

کاربرد تئوری زنجیره‌های مارکوف در تصمیم‌گیری مدیریت

دکتر ابوالقاسم حکیمی پور

تحلیل مارکوف

تحلیل مارکوف با تحقیقاتی ۱۹۰۶-۱۹۰۷ آقای آ. آ. مارکوف درباره توالی آزمایشهای پیوسته آغاز شد. اولین تعبیرهای ریاضی صحیح از فرایند مارکوف برای مسیرهای پیوسته در سال ۱۹۲۳ توسط ران ونیر ارائه شد، ولی تئوری جامع فرایند و تحلیلهای مارکوف توسط ا. ان. گروف دبلو دبلین - پی لوی جی ال دوب و دیگران در دهه ۱۹۳۰ تکمیل شده است. این مقاله بر اساس کوشش این افراد تدوین شده است.

در این مقاله ابتدا تعریف تحلیل مارکوف و تشریح دیدگاه‌ها و تعریفهای مهم ذکر می‌شود و به کمک آن تعامل بین مدیر و متخصص علم مدیریت در فرایند فرموله کردن مسأله نمونه تحلیل مارکوف مورد تحقیق قرار می‌گیرد. آنگاه این روش در دو زمینه (کوتاه مدت و بلند مدت) آزمایش می‌شود. شواهد نشان می‌دهد نوسانات بازار از یک روند ثابتی برخوردار است. در این بحث مسائل درجه اول از زنجیره مارکوف حل خواهد شد. البته باید به خاطر داشت چنانچه وفاداری مشتریان به محصولات یک شرکت کم باشد درجات بالاتر زنجیره مارکوف در تعیین سهم بازار مورد نیاز خواهد بود.

اهداف

در تحلیل مارکوف هدف یک مسأله، مشخص کردن وضعیت در دوره‌های آینده است؛ چنانچه فاصله کم (کوتاه مدت) و یا زیاد (بلند مدت) باشد در جایی که هدف برای فعالیت انتخاب شده در آینده نزدیک، وضعیت مورد نظر باشد و یا اینکه بخواهیم وضعیت تعادلی را به دست آوریم (در بلند مدت) باید محاسبات ریاضی معینی را انجام دهیم.

مسأله تحلیل مارکوف - شرکت آلتر (Alter)

برای معرفی تحلیل مارکوف یک مسأله جابجایی سهم بازار از درجه اول مربوط به شرکت آلتر ارائه می‌شود که در آن A نماینده شرکت Alter و B, C, D شرکتهای رقیب می‌باشند. سهم بازار شرکتهای A, B, C, D به ترتیب ۲۲٪، ۳٪، ۲۲٪ و ۲۳٪ و ۲۵٪ در دوره شروع است. بر اساس نمونه‌گیری انجام شده در ۱۰۰۰ مشتری این چهار شرکت، جابجایی در مشتریان به شرح جدول شماره یک اتفاق افتاده است:

شرکت	تغییرات در طول دوره		تعداد مشتریان
	کسر شده	اضافه شده	در دوره ۱
A	۴۵	۵۰	۲۲۰
B	۷۰	۶۰	۳۰۰
C	۲۵	۲۵	۲۳۰
D	۳۵	۴۰	۲۵۰
	۱۷۵	۱۷۵	۱۰۰۰

جدول شماره ۱

فرض مهم این است که نمونه گرفته شده، شاخص وفاداری و جابجایی مشتریان شرکت باشد. مشتریان به دلیل تبلیغات، رقابت، قیمت، کیفیت و سایر عوامل وفاداری و عدم وفاداری خود را نشان داده‌اند.

مدیریت و فرموله کردن مدل

همکاری مدیران با متخصصان مدیریت در فرموله کردن این مدل رمز اصلی حل این مسأله است. بنابر این مدیر مستقیماً باید اطلاعات مورد لزوم متخصصان را آماده و تأیید نماید. در جریان

کار متخصصان مدیریت، مدیر جایگاه مناسبی را برای ارزیابی احتمالات ابقا یا جابجایی دارد. او باید دیدگاه روشنی از زنجیره مارکوف داشته باشد (درجه اول، دوم، سوم یا درجات بالاتر) و بداند که کدام سطح برای این ارزیابی مناسب است. به طور کلی همه ظواهر معنی دار مسأله تحلیل مارکوف که روشن نیستند، توسط مدیریت در طول فرموله کردن باید مشخص شوند.

تعیین هدف

هدف در مسأله تغییر سهم بازار شرکت آلترا این است که سهم شرکت در دوره بعد (یا دو و سه دوره بعد) و همچنین سهم بازار در بلند مدت روشن شود. برای اطمینان از صحت محاسبات، سهم بازار سایر شرکتها هم روشن می شود، حتی مدیر می تواند از طریق این اهداف و نتایج به تحلیلها و تصمیمات دیگر برسد. مدیر ممکن است مایل باشد که مسیر تغییرات سهم بازار را از شروع تا پایان به دست آورد که البته این امر از طریق محاسبات صحیح در طول سه دوره به دست خواهد آمد.

تعریف مسأله

مدیر با معلوم شدن اهداف مورد نظر برای مسأله باید اجزاء و عوامل مورد نظر را در مرحله شروع، مشخص و طبقه بندی کند. در همین زمان احتمالات گذشته را به آینده مربوط نماید؛ مثلاً مشتریان بر اساس نوع اتومبیلی که می خردند طبقه بندی شوند؛ بیماران بر اساس درجه سلامت در خانه و بیمارستان یا آسایشگاه طبقه بندی شوند و کارکنان در یک سازمان بر اساس روحیه طبقه بندی می شوند.

