

روشی برای تبدیل سامانه‌های تصویر متشابه به یکدیگر

سید شهرام جزائری جونتقانی^۱ و محمدعلی شریفی^{۳*}

^۱ کارشناسی ارشد ژئودزی، شرکت ملی مناطق نفت‌خیز جنوب، اهواز، ایران، ^۲ دانشجوی دکتری ژئودزی، گروه مهندسی نقشه‌برداری، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران
^۳ استادیار، گروه مهندسی نقشه‌برداری، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۸۶/۱۲/۲۵، پذیرش نهایی: ۸۷/۱۱/۱)

چکیده

نقشه‌های متفاوتی در سامانه‌های تصویر گوناگون در وزارتخانه‌ها و سازمان‌ها موجود است. به منظور تطبیق و هماهنگی بیشتر نقشه‌ها باید با استفاده از روش‌های تبدیل سامانه‌های تصویر، نقشه‌ها را به یک سامانه تصویر واحد تبدیل کرد. در این مقاله در مورد روشی که ابداع نگارندگان است و برای تبدیل سامانه‌های تصویر متشابه مورد استفاده قرار می‌گیرد، بحث شده است. این روش برای تبدیل سامانه‌های تصویر متشابه بدون اطلاع از نوع سامانه‌ها و ویژگی‌های بیضوی‌های مرجع، به کار می‌رود. تنها الزام به کارگیری این روش پیشنهادی، وجود نقاطی با مختصات معلوم در هر دو سامانه تصویر است که چنین نقاطی نیز در عمل وجود دارند. در این روش از توابع چندجمله‌ای در حکم توابع تبدیل استفاده شده و شرط کوشی-ریمان نیز برای حفظ تشابه اعمال شده است. در روش معمول تبدیل سامانه‌های تصویر به یکدیگر، دانستن نوع سامانه‌های تصویر و مشخصات بیضوی‌های مرجع الزامی است اما در مواردی اطلاعی از مشخصات بیضوی‌های مرجع در دسترس نیست. روش پیشنهادی نگارندگان مقاله، می‌تواند در حل مشکل موجود در دستگاه‌های اجرایی حائز اهمیت باشد.

واژه‌های کلیدی: تشابه، روش کمترین مربعات، سامانه تصویر، شرط کوشی-ریمان

A new method for coordinate transformation between conformal map projections

Jazaeri Junghani, S. Sh^{1,2}. and Sharifi, M. A³.

¹ Ph.D. student of Geodesy, Department of Surveying and Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Iran, ² National Iranian South Oil Company, Ahvaz, Iran

³ Assistant Professor, Department of Surveying and Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Iran

(Received: 15 March 2008, Accepted: 20 Jan 2009)

Abstract

Geospatial Information System (GIS) has emerged as a very powerful tool for capturing, storing, analyzing, managing, and presenting data that is linked to location. The location information, which is usually obtained from existing maps or the Global Positioning Systems (GPS), refers to different coordinate and map projection systems. Therefore, unification of the coordinate and mapping systems of the spatial information is absolutely necessary before any data processing in a GIS system.

In the classical approach, coordinate transformation among different map projection systems is performed via the reference geodetic ellipsoids. The transformation is possible if the reference ellipsoids and their corresponding datum definition parameters are known.

In many cases, implementation of the classical approach is impossible due to lack of information.

Herein, we introduce an innovative approach for coordinate transformation which is completely datum-independent. It is based on the mathematical relationship between the coordinate systems. From mathematical point of view, two functions mathematically define the relationship between the horizontal coordinates in two systems. For simplicity, two polynomial functions are employed. The optimal degree of the polynomials and the unknown coefficients can be determined using the common points in two systems.

In this paper, the proposed method is theoretically developed for conformal map projections. The Cauchy-Riemann differential equations as a necessary and sufficient conformity condition are used to derive the mapping polynomials. Moreover, the validity of the new method is numerically checked on a real data set. Both the classical and the new method are employed on the data set. The achieved results show very good agreement between the classical and the new approach.

Key words: Map projection, Conformal, Cauchy-Riemann differential equations, Polynomial functions

۱ مقدمه

در ریاضیات، سامانه تصویر متشابه، سامانه‌ای است که زوایا را حفظ می‌کند. یا به عبارت دیگر سامانه تصویر $w = f(z)$ در Z_0 متشابه نامیده می‌شود اگر زوایای بین منحنی‌های گذرنده از Z_0 و جهت آنها حفظ شود (مالینگ، ۱۹۹۲). سامانه‌های تصویر متشابه، زوایا و شکل عوارض خیلی کوچک را حفظ می‌کنند ولی ممکن است اندازه آنها را حفظ نکنند.

