مجله علوم دانشگاه تهران
جلد سی‌ام (۱۳۸۳) شماره ۱ (۱۵۶-۱۴۵)

مطالعهٔ توزیع زاویه ای پاره های شکافت القایی حاصل از واکنشهای یون سنگین بر اساس مدل انقطاع آماری(SSM)
(Statistical Scission Model)

محمّد فرهاد رحیمی[1] ، داود خداخواه[1]، امید ناصرقدسی[2]، عزیزبهکامی[3]
[1] گروه فیزیک ـ دانشکده علوم - دانشگاه فردوسی مشهد
[2] گروه فیزیک ـ دانشکده علوم - دانشگاه مازندران
[3] گروه فیزیک ـ دانشکده علوم - دانشگاه شیراز
(دریافت: ۸۲/۱۰/۲ ؛ پذیرش: ۸۳/۳/۲۰)

چکیده

در مطا لعه عمیق روی توزیع زاویه ای پا ره های شکا فت در وا کنش یون سنگین نا همسانگردی های زیادی دیده شده است . این ناهمسانگردی ها را می توان تو سط نظریه استاندارد آماری (Transition Statistical State Model) (TSM) توضیح داد (Rossner, 1986). علت وجود این ناهمسانگردی ها را می توان به مقادیر اسپین بالا یا Z^2/A هسته شکافت پذیر نسبت داد. برای نا همسانگردی های بیشتر می‌توان از مدل آماری انقطاع (SSM) استفاده کرد. در این مدل توزیع تصویر اسپین در امتداد راستای شکافت می‌تواند گوسی شکل و با واریانس S_0^2 باشد. دراین مدل S_0^2 بدست آمده از تئوریهای وابسته به SSM با S_0^2 های بدست آمده از برازش داده های تجربی به ازای پارامترهای چگالی تراز مختلف LDP و انرژیهای تغییر شکل مختلف با هم مقایسه شده اند. در این تحقیق از مدل SSM برای مطالعه توزیع زاویه ای پاره های شکافت القایی حاصل از واکنشهای $^{10}B(64Mev)+^{237}Np$ ، $^{10}B(60Mev)+^{232}Th$ ، $^{12}C(72Mev)+^{237}Np$ ، $^{12}C(79Mev)+^{232}Th$ ، $^{16}O(88Mev)+^{232}Th$ $^{16}O(94Mev)+^{237}Np$ استفاده شده و نتیجه گیری شده است که مدل SSM در مورد این واکنشها کارآیی خوبی دارد. همچنین با استفاده از این مدل نسبت ممان اینرسی کروی به ممان اینرسی مؤثر محاسبه شده‌اند که توافق خوبی با مقادیر به دست آمده از مدل قطره مایع دارند و این نشان می‌دهد که مدل SSM یک مدل فیزیکی است.

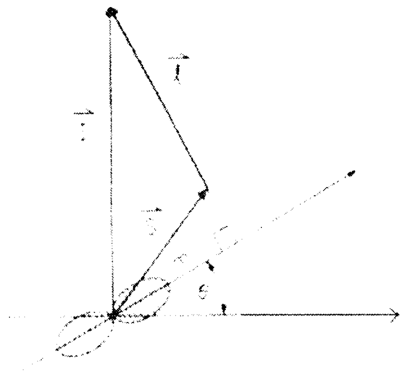
واژه‌های کلیدی: *مدل انقطا ع آماری، توزیع زاویه‌ای پاره‌های شکافت القایی، یون سنگین، پارامتر قطع اسپین، پارامتر چگالی تراز.*

