. شعاع جریان بالارو و جریان پایین رو به ترتیب ۴۰۰۰ و ۱۶۰۰ متر انتخاب شده است (شعاع جریان پایین رو ۴۰٪ شعاع جریان بالارو است) و زاویه کج شدگی ۱۱/۲ درجه است. مراحل محاسباتی در مدل ETTM در هر تکرار در طول مدت انتگرال گیری به صورت زیر است:



شکل ۵. گمانه زنی استفاده شده برای آغازگری ETTM که خط پر سرخ، دما (°C) و خط چین سبز، دمای نقطه شبنم (°C) را نشان می دهد.

۵ نتایج و بحث

مدلی فرضی از ابر همرفتی تک سلولی شامل سه مرحله کومه‌ای، بلوغ و میرایی است (والیس و هویز، ۲۰۰۶). در مرحله کومه‌ای، ابر شامل یک ترمال صعودکننده قوی است که در آن سرعت جریان بالارو به سرعت با ارتفاع در حال افزایش است و درون آمیختگی در مرزهای جانبی ابر وجود دارد. در همین زمان قله ابر به سمت بالا در حال حرکت است (به‌طور مکانیکی با ترمال‌های زیر پایه ابر واداشته می‌شود).

در مرحله بلوغ، گسترش ابر ادامه می‌یابد تا اینکه ابر به ارتفاعی برابر یا کمی بالاتر از تراز شناوری خنثی می‌رسد. در این مرحله، یک گردش پایین‌روی قوی که با منطقه‌ای از باران شدید همپوشانی دارد، آغازگری می‌شود و با نیروی پَسار حاصل از وزن بارش حفظ می‌شود. سرمایه‌ش حاصل از تبخیر نیز در هوای غیر اشباع زیر ابر و هوای درون آمیخته از مرزهای جانبی به وجود می‌آید که منجر به شناوری منفی محسوسی در هوای جریان پایین‌رو می‌شود. بیشینه سرعت‌های قائم جریان بالارو معمولاً در منطقه میانی ابر و منطقه برون آمیختگی قوی در بالای این تراز رخ می‌دهد.

از آنجا که به دلیل وجود جریان‌های پایین‌روی قوی القایی در ابر، نهایتاً تغذیه هوای مرطوب به ابر از لایه زیرین ابر قطع می‌شود، ابر به مرحله میرایی می‌رسد و بارش قطع می‌شود. در این مرحله جریان پایین‌رو حرکت غالب در کل ابر است. در طول این فاز میرایی، پایه اصلی ابر و فصل مشترک ابر ناپدید می‌شود و ابر با تبخیر از بین خواهد رفت. یکی از دلایل اصلی پارامتر کردن کج شدگی (که به دلیل چینش باد در ابرها وجود دارد) این است که مقداری از بارش تولید شده لایه ابر را ترک می‌کند زیرا بارشی که در جریان بالارو باقی می‌ماند با شناوری مثبت مخالفت می‌کند و چرخه عمر ابر را کوتاه‌تر می‌سازد.