آن گاه مدیر باید مشخص کند احتمال اینکه یک جزء یا یک فرد از یک موقعیت در طول یک دوره به موقعیت دیگری انتقال یابد چقدر است. مشخص کردن اجزاء یا افراد معین در اول دوره احتمال جابجایی آنها در طول یک دوره راهنمای ضعیفی برای تعریف مسأله است. در مسأله آلترا، ۴ شرکت A, B, C, D با تعداد مشتریان تعریف می شوند: ۲۲۰ - ۳۰۰ - ۲۳۰ - ۲۵۰. تعداد مشتریانی که در هر شرکت اضافه یا کسر می شوند هم تعیین می گردد. توجه کنید که اضافه شدن به مشتریان یک شرکت فقط یک بار ثبت می شود چه اضافه شدن به هر شرکت معادل است با کسر شدن از سایر شرکتها یعنی تعداد مشتریان در پایان دوره با

تعداد مشتریان اول دوره مساوی است.

مدیر با متخصص مدیریت با استفاده از هدف مورد نظر و تعریف مسأله در نقطه شروع، آغاز به همکاری می کند تا موقعیتهای مناسب را تعریف کنند. سعی می شود که تعداد عوامل و افراد را به حداقل برسانند. لازمه این امر حذف تعدادی از رقیبان است که سهم بازار بسیار کمی دارند و در جابجایی بازار نقش ندارند. به سود مدیر و متخصص مدیریت است که مشتریانی که در گذشته وجود داشته، ولی در آینده تأثیری ندارند از عملیات حذف گردد. به هر حال اطلاعات مدیر در فرموله کردن مدل تأثیر خوبی دارد.

در خصوص تحلیل مارکوف در کمپانی آلترا مدل فرموله شده باید یک بینش بازرگانی را عرضه کند. این مدل لازم است اجزای ساختاری را که بازار تعریف می کند در برداشته باشد. برخی اصول دینامیک فرایند بازار را باز کند و توضیح دهد که چگونه ترتیب اجزاء بازرگانی گشوده می شود. اگر مدل به صورت واقعی، جابجایی را نشان دهد می تواند آینده را به صورت مستدل پیشگویی کند.

متخصص مدیریت و فرموله کردن

در این مرحله متخصص مدیریت به اتکاء مدیر سعی می کند سوابق قابل اعتماد را برای تهیه مدل تحلیل مارکوف آماده سازد زیرا مدل مارکوف احتمالات تغییر از یک موقعیت به موقعیت دیگر را تشریح می کند. متخصص مدیریت باید اطلاعات مهم را در مورد مسأله در یک ماتریس خلاصه کند؛ مثلاً در مسأله جابجایی بازار کمپانی آلترا درصد مطمئنی از مشتریان خود را حفظ کرده است همانطور که درصدی را از دست داده یا اضافه کرده است. سوابق اطلاعاتی به همراه سایر اطلاعات در مورد احتمالات، باید توسط مدیر ارائه شود و بر این اساس فرایند مارکوف قابل اجراست تا آینده را پیشگویی کند.

موقعیتهای

در مسأله طرح کارانه سهم بازار سهم اولیه بازار در شرکت آلترا و رقیبان دیگر به ترتیب ۲۲٪ و ۳۰٪ و ۲۳٪ و ۲۵٪ است. در آینده این درصدها عوض می شود. روش مورد بحث نشان خواهد داد که سهم بازار کمپانی آلترا به تدریج از ۲۲٪ بیشتر خواهد شد.

احتمالات ابقا و جابجایی

احتمالات ابقا در هسته اصلی یعنی مشتریانی که به رقیبان روی نخواهند آورد به صورت زیر محاسبه می‌شود و با مراجعه به جدول شماره ۱ شرکت A ۴۵ مشتری از دست داده است یعنی ۱۷۵ مشتری او ثابت است ($220 - 45 = 175$). با تثبیت عامل احتمال این طور در نظر می‌گیریم که نسبت نگهداری مشتری شرکت A ($175 \div 220 = 0.796$) و برای سایر شرکتها به ترتیب ۰/۷۶۷ و ۰/۸۹۱ و ۰/۸۶۰ است.

برای آن مشتریانی که تغییر سابقه داده‌اند به گونه‌ای که در جدول شماره ۲ نشان داده می‌شود، باید تمام اجزای ماتریس کامل شود. با توجه به این جدول مشاهده می‌شود که لازم است تعیین شود مشتریانی که افزایش یافته‌اند از کدام رقیب جدا شده‌اند و آنهایی که از آلترا جدا شده‌اند به چه رقیبی پیوسته‌اند. از آنجا که محاسبات ماتریس از چپ به راست معمول است. جدولها را نیز برخلاف روش فارسی از چپ به راست تکمیل می‌کنیم.

شرکت	تعداد مشتریان در دوره ۱	اضافه شده از شرکت				مشتریان از دست رفته				تعداد مشتریان در دوره ۲
		A	B	C	D	A	B	C	D	
A	۲۲۰	۰	۴۰	۰	۱۰	۰	۲۰	۱۰	۱۵	۲۲۵
B	۳۰۰	۲۰	۰	۲۵	۱۵	۴۰	۰	۵	۲۵	۲۹۰
C	۲۳۰	۱۰	۵	۰	۱۰	۰	۲۵	۰	۰	۲۳۰
D	۲۵۰	۱۵	۲۵	۰	۰	۱۰	۱۵	۱۰	۰	۲۵۵

جدول شماره ۲

بیشتر مشتریان جدید شرکت A مشتری شرکت B بوده‌اند و بیشتر مشتریان از دست رفته A هم به B پیوسته‌اند. صفر در حالات (A,A) و (B,B) ... نمایشگر این امر است که تغییر از خود شرکت مورد نظر نیست. همانطور که دیده می‌شود جدول شماره ۲ تحلیل دقیقتری را از حقایق نسبت به جدول شماره ۱ نشان می‌دهد.