مقدمه

مطالعه توزیع زاویه ای پاره های شکافت القایی در واکنشهای هسته‌ای موضوع بسیار جالبی است. چندین مدل برای این موضوع ارائه شده است. دو مدل معروف عبارتند از : ۱- مدل حالت گذار آماری TSM (Transition Statistical State Modle) ۲- مدل انقطاع آماری SSM. مدل حالت گذار آماری TSM، که اولین بار توسط (Bohr, 1956) ارائه گردید، در مطالعه توزیع زاویه‌ای پاره‌های شکافت حاصل از یونهای سبک با مقادیر اسپین پایین و انرژی برانگیختگی متوسط کاربرد خوبی دارد اما در واکنشهای یون سنگین ناتوان است . به همین دلیل (Ericson, 1960). مدل انقطاع آماری SSM را برای مطالعه توزیع زاویه‌ای پاره‌های شکافت القایی حاصل از یونهای سنگین پیشنهاد کرد (Ericson, 1960) . در این مدل فرض می‌شود که سد شکافت خیلی کوچک بوده و اندازه حرکت زاویه‌ای و انرژی بر انگیختگی هسته مرکب خیلی بزرگ باشد (Rossner, 1986). از مدل SSM برای واکنشهای القایی یون سنگین که در آن ارتفاع سد شکافت صفر و یا خیلی کوچکتر از دمای هسته‌ای متناظراست استفاده می‌شود. در این مدل برای تعیین توزیع زاویه ای پاره‌های شکافت از تقریب‌های فیزیکی استفاده می‌شود که ریشه در نظریه‌های آماری دارد. و بر این اساس یک پیش بینی قطعی از توزیع زاویه‌ای پاره-های شکافت را ا رائه می‌دهد و چگا لی ترازهای حا لت گذار را که منجر به آن ساختار شده اند بدست می‌دهد. هر چند معادلاتی که در دو مدل استفاده می‌شوند از نظر شکل ریاضی مشابه هم هستند اما واریانسهای توزیع تصویرهای اندازه حرکت زاویه‌ای در دو مدل به شیوهٔ کاملاً متفاوتی محاسبه می‌شوند.

فرمولبندی مدل انقطاع آماری SSM :

ابتدا شکل (۱) را در نظر می‌گیریم که در آن ا سپین S برابر با جمع اسپین‌های پاره‌های شکافت است. ℓ اندازه حرکت زاویه‌ای مداری کانال خروجی است. I اسپین کل هسته مر کب و $\vec{I} = \vec{l} + \vec{s}$ میباشد. m تصویر I روی محور تقارن یا محور شکافت است. در اینجا فرض می شود که تصویر I روی محور باریکه تقریبا صفر است (M≈0) .



شکل۱- نمایش ارتباط بین I ، ℓ ، S و m در مدل SSM (Rossner, 1984)

براساس مدل SSM ، توزیع زاویه ای پاره های شکافت که در جهت $\hat{n}$ تحت زاویـه θ نـسبت به راستای باریکه فرودی گسیل می شوند را با W(θ) نشان می دهند. وقتی اسپینهای پرتابـه و هـدف صـفر هـستند مقـدار آن از رابطـه زیـر داده مـی شـود (Huizenga، 1973) و (Rossner, 1986).

$$W(\theta) \propto \sum_{I_{\min}}^{I_{\max}} (2I+1) T_I \frac{\sum_{m=-I}^{I} (2I+1) \left| D^I_{M=0,m}(\theta) \right|^2 \exp(-m^2 / 2S_0^2)}{\sum_{m=-I}^{I} \exp(-m^2 / 2S_0^2)} \qquad (۱)$$

که در آن :

$$D^I_{M=0,m}(\theta) = \{(I+M)!(I-M)!(I+m)!(I-m)!\}^{1/2} \sum_x \frac{(-1)^x [Sin(\theta/2)]^{m-M+2x} [Cos(\theta/2)]^{2I-m+M-2x}}{(I-m-x)!(I+M-x)!(x+m-M)!x!} \qquad (۲)$$

در را بطه فوق x=۱،۲،۳،... گرفته می‌شود و مقادیری از x جایگزین می‌شود که مخرج کـسر را منفی نکند. دراین رابطه S_0^2 واریانس توزیع تصویر اسپین کل I روی محـور شـکافت اسـت. T_I ضرایب گذار برای کانال ورودی می‌باشند (Vondenbosh, 1973) . که با استفاده از تقریـب