شکل ۶ تحول زمانی سرعت قائم، بی‌هنجاری‌های دمای پتانسیلی و نسبت اختلاط بخار آب حاصل از سلول‌های جریان بالارو و جریان پایین‌رو در اجرای مدل ETTM را نشان می‌دهد. از زمان تقریبی ۳۰ دقیقه به بعد، سرعت قائم افزایش می‌یابد (شکل ۶ الف). در مورد جریان بالارو، بیشینه سرعت قائم (34 ms^{-1}) در زمان تقریبی ۴۷ دقیقه و در ارتفاع ۱۰ km به دست می‌آید. حرکت پایین‌سوی قوی نیز ۱۰ دقیقه بعد از حرکت بالاسو شروع و به مقدار بیشینه 11 ms^{-1} در ارتفاع تقریبی ۴ km می‌رسد (شکل ۶ ب). از آنجا که حرکت پایین‌رو به واسطه سرمایه‌ش تبخیر حاصل از بارش جدا شده از جریان بالارو به وجود می‌آید، منطقه بیشینه جریان پایین‌رو در ارتفاعی پایین‌تر از منطقه بیشینه جریان بالارو قرار دارد. به پیروی از چن و سان (۲۰۰۴)، چرخه عمر از نقطه شروع که سرعت قائم مطلق به مقدار بحرانی می‌رسد تا نقطه پایانی که باز مقدار بحرانی سرعت قائم به دست آمده و تا انتها حفظ شده است، اندازه‌گیری می‌شود. در این تحقیق، این مقدار بحرانی سرعت قائم برای جریان بالارو، 2 ms^{-1} و در مورد جریان پایین‌رو مقدار 1 ms^{-1} در نظر گرفته شده است. در این شبیه‌سازی چرخه عمر سلول‌های جریان بالارو و جریان پایین‌رو هر دو برابر ۳۰ دقیقه است. بیشینه دمای پتانسیلی در جریان بالارو به ۷ K در ارتفاع تقریبی ۸ km می‌رسد که درست در زیر منطقه بیشینه سرعت قائم قرار دارد (شکل ۶ ج). ناحیه‌ای از بی‌هنجاری منفی نیز در بالای قله ابر به واسطه واژگونی که به دلیل درون آمیختگی گرما به قله ابر رخ می‌دهد، مشاهده می‌شود. در مورد ستون جریان پایین‌رو، نتایج گرمایش در همه ترازها را نشان می‌دهد (شکل ۶ د). آهنگ‌های گرمایش و سرمایه‌ش در ستون جریان پایین‌رو تحت تاثیر آهنگ کاهش دمای محیط (Environmental Lapse Rate, ELR) و فرایندهای

خردفیزیکی قرار می گیرند. اگر ELR کمتر از آهنگ کاهش دمای بی درروی خشک باشد، جریان پایین رو یک بی هنجاری مثبت خواهد داشت که فرض می شود که دما در ناحیه جریان پایین رو مقدار مشابه محیط در همان تراز را دارد. سریواستاوا (۱۹۸۵) در بررسی اثر سرمایش تبخیر جریان پایین رو بر خردانفجار (microburst)، نتیجه گرفت که وقتی ELR به مقدار بی درروی خشک نزدیک باشد، جریان پایین روی قوی رخ می دهد. در غیر این صورت، شدت جریان پایین رو به مقدار بارش بستگی پیدا می کند. چن و سان (۲۰۰۴) آزمایش حساسیت برای مطالعه اثر ELR بر بی هنجاری دمای جریان پایین رو را عملی ساخته و به نتیجه مشابهی رسیده اند.

تحول زمانی بی هنجاری نسبت اختلاط بخار آب بیشینه 2.23 gkg^{-1} را در دقیقه ۴۰ که از نظر زمانی قبل از

بیشینه سرعت قائم رخ می دهد، نشان می دهد (شکل ۵۶). بعد از دقیقه ۶۰ که جریان بالارو به مرحله میرایی می رسد، یک روند خشک شدن مشاهده می شود. این امر همچنین در سلول جریان پایین رو (تقریباً -3.69 gkg^{-1}) نیز مشاهده می شود (شکل ۶ و) که نشان دهنده این حقیقت است که آهنگ مرطوب شدن به واسطه تبخیر از آهنگ خشک شدن در نتیجه حرکت پایین رو کوچک تر است.