از دو ماتریس بالا یکی نمایشگر مشتریان جدید و دیگری نمایشگر مشتریان از دست رفته است که در حقیقت همان ماتریس است که ارقام سطر و ستون جابجا شده است. به ماتریس دوم ماتریس ترانسپوز ماتریس اول گویند؛ یعنی ماتریس مشتریان جدید ترانسپوز مشتریان از دست رفته است.

پس از آماده شدن اطلاعات، قدم بعدی تبدیل ارقام به نسبت‌های احتمالی است که در جدول شماره ۳ نشان داده می‌شود. توجه: این احتمالات در سطح تمام مشتریان قابل استفاده است؛ چون نمونه انتخاب شده ۱۰۰۰ مشتری را شامل می‌شود.

بعضی از ارقام ماتریس به شرح زیر به عنوان نمونه تعریف می‌شود: خط ۱ نشان می‌دهد که شرکت آلترا A ۷۹/۶٪ از مشتریان خود را حفظ کرده ۱۳/۳٪ از مشتریان B، و ۴٪ مشتریان شرکت D را جلب کرده است ولی از شرکت C مشتری نگرفته است.

ستون ۱ نشان می‌دهد که شرکت A ۷۹/۶٪ از مشتریان خود را حفظ کرده ۹/۱٪ از آنها را به شرکت B، ۴/۶٪ به شرکت C و ۶/۷٪ به شرکت D جذب شده‌اند. همین تشریح را به ستونها و سطرها دیگر نیز می‌توان تعمیم داد.

ماتریس احتمالات جابجایی

مشتریان از دست رفته شرکت	مشتریان جدید طرح				یا	به دست می‌آورد			
	A	B	C	D		A	B	C	D
A	۱۷۵	۴۰	۰	۱۰	۲۲۵	۰/۷۹۶	۰/۱۳۳	۰/۰۰۰	۰/۰۴۰
B	۲۰	۲۳۰	۲۵	۱۵	۲۹۰	۰/۰۹۱	۰/۷۶۷	۰/۱۰۹	۰/۰۶۰
C	۱۰	۵	۲۰	۱۰	۲۳۰	۰/۰۴۶	۰/۰۱۷	۰/۸۹۱	۰/۰۴۰
D	۱۵	۲۵	۰	۲۱۵	۲۵۵	۰/۰۶۷	۰/۰۸۳	۰/۰۰۰	۰/۸۶۰
	۲۲۰	۳۰۰	۲۳۰	۲۵۰	۱۰۰۰				

جدول شماره ۳

به هر حال نظر کلی به ماتریس نشان می‌دهد بیشتر مشتریان حفظ شده‌اند. شرکت A بیشترین سهم از مشتریان جدید را از شرکت B و بر عکس، بیشترین درصد مشتری از دست رفته او به شرکت B پیوسته‌اند.

هدف اکنون در وضعیت شروع احتمالات ابقا و جابجایی مشخص شده است. آخرین قسمت در فرموله کردن این است که اهداف، آن طور که مورد نظر مدیر است، مجدداً برای متخصص مدیریت بازرگاری شود و مطمئن شوند که فرمول جوابگوی نیاز است. برای مسأله موجود، هدف نگرش به تغییرات و جابجایی سهم بازار شرکت آلتراست از کوتاه مدت تا بلند مدت و زنجیره مارکوف از درجه اول انتخاب می‌شود.

مزایای دیگر آن برای مدیریت بازرگانی این است که بتواند از این هدف به موقعیت بهتری برسد. حل مسأله به مدیریت کمک می‌کند تا با تبلیغات، رقابت و سایر امکانات برای به دست آوردن سهم بیشتر بازار تلاش نماید. همین طور این اطلاعات می‌تواند برای پیش‌بینی رشد شرکت یا توقف آن مورد استفاده قرار گیرد.

روش شناسی تحلیل مارکوف

دوروش مختلف برای حل زنجیره مارکوف درجه اول وجود دارد: اولین روش برای حل مسأله در کوتاه مدت و دومین روش برای حل مسأله در بلند مدت است.

روش اول - محاسبات برای کوتاه مدت

با داشتن مسأله طرح کارانه و سهم بازار طرحهای A, B, C, D، دوره اول مدیریت می‌خواهد بداند سهم بازار در دوره دوم چه

خواهد بود. محاسبه برای سهم بازار این چهار شرکت از ضرب ماتریس احتمالات جابجایی در سهم بازار دوره اول به دست می‌آید.