خاصیت تشابه می‌تواند بر اساس ماتریس مشتقات ژاکوبین تابع تبدیل بیان شود. اگر ماتریس ژاکوبین تابع تبدیل در هر نقطه، مضربی از ماتریس دوران باشد تابع تبدیل متشابه است (مالینگ، ۱۹۹۲). سامانه‌های تصویر متفاوتی در پژوهش‌های زمین‌شناسی، ژئوفیزیکی و مانند آن به کار می‌رود و در وزارتخانه‌ها و سازمان‌های گوناگون از سامانه‌های تصویر متفاوتی استفاده می‌شود. برای مثال شرکت ملی نفت، از سامانه تصویر لامبرت برای نمایش مناطق نفت‌خیز جنوب استفاده کرده است، در صورتی که در حال حاضر با توجه به ارزان بودن و قابلیت حمل‌گیرنده‌های GPS، نقاط در سامانه تصویر UTM برداشت می‌شوند. در نتیجه به منظور تطبیق نقشه‌ها در

سامانه‌های تصویر متفاوت و هماهنگی بیشتر باید از روش‌های تبدیل سامانه‌های تصویر به یکدیگر استفاده کرد. یافتن روشی ساده و دقیق برای انطباق نتایج حاصل از اندازه‌گیری‌های جدید، با مدارک و نقشه‌های موجود، انگیزه اصلی تدوین این مقاله است.

۲ روش ابداعی نگارندگان برای تبدیل سامانه‌های

تصویر متشابه به یکدیگر

فرض کنید روابط تبدیل زیر برای سامانه‌های تصویر متشابه اول و دوم وجود داشته باشد.

$$\begin{aligned} \varphi &= f(x, y) \\ \lambda &= g(x, y) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \varphi' &= f'(x', y') \\ \lambda' &= g'(x', y') \end{aligned} \quad (2)$$

در روابط (۱) و (۲)، f ، g ، f' و g' توابع تبدیل برای سامانه‌های تصویر متشابه اول و دوم هستند که در روابط بالا φ ، λ ، φ' و λ' مختصات ژئودتیک نقاط روی بیضی‌های مرجع اول و دوم و x ، y ، x' و y'

درجه سه شامل ضرایب b_{00} تا b_{30} باشد، یعنی هر کدام ۱۰ ضریب داشته باشند به نحوی که دو معادله در مجموع ۲۰ ضریب خواهد داشت. برای به دست آوردن آنها باید حداقل ۲۰ معادله از x و y نقاطی که مختصات آنها در هر دو سامانه مشخص است، تشکیل شود. پس باید ضرایبی را پیدا کنیم که بتوانیم x و y را به x' و y' یا برعکس تبدیل کنیم. در نتیجه باید حداقل ۱۰ نقطه با مختصات معلوم در دو سامانه وجود داشته باشد تا بتوانیم این ۲۰ ضریب مجهول را به دست آوریم. اما با روابط کوشی-ریمان (معادلات ۴) تعداد نقاط مورد نیاز کمتر می‌شود. با محاسبه مشتقات معادله اول روابط کوشی-ریمان داریم:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = a_{10} + a_{11}y + 2a_{20}x + 2a_{21}xy + a_{12}y^2 + 3a_{30}x^2 \quad (۶)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial y} = b_{11}x + 2b_{02}y + b_{21}x^2 + 2b_{12}xy + b_{01} + 3b_{03}y^2$$

با مساوی قرار دادن ضرایب جملات هم درجه داریم:

$$\begin{aligned} a_{10} &= b_{01} \\ a_{11} &= 2b_{02} \\ 2a_{20} &= b_{11} \\ 2a_{21} &= 2b_{12} \\ a_{12} &= 3b_{03} \\ 3a_{30} &= b_{21} \end{aligned} \quad (۷)$$

با محاسبه مشتقات معادله دوم روابط کوشی-ریمان

داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial y} &= a_{11}x + 2a_{02}y + a_{21}x^2 + 2a_{12}xy + a_{01} + 3a_{03}y^2 \\ -\frac{\partial Q}{\partial x} &= -b_{10} - b_{11}y - 2b_{20}x - 2b_{21}xy - b_{12}y^2 - 3b_{30}x^2 \end{aligned} \quad (۸)$$