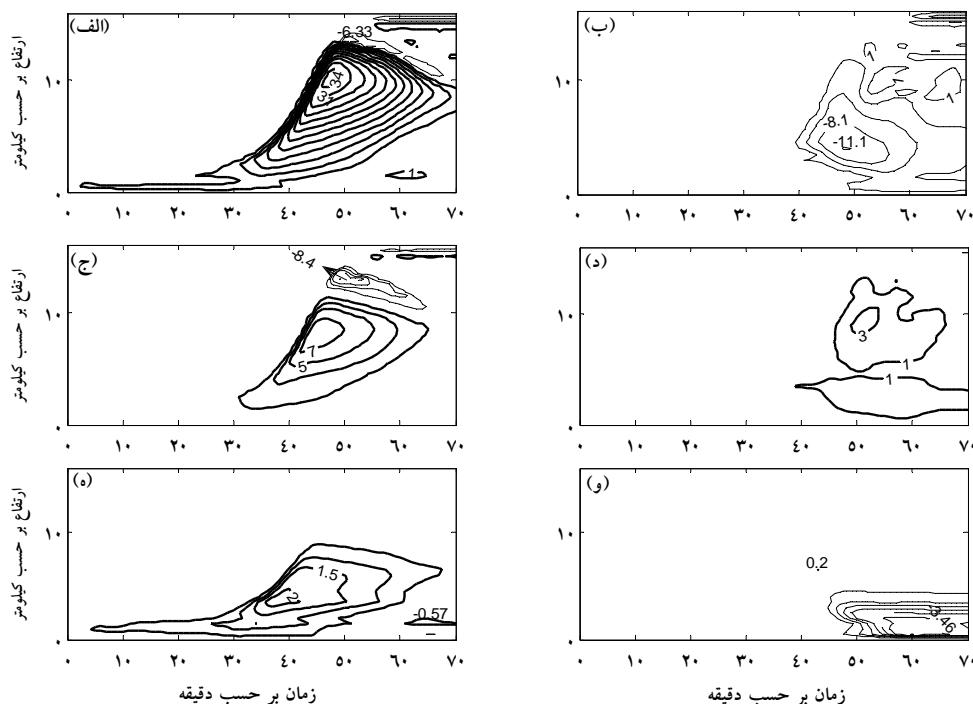
شارهای قائم جرم (F_m)، گرما (F_h) و رطوبت (F_q) در مدل ETMM بر طبق روابط زیر محاسبه می شوند:

$$F_m = \rho_u W_u B_u + \rho_d W_d B_d$$

$$F_h = C_p \rho_u W_u B_u (\theta_u - \theta_0) + C_p \rho_d W_d B_d (\theta_d - \theta_0)$$

$$F_q = \rho_u W_u B_u (q_{vu} - q_{v0}) + \rho_d W_d B_d (q_{vd} - q_{v0})$$

(۴۶)



شکل ۶: تحول زمانی (الف) سرعت قائم (ms^{-1})، (ج) بی هنجاری دمای پتانسیلی (K) و (ه) بی هنجاری نسبت اختلاط بخار آب (gkg^{-1}) مربوط به جریان بالارو در اجرای مدل ETMM. (ب)، (د) و (و) به ترتیب همانند (الف)، (ج) و (ه) ولی مربوط به جریان پایین رو در اجرای مدل ETMM. بازه پرنسندی در مورد سرعت قائم 3 ms^{-1} ، دمای پتانسیلی K و نسبت های اختلاط 0.5 gkg^{-1} انتخاب شده است.

شبه‌سازی (۷۰ دقیقه) در شکل ۸ عرضه شده است. در جریان بالارو (شکل ۸ الف)، هوای اشباع (ابر) در زمان تقریبی ۳۰ دقیقه از ارتفاع ۱ تا ۶٫۵ km گسترش یافته است. در مرحله بلوغ (۱۰ دقیقه بعد)، این لایه تا ۸٫۵ km رشد می‌کند. هوای بالای لایه ابر غیراشباع است. از آنجا که در ستون جریان بالارو حرکت پایین‌سو حاکم می‌شود، بعد از این مرحله هوا غیراشباع می‌شود. در زمان تقریبی ۶۰ دقیقه همه لایه تقریباً غیراشباع است. نیم‌رخ‌های ستون جریان پایین‌رو (شکل ۸ ب) نشان می‌دهد که ستون هوا همیشه غیراشباع است. در ابتدا لایه ابر زیر ۶ km نسبتاً مرطوب‌تر است (توجه کنید که این نیم‌رخ می‌تواند به صورت گمانه‌زنی محیط رفتار کند و بنابراین برای مقایسه با گمانه‌زنی محیطی برای آغازگری از آن استفاده می‌شود) ولی با گذشت زمان به‌ویژه در ارتفاع ۲ تا ۶ km خشک‌تر می‌شود. در ۵۰ دقیقه، سطوح زیرین به دلیل تبخیر بارش (که از جریان بالارو جدا شده است) مرطوب باقی می‌ماند اما پس از مدتی نزول قوی هوا حاکم و موجب خشک شدن این لایه می‌شود.

