

تعیین ضریب شدت تنش در شیارها با استفاده از روش تجربی سایه نگاری (کاستیک)

ناصر سلطانی

استادیار گروه مهندسی مکانیک - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

وحید متین فر

مدیریت تولید مناطق دریابی شرکت ملی نفت ایران

(تاریخ دریافت ۱۱/۲۹/۷۵، تاریخ تصویب ۱۸/۱۱/۷۶)

چکیده:

روش تجربی سایه نگاری^(۱) برای مطالعه میدان تنش^(۲) در ارتباط با مسایل متعدد مهندسی و بدست آوردن ضرایب شدت تنش در ترک های متفاوت مورد استفاده قرار گرفته است. لیکن تاکنون توجهی به مسایل مربوط به میدان تنش در نزدیکی نوک شیارها و گوشه های مقعر نشده است. میدان تنش در نوک تیز شیارها و گوشه های مقعر دارای تکنیکی از رتبه ۱-۲-۳ می باشد که بستگی به زاویه شیار دارد. معادلات لازم برای بررسی ضرایب شدت تنش در شیارها و گوشه های مقعر بدست آمده و قبل از ائمه گشته است [۱].

در این مقاله ضریب شدت تنش، K_1 در صفحات شیاردار با استفاده از معادلات بدست آمده و اعمال روش تجربی سایه نگاری بازتابشی بدست آمد. پنج مدل با شیارهای ۴۵ و ۹۰ درجه مورد آزمایش قرار گرفت. مدل ها از ورق های نازک و شفافی از جنس پلکسی تهیه شده و شیارها بصورت عمود بر ضخامت صفحه در آنها فرز گردید. مدلها تحت بارگذاری حالت اول قرار گرفته و در هنگام آزمایش تصویر منحنی های کاستیک بوجود آمده توسط یک دوربین ۳۵ میلیمتری در بارگذاری های مختلف ثبت شد. با اندازه گیری از روی تصاویر موجود، ابعاد منحنی های کاستیک در بارهای اعمال شده مختلف بدست آمده و ضریب شدت تنش K_1 تعیین شد. نتایج بدست آمده در این پژوهه با جوابهای بدست آمده از روش های تئوری و تجربی دیگر مطابقت دارد و درنتیجه صحت کاربرد روش سایه نگاری بازتابشی^(۳) در تعیین ضریب شدت تنش K_1 برای صفحات شیاردار به اثبات می رسد.

کلید واژه ها: شدت تنش، ترک، شیار، سایه نگاری، مکانیک شکست

مقدمه

روش بسیار قوی در تعیین ضرایب شدت تنش در نوک ترک ها برای هر دو حالت استاتیک و دینامیک شناخته شده است. این روش در حال حاضر به سه گروه تقسیم بندی شده است: (۱) روش سایه نگاری عبوری^(۴)، (۲) روش سایه نگاری بازتابشی از مواد شفاف، (۳) روش سایه نگاری از مواد غیرشفاف.

روش سایه نگاری بازتابشی که برای اولین بار توسط Theocaris ارائه گشت، جهت تعیین ضرایب شدت تنش در حالت اول (K_{\parallel}) و هم حالت مرکب ($K_{\perp\parallel}$) در صفحات شفاف دارای ترک مورد استفاده قرار گرفته است

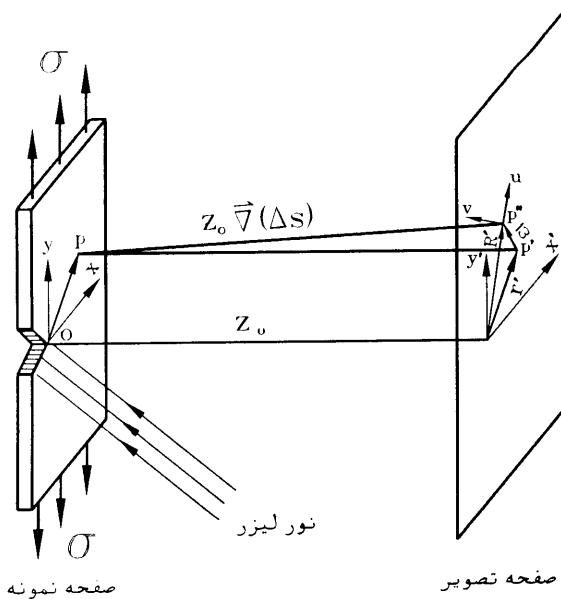
در تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی مهمترین پارامتری که برای تشخیص ترک ها و حالت آنها بکار می رود، ضریب شدت تنش می باشد. ضریب شدت تنش رابطه مستقیم با بارهای وارده دارد و اثر موقعیت و طول ترک نیز در آن مستتر می باشد.

یکی از کارآمدترین و در عین حال ساده ترین روش های تجربی که برای مطالعه میدان تنش و تعیین ضرایب شدت تنش در صفحات ترک دار تحت تنش بکار می رود، روش تجربی سایه نگاری یا کاستیک می باشد. در پژوهش های مختلف [۲-۷] روش سایه نگاری بعنوان یک

می‌آید.
هدف از این نوشتار تشریح چگونگی استفاده و کاربرد روش تجربی سایه نگاری بازتابشی از مواد شفاف و تعیین ضریب شدت تنفس K_t در صفحات شیاردار تحت تنفس با استفاده از معادلات بدست آمده در [۱] می‌باشد.

معادلات منحنی‌های کاستیک در صفحات شیاردار

معادلات منحنی‌های کاستیک در حالت مرکب جهت بررسی میدان تنفس و ضرایب شدت تنفس در صفحات شیاردار قبل ارائه شده است [۱]. زمانیکه پرتو نور تاییده شده به یک نقطه دلخواه (r, θ) در ناحیه تکین حول نوک شیار برخورد می‌کند منعکس شده و صفحه تصویر را در نقطه P قطع خواهد کرد (شکل ۲).



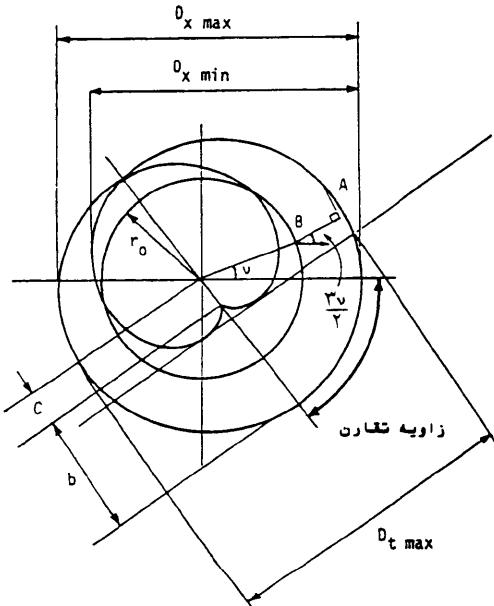
شکل ۲: تغییر مسیر نور در کاستیک بازتابشی.

مؤلفه‌های بردار \bar{R} که بیانگر موقعیت تصویر نقطه $P(r, \theta)$ در صفحه تصویر می‌باشد را می‌توان بصورت زیر تعریف نمود.

$$\begin{aligned} x' &= \delta_m r \cos \theta + P[4\lambda_1(\lambda_1 - 1)K_l Q_l r^{\lambda_1 - 2} \cos(\lambda_1 - 2)\theta \\ &\quad - 4\lambda_2(\lambda_2 - 1)K_{ll} Q_{ll} r^{\lambda_2 - 2} \sin(\lambda_2 - 2)\theta] \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} y' &= \delta_m r \sin \theta - P[4\lambda_1(\lambda_1 - 1)K_l Q_l r^{\lambda_1 - 2} \sin(\lambda_1 - 2)\theta \\ &\quad + 4\lambda_2(\lambda_2 - 1)K_{ll} Q_{ll} r^{\lambda_2 - 2} \cos(\lambda_2 - 2)\theta] \end{aligned}$$

[۲۶]. منحنی‌های کاستیک که در روش سایه نگاری بازتابشی از مواد شفاف در صفحه تصویر تشکیل می‌شوند همگی بصورت منحنی‌های پاره چرخشی^(۱) می‌باشند (شکل ۱).



شکل ۱: شکل تئوری منحنی‌های کاستیک و ابعاد اقطار آن.

منحنی داخلی کاستیک در اثر انعکاس نور از صفحه درونی مدل ایجاد می‌گردد و بستگی به خواص مکانیکی (E, γ, n) جنس مدل تحت آزمایش دارد. در حالیکه منحنی خارجی کاستیک در اثر انعکاس نور از سطح درونی مدل ایجاد می‌گردد و بستگی به خواص مکانیکی و نوری (E, γ, n) مدل تحت آزمایش دارد.