مختصات آنها در سامانه‌های تصویر اول و دوم است. از طرف دیگر نگاهت مشابهی وجود خواهد داشت که سامانه‌های اول و دوم را به هم تبدیل کند و چون هر دو سامانه تصویر متشابه هستند، سامانه تصویری که این دو را به هم تبدیل می‌کند، متشابه خواهد بود. پس سامانه‌های اول و دوم به صورت زیر با هم در ارتباط خواهند بود:

$$\begin{aligned} x' &= P(x, y) \\ y' &= Q(x, y) \end{aligned} \quad (۳)$$

یعنی با توابع P و Q ، مختصات سامانه اول به سامانه دوم تبدیل می‌شود. از طرف دیگر چون سامانه‌های تصویر اول و دوم متشابه هستند و زوایا در این دو سامانه تصویر حفظ می‌شوند پس P و Q نیز نگاهت‌های مشابهی هستند که مختصات x و y را به x' و y' تبدیل می‌کنند. در نتیجه روابط کوشی-ریمان مربوط به سامانه‌های تصویر متشابه در مورد آنها صدق می‌کند (توماس، ۱۹۵۲). در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{\partial Q}{\partial y} \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= -\frac{\partial Q}{\partial x} \end{aligned} \quad (۴)$$

ساده‌ترین شکل توابع P و Q ، که نگارندگان

پیشنهاد کرده‌اند، می‌تواند به صورت چندجمله‌ای باشد:

$$\begin{aligned} x' &= P(x, y) = \sum_{i=0}^{n_x} \sum_{j=0}^{n_y} a_{ij} x^i y^j \\ y' &= Q(x, y) = \sum_{i=0}^{n_x} \sum_{j=0}^{n_y} b_{ij} x^i y^j \end{aligned} \quad (۵)$$

که در آن ضرایب a_{ij} و b_{ij} ، ضرایب مجهول چندجمله‌ای P و Q هستند. برای متشابه بودن نگاهت، باید رابطه (۴) نیز برقرار باشد.

برای سهولت فرض کنید P یک چندجمله‌ای درجه سه شامل ضرایب a_{00} تا a_{30} و Q نیز یک چندجمله‌ای

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 2a_{20}x + a_{11}y + a_{10} = b_{11}x + 2b_{02}y + b_{01} = \frac{\partial Q}{\partial y} \quad (12)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = a_{11}x + 2a_{02}y + a_{01} = -2b_{20}x - b_{11}y - b_{10} = -\frac{\partial Q}{\partial x}$$

که با مساوی قرار دادن ضرایب جملات هم درجه ۱۲ مجهول به ۶ مجهول مستقل تقلیل می‌یابد.

$$\begin{aligned} 2a_{20} &= b_{11} = -2a_{02} \\ a_{11} &= 2b_{02} = -2b_{20} \\ a_{10} &= b_{01} \\ a_{01} &= -b_{10} \end{aligned} \quad (13)$$

و داشتن ۳ نقطه در هر دو سامانه برای به دست آوردن مجهول‌ها کافی است.

اما اگر توابع تبدیل P و Q توابعی درجه اول باشند داریم:

$$\begin{aligned} x' &= P(x, y) = a_{10}x + a_{01}y + a_{00} \\ y' &= Q(x, y) = b_{10}x + b_{01}y + b_{00} \end{aligned} \quad (14)$$

با استفاده از روابط کوشی-ریمان داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} &= a_{10} = \frac{\partial Q}{\partial y} = b_{01} \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= a_{01} = -\frac{\partial Q}{\partial x} = -b_{10} \end{aligned} \quad (15)$$

در این حالت ۴ مجهول داریم و برای به دست آوردن ضرایب، داشتن مختصات دو نقطه در دو سامانه کافی است. شاید این روند که در ارائه مطالب در پیش گرفته شده است این سؤال را در ذهن خواننده تداعی کند که چگونه می‌توان درجه مناسب چندجمله‌ای را پیدا کرد. روش‌های متفاوتی برای تعیین معنی‌دار بودن ضرایب

با مساوی قرار دادن ضرایب جملات هم درجه داریم:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -2b_{20} \\ 2a_{02} &= -b_{11} \\ a_{21} &= -3b_{30} \\ 2a_{12} &= -2b_{21} \\ a_{01} &= -b_{10} \\ 3a_{03} &= -b_{12} \end{aligned} \quad (9)$$