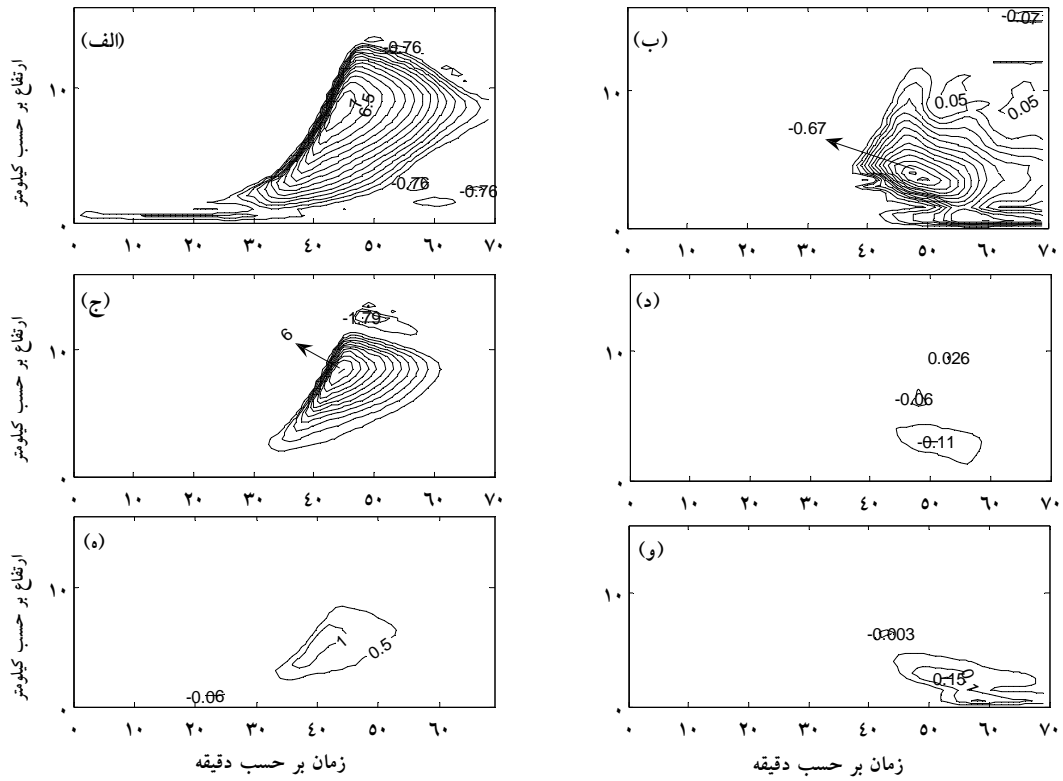
بر اساس فرمول‌بندی مدل، سهمی از بارش جریان بالارو جدا می‌شود و جریان پایین‌رو در همان ارتفاع را تحریک می‌کند. بنابراین، بارشی که از این دو ستون به دست می‌آید، به هم جفت شده هستند. آهنگ‌های بارندگی در مورد دو ستون جریان‌های بالارو و پایین‌رو در شکل ۹ نشان داده شده است. همان‌طور که شکل نشان می‌دهد در ابتدا بارندگی از میان ستون جریان پایین‌رو به زمین می‌رسد. بیشینه‌ها درست قبل از دقیقه ۵۰ (وقتی بیشینه سرعت قائم به دست می‌آید) رخ می‌دهد. آهنگ بارندگی در مورد جریان پایین‌رو بیشتر است ولی با وجود این، بارش کلی جریان بالارو به واسطه سطح پوشش وسیع‌تر، بیشتر است که این، سازگاری نتایج با نتایج چن و سان (۲۰۰۴) را نشان می‌دهد.