منحنی‌های کاستیک در واقع اشکال نوری سه‌بعدی در فضای می‌باشند که بر اثر انعکاس نور پس از برخورد با صفحه‌ای صیقلی و براق و یا انكسار نور از میان صفحه شفاف که سطح آنها دارای تغییر شکل موضعی سه بعدی می‌باشد، تشکیل می‌شوند. اندازه و شکل این منحنی‌ها که پس از انعکاس نور بصورت منحنی‌های پاره چرخشی دو بعدی بر روی صفحه تصویر ظاهر می‌گردند را می‌توان جهت بررسی حالت تغییر شکل موضعی که باعث بوجود آمدن این اشکال می‌شوند، بکار گرفت. یک دسته از این تغییر شکلهای موضعی که در مکانیک شکست بسیار حائز اهمیت می‌باشند، تغییر شکلهایی هستند که در نوک ترک‌ها و شیارهایی که تحت تنفس می‌باشند، بوجود

می باشند، بصورت زیر درخواهند آمد.

$$x' = \delta_m r_0 [\cos\theta - \frac{1}{\lambda_1 - 2} \cos(\lambda_1 - 2)\theta] \quad (4)$$

$$y' = \delta_m r_0 [\sin\theta - \frac{1}{\lambda_1 - 2} \sin(\lambda_1 - 2)\theta]$$

روابط (۴) در واقع معادلات عمومی یک سری منحنی های پاره چرخشی برای مقادیر مختلف r می باشند. این منحنی ها در صورتی بوجود خواهند آمد که از هر نقطه روی محیط (θ و r) از دایره ای به شعاع r که مرکز آن در مرکز محور مختصات قرار دارد، یک بردار به اندازه $(\lambda_1 - 2)$ که با محور x هما زوایه θ ($\lambda_1 - 2$) می سازد، رسم شود. در این صورت تمام نقاط این منحنی در کمترین فاصله خود از نوک شیار خواهند بود. ضریب شدت تنش K_I در این حالت از رابطه (۳) بصورت زیر بدست می آید.

$$K_I = \frac{\delta_m}{\sqrt{A_I P}} r_0^{(3-\lambda_1)} \quad (5)$$

روش پردازش داده ها

با استفاده از روش کاستیک بازتابشی می توان تغییرات ضریب شکست نور ماده در نوک ترک یا شیار را که ناشی از تمرکز تنش در آن نایه می باشد، اندازه گیری نمود.

در قسمت قبل رابطه بین تنش و تغییرات ضریب شکست نور برای صفحات شیاردار تحت تنش معلوم گشت. در نتیجه با استفاده از روش سایه نگاری بازتابشی و معادلات بدست آمده می توان اطلاعات مربوط به میدان تنش را بدست آورد. این اطلاعات براساس تئوری الاستیک - خطی مکانیک شکست با ضرایب شدت تنش مربوط می باشند.

در روش سایه نگاری بازتابشی نور تابیده شده به مدل ابتدا با صفحه بیرونی مدل برخورد کرده و قسمتی از آن منعکس شده و در صفحه تصویر منحنی داخلی سایه نگاری را تشکیل می دهد. پاره دیگر نور از ضخامت صفحه مدل عبور کرده و پس از برخورد با صفحه درونی مدل منعکس شده و در صفحه تصویر منحنی خارجی سایه نگاری را تشکیل می دهد. این امر سبب می شود که در روش سایه نگاری بازتابشی از تصویر ثبت شده اطلاعات ییشتری بدست آید.

برای اینکه یک منحنی تکین کاستیک روی صفحه تصویر بوجود آید، باید مقدار مؤلفه α از بردار R یک مقدار حداقل بوده در حالیکه مقدار مؤلفه β آن ثابت باشد و یا بالعکس . برای تحقق شرایط فوق دترمینان جاکوبی آن باید برابر صفر باشد [۳]. یعنی:

$$J = \frac{\delta(x', y')}{\delta(r, \theta)} = \begin{vmatrix} \frac{\delta x'}{\delta r} & \frac{\delta x'}{\delta \theta} \\ \frac{\delta y'}{\delta r} & \frac{\delta y'}{\delta \theta} \end{vmatrix} = 0$$

با جایگذاری مقادیر x' و y' و مشتقهای جزئی آنها در رابطه فوق ، خواهیم داشت :

$$A_I K_I^2 r^{2(\lambda_1 - 3)} + A_{II} K_{II}^2 r^{2(\lambda_2 - 3)} + A_{III} K_{III} r^{(\lambda_1 + \lambda_2 - 6)} \quad (2 - \text{الف})$$

$$\sin(\lambda_1 - \lambda_2)\theta = \left(\frac{\delta_m}{P}\right)^2$$

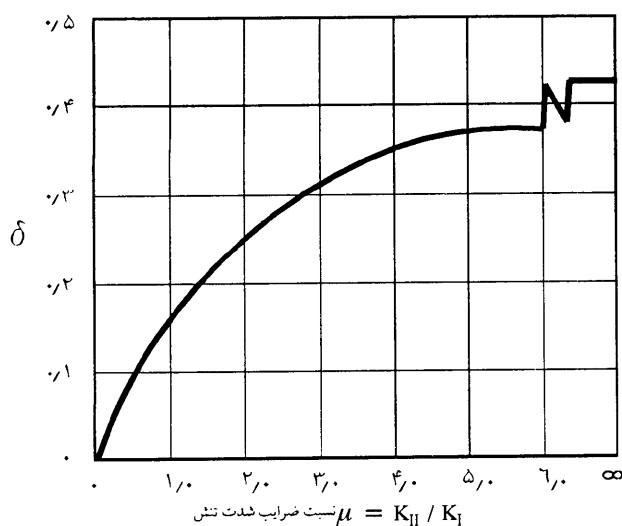
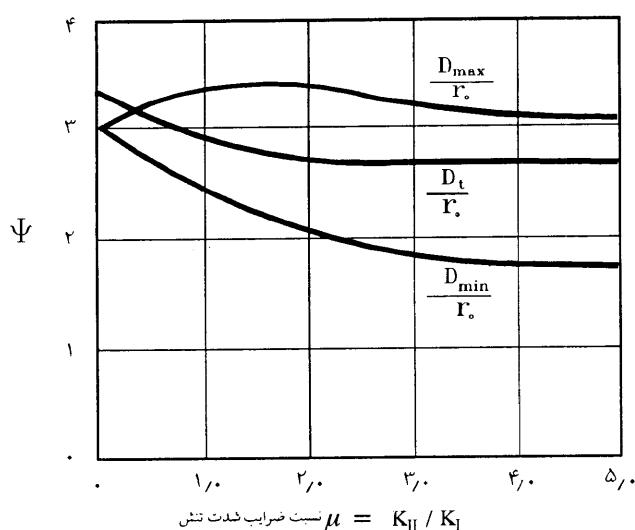
که در رابطه بالا $P = -chZ$ می باشد. با قرار دادن $K_{II} / K_I = \mu$ خواهیم داشت :

$$A_I r^{2(\lambda_1 - 3)} + A_{II} \mu^2 r^{2(\lambda_1 - 3)} + A_{III} \mu r^{(\lambda_1 + \lambda_2 - 6)} \sin(\lambda_1 - \lambda_2)\theta = \left(\frac{\delta_m}{K_I P}\right)^2 \quad (2 - \text{ب})$$

اکنون حالتی را در نظر می گیریم که در آن فقط حالت اول (حالت بازشدن) موجود باشد. زمانیکه فقط حالت اول موجود باشد، $\theta = 0^\circ$ ($\mu = 0$) خواهد بود و در نتیجه معادله (۲ الف) به صورت زیر درخواهد آمد.

$$r = r_0 = \left(\frac{\delta_m}{\sqrt{A_I P K_I}}\right)^{1/(\lambda_1 - 3)} \quad (3)$$

همانگونه که در رابطه بالا مشهود است، در این حالت شعاع منحنی اولیه کاستیک تابعی از θ نبوده و ثابت می باشد و در نتیجه منحنی اولیه کاستیک یک دایره کامل خواهد بود. در این پژوهه جهت انجام آزمایش و کاربرد روش تجربی کاستیک بازتابشی فقط حالت اول در نظر گرفته خواهد شد. با جایگزین کردن $r = 0^\circ$ به ازای $\theta = 0^\circ$ در معادلات (۱)، مؤلفه های بردار \bar{R} که معرف نقاط منحنی کاستیک در صفحه xy برای حالت اول

شکل ۳: تغییرات نسبت $\delta = D_0 / r_0$ بر حسب μ .شکل ۴: تغییرات نسبت Ψ بر حسب μ .

ترک دار علاوه بر اینکه تابعی از پارامترهای آزمایش و خواص جنس مدل می‌باشد، تابعی از r_0 و نسبت K_2 / K_1 به (μ) نیز می‌باشد [۳]. در نتیجه ابتدا باید مقادیر r_0 و (μ) تعیین گردد.

بدین منظور اندازه‌های D_{min} و D_{max} از روی تصاویر ثبت شده در آزمایش استخراج می‌شوند. با دردست داشتن مقادیر μ و با کمک شکل ۳ مقدار δ تعیین گشته و با استفاده از رابطه (۷) مقدار r_0 معلوم می‌گردد. با استفاده از مقادیر بدست آمده μ و r_0 می‌توان K_1 و K_2 را محاسبه نمود.

بااطلاعاتی که از اندازه و شکل منحنی کاستیک بدست می‌آید، می‌توان با استفاده از تکنیک‌های مختلف پردازش داده‌ها، ضرایب شدت تنش را بدست آورد. بطور کلی تاکنون برای پردازش داده‌ها در روش کاستیک بازتابشی از سه تکنیک: سه نقطه‌ای جزئی (معین)، زاویه تقارن و چند نقطه‌ای فراجمی استفاده شده است. در قسمت بعدی فقط به تشریح روشی که در این پژوهه نیز از آن استفاده خواهد شد، اکتفا می‌شود.