اما با بررسی مختصر در مورد این دو دسته ضرایب که به صورت تساوی‌هایی نوشته شده‌اند به تساوی‌های دیگری دست می‌یابیم که نشان می‌دهند اگر به جای یافتن همه ضرایب، تعدادی از آنها را بیابیم برای ما کافی خواهد بود.

$$\begin{aligned} a_{10} &= b_{01} \\ a_{11} &= 2b_{02} = -2b_{20} \\ 2a_{20} &= b_{11} = -2a_{02} \\ a_{21} &= b_{12} = -3b_{30} = -3a_{03} \\ a_{12} &= 3b_{03} = -b_{21} = -3a_{30} \\ a_{01} &= -b_{10} \\ a_{00} & \\ b_{00} & \end{aligned} \quad (10)$$

در نتیجه ۸ مجهول مستقل وجود دارد که با تشکیل حداقل ۸ معادله، برآورد خواهند شد. در نتیجه کافی است که مختصات ۴ نقطه را در هر دو سامانه داشته باشیم و با آنها این ۸ معادله را تشکیل دهیم.

وقتی توابع تبدیل P و Q، توابعی درجه دو باشند داریم:

$$\begin{aligned} x' &= P(x, y) = a_{20}x^2 + a_{11}xy + a_{02}y^2 + a_{10}x + a_{01}y + a_{00} \\ y' &= Q(x, y) = b_{20}x^2 + b_{11}xy + b_{02}y^2 + b_{10}x + b_{01}y + b_{00} \end{aligned} \quad (11)$$

با استفاده از رابطه (۴) به طور مشابه داریم:

$$l = \begin{bmatrix} x'_1 \\ y'_1 \\ x'_2 \\ y'_2 \\ \vdots \\ x'_n \\ y'_n \end{bmatrix} \quad (17)$$

در این حالت ۶ مجهول وجود دارد و بردار مجهول‌ها عبارت است از:

$$x = \begin{bmatrix} a_{20} \\ b_{20} \\ b_{01} \\ b_{10} \\ a_{00} \\ b_{00} \end{bmatrix} \quad (18)$$

و ماتریس ضرایب با توجه به معادلات (۱۶) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$A = \begin{bmatrix} x_1^2 - y_1^2 & -2x_1y_1 & x_1 & -y_1 & 1 & 0 \\ 2x_1y_1 & x_1^2 - y_1^2 & y_1 & x_1 & 0 & 1 \\ x_2^2 - y_2^2 & -2x_2y_2 & x_2 & -y_2 & 1 & 0 \\ 2x_2y_2 & x_2^2 - y_2^2 & y_2 & x_2 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n^2 - y_n^2 & -2x_ny_n & x_n & -y_n & 1 & 0 \\ 2x_ny_n & x_n^2 - y_n^2 & y_n & x_n & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

و در نهایت بردار مجهول‌ها که همان ضرایب توابع تبدیل است، با استفاده از روش کمترین مربعات به صورت زیر به دست می‌آید (لاسان و هانسان ۱۹۷۴).

برآورد شده چندجمله‌ای‌ها وجود دارد که از آن جمله می‌توان به روش آماری ارائه شده در (ژانگ ۱۹۹۷) اشاره کرد.

بعد از تعیین درجه چندجمله‌ای تبدیل و اعمال شرط کوشی-ریمان مجهول‌های مستقل را به دست می‌آوریم. سپس با نوشتن معادلات تبدیل برای نقاطی با مختصات معلوم در هر دو سامانه، ضرایب به دست می‌آیند. اگر تعداد معادلات از تعداد مجهول‌ها بیشتر باشد یا به عبارت دیگر تعداد نقاطی که مختصات آنها در هر دو سامانه معلوم است از حد لازم بیشتر باشد و درجه آزادی داشته باشیم، از روش کمترین مربعات برای به دست آوردن مجهول‌ها استفاده می‌شود. در این حالت دقت محاسبه ضرایب قابل برآورد خواهد بود و می‌توان دقت محاسبه ضرایب را مورد ارزیابی قرار داد. در صورتی که اگر از حداقل نقاط لازم استفاده شود، امکان کنترل دقت ضرایب وجود ندارد.