اندیس‌های u و d به ترتیب نشان‌دهنده مولفه‌های جریان بالارو و جریان پایین‌رو هستند. شارها روی سطح مقطع‌های افقی دو جریان بالارو (B_u) به شعاع ۴۰۰۰ m و جریان پایین‌رو (B_d) به شعاع ۱۶۰۰ m محاسبه می‌شوند. مقادیر این شعاع‌ها بر مبنای مرحله بلوغ گسترش ابر کومه‌ای در مدل میان‌مقیاس تعیین می‌شوند.

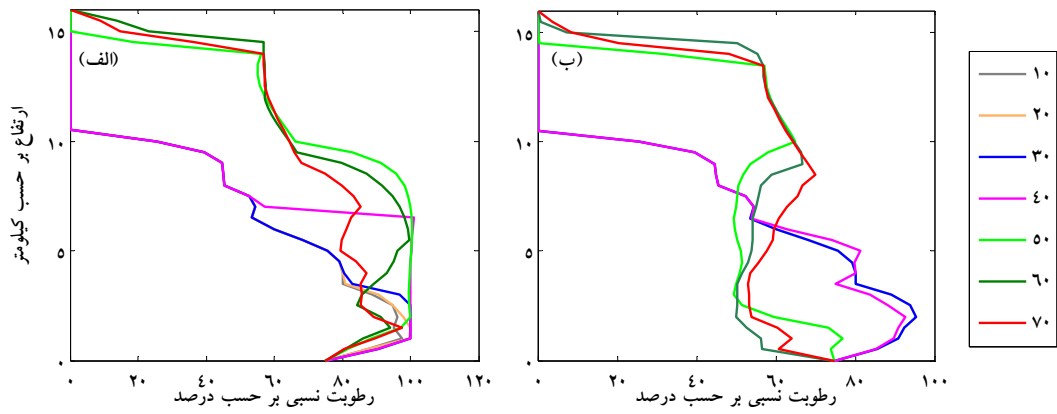
شارهای قائم جرم، گرما و رطوبت در شکل ۷ نشان داده شده‌اند. در مورد جریان بالارو، بیشینه شار جرم برابر $7 \times 10^8 \text{ kgs}^{-1}$ در ارتفاع تقریبی ۱۰ km است. در بالا و پایین منطقه بیشینه حرکت بالاسو، مناطقی از برون‌آمیختگی (شار منفی) وجود دارد (شکل ۷ الف). از آنجا که شعاع ستون جریان پایین‌رو ۴۰ درصد شعاع ستون جریان پایین‌رو فرض شده است، مولفه شار جرم جریان پایین‌رو، شار پایین‌سوی نسبتاً ضعیف‌تری را نشان می‌دهد (شکل ۷ ب).

با بررسی شکل مربوط به شار گرمای بالارو منطقه‌ای از شار گرمای منفی در بالای قله ابر مشاهده می‌شود (شکل ۷ ج). شار گرما در این منطقه به دلیل حضور واژگونی پایین‌سو است. در مورد جریان پایین‌رو شار گرمای نسبتاً قوی پایین‌سوی مشاهده می‌شود (شکل ۷ د). ملاحظه می‌شود که این شارها تا حد زیادی تحت‌تأثیر نیم‌رخ‌های شبه‌سازی شده سرعت قائم جریان‌های بالارو و پایین‌رو قرار می‌گیرند. بررسی شارهای قائم رطوبت نشان می‌دهد که در جریان بالارو مرطوب شدن در لایه‌های میانی رخ می‌دهد در حالی که در مورد جریان پایین‌رو منطقه محسوس از خشک شدن در لایه‌های زیرین در مرحله بلوغ ابر شبه‌سازی شده مشاهده می‌شود.