یکی از روش‌هایی که بطور گسترده جهت بدست آوردن ضرایب شدت تنش در سایه نگاری بازتابشی مورد استفاده قرار گرفته است، روش سه نقطه‌ای جزئی است. این روش برای اولین بار توسط [۳] Theocaris, Gdoutos در برای بدست آوردن ضرایب شدت تنش (K_1) و (K_2) در صفحه ترک دار تحت تنش مورد استفاده قرار گرفت.

با مشاهده منحنی‌های مختلف کاستیک بازتابشی در حالات مختلف معلوم می‌شود که تنها در حالتی که نسبت K_2 به K_1 برابر با صفر است، منحنی کاستیک نسبت به محوری که از نوک شیار می‌گذرد، متقارن می‌باشد [۱]. با افزایش این نسبت $\mu = K_2 / K_1$ ($\mu = D_{min} / r_0$) تفاضل D_{max} نیز افزایش می‌یابد (شکل ۱). در نتیجه با استفاده از هندسه منحنی‌های بدست آمده از روش کاستیک بازتابشی، ضرایب شدت تنش برای مدل و بارگذاری موردنظر بدست می‌آید.

از معادلات مؤلفه‌های بردار \bar{R} برای صفحات ترک دار در حالت مرکب می‌توان منحنی‌های شکل ۳ و شکل ۴ را رسم نمود. این منحنی‌ها توسط مرجع [۳] ارائه گشته است. شکل ۴ تغییرات نسبت قطرهای D_{max} و D_{min} را بر حسب μ نشان می‌دهد. پارامتر Ψ بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$\Psi = \frac{D_{max} - D_{min}}{D_{max}} \quad (6)$$

همانگونه که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، زمانیکه مقدار Ψ به $0/44$ می‌رسد، μ به سمت بینهایت میل می‌کند و این زمانی است که فقط حالت دو ($K_1 = 0$) موجود باشد. در شکل ۳ تغییرات پارامتر δ نسبت به μ نشان داده شده است. پارامتر δ بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta = D / r_0 \quad (7)$$

ضرایب شدت تنش در حالت مرکب برای صفحات

روش آزمایش و جمع آوری داده ها در کاستیک بازتابشی برای تعیین ضرایب شدت تنش مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

جنس مدل

مواد بسیاری برای کاربرد در روش تجربی کاستیک وجود دارند که از میان آنها می توان به B ، Araldite ، CR-39 ، ورق شیشه ، 100 Homalite و PMMA اشاره نمود. در این پژوهه از پلی متاکریلات (PMMA) استفاده شده است. این ماده تحت عناوین تجاری شیشه پلکسی در آلمان و آمریکا و پرسپکس در انگلستان شناخته می شود و در ایران به آن پلکسی و یا طلق می گویند. این ماده به شکل ورق های تخت و یا میله های مدور با سطوح براق و ضخامت های متفاوت قابل تهیه می باشد. انکسار مضاعف پلکسی بسیار اندک می باشد و در نتیجه آن را می توان دارای خواص همسان نوری فرض نمود. بنابراین منحنی هایی که به هنگام آزمایش کاستیک در این ماده تشکیل می شوند، منحنی های واحدی خواهد بود. این ماده دارای حساسیت بالای سایه - نوری و اثر اندک منطقه پلاستیک است. این ماده همچنین براحتی ماشین کاری شده و نیاز به احتیاط برای جلوگیری از بروز ترک و سبب پریدگی حین ماشین کاری ندارد. این امر پلکسی را در میان مواد مناسب برای کارهای استاتیکی قرار می دهد. این ماده اثر ویسکوالاستیک کوتاه مدت از خود بروز می دهد و بنابراین در هنگام بارگذاری متغیر با زمان می بایست اثر فوق را در نظر گرفت [۸].

از آنجاییکه تغییرات ضخامت صفحه مدل از عوامل اصلی تشکیل منحنی کاستیک می باشد، لذا ورق انتخابی می بایست خالی از هرگونه تغییرات موضعی در چگالی و ضخامت باشد. در صورتیکه این شرایط ارضا نگردند، نتایج غیر قابل اعتماد خواهند بود. خواص مکانیکی و نوری پلکسی در جدول ۱ ارائه گردیده است.

هنده مدل

مدلهای در نظر گرفته شده برای آزمایش از ورق شفاف

از آنجاییکه در این پژوهه جهت انجام آزمایش فقط حالت اول شکست ($\theta = 0^\circ$) در نظر گرفته شده است، در نتیجه مقدار μ از قبل معلوم می باشد و نیازی به رسم منحنی شکل ۴ برای صفحات شیاردار وجود ندارد. همچنین به جای رسم منحنی شکل ۳ برای صفحات شیاردار فقط نیاز به تعیین مقدار δ به ازای $\theta = 0^\circ$ می باشد.

برای تعیین مقدار δ در $\theta = 0^\circ$ و با درنظر داشتن اینکه در این حالت تقارن منحنی نسبت به محور x ها وجود دارد، باید محل برخورد منحنی کاستیک با محور y در دو حالت $\theta = \frac{\pi}{2}$ و $\theta = -\frac{\pi}{2}$ را بدست آورده و اندازه D/r_0 را معلوم نمود.

معادله دوم از روابط (۴) را در نظر می گیریم. به ازاء $\theta = \frac{\pi}{2}$ محل برخورد منحنی با محور y مشتب و به ازاء $\theta = -\frac{\pi}{2}$ محل برخورد با محور y منفی بدست می آید. این دو حالت توسط روابط زیر بیان می شود.

$$y^+/r_0 = \sin(\pi/2) + \frac{1}{\lambda_1 - 2} \sin[(\lambda_1 - 2)(\pi/2)] \quad (8)$$

$$y^-/r_0 = -\sin(\pi/2) - \frac{1}{\lambda_1 - 2} \sin[(\lambda_1 - 2)(\pi/2)]$$

سپس مقدار δ از مجموع قدر مطلق دو مقدار فوق برای زاویه شیار مورد نظر بدست می آید.

$$\delta = D/r_0 = |y^+/r_0| + |y^-/r_0| \quad (9)$$

جهت تعیین مقدار K_1 از رابطه (۵) مقدار θ مورد نیاز می باشد. از روی تصاویر ثبت شده در آزمایش می توان مقدار D را اندازه گیری نمود. سپس با در دست داشتن مقدار δ و D اندازه θ از رابطه (۷) تعیین می گردد. با قرار دادن مقدار θ پارامترهای آزمایش و خواص جنس مدل مقدار K_1 تعیین می گردد.

روش انجام آزمایشات

مبانی تئوری و ریاضی روش کاستیک بازتابشی و روش پردازش داده ها مورد بحث قرار گرفتند. در این قسمت جزئیاتی همانند جنس مدل مورد آزمایش ، هندسه مدل،

جدول ۱: خواص پلکسی در درجه حرارت ۲۵°C

مقدار	علامت اختصاری	
۰/۳۳	γ	ضریب پواسون
۳/۳۴ GPa/m²	E	مدول الاستیسیته
۱/۱۱×۱۰ m²/N	C _t	ضریب نوری - تنش (عبوری)
۰/۹۸۸×۱۰ m²/N	C _δ	ضریب نوری - تنش از سطح بیرونی
۳/۲۲×۱۰ m²/N	C _r	ضریب نوری - تنش از سطح درونی
۱/۴۹	n	ضریب شکست نور

از ۲ یک میدان تنش کششی یکنواخت عمود بر پهناور ورق، ^۷ ایجاد گردید. با مواضعهای خاص پس از ماشینکاری می‌توان از نبود تنشهای پس ماند اطمینان حاصل نمود. پارامترهای هندسی مدلها در جدول ۲ ارائه گردیده است.

پلکسی به ضخامت‌های ۲ و ۳ و ۴ میلی متر می‌باشدند. هندسه این مدل‌ها در شکل ۵ نشان داده شده است. جهت ساخت مدل‌ها، ورقهای پلکسی ابتدا به اندازه‌های موردنظر توسط اره برقی بریده شدند، سپس با استفاده از ماشین فرز افقی و ابزار فرز انگشتی (برای شیار ۹۰ درجه) و فرز خورشیدی (برای شیار ۴۵ درجه) شیارها در مدل ایجاد شدند.