مثلاً در حالتی که معادلات تبدیل از درجه دوم در نظر گرفته شوند، اگر فرض کنیم n نقطه با مختصات معلوم در هر دو سامانه وجود داشته باشند، خواهیم داشت:

$$x' = P(x, y) = a_{20}x^2 - 2b_{20}xy - a_{20}y^2 + b_{01}x - b_{10}y + a_{00} = a_{20}(x^2 - y^2) - 2b_{20}xy + b_{01}x - b_{10}y + a_{00} \quad (16)$$

$$y' = Q(x, y) = b_{20}x^2 + 2a_{20}xy - b_{20}y^2 + b_{10}x + b_{01}y + b_{00} = b_{20}(x^2 - y^2) + 2a_{20}xy + b_{10}x + b_{01}y + b_{00}$$

بردار مشاهدات شامل مختصات نقاط در سامانه دوم یا سامانه مقصد است:

می‌کنیم و از ۵ نقطه باقی‌مانده درحکم نقاط کنترل استفاده می‌کنیم و دقت روش پیشنهادی را مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. برای محاسبه ضرایب، چون تعداد معادلات در این حالت به ازای ۱۴ نقطه برابر ۲۸ است که از تعداد مجهول‌ها (۶) بیشتر است، می‌توان پارامترهای مجهول را با ۲۲ درجه آزادی، از روش کمترین مربعات تعیین کرد. بدین منظور برنامه‌ای به زبان MATLAB نوشته شد. لازم به ذکر است که مختصات این ۱۹ نقطه در سامانه تصویر UTM با دستگاه GPS برداشت شده است و مختصات آنها در سامانه تصویر لامبرت بعد از مشاهدات طول‌ها و زوایا و تبدیل آنها روی بیضوی و انتقال مختصات به‌دست آمده به سامانه تصویر لامبرت حاصل شده است (روش کلاسیک).

مختصات ۱۴ نقطه‌ای که مختصات آنها در سامانه تصویر لامبرت و UTM مشخص هستند و درحکم نقاط معلوم در معادلات استفاده شده‌اند به‌شرح زیر است.

جدول ۱. مختصات نقاط ۱ تا ۱۴ در سامانه‌های تصویر لامبرت و UTM.

مختصات نقاط در سامانه تصویر لامبرت		نقاط	مختصات نقاط در سامانه تصویر UTM	
x	y		x	y
2041723.2	940089.5000	۱	465340.1904	3355512.6793
2059581.5000	925751.7000	۲	482367.2939	3340194.1024
2029679.500	916683.9000	۳	452003.4875	3332816.3332
2037353.8	910856.6	۴	459339.7384	3326568.8848
2024126.2	957781.9	۵	448758.3334	3374166.2667
2004425.9	937931.1	۶	427974.7625	3355443.8642
2011210.1	944561.4	۷	435120.0964	3361685.8853
2034449.9	944349.2	۸	458315.8124	3360173.8242
2019585.7	935110.6	۹	442955.5229	3351780.0043
2015339.1	903036.1	۱۰	436922.8886	3319991.4785
2004401.3	951982.5	۱۱	428735.106	3369477.6583
2024681.7	909775.4	۱۲	446627.2483	3326198.0403
2048147.3	913763.9	۱۳	470278.5277	3328866.7568
2046380.9	904103.1	۱۴	467973.7234	3319320.9793

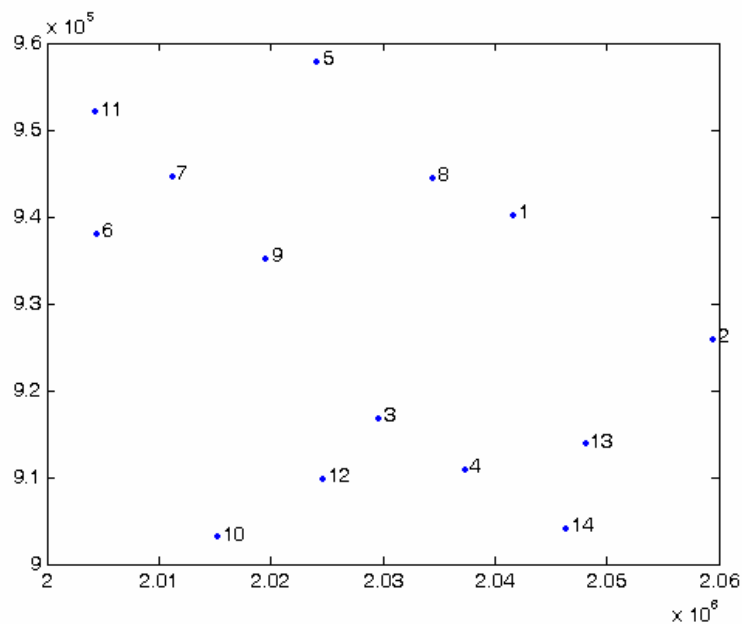
$$\hat{x} = (A'A)^{-1} A'l \quad (20)$$

با به‌دست آمدن ضرایب تبدیل می‌توان با جای‌گذاری مختصات هر نقطه در سامانه تصویر اول در روابط تبدیل، مختصات آن‌را در سامانه تصویر دوم به‌دست آورد. برای چندجمله‌ای‌هایی با درجات بالاتر نیز می‌توان فرایندی شبیه روش توضیح داده شده برای چندجمله‌ای درجه دوم را تکرار کرد.