شرح محاسبه برای سطر اول

۱- شرکت A می‌تواند ۷۹/۶٪ از مشتریان خود را نگهداری کند و سهم بازارش نیز ۲۲٪ است.

$$\text{پس } ۰/۷۹۶ \times ۰/۲۲ = ۰/۱۵۷$$

۲- شرکت A می‌تواند ۱۳/۳٪ از مشتریان شرکت B را بگیرد و سهم بازار B هم برابر با ۳۰٪ است پس:

$$۰/۱۳۳ \times ۰/۳۰ = ۰/۰۴۰$$

۳- شرکت A نمی‌تواند درصدی از مشتریان شرکت C را جذب کند.

$$۰/۰۰۰ \times ۰/۲۳ = ۰/۰۰۰$$

۴- شرکت A می‌تواند ۴٪ از مشتریان شرکت D را بگیرد و سهم بازار D هم ۲۵٪ است پس:

$$۰/۰۴۰ \times ۰/۲۵ = ۰/۰۱۰$$

در نتیجه مجموع سهم بازار A برابر است با:

$$۰/۱۷۵ + ۰/۰۴۰ + ۰/۰۰۰ + ۰/۰۱۰ = ۰/۲۲۵$$

با همین روش سهم بازار رقیبان دیگر را به دست می‌آوریم:

$$۰/۰۹۱ \times ۰/۲۲ = ۰/۰۲۰$$

$$۰/۷۶۷ \times ۰/۳۰ = ۰/۲۳۰$$

$$\text{شرکت B } ۰/۱۰۹ \times ۰/۲۳ = ۰/۰۲۵$$

$$۰/۰۶۰ \times ۰/۲۵ = ۰/۰۱۵ \Rightarrow ۰/۰۲۰ + ۰/۲۳۰ + ۰/۰۲۵ + ۰/۰۱۵ = ۰/۲۹۰$$

شرکت C

$$۰/۰۴۶ \times ۰/۲۲ = ۰/۰۱۰$$

$$۰/۰۱۷ \times ۰/۳۰ = ۰/۰۰۳۰$$

	ماتریس احتمالات جابجایی				سهم بازار در دوره اول	=	سهم بازار در دوره دوم
A	۰/۷۹۶	۰/۱۳۳	۰/۰۰۰	۰/۰۴۰	×	=	۰/۲۲۵
B	۰/۰۹۱	۰/۷۶۷	۰/۱۰۹	۰/۰۶۰			۰/۲۹۰
C	۰/۰۴۶	۰/۰۱۷	۰/۸۹۱	۰/۰۴۰			۰/۲۳۰
D	۰/۰۶۷	۰/۰۸۳	۰/۰۰۰	۰/۸۶۰			۰/۲۵۵
	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰			۱/۰۰۰

جدول شماره ۴

$$0.891 \times 0.23 = 0.205$$

$$0.40 \times 0.25 = 0.10 \Rightarrow 0.10 + 0.03 + 0.205 + 0.10 = 0.230$$

$$0.67 \times 0.22 = 0.15$$

$$0.83 \times 0.3 = 0.25$$

$$0.00 \times 0.23 = 0.00$$

$$0.860 \times 0.25 = 0.215 \Rightarrow 0.15 + 0.25 + 0.00 + 0.215 = 0.255$$

از به دست آمدن جوابهای دوره دوم مشخص شدن سهم بازار در این مرحله می توانیم مسأله را برای مرحله سوم حل کنیم:

ماتریس احتمالات جابجایی					سهم بازار در دوره اول		سهم بازار در دوره دوم			
	A	B	C	D						
A	0.796	0.133	0.000	0.040	×	0.245	=	0.228		
B	0.091	0.767	0.109	0.060					0.290	0.283
C	0.046	0.017	0.891	0.040					0.230	0.231
D	0.067	0.083	0.000	0.860					0.255	0.258
	1/000	1/000	1/000	1/000		1/000		1/000		

جدول شماره ۵

روش دوم

همانطور که روش اول تغییرات از یک دوره به دوره بعد را نشان می دهد ممکن است مدیریت علاقمند باشد اطلاع یابد که سهم بازار شرکت در آینده چه خواهد شد اگر چنین باشد روش دوم مطرح می گردد. روش دوم به ماتریس احتمالات جابجایی این قدرت را می دهد که دوره های بیشتری را از آینده جوابگو باشد. مثلاً احتمال سهم بازار در دوره سوم که دو دوره بعد است به صورت زیر محاسبه می شود.

ماتریس مجذور احتمالات جابجایی					سهم بازار در دوره دوم		سهم بازار در دوره سوم			
	A	B	C	D	۲					
A	0.796	0.133	0.000	0.040	×	0.22	=	0.228		
B	0.091	0.767	0.109	0.060					0.30	0.283
C	0.046	0.017	0.891	0.040					0.23	0.231
D	0.067	0.083	0.000	0.860					0.25	0.258

در این روش بجای یافتن مرحله دوم و بعد محاسبه مرحله سوم از روش مجذور کردن ماتریس استفاده شده است تا مستقیماً احتمالات جدید افزایش، کاهش و ابقا بدست آید. ماتریس مجذور احتمالات جابجایی در سهم بازار اولیه جذب می شود. چگونگی عمل مجذور کردن ماتریس بصورت ضرب ماتریس از حاصل ضرب هر سطر در یک ستون در زیر نشان داده شده است.