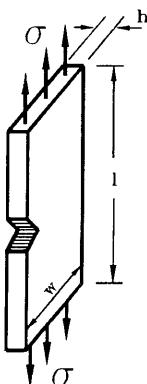
جدول ۲: مشخصات هندسی مدل‌ها

شماره مدل	طول (l)	عرض (w)	ضخامت (h)	طول شیار (A)
	mm	mm	mm	mm
V _۱ - ۹۰	۲۹۰	۶۳/۵	۳	۲۵/۴
V _۲ - ۹۰	۲۴۰	۵۵	۳	۱۱
V _۳ - ۹۰	۲۴۰	۵۵	۴	۱۱
V _۱ - ۴۵	۲۴۰	۵۵	۳	۱۱
V _۲ - ۴۵	۲۴۰	۵۵	۲	۱۱

روش انجام آزمایش

آماده سازی وسایل آزمایشگاهی برای تحلیل مسائل استاتیک به کمک روش سایه‌نگاری، بسیار ساده بوده و نیاز به امکانات پیچیده برای بدست آوردن منحنی کاستیک و همچنین ثبت مسیرها ندارد. وسایل آزمایشگاهی مورد نیاز در روش سایه‌نگاری بازتابشی برای بررسی مسائل استاتیکی عبارتند از:

- منبع نوری مناسب
- مدل شفاف



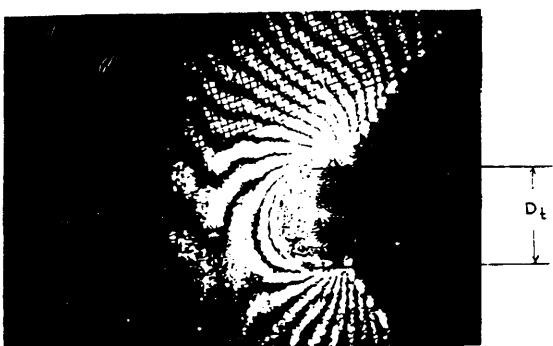
شکل ۵: هندسه مدل‌های آزمایش.

برای ایجاد شیار ۹۰ درجه قسمت سرفرز با زاویه ۴۵ درجه نسبت به مدل قرار داده شد و با استفاده از فرز انگشتی شیار مزبور در مدل ایجاد گردید. برای ایجاد شیار ۴۵ درجه فرز خورشیدی با همان زاویه تهیه گردیده و بصورت عمود بر ضخامت مدل روی فرز بسته شده و سپس شیار در مدل فرز گردید. با نسبت پهنا / طول بزرگتر

روش جمع آوری داده ها

در این قسمت به تشریح چگونگی جمع آوری داده ها در این پروژه پرداخته می شود. روشی که در این پروژه از آن استفاده شده است را شاید بتوان روش زاویه تقارن، هنگامیکه زاویه تقارن برابر صفر باشد، نیز نامید. یعنی زمانیکه مقدار α معلوم و برابر با صفر می باشد. هنگام انجام آزمایش در این پروژه، یک ورق شفاف میلی متری بر روی پرده تصویر قرار داده می شود. این عمل به منظور یافتن یک معیار یا ضربی اندازه گیری انجام می شود. از روی تصاویر ثبت شده در آزمایش فاصله بین دو خط ورق میلی متری اندازه گیری می شود. سپس اندازه واقعی بین دو خط بر این مقدار اندازه گیری شده تقسیم شده و ضربی اندازه گیری معلوم می گردد. در نتیجه هر اندازه ای که از روی منحنی های کاستیک در تصاویر بدست می آید در این ضربی اندازه گیری ضرب شده تا اندازه حقیقی فاصله بدست آید.

اندازه قطر D_1 از روی تصاویر ثبت شده در آزمایش بدست می آید. یکی از این تصاویر در شکل ۶ نشان داده شده است. سپس اندازه بدست آمده در ضربی اندازه گیری ضرب شده تا اندازه واقعی D_1 بدست آید. نهایتاً با در دست داشتن ضربی برای شیار موردنظر (معادلات ۸ و ۹) مقدار α تعیین می گردد. سپس با جایگذاری خواص جنس مدل و مقدار α در رابطه (۴) ضربی شدت تنش K_1 برای حالت اول شکست و زاویه شیار موردنظر، بدست می آید.



شکل ۶: طریق اندازه گیری قطر D_1 .

- سیستم بارگذاری و دستگاه اندازه گیری بار

- ابزار ثبت تصویر

در این پروژه از پرتو نور حاصل از یک لیزر هلیوم - نئون گازی تک رنگ با طول موج 6328 Å استفاده شده است. این چنین پرتو نوری شدت بیشتری نسبت به پرتو معمولی دارد و می تواند در نزدیکی نوک شیار مدل متمرکز شده و منحنی کاستیک واضح و روشنی ایجاد نماید. مدل ها با فاصله ای از نقطه کانونی عدسی قرار می گیرند. بخشی از نور تابیده شده به مدل از میان آن عبور کرده و پاره دیگر پس از برخورد با مدل منعکس شده و بر روی پرده ای که در جلو مدل قرار دارد ایجاد تصویر می نماید. مدل ها به کمک سیستم بارگذاری تحت کشش تک محوره قرار می گیرند. سیستم بارگذاری بر روی یک ریل متحرک در صفحه y مستقر می گردد تا بتوان تصویر منحنی های کاستیک بر روی صفحه تصویر را تنظیم نمود.

Shimizu و دیگران [۹] بصورت تجربی ثابت کرده اند که اندازه شعاع منحنی اولیه کاستیک، r_0 ، اثر قابل ملاحظه ای در مقدار K_1 دارد. در نتیجه r_0 باید بزرگتر از نصف ضخامت مدل تحت آزمایش باشد ($r_0 > t/2$) تا اینکه حالت تنش مسطح برقرار گردد [۱۰].

میزان بار وارده از روی یک اندازه گیر با که قبل اکالیبره شده است قابل اندازه گیری می باشد. سیستم بارگذاری و دستگاه اندازه گیر بار که در این پروژه استفاده شده است، متعلق به دستگاه فتوالستیسیته واقع در آزمایشگاه فتوالستیسیته گروه مهندسی مکانیک دانشکده فنی می باشد. منحنی های کاستیک تشکیل شده بر روی پرده تصویر با یک دوربین ۳۵ میلی متری کانون Canon AE-1 Program و با فیلم سیاه و سفید (Speed ASA 400) عکسبرداری شده است. همچنین از یک ورق شفاف میلی متری در محل پرده تصویر به منظور کالیبره کردن استفاده شده است. برای هر آزمایش فاصله بین لیزر و مدل و بین مدل و پرده تصویر نیز قرائت و ثبت می گردد.

ارائه نتایج آزمایش

برابر با ۲ و فاصله مدل تا پرده تصویر برابر با $2/7$ متر بوده است. ضریب δ از روابط ۷ و ۸ برای شیار 90° درجه برابر با $3/03$ و برای شیار 45° درجه برابر با $2/94$ تعیین گشت.

نتایج بدست آمده برای تنش های مختلف در جداول ۳ تا ۸ برای هر مدل بطور جداگانه ارائه شده است. همانطور که در جدول نتایج مشاهده می شود هر قدر مقدار تنش افزوده می شود، مقدار ضریب شدت تنش K_t نیز افزایش می یابد.

مقادیر بدون بعد تنش $(K_t \sigma^{-1} a^{\lambda_1 - 1})$ که در ستون آخر جدول نتایج ارائه شده، با نتایج بدست آمده توسط پژوهشگران دیگر مقایسه شده است (جدول ۸). همانگونه که مشاهده می شود مقدار اختلاف با نتایج تئوری و تجربی بین ۱ تا ۵ درصد می باشد.

از آنجاییکه مدل های انتخابی در این پژوهه توسط پژوهشگران دیگر [۱۳، ۱۲، ۱۱] در روشهای تئوری، عددی و تجربی برای بدست آوردن ضریب شدت تنش مورد استفاده قرار گرفته و جوابهای موجود در دسترس می باشد، لذا جهت سنجش نتایج این آزمایش و مقایسه جوابهای بدست آمده با دیگران این مدل ها انتخاب شدند.

مدل ها تحت بارگذاری حالت اول قرار گرفتند و پس از ثبت تصاویر بدست آمده، مقادیر D_t برای هر بارگذاری تعیین گردیده و بطوریکه در فصل قبل تشریح شد مقدار K بدست آمد. در کلیه آزمایشها مقدار ضریب بزرگنمایی δ

جدول ۳: نتایج آزمایش برای مدل $V_1 - 90$

$K_t \sigma^{-1} a^{\lambda_1 - 1}$	K_t $N/m^{(\lambda_1 + 1)}$	D_t mm	تنش N/m^2	شماره آزمایش
۴/۴۰	۱۲۸۹۰۶۲	۹/۷	۱۵۶۲۵۰۰	۱
۴/۴۷	۲۴۰۰۵۲۱	۱۲/۴	۲۸۶۴۵۸۳	۲
۴/۵۲	۳۴۴۵۰۰۰	۱۴/۴	۴۰۶۲۵۰۰	۳
۴/۵۶	۴۴۵۳۱۲۴	۱۶/۰	۵۲۰۸۳۳۳	۴
۴/۴۹	۵۲۶۶۱۲۵	۱۷/۱	۶۲۵۰۰۰	۵
۴/۴۲	۵۹۱۰۵۲۶۰	۱۸/۰	۷۱۳۰۴۱۷	۶