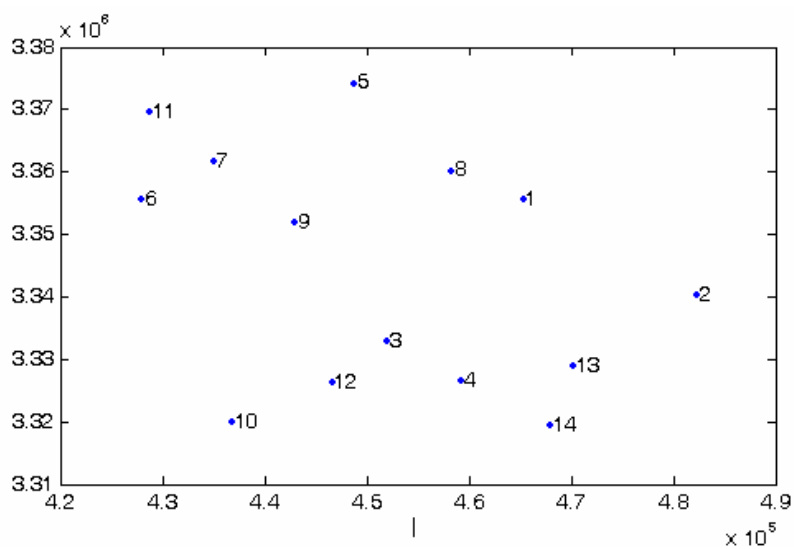
۳ مثال‌های عددی

برای مقایسه نتایج عددی روش پیشنهادی نگارندگان، از ۱۹ نقطه‌ای که مختصات آنها در سامانه تصویر لامبرت و UTM مشخص هستند، استفاده شده است. تابع تبدیل چندجمله‌ای درجه دوم در نظر گرفته شده است. بعد از اعمال شرط کوشی-ریمان (رابطه ۱۰) ۶ مجهول خواهیم داشت که برای برآورد آنها ۳ نقطه کافی است. از ۱۹ نقطه، ۱۴ نقطه را در معادلات درحکم نقاط معلوم وارد

در نمودارهای زیر پراکندگی نقاط در سامانه‌های تصویر لامبرت و UTM مشاهده می‌شود.



شکل ۱. پراکندگی نقاط در سامانه تصویر لامبرت.



شکل ۲. پراکندگی نقاط در سامانه تصویر UTM.

و با مختصات مشاهده شده آنها در سامانه تصویر UTM مورد مقایسه قرار می‌گیرند که در جدول ۲ نتایج آن را مشاهده می‌کنید.

با استفاده از ضرایب محاسبه شده، مختصات نقاط ۱۵ تا ۱۹ را که فرض می‌شود در سامانه تصویر لامبرت مشخص هستند، در سامانه تصویر UTM محاسبه می‌شوند

جدول ۲. مختصات نقاط کنترل ۱۵ تا ۱۹ در سامانه‌های تصویر لامبرت و UTM.

مختصات نقاط در سامانه تصویر لامبرت		نقاط	مختصات مشاهداتی نقاط در سامانه تصویر UTM	
X	y		X	y
2060743.7	943399.5	۱۵	484518.6112	3357750.0729
2065323.9	934078	۱۶	488568.5795	3348185.3116
2015171.7	918411.8	۱۷	437614.5276	3335352.6945
2007333.1	926366.2	۱۸	430231.9541	3343732.9850
2064545.3	911393.8	۱۹	486517.2805	3325580.7130

جدول ۳. مختصات محاسباتی نقاط ۱۵ تا ۱۹ در سامانه تصویر UTM با استفاده از روش پیشنهادی نگارندگان و تفاوت مختصات آنها با مختصات مشاهداتی در سامانه تصویر UTM.