برای Sharp cut-off $I\langle I_{max}$ آنرا برابر واحد درنظر می‌گیریم. برای پاره‌های شکافت کروی مقدار S_o^2 به یکی ازدو صورت زیر داده می‌شود (Rossner, 1986):

$$S^2 = \begin{cases} 2\sigma^2 \dfrac{\left[2\sigma^2 + (\mu R_c^2 T / \hbar^2)\right]}{\left(\mu R_c^2 T / \hbar^2\right)} \\ \left(2 I_0 T / \hbar^2\right)\left[(2 I_0 + \mu R_c^2) / \mu R_c^2\right] \end{cases} \qquad (۳)$$

که در آن پارامتر قطع اسپین به صورت زیر است :

$$\sigma^2 = I_0 T / \hbar^2 = \frac{2}{5} mR^2 T / \hbar^2 \qquad (۴)$$

کمیت‌های I_0 ، T ، m ، R و μ به ترتیب ممان اینرسی، دمای هسته‌ای، جرم، شعاع یکی‌از پاره‌های شکافت کروی و جرم کا هش‌یافته می‌باشند. R_c فاصله بین مراکز پاره‌های شکافت درپیکربندی نقطه انقطاع می‌باشد و از رابطه زیر به دست می‌آید (Behkami, 1998):

$$R_c = r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) (\frac{a}{b})^{2/3} \qquad (۵)$$

A_1 و A_2 عدد جرمی پاره‌های شکافت و a , b به ترتیب نیم محورهای بزرگ و کوچک یکی از پاره‌های شکافت می‌باشند. دراین تحقیق پاره‌های شکافت تغییرشکل یافته، غیرکروی درنظر گرفته شده‌اند. برای پاره‌های شکافت تغییرشکل یافته واریانس S_o^2 ازیکی از روابط زیر بدست می‌آید که از رابطه دوم استفاده شده است (Rossner, 1986):

$$S_0^2 = \begin{cases} 2\sigma_{11}^2 \dfrac{2\sigma_\perp^2 + (T\mu R_C^2 / \hbar^2)}{\left[\left(T\mu R_C^2 / \hbar^2\right) + 2\sigma_\perp^2 - 2\sigma_{11}^2\right]} \\ 2I_{11} T / \hbar^2 \left[\left(2I_\perp + \mu R_C^2\right) / \left(\mu R_C^2 + 2I_\perp - 2I_{11}\right)\right] \end{cases} \qquad (۶)$$

دراین رابطه $\sigma_{||}^2$ ، $\sigma_\perp^2$ ، $I_{||}$ و $I_\perp$ پارامترهای Spin cut-off , ممان اینرسیهای یکی از فراگمانهای شکافت در دوران حول محورهای موازی محور تقارن و عمود بر محور تقارن می‌باشند . مقادیر $I_{||}$ و $I_\perp$ از روابط زیر بدست می‌آیند، که درآن A عدد جرمی هسته مرکب است (Bond, 1985) :

$$\begin{cases} \sum I_{\parallel} = 2I_{\parallel} = \frac{2}{5}Ab^2 \\ \sum I_{\perp} = 2I_{\perp} = \frac{1}{5}A(a^2+b^2) \end{cases} \quad (۷)$$

دمای هسته ای T در پیکر بندی انقطاع از رابطه زیر به دست می آید (Bond, 1985) :

$$T = \sqrt{\frac{E^*}{LDP}} \quad (۸)$$

E^* انرژی بر انگیختگی در انقطاع می باشد و LDP پارامتر چگالی تراز هسته ای است که برابر یکی از مقادیر زیر انتخاب میشود (Rossner, 1986):

$$LDP = \frac{A}{4}, \frac{A}{5}, \frac{A}{6}, \ldots\ldots \frac{A}{20}$$

$$E^* = E_{c.m} + Q - (E_k + E_D + < E_{rot} >) \quad (۹)$$

E_D انرژی تغییر شکل هسته است و ما آنرا برابر ۰ ، ۱۰ و ۲۰ در نظر گرفته ایم تا مقدار بهینه S_0^2 را از برازش داده های تجربی بدست آوریم E_k انرژی جنبشی پاره‌های شکافت درحین انقطاع می‌باشد و از رابطه زیر تخمین زده می‌شود (Behkami, 1988) :

$$E_k(\mathrm{Mev}) = 0.107\left(\frac{Z^2}{A^{1/3}}\right) + 22 \quad (۱۰)$$

Z عدد اتمی هسته مرکب است و $< E_{rot} >$ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$< E_{rot} > = \frac{\hbar^2}{2\mu R_c^2} < \ell^2 > \quad (۱۱)$$