جدول ۴: نتایج آزمایش برای مدل $V_2 - 90$

$K_t \sigma^{-1} a^{\lambda_1 - 1}$	K_t $N/m^{(\lambda_1 + 1)}$	D_t mm	تنش N/m^2	شماره آزمایش
۲/۸۸	۱۷۸۹۰۹۱	۱۱/۱	۴۸۴۸۴۸۵	۱
۲/۸۳	۱۹۷۴۵۴۵	۱۱/۰	۵۴۵۴۵۴۵	۲
۲/۸۵	۲۲۱۲۱۲۱	۱۲/۱	۶۰۶۰۶۰۶	۳
۲/۹۰	۲۴۷۸۰۰۰	۱۲/۶	۶۶۶۶۶۶۷	۴
۲/۹۳	۲۷۲۷۲۷۳	۱۳/۱	۷۲۷۲۷۲۷	۵
۲/۸۰	۲۸۶۰۶۰۶	۱۳/۳	۷۸۷۸۷۸۸	۶
۲/۹۵	۳۲۰۸۳۴۷	۱۴/۰	۸۴۸۴۸۴۸	۷

جدول ۵: نتایج آزمایش برای مدل V_۳ - ۹۰

K _I σ ⁻¹ a ^{λ_۱-۱}	K _I N/m ^(۱+λ_۱)	D _t mm	تنش N/m ^۲	شماره آزمایش
۲/۸۶	۱۱۸۶۱۶۱	۱۰/۵	۳۲۴۰۷۴۱	۱
۲/۹۳	۱۳۸۸۸۸۸	۱۱/۲	۳۷۰۳۷۰۳	۲
۲/۸۰	۱۴۹۱۶۶۷	۱۱/۶	۴۱۶۶۶۶۷	۳
۲/۸۵	۱۶۸۹۸۱۵	۱۲/۱	۴۶۲۹۶۳۰	۴
۲/۹۰	۲۰۶۴۹۹۹	۱۳/۲	۵۵۵۵۵۵۶	۵
۲/۹۵	۲۴۵۰۰۰۰	۱۴/۲	۶۴۸۱۴۸۱	۶

جدول ۶: نتایج آزمایش برای مدل V_۱ - ۴۵

K _I σ ⁻¹ a ^{λ_۱-۱}	K _I N/m ^(۱+λ_۱)	D _t mm	تنش N/m ^۲	شماره آزمایش
۲/۴۹	۸۸۹۹۹۹	۹/۸	۳۳۳۲۳۲۳۳	۱
۲/۵۴	۱۰۷۱۰۱۰	۱۰/۵	۳۹۳۹۳۹۴	۲
۲/۵۱	۱۲۲۴۰۹۱	۱۱/۱	۴۵۴۵۴۵۵	۳
۲/۴۸	۱۳۷۰۳۰۳	۱۱/۶	۵۱۵۱۵۱۵	۴
۲/۵۰	۱۶۳۴۲۴۲	۱۲/۴	۶۶۶۶۶۶۷	۵
۲/۴۷	۱۷۶۶۶۶۷	۱۲/۹	۷۲۷۲۷۷۲۳	۶
۲/۵۲	۱۹۶۳۳۳۶	۱۳/۴	۷۸۷۸۷۸۸	۷

جدول ۷: نتایج آزمایش برای مدل V_۲ - ۴۵

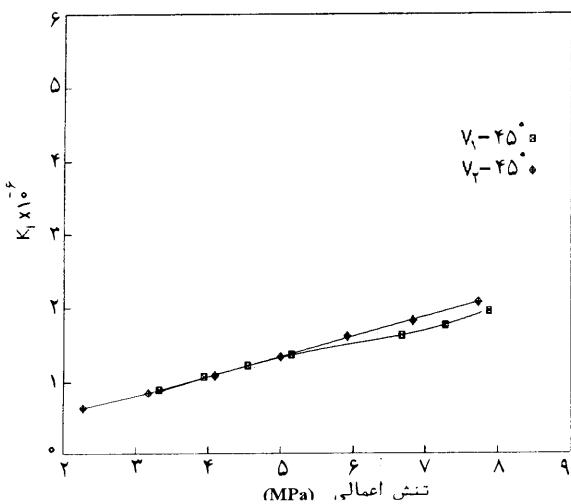
K _I σ ⁻¹ a ^{λ_۱-۱}	K _I N/m ^(۱+λ_۱)	D _t mm	تنش N/m ^۲	شماره آزمایش
۲/۵۳	۹۱۰۹۰۹	۷/۲۰	۲۲۷۲۷۷۲۷	۱
۲/۴۸	۸۴۶۳۶۴	۸/۲۰	۳۱۸۱۸۱۸	۲
۲/۴۷	۱۰۸۴۰۹۱	۹/۰	۴۰۹۰۹۰۹	۳
۲/۵۰	۱۳۴۰۰۰۰	۹/۸	۵۰۰۰۰۰۰	۴
۲/۵۴	۱۶۰۷۲۷۳	۱۰/۵	۵۹۰۹۰۹۱	۵
۲/۴۹	۱۸۲۰۴۵۰	۱۱/۱	۶۸۱۸۱۸۲	۶
۲/۵۱	۲۰۸۰۹۵۵	۱۱/۷	۷۲۷۲۷۷۲۳	۷

جدول ۸: مقایسه مقادیر بدون بعد تنش K_I σ^{-۱}a^{λ_۱-۱}

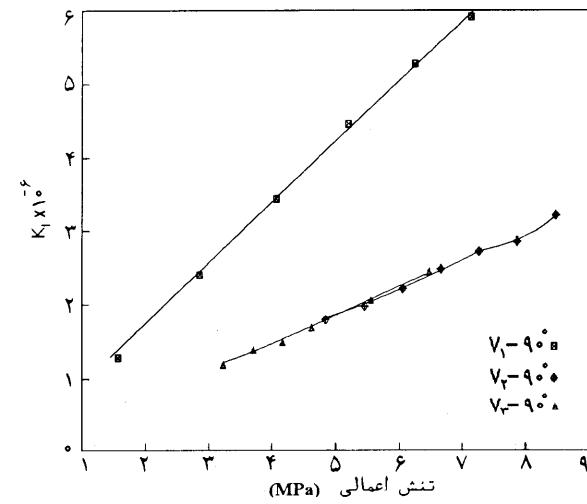
کاستیک بازتابشی	تئوری [۱۲]	تجربی [۱۳]	عددی [۱۱]	h mm	a/w	مدل
۴/۴۷۶	۴/۹۸۴	۴/۶۶	۴/۳۷۶	۳	۰/۴	V _۱ - ۹۰
۲/۸۷۶	۲/۸۴۳	-	۲/۸۲	۳	۰/۲	V _۲ - ۹۰
۲/۹	۲/۸۴۳	-	۲/۸۲	۴	۰/۲	V _۳ - ۹۰
۲/۴۹	۲/۴۸۶	-		۳	۰/۲	V _۱ - ۴۵
۲/۵۰	۲/۴۸۶	-		۲	۰/۲	V _۲ - ۴۵

شکل‌های ۷ و ۸ نمایانگر تغییرات ضریب شدت تنش و قطر، D_t نسبت به تنش اعمال شده می‌باشد. در شکل ۷ (الف) تغییرات ضریب شدت تنش برای سه مدل با شیار ۹۰ درجه نشان داده شده است. در مدل اول نسبت عمق شیار به پهنای صفحه (a/w) برابر با $1/4$ و در دو مدل دیگر این نسبت برابر با $1/2$ می‌باشد.

اختلاف اندک نتایج بدست آمده در مقایسه با جوابهای تئوری [۱۲] و تجربی [۱۳] و عددی [۱۱] گویای دقت خوب جوابهای بدست آمده و صحت روش آزمایشی بکار رفته در این پژوهه و در نتیجه مناسب بودن روش سایه‌نگاری بازتابشی جهت تعیین ضریب شدت تنش K_t در صفحات شیاردار می‌باشد.

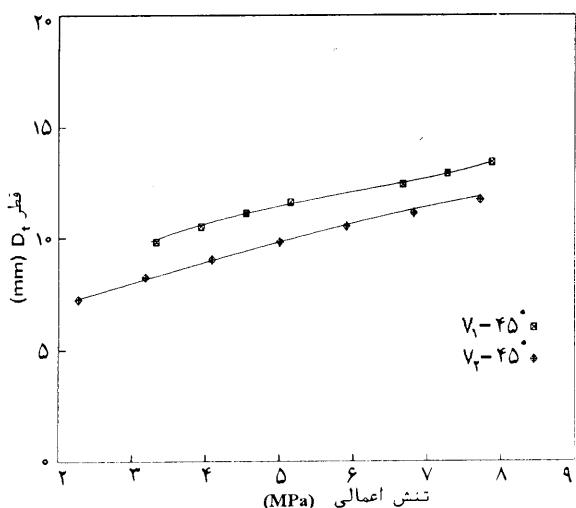


(ب)

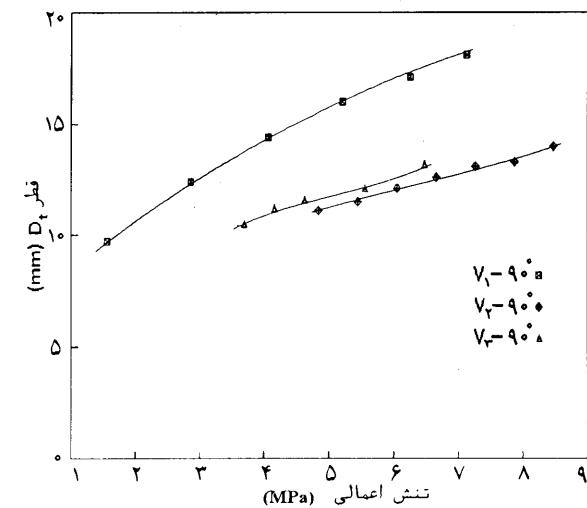


(الف)

شکل ۷: ضریب شدت تنش بر حسب تنش اعمال شده.
(الف: شیار ۹۰ درجه) - (ب: شیار ۴۵ درجه)



(ب)



(الف)

شکل ۸: قطر، D_t بر حسب تنش اعمال شده.
(الف: شیار ۹۰ درجه) - (ب: شیار ۴۵ درجه)

سه تکیک برای جمع آوری داده‌ها در کاستیک بازتابشی مورد استفاده قرار گرفته است. در این آزمایش‌ها تلفیقی از تکیک سه نقطه‌ای جرمی و زاویه تقارن برای جمع آوری داده‌ها استفاده شد و اندازه قطر، D ، در تنشهای مختلف بدست آمد و سپس ضرایب شدت تنش از روی روابط بدست آمده برای شیارها تعیین گشت. نتایج بدست آمده در جداول ۳ تا ۷ ارائه شده است.