	A	B	C	D		A	B	C	D
A	0.796	0.133	0.000	0.040	×	0.796	0.123	0.000	0.040
B	0.091	0.767	0.109	0.060		0.091	0.767	0.109	0.060
C	0.046	0.017	0.891	0.040		0.046	0.017	0.891	0.040
D	0.067	0.083	0.000	0.860		0.067	0.083	0.000	0.860

	A	B	C	D
A	۰/۶۴۸۴	۰/۲۱۱۲	۰/۰۱۴۵	۰/۰۷۴۲
B	۰/۱۵۱۳	۰/۶۰۷۲	۰/۱۸۰۸	۰/۱۰۵۶
C	۰/۰۸۱۸	۰/۰۳۷۹	۰/۷۹۵۷	۰/۰۷۲۹
D	۰/۱۱۸۵	۰/۱۴۴۰	۰/۰۰۹۰	۰/۷۴۷۳

محاسبات مربوط به شرکت A بشرح زیر انجام شده است :

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{قدرت نگهداری} \\ \text{مشتریان شرکت A} \end{array}} \times \boxed{\begin{array}{c} \text{قدرت نگهداری} \\ \text{مشتری شرکت A} \end{array}} = \boxed{\begin{array}{c} \text{قدرت نگهداری مشتریان} \\ \text{شرکت A برای دو دوره} \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{قدرت جذب مشتریان} \\ \text{شرکت B توسط شرکت A} \end{array}} \times \boxed{\begin{array}{c} \text{قدرت جذب مشتریان} \\ \text{شرکت A توسط شرکت B} \end{array}} = \boxed{\begin{array}{c} \text{قدرت بازگیری مشتریان} \\ \text{شرکت A از شرکت B} \end{array}}$$

$$۰/۷۹۶ \times ۰/۷۹۶ = ۰/۶۳۳۶$$

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{قدرت جذب مشتریان} \\ \text{شرکت C توسط شرکت A} \end{array}} \times \boxed{\begin{array}{c} \text{قدرت جذب مشتریان} \\ \text{شرکت A توسط شرکت C} \end{array}} = \boxed{\begin{array}{c} \text{قدرت بازگیری مشتریان} \\ \text{شرکت A از شرکت C} \end{array}}$$

$$۰/۰۱۳۳ \times ۰/۰۹۱ = ۰/۰۱۲۱$$

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{قدرت جذب مشتریان} \\ \text{شرکت D توسط شرکت A} \end{array}} \times \boxed{\begin{array}{c} \text{قدرت جذب مشتریان} \\ \text{شرکت A توسط شرکت D} \end{array}} = \boxed{\begin{array}{c} \text{قدرت بازگیری مشتریان} \\ \text{شرکت A از شرکت D} \end{array}}$$

$$۰ \times ۰/۰۶۷ = ۰/۰۰۲۷$$

$$۰/۰۴۰ + ۰/۰۶۷ = ۰/۰۰۲۷$$

$$۰/۶۳۳۶ + ۰/۰۱۲۱ + ۰/۰ + ۰/۰۰۲۷ = ۰/۶۴۸۴$$

۱۵ جزء دیگر ماتریس مجذور از همین روش محاسبه می‌گردد، حال با ضرب این ماتریس در ماتریس سهم بازار در دوره اول به نتایج زیر

می‌رسیم

	ماتریس مجذور احتمالات جابجایی				سهم بازار اولیه	سهم بازار در دوره سوم		
	A	B	C	D				
A	۰/۶۴۸۴	۰/۲۱۱۲	۰/۰۱۴۵	۰/۰۷۴۲	x	=	۰/۲۲۸	
B	۰/۱۵۱۳	۰/۶۰۷۳	۰/۱۸۰۸	۰/۱۰۵۶			۰/۲۲	۰/۲۸۳
C	۰/۰۸۱۸	۰/۰۳۷۵	۰/۷۹۵۷	۰/۰۷۲۹			۰/۳۰	۰/۲۳۱
D	۰/۱۱۸۵	۰/۱۴۴۰	۰/۰۰۹۰	۰/۷۴۷۳			۰/۲۳	۰/۲۵۸
					۰/۲۵			

دستورالعمل دوم محاسبه تعادل بلند مدت «موقعیت احتمالی»

تعادل به شرایطی در بلند مدت گفته می‌شود که در نهایت به آن خواهیم رسید مثلاً در مسأله شرکت آلترا تعادل زمانی اتفاق می‌افتد که سهم بازار دیگر تغییر نکند. این شرط از نتایج تعادل وقتی بوجود می‌آید که هیچکدام از رقبا تغییری در ماتریس احتمالات جابجایی نداشته باشد (اگر احتمالات جابجایی در دوره‌های مختلف تغییر کند درجات بالاتر از زنجیره مارکوف مورد نیاز است تا مسأله سهم بازار در تعادل را پیدا کنند). این امر قابل اثبات است که زمانی به تعادل خواهیم رسید و در آن زمان از دست رفتن مشتریان فعلی و گرفتن مشتریان جدید یکدیگر را خنثی کرده و تعداد مشتریان ثابت باقی می‌ماند. دوروش برای محاسبه نقطه تعادل قابل استفاده است. روش اول حل با دترمینان و روش دوم حل معادلات چند مجهولی.

راه حل دترمینان: زمانی که یک ماتریس احتمالات جابجایی 4×4 مورد نظر باشد (۴ معادله ۴ مجهولی درجه اول) و سهم بازار کنونی در اختیار باشد اکثر اوقات حل مسأله از طریق دترمینان از سایر روشها بهتر است.

برای حل مسأله سهم بازار شرکت آلترا بهتر است مسأله به صورت زیر مطرح گردد.