مختصات محاسباتی نقاط در سامانه تصویر UTM		نقاط	اختلاف مختصات محاسباتی و مشاهداتی نقاط در سامانه تصویر UTM	
X	y		Δx	Δy
484518.7396	3357750.2651	۱۵	0.1284	0.1922
488568.4544	3348185.3138	۱۶	-0.1250	0.0022
437614.6993	3335352.7293	۱۷	0.1717	0.0348
430232.0457	3343733.0853	۱۸	0.0916	0.1003
486517.1001	3325580.7376	۱۹	-0.1803	0.0246

با استفاده از روش کلاسیک تبدیل سامانه‌های تصویر به یکدیگر نیز، مختصات نقاط در سامانه تصویر UTM محاسبه شد که نتایج آن در جدول ۴ مشاهده می‌شود.

جدول ۴. مختصات محاسباتی نقاط ۱۵ تا ۱۹ در سامانه تصویر UTM با استفاده از روش کلاسیک تبدیل سامانه‌های تصویر به یکدیگر و تفاوت مختصات آنها با مختصات مشاهداتی در سامانه تصویر UTM.

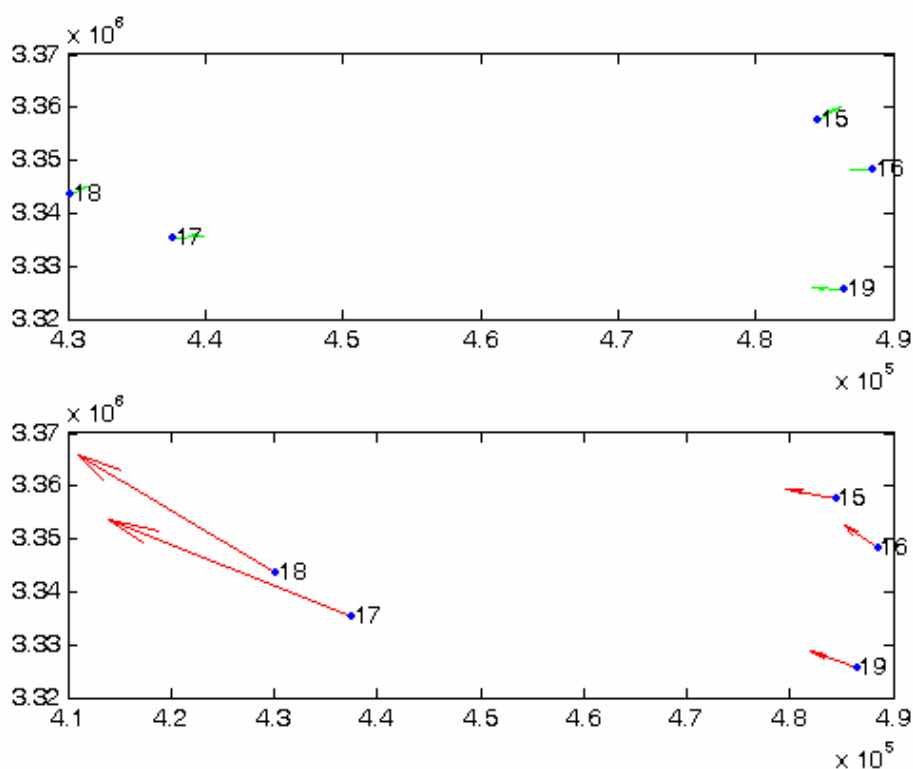
مختصات محاسباتی نقاط در سامانه تصویر UTM		نقاط	اختلاف مختصات محاسباتی و مشاهداتی نقاط در سامانه تصویر UTM	
X	y		Δx	Δy
484518.8573	3357749.9854	۱۵	-0.2460	0.0874
488568.7472	3348185.0979	۱۶	-0.1676	0.2137
437615.7209	3335351.7725	۱۷	-1.1933	0.9220
430232.9279	3343731.8658	۱۸	-0.9738	1.1192
486517.5108	3325580.556	۱۹	-0.2302	0.1570

۴ نتیجه‌گیری

با توجه به وجود نقشه‌های متفاوت در سامانه‌های تصویر متشابه گوناگون، تبدیل اطلاعات از سامانه‌های تصویر متفاوت به یکدیگر ضروری است. بدون توجه به نوع سامانه‌های تصویر و ویژگی‌های بیضوی‌های مرجع در صورتی که تعدادی نقاط دارای مختصات در هر دو سامانه تصویر مشخص باشند، می‌توان پارامترهای تبدیل را با استفاده از روش ارائه شده ابداعی، محاسبه کرد و نقاط را از یک سامانه تصویر به دیگری تبدیل کرد. در این روش از چندجمله‌ای‌ها به‌مثابه توابع تبدیل استفاده می‌شود و چون سامانه‌های تصویر متشابه فرض شده‌اند شرط کوشی-ریمان روی آنها اعمال و باعث کاهش تعداد مجهول‌ها و افزایش درجه آزادی می‌شود. با استفاده از