مقادیر بدون بعد ضریب شدت تنش با جوابهای بدست آمده از روش‌های دیگر مقایسه شد. اختلاف تایج بدست آمده در مقایسه با روش‌های دیگر حداقل تا ۵ درصد می‌باشد و این بیانگر دقیق نسبتاً خوب روش استفاده شده در آزمایش و نهایتاً مناسب بودن روش سایه‌نگاری بازتابشی در تعیین ضریب شدت تنش، K_t برای صفحات شیاردار می‌باشد.

تغییرات ضریب شدت تنش و قطر، D ، بر حسب تنش اعمال شده در اشکال ۷ و ۸ نشان داده شده است. نتیجه‌ای که می‌توان در ارتباط با تغییرات ضریب شدت تنش در مدل‌ها بیان نمود این است که هر مقدار نسبت a/w بیشتر گردد ضریب شدت تنش نیز بیشتر می‌گردد. همچنین تغییر ضخامت مدل برای یک نسبت a/w مشخص تغییر قابل ملاحظه‌ای در افزایش ضریب شدت تنش را موجب نمی‌گردد. برای مثال در شکل ۷ (الف) افزایش نسبت w/a از $0/2$ به $0/4$ در یک تنش مشخص باعث دوباره شدن ضریب شدت تنش می‌شود در حالیکه در همان شکل افزایش ضخامت مدل برای $0/2 = a/w$ افزایش قابل ملاحظه‌ای را در ضریب شدت تنش نشان نمی‌دهد. لذا می‌توان نتیجه گرفت که جهت کاربرد صفحات دارای شیار، پس از انتخاب نسبت w/a مناسب می‌توان از ضخامت کمتر استفاده نمود.

تشکر و قدردانی

از معاونت محترم پژوهشی دانشگاه تهران به خاطر پشتیبانی‌های لازم از این پروژه قدردانی می‌گردد.

بطوریکه مشاهده می‌شود، در یک تنش اعمال شده مشخص، افزایش نسبت (a/w) از $0/2$ به $0/4$ تقریباً افزایشی معادل با ۲ برابر را در مقدار K_t نشان می‌دهد. در حالیکه افزایش ضخامت از ۳ میلی متر به ۴ میلی متر برای نسبت $0/2 = a/w$ باعث افزایش محسوسی در مقدار K نمی‌گردد. همچنین در شکل ۷ (ب) برای شیار ۴۵ درجه افزایش ضخامت مدل از ۲ میلی متر به ۳ میلی متر برای نسبت $0/2 = a/w$ افزایشی را در مقدار K در بر ندارد. تغییرات قطر، D ، برای سه مدل با شیار ۹۰ درجه در شکل ۸ (الف) و برای دو مدل با شیار ۴۵ درجه در شکل ۸ (ب) نشان داده شده است.

برای یک تنش اعمال شده مشخص، با افزایش نسبت a/w از $0/2 = 90 - V_2$ به $0/4 = (Mdl - 90 - V_1)$ ، اندازه قطر، D ، تا $1/5$ برابر افزایش پیدا می‌کند. لیکن با افزایش ضخامت برای نسبت $0/2 = a/w$ مقدار D تنها 20% افزایش می‌یابد.

بحث و نتیجه گیری

جهت انجام آزمایش و اعمال روش کاستیک بازتابشی برای تعیین ضریب شدت تنش فقط حالت اول (حالت بازشدن) در نظر گرفته شد و روابط لازم جهت تعیین ضریب شدت تنش بدست آمد. ۵ مدل که در این آزمایش مورد استفاده قرار گرفت از صفحه نازک و شفافی از جنس پلکسی ساخته شد. دو مدل با شیار ۹۰ درجه به ضخامت‌های ۳ و ۴ میلی متر و دو مدل دیگر با شیار ۴۵ درجه و ضخامت‌های ۲ و ۳ میلی متر در نظر گرفته شد. همچنین جهت مقایسه نتایج این روش با تایج بدست آمده از روش فتوالستیسیته، یک مدل نیز با شیار ۹۰ درجه و نسبت w/a برابر با $0/4$ انتخاب گردید.

مدل‌ها تحت بارگذاری حالت اول قرار گرفته و تنش کششی یکنواخت در عرض صفحه با در نظر گرفتن نسبت ارتفاع به پهنا بزرگتر از ۲ ایجاد گردید. در تنش‌های مختلف تصاویر کاستیک بوجود آمده ثبت گردید. تاکنون

مراجع

- ۱ - سلطانی، ن. متین فر، و. "گسترش مبانی ریاضی روش تجربی کاستیک (سایه نگاری) در گوشه‌های مقعر" *مجله دانشکده فنی*، شماره ۵۷، خرداد، (۱۳۷۵).
- ۲ - P. S. Theocaris. (1970). "Local yielding around a crack tip in plexiglass." *Journal of Applied Mechanics*, 37, 409-414.
- ۳ - P. S. Theocaris, and E. Gdoutos. (1972). "An optical method for determining opening and sliding mode stress intensity factors." *Journal of Applied Mechanics*, 7, 91-97.
- ۴ - P. S. Theocaris.(1981). "Elastic stress intensity factors evaluated by caustics." *In Mechanics of Fracture (Edited by G. C. Sih)*, Martinus Nijhoff, The Netherlands, 189-252.
- ۵ - J. Beinert, and J. F. Kalthoff. (1981). "Experimental determination of dynamic stress intensity factors by shadow patterns." *In Mechanics of Fracture (Edited by G. C. Sih)*, Martinus Nijhoff, The Netherlands. 281-330.
- ۶ - J. Rosakis, and A. T. Zehnder. (1985). "On the method of caustics: an exact analysis based on geometrical optics", *Journal of Elasticity*, 15, 345-367.
- ۷ - R. Hermann, and N. J. Holroyd. (1986). "Environment sensitive fracture of AA7475 using shadow optical method of caustics." *Mater. Sci. Technol.*, 2, 1238-1244.
- ۸ - N. Soltani, and L. W. Zachary. (1989). "Study of mixed mode stress intensity factors using the experimental method of caustics." *SEM Conference on Experimental Mechanics*.
- ۹ - K. Shimizu, S. Takahashi, and H. Shimada. (1985). "Some proposition on caustics and an application to biaxial fracture problem." *Experimental Mechanics*, 25.
- ۱۰ - A. J. Rosakis, and K. Ravi-Chander. (1984). "On crack tip stress state: An experimental evaluation of three dimensional effects." *California Institute of Technology Report*, SM84-2.
- ۱۱ - J. N. Bora. (1988). "Analysis of re-entrant boundaries in problems of plane elasticity by an improved boundary element method." *M.S. Thesis, Iowa State University Ames, Iowa*.
- ۱۲ - B. Gross, and A. Mendelson. (1972). "Plane elastostatic analysis of V-notched plates." *International Journal of Fracture Mechanics*, 8(3), 267-276.
- ۱۳ - M. Mahinfalah. (1988). "Photoelastic determination of stress intensity factors for sharp re-entrant corners in plates under extension." *Ph.D. Thesis, Iowa State University Ames, Iowa*.