که در آن:

$$< \ell^2 > = \frac{\sum_{\ell=0}^{\ell_{max}} (2\ell+1)\ell^2}{\sum_{\ell=0}^{\ell_{max}} (2\ell+1)} \quad (۱۲)$$

مقادیر l_{max} در جدول ۱ آمده است. چون شکافت متقارن وغیر کروی است لذا توزیع $\frac{W(\theta)}{W(90)}$ حول $\theta = 0$ متقارن است. برای محاسبه $\frac{\varphi_{sph}}{\varphi_{eff}}$ از روابط زیر استفاده میکنیم (Rossner, 1986).

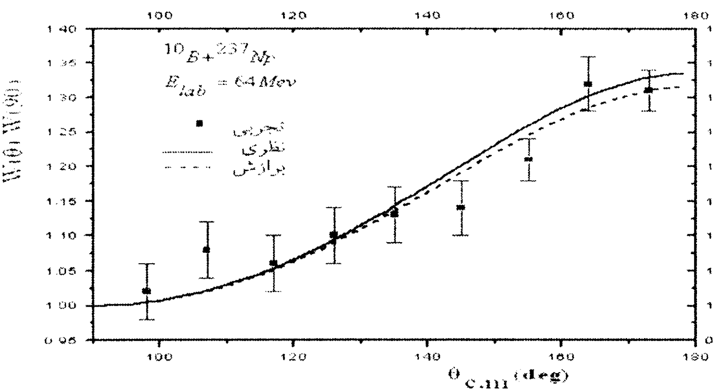
$$\alpha = \left(\frac{\varphi_{sph}}{\varphi_{eff}}\right)_{exp}$$

$$\varphi_{sph} = \frac{2}{5} mR^2 \qquad (۱۳)$$

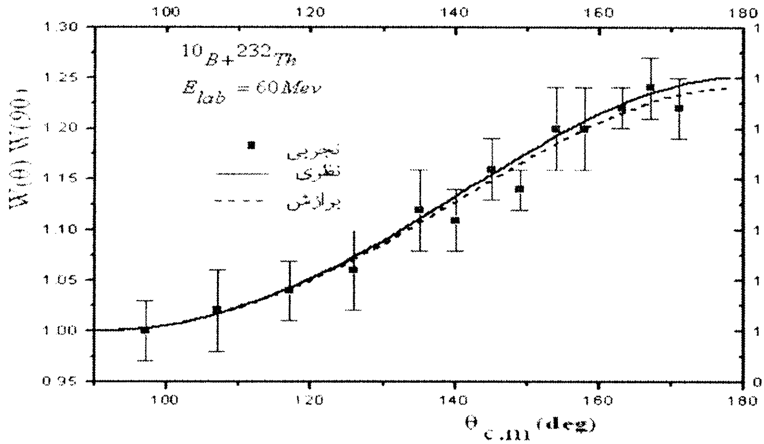
$$\frac{1}{\varphi_{eff}} = \frac{1}{\varphi_{\parallel}} + \frac{1}{\varphi_{\perp}}$$

نتایج :

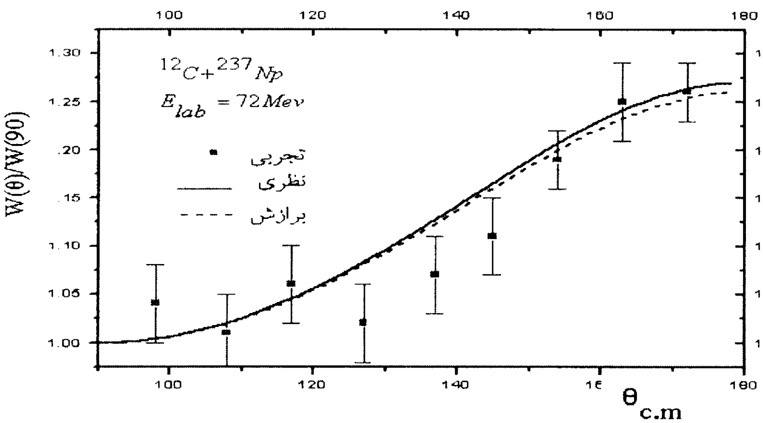
در شکل های زیر منحنیهای توزیع زاویه ای پاره های شکافت مربوط به واکنشهای $^{10}B(64Mev)+^{237}Np$ ، $^{10}B(60Mev)+^{232}Th$ ، $^{12}C(72Mev)+^{237}Np$ ، $^{12}C(79Mev)+^{232}Th$ ، $^{16}O(88Mev)+^{232}Th$ $^{16}O(94Mev)+^{237}Np$ که براساس مدل SSM بدست آمده‌اند، داده شده‌اند.