	A	B	C	D				
A	۰/۷۹۶	۰/۱۳۳	۰/۰۰۰	۰/۰۴۰	×	۰/۲۲		
B	۰/۰۹۱	۰/۷۶۷	۰/۱۰۹	۰/۰۶۰		۰/۳۰	=	تعادل
C	۰/۰۴۶	۰/۰۱۷	۰/۸۹۱	۰/۰۴۰		۰/۳۳		
D	۰/۰۶۷	۰/۰۸۳	۰/۰۰۰	۰/۸۶۰		۰/۲۵		
	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰				

به عنوان یک معادله روشن است که سهم بازار شرکت آلترا در تعادل برابر است با ۰/۷۹۶ برابر سهم بازار یک دوره قبل از تعادل به علاوه ۰/۱۳۳ برابر سهم رقیب B در دوره قبل به علاوه صفر برابر سهم رقیب C در دوره قبل به علاوه ۰/۰۴۰ برابر سهم رقیب D در دوره پیش که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت.

$$A_{eq} - 1 = 0.796 \times A_{eq} - 1 + 0.133 \times B_{eq} - 1 + 0.000 \times C_{eq} - 1 + 0.040 \times D_{eq} - 1$$

$$A_{eq} - 1 = A_{eq}$$

و چون به تعادل رسیده‌ایم لذا:

$$B_{eq} - 1 = B_{eq}$$

$$C_{eq} - 1 = C_{eq}$$

$$D_{eq} - 1 = D_{eq}$$

$$A = 0.796 A + 0.133 B + 0.000 C + 0.040 D \quad \text{معادله ۱}$$

$$B = 0.091 A + 0.767 B + 0.109 C + 0.060 D \quad \text{معادله ۲}$$

$$C = 0.046 A + 0.017 B + 0.891 C + 0.040 D \quad \text{معادله ۳}$$

$$D = 0.067 A + 0.083 B + 0.000 C + 0.860 D \quad \text{معادله ۴}$$

$$1 = A + B + C + D \quad \text{معادله ۵}$$

معادله ۵ یعنی مجموع سهم بازار ۴ شرکت برابر یک است.

معادلات بالا را مرتب می‌کنیم

$$0.204 A + 0.133 B + 0.000 C + 0.040 D = 0 \quad \text{معادله ۶}$$

$$0.091 A + 0.233 B + 0.109 C + 0.060 D = 0 \quad \text{معادله ۷}$$

$$0.046A + 0.017B + 0.109C + 0.040D = 0 \quad \text{معادله ۸}$$

$$0.067A + 0.083B + 0.000C + 0.140D = 0 \quad \text{معادله ۹}$$

$$1 = A + B + C + D \quad \text{معادله ۵}$$

اگر معادله ۶ و ۷ و ۸ و ۹ را با هم جمع کنیم $0=0$ می شود و چون ۵ معادله و ۴ مجهول داریم از معادله ۹ صرف نظر می کنیم. روش حل این است که حاصل تقسیم دو دترمینان را به دست می آوریم دترمینان مخرج برای همگی ثابت و برابر با ضرایب مجهولات و دترمینان صورت عبارت است از همان دترمینان فقط بجای ضرایب مجهول مورد نظر طرف دیگر تساوی را قرار می دهیم.

C=	-0.204	0.133	0	0.040	= سهم بازار C در تعادل	A=	0	0.133	0.000	0.040	= سهم بازار A در تعادل
	+0.091	-0.233	0	0.060			0	-0.233	0.109	0.060	
	+0.046	0.017	0	0.040			0	0.017	-0.109	0.040	
	+ 1	1	1	1			1	1	1	1	
D=	-0.204	0.133	0.000	0.040	= سهم بازار D در تعادل	B=	-0.204	0	0.000	0.040	= سهم بازار B در تعادل
	+0.091	-0.233	0.109	0.060			+0.091	0	0.109	0.060	
	+0.046	0.017	-0.109	0.040			+0.046	0	-0.109	0.040	
	+ 1	1	1	1			1	1	1	1	

که اگر جواب دترمینانها را به دست آوریم به نتایج زیر می رسیم:

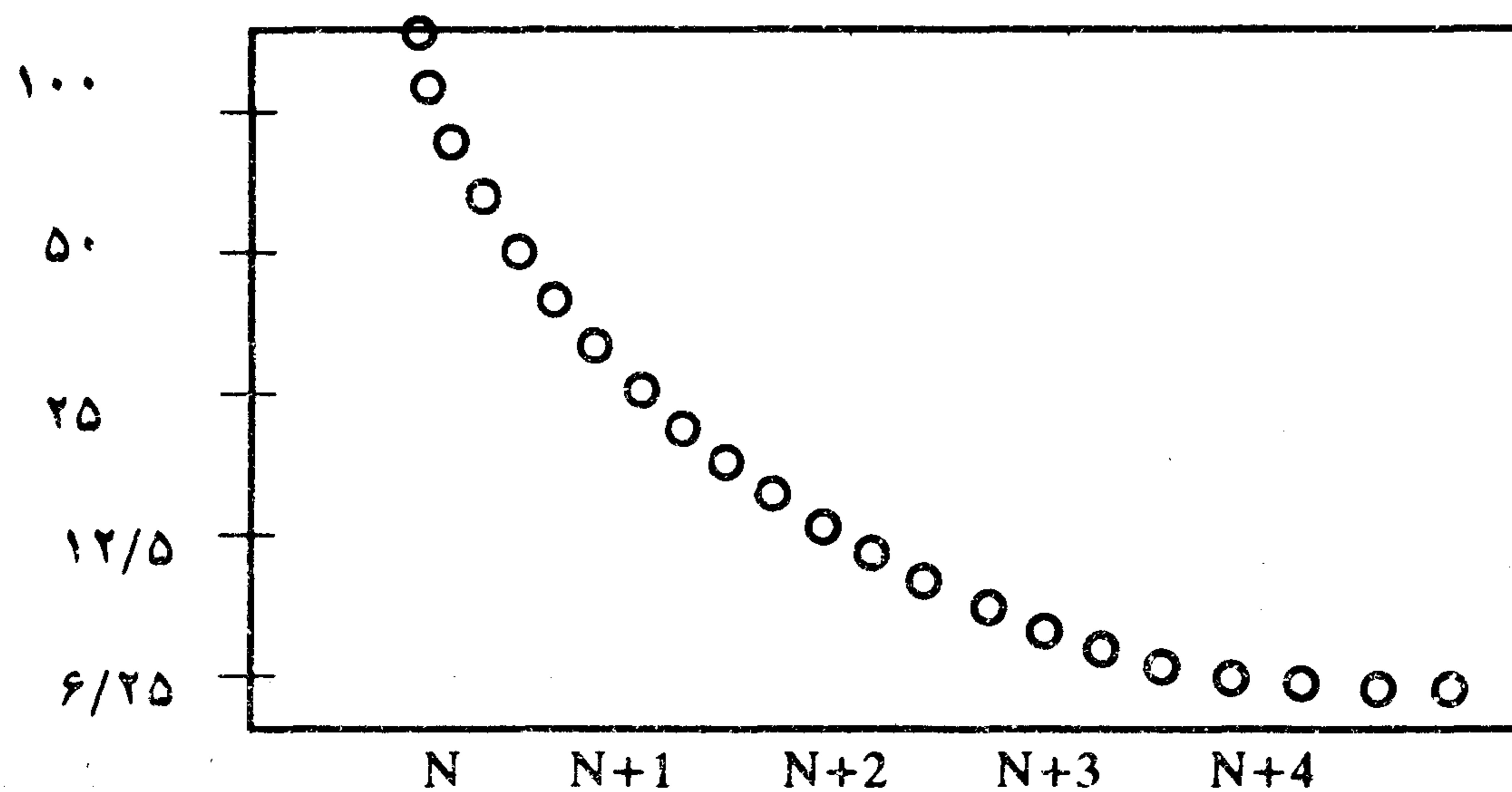
$$A = -0.00240 : -0.01052 = \%. 22/8$$

$$B = -0.00282 : -0.01052 = \%. 26/8$$

$$C = -0.00249 : -0.01052 = \%. 23/6$$

$$D = -0.00281 : -0.01052 = \%. \frac{26}{8}$$

قابل توجه است که تغییرات سهم بازار به صورتی که در شکل شماره ۱ دیده می شود مرتباً کمتر شده و در نهایت به تعادل می رسد.



برای حصول اطمینان از صحت این جوابها می توانیم با اطلاعات موجود سهم بازار دوره بعد را بدست آوریم و مشاهده کنیم که سهم بازار تغییر نکرده است.

ماتریس احتمالات جابجایی					سهم بازار در تعادل						
	A	B	C	D							
A	۰/۷۹۶	۰/۱۳۳	۰/۰۰۰	۰/۰۴۰	×	=					
B	۰/۰۹۱	۰/۷۶۷	۰/۱۰۹	۰/۰۶۰							
C	۰/۰۴۶	۰/۰۱۷	۰/۸۹۱	۰/۰۴۰							
D	۰/۰۶۷	۰/۰۸۳	۰/۰۰۰	۰/۸۶۰							
							<table border="1"> <tr><td>۰/۲۲۸</td></tr> <tr><td>۰/۲۶۸</td></tr> <tr><td>۰/۲۳۶</td></tr> <tr><td>۰/۲۶۸</td></tr> </table>	۰/۲۲۸	۰/۲۶۸	۰/۲۳۶	۰/۲۶۸
۰/۲۲۸											
۰/۲۶۸											
۰/۲۳۶											
۰/۲۶۸											

اگر سهم شرکا بهم نزدیک باشد تعادل هم در حدود همان ارقام خواهد بود همانطور که در بالا مشاهده می شود و چنانچه سهم بازارها بهم نزدیک نباشد ارقام تعادل با ارقام اولیه تفاوت محسوس خواهند داشت. خلاصه عملیات زنجیره درجه اول مارکوف در جدول زیر آمده است. بعضی اوقات پیدا کردن تعادل مورد نظر نیست لذا دستورالعمل دوم حذف می گردد.

دستورالعمل ۱ محاسبه وضعیت آینده (کوتاه مدت): با ضرب ماتریس احتمالات جابجایی در ماتریس سهم بازار، سهم بازار در دوره بعد بدست می آید و به همین ترتیب سهم بازار دوره های بعد بدست خواهد آمد.

دستورالعمل ۲ محاسبه تعادل (بلند مدت): تفاوت سهم بازار در دو دوره متوالی صفر است (خیلی کوچک است) لذا می توان معادلات چند مجهوله را از ماتریس اولیه بدست آورد آنگاه با حل این معادلات سهم بازار در تعادل بدست می آید.

شکل شماره ۲ - خلاصه دستورالعملهای استفاده شده در تحلیل مارکوف از درجه اول

حل از روش معادلات چند مجهولی: روش جانشین برای حل مسأله از طریق دترمینانها، حل معادلات چند مجهولی است یک فرآیند از این روش را شرح می دهیم. شرکت گوردن با دو شرکت دیگر A و B رقیب است سهم بازار شرکتها به ترتیب ۳۰٪ و ۲۰٪ و ۵۰٪ است ماتریس احتمالات جابجایی آنها برای حل زنجیره درجه اول مارکوف به صورت زیر است.