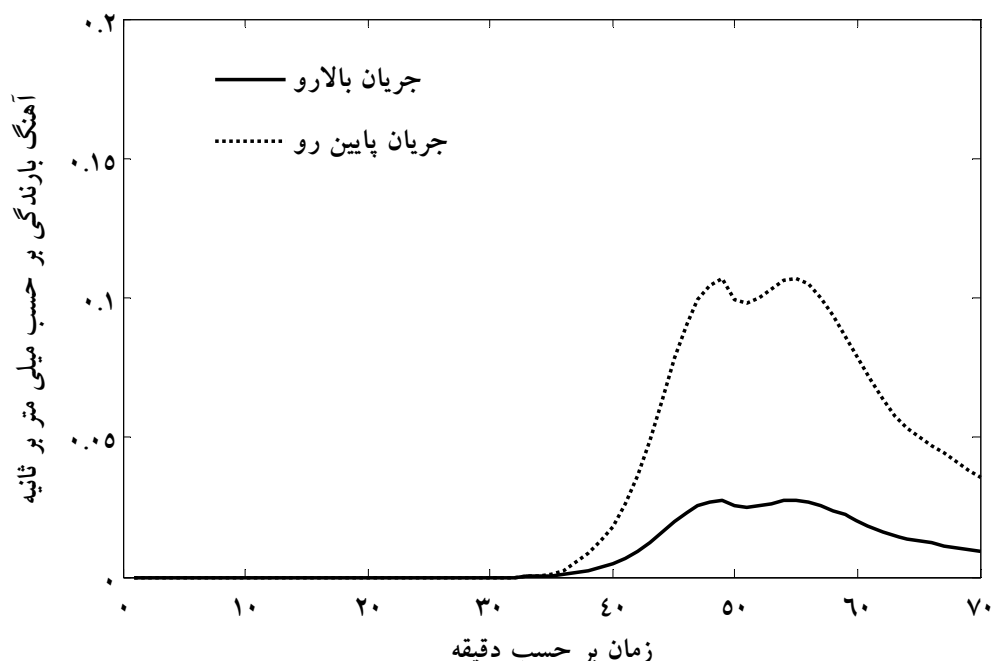
به منظور بررسی بیشتر لایه ابر در سلول‌های جریان‌های بالارو و پایین‌رو، نیم‌رخ‌های قائمی از رطوبت نسبی در این دو ستون در هر ۱۰ دقیقه از کل زمان



شکل ۷. تحول زمانی (الف) شار قائم جرم ($\times 10^{-8} \text{ kgs}^{-1}$)، (ج) شار قائم گرما ($\times 10^{12} \text{ Js}^{-1}$) و (ه) شار قائم رطوبت ($\times 10^6 \text{ Js}^{-1}$) مربوط به جریان بالارو در اجرای مدل ETTM. (ب)، (د) و (و) به ترتیب همانند (الف)، (ج) و (ه) ولی مربوط به جریان پایین‌رو در اجرای مدل ETTM. بازه پربندی در مورد شارهای جرم، گرما و رطوبت ۰/۵ در واحد هر یک از این شارها انتخاب شده است.



شکل ۸. نیم‌رخ‌های قائم رطوبت نسبی (الف) جریان بالارو (K)، (ب) جریان پایین‌رو مدل ETTM در هر ۱۰ دقیقه در طول مدت انتگرال‌گیری (۷۰ دقیقه) را نشان می‌دهد. توجه کنید که نیم‌رخ‌های دقیقه‌های ۱۰ و ۷۰ کمیت‌های مورد نظر تقریباً برهم منطبق شده‌اند.