واژه نامه

- | | |
|--------------------------|----------------------|
| ۱ - Shadow spot method | سایه نگاری |
| ۲ - Singular | میادین تکین |
| ۳ - Reflected | بازتابشی |
| ۴ - Transmitted Caustics | سایه نگاری عبوری |
| ۵ - Epicycloids | منحنی های پاره چرخشی |

روش آزمایش و جمع آوری داده ها در کاستیک بازتابشی برای تعیین ضرایب شدت تنش مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

جنس مدل

مواد بسیاری برای کاربرد در روش تجربی کاستیک وجود دارند که از میان آنها می توان به B ، Araldite ، CR-39 ، ورق شیشه ، 100 Homalite و PMMA اشاره نمود. در این پژوهه از پلی متاکریلات (PMMA) استفاده شده است. این ماده تحت عناوین تجاری شیشه پلکسی در آلمان و آمریکا و پرسپکس در انگلستان شناخته می شود و در ایران به آن پلکسی و یا طلق می گویند. این ماده به شکل ورق های تخت و یا میله های مدور با سطوح براق و ضخامت های متفاوت قابل تهیه می باشد. انکسار مضاعف پلکسی بسیار اندک می باشد و در نتیجه آن را می توان دارای خواص همسان نوری فرض نمود. بنابراین منحنی هایی که به هنگام آزمایش کاستیک در این ماده تشکیل می شوند، منحنی های واحدی خواهد بود. این ماده دارای حساسیت بالای سایه - نوری و اثر اندک منطقه پلاستیک است. این ماده همچنین براحتی ماشین کاری شده و نیاز به احتیاط برای جلوگیری از بروز ترک و سبب پریدگی حین ماشین کاری ندارد. این امر پلکسی را در میان مواد مناسب برای کارهای استاتیکی قرار می دهد. این ماده اثر ویسکوالاستیک کوتاه مدت از خود بروز می دهد و بنابراین در هنگام بارگذاری متغیر با زمان می بایست اثر فوق را در نظر گرفت [۸].

از آنجاییکه تغییرات ضخامت صفحه مدل از عوامل اصلی تشکیل منحنی کاستیک می باشد، لذا ورق انتخابی می بایست خالی از هرگونه تغییرات موضعی در چگالی و ضخامت باشد. در صورتیکه این شرایط ارضا نگردند، نتایج غیر قابل اعتماد خواهند بود. خواص مکانیکی و نوری پلکسی در جدول ۱ ارائه گردیده است.

هندسه مدل

مدلهای در نظر گرفته شده برای آزمایش از ورق شفاف

از آنجاییکه در این پژوهه جهت انجام آزمایش فقط حالت اول شکست ($\theta = 0^\circ$) در نظر گرفته شده است، در نتیجه مقدار μ از قبل معلوم می باشد و نیازی به رسم منحنی شکل ۴ برای صفحات شیاردار وجود ندارد. همچنین به جای رسم منحنی شکل ۳ برای صفحات شیاردار فقط نیاز به تعیین مقدار δ به ازای $\theta = 0^\circ$ می باشد.

برای تعیین مقدار δ در $\theta = 0^\circ$ و بادرنظر داشتن اینکه در این حالت تقارن منحنی نسبت به محور x ها وجود دارد، باید محل برخورد منحنی کاستیک با محور y در دو حالت $\frac{\pi}{2} = \theta$ و $-\frac{\pi}{2} = \theta$ را بدست آورده و اندازه D_0/r_0 را معلوم نمود.

معادله دوم از روابط (۴) را در نظر می گیریم. به ازاء $\frac{\pi}{2} = \theta$ محل برخورد منحنی با محور y مشتب و به ازاء $-\frac{\pi}{2} = \theta$ محل برخورد با محور y منفی بدست می آید. این دو حالت توسط روابط زیر بیان می شود.

$$y^+/r_0 = \sin(\pi/2) + \frac{1}{\lambda_1 - 2} \sin[(\lambda_1 - 2)(\pi/2)] \quad (8)$$

$$y^-/r_0 = -\sin(\pi/2) - \frac{1}{\lambda_1 - 2} \sin[(\lambda_1 - 2)(\pi/2)]$$

سپس مقدار δ از مجموع قدر مطلق دو مقدار فوق برای زاویه شیار مورد نظر بدست می آید.

$$\delta = D_0/r_0 = |y^+/r_0| + |y^-/r_0| \quad (9)$$

جهت تعیین مقدار K_1 از رابطه (۵) مقدار r_0 موردنیاز می باشد. از روی تصاویر ثبت شده در آزمایش می توان مقدار D_0 را اندازه گیری نمود. سپس با در دست داشتن مقدار δ و D_0 اندازه r_0 از رابطه (۷) تعیین می گردد. با قرار دادن مقدار r_0 ، پارامترهای آزمایش و خواص جنس مدل مقدار K_1 تعیین می گردد.

روش انجام آزمایشات

مبانی تئوری و ریاضی روش کاستیک بازتابشی و روش پردازش داده ها مورد بحث قرار گرفتند. در این قسمت جزئیاتی همانند جنس مدل مورد آزمایش ، هندسه مدل،

جدول ۱: خواص پلکسی در درجه حرارت ۲۵C

مقدار	علامت اختصاری	
۰/۳۳	γ	ضریب پواسون
۳/۳۴ GN/m ^۲	E	مدول الاستیسیته
۱/۱۱×۱۰ m ^۲ /N	C _t	ضریب نوری - تنش (عبوری)
۰/۹۸۸×۱۰ m ^۲ /N	C _d	ضریب نوری - تنش از سطح بیرونی
۳/۲۲×۱۰ m ^۲ /N	C _r	ضریب نوری - تنش از سطح درونی
۱/۴۹	n	ضریب شکست نور

از ۲ یک میدان تنش کششی یکنواخت عمود بر پهنهای ورق، w ، ایجاد گردید. با مواظیت‌های خاص پس از ماشینکاری می‌توان از نبود تنشهای پس ماند اطمینان حاصل نمود. پارامترهای هندسی مدلها در جدول ۲ ارائه گردیده است.

پلکسی به ضخامت‌های ۲ و ۳ و ۴ میلی متر می‌باشدند. هندسه این مدل‌ها در شکل ۵ نشان داده شده است. جهت ساخت مدل‌ها، ورقهای پلکسی ابتدا به اندازه‌های موردنظر توسط اره برقی بریده شدند، سپس با استفاده از ماشین فرز افقی و ابزار فرز انگشتی (برای شیار ۹۰ درجه) و فرز خورشیدی (برای شیار ۴۵ درجه) شیارها در مدل ایجاد شدند.

جدول ۲: مشخصات هندسی مدل‌ها

(A) طول شیار (mm)	ضخامت (h) (mm)	عرض (w) (mm)	طول (l) (mm)	شماره مدل
۲۵/۴	۳	۶۳/۵	۲۹۰	V _۱ -۹۰
۱۱	۳	۵۵	۲۴۰	V _۲ -۹۰
۱۱	۴	۵۵	۲۴۰	V _۳ -۹۰
۱۱	۳	۵۵	۲۴۰	V _۱ -۴۵
۱۱	۲	۵۵	۲۴۰	V _۲ -۴۵

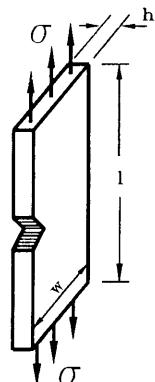
روش انجام آزمایش

آماده سازی وسایل آزمایشگاهی برای تحلیل مسائل استاتیک به کمک روش سایه‌نگاری، بسیار ساده بوده و نیاز به امکانات پیچیده برای بدست آوردن منحنی کاستیک و همچنین ثبت مسیرها ندارد. وسایل آزمایشگاهی مورد نیاز در روش سایه‌نگاری بازتابشی برای بررسی مسائل استاتیکی عبارتند از:

- متبع نوری مناسب
- مدل شفاف

شکل ۵: هندسه مدل‌های آزمایش.

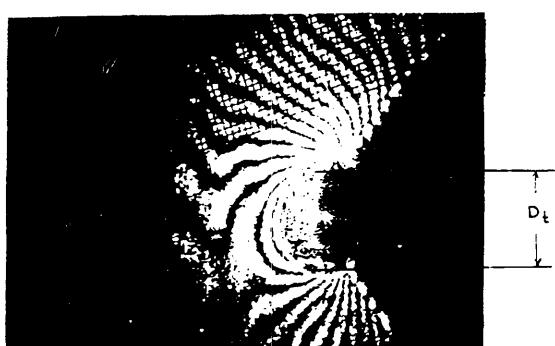
برای ایجاد شیار ۹۰ درجه قسمت سرفرز با زاویه ۴۵ درجه نسبت به مدل قرار داده شد و با استفاده از فرز انگشتی شیار مزبور در مدل ایجاد گردید. برای ایجاد شیار ۴۵ درجه فرز خورشیدی با همان زاویه تهیه گردیده و بصورت عمود بر ضخامت مدل روی فرز بسته شده و سپس شیار در مدل فرز گردید. با نسبت پهنا / طول بزرگتر



روش جمع آوری داده ها

در این قسمت به تشریح چگونگی جمع آوری داده ها در این پروژه پرداخته می شود. روشی که در این پروژه از آن استفاده شده است را شاید بتوان روش زاویه تقارن، هنگامیکه زاویه تقارن برابر صفر باشد، نیز نامید. یعنی زمانیکه مقدار μ معلوم و برابر با صفر می باشد. هنگام انجام آزمایش در این پروژه، یک ورق شفاف میلی متری بر روی پرده تصویر قرار داده می شود. این عمل به منظور یافتن یک معیار یا ضریب اندازه گیری انجام می شود. از روی تصاویر ثبت شده در آزمایش فاصله بین دو خط ورق میلی متری اندازه گیری می شود. سپس اندازه واقعی بین دو خط بر این مقدار اندازه گیری شده تقسیم شده و ضریب اندازه گیری معلوم می گردد. در نتیجه هر اندازه ای که از روی منحنی های کاستیک در تصاویر بدست می آید در این ضریب اندازه گیری ضرب شده تا اندازه حقیقی فاصله بدست آید.