	Gordon	A	B
Gordon	۰/۶	۰/۲	۰/۲
A	۰/۱	۰/۶	۰/۲
B	۰/۳	۰/۲	۰/۶
	۱/۰	۱/۰	۱/۰

همچون مسأله قبل

$-0/4 G + 0/2 A + 0/2 B = 0$	معادله ۱۴	$G = 0/6 G + 0/2 A + 0/2 B$	معادله ۱۰
$0/1 G - 0/4 A + 0/2 B = 0$	معادله ۱۵	$A = 0/1 G + 0/6 A + 0/2 B$	معادله ۱۱
$0/3 G + 0/2 A - 0/4 B = 0$	معادله ۱۶	$B = 0/3 G + 0/2 A + 0/6 B$	معادله ۱۲
$G + A + B = 1$	معادله ۱۷	$1 = G + A + B$	معادله ۱۳

و چون با جمع سه معادله ۱۴ و ۱۵ و ۱۶ به نتیجه $0 = 0$ می رسیم از معادله ۱۵ صرف نظر می کنیم دو معادله ۱۴ و ۱۶ را از هم کم می کنیم.

$$0/7 G + 0/6 B = 0 \rightarrow G = (6:7) B = 0/857 B$$

مجدداً از جمع دو معادله ۱۴ و ۱۶ تساوی زیر را بدست می آوریم.

$$2 \times (-0/4) G + 0/2 A + 0/2 B = 0 + 0/3 G + 0/2 A - 0/4 B = 0$$

$$0/5 G = 0/6 A \rightarrow A = 5:6 G = 0/8333 G = 0/8333 \times 0/857 B = 0/710 B$$

به جای A و G در معادله ۱۳ مقادیر آنها را بر حسب B می گذاریم.

$$0/857 B + 0/710 B + B = 1 \rightarrow B = 0/389$$

$$G = 0/333 \text{ و } A = 0/278$$

برای اطمینان از صحت عملیات، سهم بازار دوره بعد از تعادل را محاسبه می کنیم.

$$\begin{bmatrix} 0/6 & 0/2 & 0/2 \\ 0/1 & 0/6 & 0/2 \\ 0/3 & 0/2 & 0/6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0/333 \\ 0/278 \\ 0/389 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/333 \\ 0/278 \\ 0/389 \end{bmatrix}$$

$\frac{1}{100} \quad \frac{1}{100} \quad \frac{1}{100} \qquad \frac{1}{100} \qquad \frac{1}{100}$

زیرا: $G = 0/6 \times 0/333 + 0/2 \times 0/278 + 0/2 \times 0/389 = 0/333$

$A = 0/1 \times 0/333 + 0/6 \times 0/278 + 0/2 \times 0/389 = 0/278$

$B = 0/3 \times 0/333 + 0/2 \times 0/278 + 0/6 \times 0/389 = 0/389$

شرایط تعادل: برای درک بهتر شرایط تعادل دو ماتریس احتمالات جابجایی نشان داده می شود اول یک ماتریس احتمالات جابجایی که در آن A از هیچ کدام رقبا مشتری بدست نمی آورد ولی B و C مشتریان A را به ترتیب با نسب ۱۰٪ و ۵٪ بطرف فرد جذب می کنند.

	A	B	C
A	0/85	0/00	0/00
B	0/10	0/80	0/25
C	0/05	0/20	0/75
	1/00	1/00	1/00

روشن است که B و C بتدریج مشتریان A را بطرف خود جذب خواهند کرد و A از بازار حذف می شود. ماتریس دوم یک ماتریس احتمالات جابجایی است که A مشتری را از دست نمی دهد ولی مشتریان B و C را به نسبتهای ۱۰٪ و ۵٪ به طرف خود جذب می کند.

	A	B	C
A	1/00	0/10	0/05
B	0/00	0/80	0/05
C	0/00	0/10	0/90
	1/00	1/00	1/00

در اینجا نیز شاهد می شود که B و C به تدریج مشتریان خود را از دست خواهند داد و در نهایت A به تنهایی تمام سهم بازار را بدست می آورد و تنها سؤال در مورد این دو ماتریس این است که پس از چه زمانی تعادل بدست می آید تعادل در مورد اول حذف A و در مورد دوم حذف B و C است یعنی شرایط برمی گردد به موقعیت رقبا که در حال غرق شدن هستند یا بطرف انحصار می روند. ولی در واقعیت عموماً حالات فوق وجود ندارد و مرتباً بین مشتریان جابجایی اتفاق می افتد لذا شرایط تعادل زمانی است که با وجود جابجایی مشتریان سهم بازار در حالت ثابتی باقی بماند.

منابع و مأخذ

- 1- Mondy, Sharpin, Flippio., Management (Concept and Practices), U.S.A, Allyn Bacon, Inc., North E., 1988.
- 2- Knowles, Thoma., Management Science, U.S.A., Irwin First Edition.
- 3- Hampton, David R., Management, U.S.A, McGraw Hill, International Edition, Third Edition, 1987.
- ۴- راضی، رضا، «زنجیره های مارکوف در مدیریت»، انتشارات پیشبرد، سال ۱۳۷۰.
- ۵- حصی، طاهما، «درآمدی بر تحقیق در عملیات»، انتشارات نگاه، سال ۱۳۶۸.
- ۶- زندی، منوچهر، «درآمدی بر ساختمان داده ها»، انتشارات سپهر، سال ۱۳۶۹.
- ۶۰- دانش مدیریت - شماره ۳۱ و ۳۲ - زمستان ۱۳۷۴ و بهار ۱۳۷۵