شکل ۹. تغییرات زمانی آهنگ بارندگی (mms^{-1}) برای جریان بالارو (خط پر) و جریان پایین رو (خط چین) در مورد شبیه سازی مدل ETTM.

۶ نتیجه گیری

تک سلولی (گسترش، بلوغ و میرایی) را به خوبی شبیه سازی می کند. یک طرحواره پارامترسازی همرفت کومه ای بایستی توانایی بازتولید مجدد نیم رخ های گرمایش و خشک شدن، شارهای جرم، گرما و رطوبت در سراسر چرخه عمر یک ابر همرفتی داشته باشد. این شارها از مدل های یک بعدی ابر به کاررفته در این طرحواره ها به دست می آیند. بنابراین شبیه سازی موفق این ویژگی ها با استفاده از مدل ETTM، بهره گیری این مدل در طرحواره های پارامترسازی همرفت را هموار می کند و این هدفی است که در ادامه این تحقیق از سوی مولفان دنبال می شود.

منابع

- Anthes, R. A., 1977, A cumulus parameterization scheme utilizing a one-dimensional cloud model. *Mon. Weather Rev.*, **105**, 270-286.
 Arakawa, A., and Schubert, W. H. 1974, Interaction of a cumulus cloud ensemble with

مدل ETTM در واقع شکل بهبود یافته مدل ابر یک بعدی قائم چن و سان (۲۰۰۲) که فقط جریان بالارو را در نظر می گیرد، به حساب می آید. در مدل چن و سان (۲۰۰۴)، علاوه بر پریشیدگی فشار غیرهیدروستاتیک، فرایندهای کامل خرد فیزیکی ابر، اثر درون آمیختگی - برون آمیختگی، اختلاط پیچکی جانبی، و اختلاط پیچکی قائم در یک مدل ابر یک بعدی قائم وابسته به زمان، اثرات جریان پایین رو، شعاع ابر، و اثرات کج شدگی در نظر گرفته شده اند.

اگر مرحله ای که فقط جریان بالارو در ابر وجود دارد را مرحله رشد، و وقتی جریان های بالارو و پایین رو هر دو حضور دارند را در حکم مرحله بلوغ ابر و حاکم شدن جریان های پایین رو در ابر را مرحله میرایی در نظر بگیریم، نتایج حاصل از میدان های شبیه سازی شده نشان می دهند که مدل ETTM چرخه سه مرحله ای عمر یک توفان