در شکل زیر تفاوت مختصات محاسباتی و مشاهداتی نقاط چک در سامانه تصویر UTM با استفاده از روش پیشنهادی مؤلفان (تصویر بالا) با استفاده از روش کلاسیک تبدیل سامانه‌های تصویر به یکدیگر (تصویر پایین) نشان داده شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، بین مقادیر مشاهداتی و محاسباتی تفاوت وجود دارد که یکی از عوامل آن را می‌توان خطای مشاهدات صورت گرفته با GPS برای به‌دست آوردن مختصات در سامانه تصویر UTM و خطای مشاهدات با روش کلاسیک و تبدیل به روی بیضوی برای به‌دست آوردن مختصات در سامانه تصویر لامبرت دانست. البته خطای احتمالی روش‌های تبدیل نیز ممکن است تأثیر داشته باشند.



شکل ۳. تفاوت مختصات محاسباتی و مشاهداتی نقاط کنترل در سامانه تصویر UTM با استفاده از روش پیشنهادی نگارندگان و روش کلاسیک تبدیل سامانه‌های تصویر به یکدیگر (بالا: روش پیشنهادی نگارندگان پایین: روش کلاسیک).

- Snyder, J. P. 1987, Map projections: a working manual. USGS Professional Paper 1395. Washington, DC: United States Government Printing Office.
- Stem, J. E., 1989, State Plane coordinate system of 1983: U.S. Department of commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, National Geodetic Information Center, Rockville, Maryland, 119p.
- Thomas P. D., 1952, Conformal projections in geodesy and cartography. Washington, DC: United States Government Printing Office.
- Vanicek, P., and Krakiwsky, E., 1982, Geodesy: The concepts. North-Holland, Amsterdam-New York.
- Zhong, D., 1997, Robust estimation and optimal selection of polynomial parameters for the interpolation of GPS geoid heights; *Geodesy*, **71**, 552-561.

روش کمترین مربعات در صورتی که درجه آزادی وجود داشته باشد، می‌توان با دقت زیادی ضرایب تبدیل را محاسبه کرد. همان‌طور که در قسمت نتایج عددی ملاحظه کردید، نتایج به‌دست آمده از روش پیشنهادی مؤلفان نسبت به روش کلاسیک تبدیل سامانه‌های تصویر به یکدیگر، بهتر است. چون در روش کلاسیک تبدیل سامانه‌های تصویر به یکدیگر، برای تبدیل مختصات دکارتی زمین مرکز از بیضوی مرجع سامانه تصویر اول به دوم، پارامترهای تبدیل همراه با مقداری خطا هستند. در روش معمول تبدیل سامانه‌های تصویر به یکدیگر باید از نوع سامانه‌های تصویر و مشخصات بیضوی‌های مرجع برای تبدیل مختصات به یکدیگر اطلاع داشته باشیم و همچنین پارامترهای تبدیل سامانه‌های مختصات دکارتی زمین مرکز بیضوی‌ها به یکدیگر، باید با دقت زیادی در دسترس باشند. در غیراین‌صورت، نتایج به شدت تحت تأثیر قرار می‌گیرند.

منابع

- Browning, B. R., 1985, The accuracy of geodetic latitude and height equations. *Surv. Rev.*, **28**, 202-206.
- Bugayevskiy, L. M., and Snyder. John, P, 1995, Map Projections: A Reference Manual. London: Taylor and Francis.
- Dolzhenko, E. P., 2001, "Conformal mapping", in Hazewinkel, Michiel, *Encyclopaedia of Mathematics*, Kluwer Academic Publishers, ISBN 978-1556080104.
- Lawson, C. L., and Hanson, R. J., 1974, Solving Least Squares Problems; Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Maling, D. H., 1992, Coordinate systems and map projections (2nd ed.): Pergamon Press, Oxford, 476 p.
- Muehrcke, C., and O. Muehrcke. Juliana 1998. Map Use: Reading-Analysis-Interpretation, 4th ed. Madison, WI: JP Publications.
- Pearson, F., 1990, Map Projections: Theory and applications. CRC Press, Boca Raton, Florida, 372p.
- Seeber, G., 1989, Satellite Geodesy; Walter de Gruyter; Berlin.