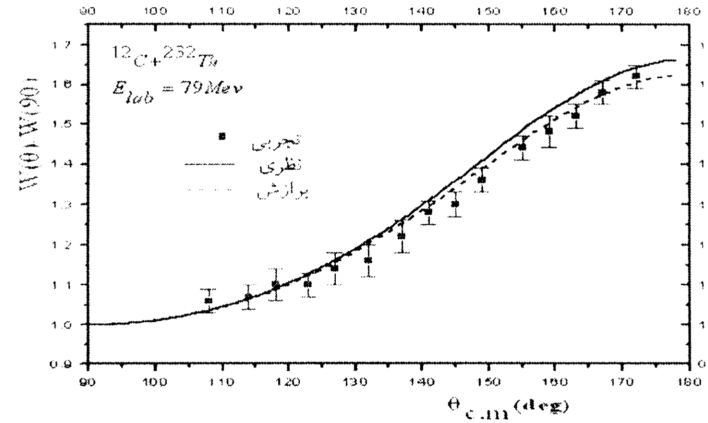
شکل۲- ناهمسانگردی‌های توزیع زاویه‌ای فراگمان‌های شکافت در واکنش $^{237}Np(^{10}B, f)$. مقادیر تجربی از(Ramamurthy, 1990).



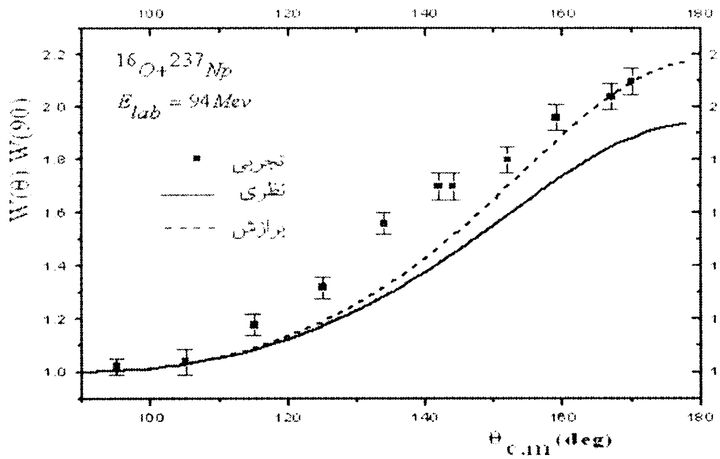
شکل ۳- ناهمسانگردی‌های توزیع زاویه ای فراگمانهای شکافت در واکنش $^{232}Th(^{10}B, f)$ مقادیر تجربی از (Ramamurthy, 1990).