- cloud model. *J. Clim. Appl. Meteorol.*, **22**, 1065-1092.
- Ogura, Y. 1972, *Clouds and Convection*. GARP Publication Series No. 8, WMO, Geneva, 20-29. UN.
- Ogura, and Takahashi, T. 1971, Numerical simulation of the life cycle of a thunderstorm cell. *Mon. Weather. Rev.*, **99**, 895-911.
- Park, S. K., and Droegemeier, K. K. 1997, Validity of the tangent linear approximation in a moist convective cloud model. *Mon. Weather. Rev.*, **125**, 3320-3340.
- Pielke, R. A., 2002, *Mesoscale Meteorological Modelling*. 2nd Ed. Academic Press, San Diego, 676 pp. USA.
- Randall, D. A., 2005, *An Introduction to Atmospheric Modelling*. AT604. Course outline. Department of Atmospheric science, Colorado state university. USA.
- Rutledge, S. A., and Hobbs, P.V. 1984, The mesoscale and microscale structure and organization of clouds and precipitation in midlatitude cyclones. Part XII: A diagnostic modeling study of precipitation development in narrow, coldfrontal rainbands. *J. Atmos. Sci.*, **41**, 2949-2972.
- Srivastava, R. C., 1985, A simple model of evaporatively driven downdrafts: Application to microburst downdraft. *J. Atmos. Sci.*, **42**, 1004-1023.
- Simpson, J. E., 1976, *Precipitation augmentation from cumulus clouds and systems*. Scientific and technological foundation, 1975. *Adv. Geophys.* **19**, 1-72.
- Simpson, J. E., 1983, Cumulus clouds: Numerical models, observations and entrainment. In *Mesoscale Meteorology—Theories, Observations and Models*, D. K. Lilly and T. Gal-Chen, Eds., Reidel, Dordrecht, Holland, 413-445.
- Steiner, J., 1973, A three-dimensional model of cumulus cloud development. *J. Atmos. Sci.*, **30**, 414-435.
- Wallace, J. M., and Hobbs, P. V., 2006, *Atmospheric Science: An Introductory Survey*. Vol. 84, Second Edition, Academic Press, 504 pp. USA.
- Wisner, C., H. Orville, and C. Myers, 1972, A Numer Mod Hail-Bearing Cloud. , **29**, 1160-1181.
- Wu, X., Moncrieff, M. W. and Emanuel, K. A. 2000, Evaluation of large-scale forcing during TOGA COARE for cloud-resolving models and single-column models. *J. Atmos. Sci.*, **57**, 2977-2985.
- the large scale environment. Part I. *J. Atmos. Sci.*, **31**, 674-701.
- Asai, T., and Kasahara, A., 1967, A theoretical study of the compensating downward motions associated with cumulus clouds. *J. Atmos. Sci.* **24**, 187-196.
- Chen, S. H., and Sun, W. Y., 2002, A one-dimensional time dependent cloud model. *J. Meteorol. Soc. JPN*, **80**, 99-118.
- Chen, S. H., and Sun, W. Y., 2004, An explicit one-dimensional time-dependent tilting cloud model. *J. Atmos. Sci.*, **61**, 2797-2816.
- Cotton, W. R., 1975, Theoretical cumulus dynamics. *Rev. Geophys. Space Phys.* **13**, 419-448.
- Coho, R. A. and Anthes, R. A. 1989, *Storm and Cloud Dynamics*. Academic Press, Inc., 883pp. USA.
- Das, S., D. Johnson and W. K. Tao, 1999, Single-column and cloud ensemble model simulations of TOGA-COARE convective systems. *J. Meteorol. Soc. JPN*, **77**, 803-826.
- Fritsch, J. M., and Chappell, C. F. 1980a, Numerical prediction of convectively driven mesoscale pressure systems. Part I: Convective parameterization. *J. Atmos. Sci.*, **37**, 1722-1733.
- Fritsch, J.M and Chappell, C.F, 1980b, Numerical prediction of convectively driven mesoscale pressure systems. Part II: Mesoscale model. *J. Atmos. Sci.*, **37**, 1734-1762.
- Grell, G. A., 1993, Prognostic evaluation of assumptions used by cumulus parameterization. *Mon. Weather Rev.*, **121**, 764-787.
- Holton, J. R., 1973, A one-dimensional cumulus model including pressure perturbations. *Mon. Weather. Rev.*, **101**, 201-205.
- Hu, Q., 1997, A cumulus parameterization using a cloud model of intermittently rising thermals. *J. Atmos. Sci.*, **54**, 2292-2307.
- Kuo, H. L., 1965, On formation and intensification of tropical cyclones through latent heat release by cumulus convection. *J. Atmos. Sci.*, **22**, 40-63.
- Kuo, H. L., 1974, Further studies of the parameterization of the influence of cumulus convection on large-scale flow. *J. Atmos. Sci.*, **31**, 1232-1240.
- LeMone, M. A., and Zipser, E. J. 1980, Cumulonimbus vertical velocity events in GATE. Part I: Diameter, intensity and mass flux. *J. Atmos. Sci.*, **37**, 2444-2457.
- Lin, Y.-L., Farley, R. D. and Orville, H. D. 1983, Bulk parameterization of the snow field in a