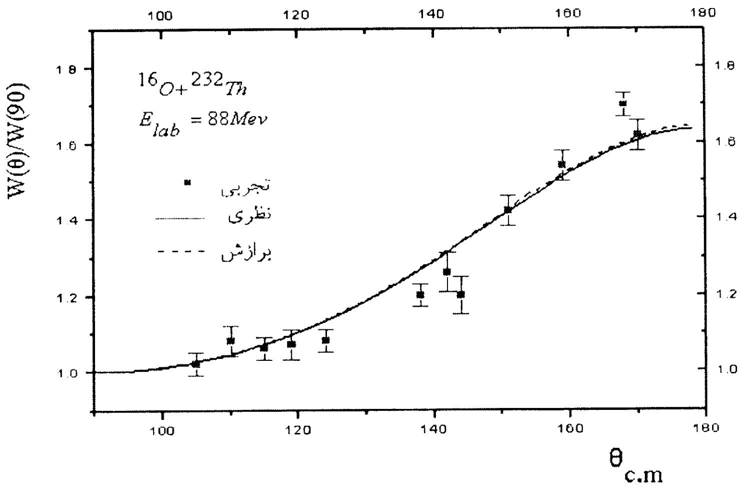
شکل ۴- ناهمسانگردی‌های توزیع زاویه ای فراگمانهای شکافت در واکنش $^{237}Np(^{12}C, f)$ مقادیر تجربی از (Ramamurthy, 1990).



شکل۵- ناهمسانگردی‌های توزیع زاویه ای فراگمانهای شکافت در واکنش $^{232}Th(^{12}C,f)$ مقادیر تجربی از (Ramamurthy, 1990).



شکل۶- ناهمسانگردی‌های توزیع زاویه ای فراگمانهای شکافت در واکنش $^{237}Np(^{16}O,f)$ مقادیر تجربی از (Ramamurthy, 1990).



شکل ۷- ناهمسانگردی‌های توزیع زاویه ای فراگمانهای شکافت در واکنش $^{232}Th(^{16}O,f)$ مقادیر تجربی از **(Ramamurthy, 1990)** .

جد ول ۱ - بر خی از نتا یج محا سبات نظری و تجر بی در وا کنشهای مورد بررسی

α	I_{sph}/I_{eff}	S_o^2	l_{max}	$E^*(MeV)$	W(180)/W(90)	وا کنش	شماره
۰,۹۱۷	۰,۹	۲۰۷	۱۹	۱۰۰	۱,۲۵	۱۰B+۲۳۲Th	۱
۰,۹۰۲	۰,۹۲	۲۰۶	۳۱	۹۸	۱,۶۶۵	۱۲C+۲۳۲Th	۲
۰,۸۷۱	۰,۹۴	۸۴	۱۹	۸۰	۱,۶۳۷	۱۶O+۲۳۲Th	۳
۰,۸۷۱	۰,۹۴	۲۴۴	۷۰	۱۳۵	۳,۴۴	۱۶O+۲۳۲Th	۴
۰,۹۱۷	۰,۹۳	۲۰۷	۲۲	۹۷	۱,۳۴	۱۰B+۲۳۲Np	۵
۰,۹۰۴	۰,۹۵	۱۸۱	۱۸	۹۲	۱,۲۶	۱۲C+۲۳۷Np	۶
۰,۸۷۴	۰,۹۶	۸۹	۲۴	۸۷	۱,۹۴	۱۶O+۲۳۷Np	۷

جدول ۲- محا سبه S_0^2 تئو ری و سایر پا را متر های هسته ای در واکنشهای مختلف

Reaction	۱۰B+۲۳۲Th	۱۲C+۲۳۲Th	۱۶O+۲۳۲Th	۱۶O+۲۳۲Th	۱۰B+۲۳۷Np	۱۲C+۲۳۷Np	۱۶O+۲۳۷Np
LDP	A/20	A/20	A/16	A/20	A/20	A/4	A/4
$E_k(Mev)$	185.78	176.96	188.7	179.81	185.563	194.58	185.56
a(fm)	8.3	8.18	8.35	8.23	8.32	8.44	8.32
b(fm)	5.23	5.21	5.23	5.22	5.24	5.25	5.23
$Erot(Mev)$	.206	.167	.16	.62	2.6	.3	.23
Ed	0	0	0	0	0	0	0
	10	10	10	10	10	10	10
	20	20	20	20	20	20	20
$R_c(fm)$	16.61	16.36	16.7	16.45	16.63	16.87	16.63
$E^*(Mev)$	97.02	99.88	91.61	97.88	135.187	107	89
$E_{cm}(Mev)$	61.4	57.22	68.53	75.22	131	88.06	82.32
T	2.8	2.87	2.14	2.83	3.3	1.3	1.2
Q(Mev)	221.19	219.16	211.61	201.947	192.4	213.19	192.39
$2I_{\perp}(gr-cm^2)$	4.49×10^{47}	7.56×10^{47}	8.03×10^{47}	7.69×10^{47}	7.95×10^{47}	8.3×10^{47}	7.95×10^{47}
$E_{Lab}(Mev)$	64	60	72	79	140	94	88
S_0^2 (the)	206.67	207.15	180.65	206.23	145.11	98.73	88.9
$S_0(The)$	14.38	14.36	13.44	14.36	15.65	9.94	9.43
	14	14.02	13.06	13.98	15.36	9.7	9.15
	13.56	13.61	12.64	13.56	15.04	9.43	8.85
S_0^2 (exp)	219.04	216.09	184.96	219.04	400	70.56	82.81
S_0(exp)	14.8	14.7	13.6	14.8	20	8.4	9.1

با توجه به شکلهای بالا ، در واکنشهای $^{10}B(64Mev)+^{237}Np$ ، $^{10}B(60Mev)+^{232}Th$ ، $^{12}C(72Mev)+^{237}Np$ ، $^{12}C(79Mev)+^{232}Th$ و $^{16}O(88Mev)+^{232}Th$ ، مطابقت بین تئوری SSM و داده‌های تجربی بسیار نزدیک می‌باشند ، امّا در واکنش

$^{16}O(94Mev)+^{237}Np$ توافق بین نتایج حاصل از مدل تئوری و داده‌های تجربی کمی ضعیف است که این می‌تواند دلیل بر وجود پدیدهٔ شکافت از درجه دوم (second chance Fission) باشد (Vondenbosh, 1973) .

در پایان اشاره می‌کنیم که مقادیر محاسبه شدهٔ $\frac{I_{sph}}{I_{eff}}$ با نتایج مربوط به مدل قطره مایع(Liquid Drop Model) مطابقت خوبی را نشان می‌دهند که این خود تائید بر فیزیکی بودن مدل آماری SSM می‌باشد .

References

Behkami, A.N., Nazarzadeh, P. (1998) *Fission Fragment Angular Anisotropies and Inertia Parameters*, J.Sci.I.R.Iran, **9**, No.2.

Bohr, A. (1956) Proceedings of the U.N. International Conference on the peaceful uses of Atomic Energy , united Nations report, **2,** 151-911.

Bond, P.D.(1985) *Fission-Fragment Angular Distributions*, Phys. Rev. Lett., **5,** 414 – 416.

Datta, T, Dange, S.P., Naik, H., Manohar, S.B. (1993) *Angular Distribution in Alpha-Induced Fission of 232Th and 238U*, Phys.Rev.C., **48(1)**, 221-230.

Ericson, T., (1960) *Fission Fragment Distribution*, Adv. Phys., **9,** 425-431.

Huizenga, J.R., Behkami, A.N., Meadows, J.W., Klema, E.D. (1968) *Nuclear Pairing Energy of Transition Nucleus Pu240*, Phys. Rev., **174,** 1539-1544.

Ramamurthy V.S., Kapoor S.S. (1985) *Interpretation of Fission-Fragment Angular Distributions in Heavy-Ion Fusion Reactions*, Phys.Rev.Lett., **54**, 178-181.

Ramamurthy, V.S. (1990) *Entrance-Channel Dependence of Fission-fragment Anisotropies*, phys.Rev. Letters, **65,** 25-28.

Rossner H., Huizenga J.R. (1986) Fission Fragment Angular Distributions, Phys.Rev., **C33**, 560-576.

Vandenboch R., Huizenga J.R., (1973) Nuclear Fission, Academic Press, New York and London.

Vaz L.C, Alexander J.M., (1983) Reassessment of Fission Fragment Angular.

Distributions From Continum States in the Context of Transition-State Theory, Phys.Rep., **97**, No.1, 1-30.

Viola, V.E., (1985) Fission fragment Angular Distributions for Smmetric Fission Phys. Rev.c., **31**, 1550-1556.

Zhaao Y., (1999) Symmetric and Asymmetrric scission properties (Identicaql shape Elongatation of fissioning Nuclei) phys.Rev., **82**, NO.17, 34-40.