اندازه قطر D_1 از روی تصاویر ثبت شده در آزمایش بدست می آید. یکی از این تصاویر در شکل ۶ نشان داده شده است. سپس اندازه بدست آمده در ضریب اندازه گیری ضرب شده تا اندازه واقعی D_1 بدست آید. نهایتاً با در دست داشتن ضریب برای شیار موردنظر (معادلات ۸ و ۹) مقدار t تعیین می گردد. سپس با جایگذاری خواص جنس مدل و مقدار t در رابطه (4) ضریب شدت تنش K برای حالت اول شکست و زاویه شیار موردنظر، بدست می آید.



شکل ۶: طریق اندازه گیری قطر D_1 .

- سیستم بارگذاری و دستگاه اندازه گیری بار

- ابزار ثبت تصویر

در این پروژه از پرتو نور حاصل از یک لیزر هلیوم - نئون گازی تک رنگ با طول موج 6328 \AA استفاده شده است. این چنین پرتو نوری شدت بیشتری نسبت به پرتو معمولی دارد و می تواند در نزدیکی نوک شیار مدل متمرکز شده و منحنی کاستیک واضح و روشنی ایجاد نماید. مدل ها با فاصله ای از نقطه کانونی عدسی قرار می گیرند. بخشی از نور تابیده شده به مدل از میان آن عبور کرده و پاره دیگر پس از برخورد با مدل منعکس شده و بر روی پرده ای که در جلو مدل قرار دارد ایجاد تصویر می نماید. مدل ها به کمک سیستم بارگذاری تحت کشش تک محوره قرار می گیرند. سیستم بارگذاری بر روی یک ریل متحرک در صفحه y, z مستقر می گردد تا بتوان تصویر منحنی های کاستیک بر روی صفحه تصویر را تنظیم نمود.

Shimizu و دیگران [۹] بصورت تجربی ثابت کرده اند که اندازه شعاع منحنی اولیه کاستیک، r_0 ، اثر قابل ملاحظه ای در مقدار K دارد. در نتیجه r_0 باید بزرگتر از نصف ضخامت مدل تحت آزمایش باشد ($r_0 > t/2$) تا اینکه حالت تنش مسطح برقرار گردد [۱۰].

میزان بار وارد از روی یک اندازه گیر با که قبل اکالیبره شده است قابل اندازه گیری می باشد. سیستم بارگذاری و دستگاه اندازه گیر بار که در این پروژه استفاده شده است، متعلق به دستگاه فتواستیسیته واقع در آزمایشگاه فتواستیسیته گروه مهندسی مکانیک دانشکده فنی می باشد. منحنی های کاستیک تشکیل شده بر روی پرده تصویر با یک دوربین 35 mm میلی متری کانون Canon AE-1 Program و با فیلم سیاه و سفید (Speed ASA 400) عکسبرداری شده است. همچنین از یک ورق شفاف میلی متری در محل پرده تصویر به منظور کالیبره کردن استفاده شده است. برای هر آزمایش فاصله بین لیزر و مدل و بین مدل و پرده تصویر نیز قرائت و ثبت می گردد.

ارائه نتایج آزمایش

برابر با ۲ و فاصله مدل تا پرده تصویر برابر با ۲/۷ متر بوده است. ضریب ۵ از روابط ۷ و ۸ برای شیار ۹۰ درجه برابر با ۳/۰۳ و برای شیار ۴۵ درجه برابر با ۲/۹۴ تعیین گشت.

نتایج بدست آمده برای تنש های مختلف در جداول ۳ تا ۸ برای هر مدل بطور جداگانه ارائه شده است. همانطور که در جدول نتایج مشاهده می شود هر قدر مقدار تنش افزوده می شود، مقدار ضریب شدت تنش K_1 نیز افزایش می یابد.

مقادیر بدون بعد تنش $(K_1 \sigma^{-1} a^{\lambda_1 - 1})$ که در ستون آخر جدول نتایج ارائه شده، با نتایج بدست آمده توسط پژوهشگران دیگر مقایسه شده است (جدول ۸). همانگونه که مشاهده می شود مقدار اختلاف با نتایج تئوری و تجربی بین ۱ تا ۵ درصد می باشد.

از آنجاییکه مدل های انتخابی در این پژوهه توسط پژوهشگران دیگر [۱۱، ۱۲، ۱۳] در روشهای تئوری، عددی و تجربی برای بدست آوردن ضریب شدت تنش مورد استفاده قرار گرفته و جوابهای موجود در دسترس می باشد، لذا جهت سنجش نتایج این آزمایش و مقایسه جوابهای بدست آمده با دیگران این مدل ها انتخاب شدند.

مدل ها تحت بارگذاری حالت اول قرار گرفتند و پس از ثبت تصاویر بدست آمده، مقادیر D_i برای هر بارگذاری تعیین گردیده و بطوریکه در فصل قبل تشریح شد مقدار K بدست آمد. در کلیه آزمایشها مقدار ضریب بزرگنمایی α

جدول ۳: نتایج آزمایش برای مدل $V_1 - ۹۰$

$K_1 \sigma^{-1} a^{\lambda_1 - 1}$	K_1 $N/m^{(\lambda_1 + 1)}$	D_i mm	تنش N/m^2	شماره آزمایش
۴/۴۰	۱۲۸۹۰۶۲	۹/۷	۱۵۶۲۵۰۰	۱
۴/۴۷	۲۴۰۰۵۲۱	۱۲/۴	۲۸۶۴۵۸۳	۲
۴/۵۲	۳۴۴۵۰۰۰	۱۴/۴	۴۰۶۲۵۰۰	۳
۴/۵۶	۴۴۵۳۱۲۴	۱۶/۰	۵۲۰۸۳۳۳	۴
۴/۴۹	۵۲۶۶۱۲۵	۱۷/۱	۶۲۵۰۰۰۰	۵
۴/۴۲	۵۹۱۰۵۲۶۰	۱۸/۰	۷۱۳۵۴۱۷	۶

جدول ۴: نتایج آزمایش برای مدل $V_2 - ۹۰$

$K_1 \sigma^{-1} a^{\lambda_1 - 1}$	K_1 $N/m^{(\lambda_1 + 1)}$	D_i mm	تنش N/m^2	شماره آزمایش
۲/۸۸	۱۷۸۹۰۹۱	۱۱/۱	۴۸۴۸۴۸۵	۱
۲/۸۳	۱۹۷۴۵۴۵	۱۱/۰	۵۴۰۴۵۴۵	۲
۲/۸۵	۲۲۱۲۱۲۱	۱۲/۱	۶۰۶۰۶۰۶	۳
۲/۹۰	۲۴۷۸۰۰۰	۱۲/۶	۶۶۶۶۶۶۷	۴
۲/۹۳	۲۷۲۷۲۷۳	۱۳/۱	۷۲۷۲۷۲۷	۵
۲/۸۰	۲۸۶۰۶۰۶	۱۳/۳	۷۸۷۸۷۸۸	۶
۲/۹۵	۳۲۰۸۳۴۷	۱۴/۰	۸۴۸۴۸۴۸	۷

جدول ۵: نتایج آزمایش برای مدل ۹۰ - ۹۰

$K_I \sigma^{-1} a^{\lambda_1-1}$	K_I $N/m^{(1+\lambda_1)}$	D_t mm	تنش N/m^2	شماره آزمایش
۲/۸۶	۱۱۸۶۱۶۱	۱۰/۵	۳۲۴۰۷۴۱	۱
۲/۹۳	۱۳۸۸۸۸۸	۱۱/۲	۳۷۰۳۷۰۳	۲
۲/۸۰	۱۴۹۱۶۶۷	۱۱/۶	۴۱۶۶۶۶۷	۳
۲/۸۵	۱۶۸۹۸۱۵	۱۲/۱	۴۶۲۹۶۳۰	۴
۲/۹۰	۲۰۶۴۹۹۹	۱۳/۲	۵۵۵۵۵۵۶	۵
۲/۹۵	۲۴۵۰۰۰۰	۱۴/۲	۶۴۸۱۴۸۱	۶

جدول ۶: نتایج آزمایش برای مدل ۴۵ - ۴۵

$K_I \sigma^{-1} a^{\lambda_1-1}$	K_I $N/m^{(1+\lambda_1)}$	D_t mm	تنش N/m^2	شماره آزمایش
۲/۴۹	۸۸۹۹۹۹	۹/۸	۳۲۳۳۳۲۲۳	۱
۲/۵۴	۱۰۷۱۰۱۵	۱۰/۰	۳۹۳۹۳۹۴	۲
۲/۵۱	۱۲۲۴۰۹۱	۱۱/۱	۴۵۴۵۴۵۵	۳
۲/۴۸	۱۳۷۰۳۰۳	۱۱/۶	۵۱۵۱۰۱۵	۴
۲/۵۰	۱۶۳۴۲۴۲	۱۲/۴	۶۶۶۶۶۶۷	۵
۲/۴۷	۱۷۶۶۶۶۷	۱۲/۹	۷۲۷۲۷۲۳	۶
۲/۵۲	۱۹۶۳۳۳۶	۱۳/۴	۷۸۷۸۷۸۸	۷

جدول ۷: نتایج آزمایش برای مدل ۴۵ - ۴۵

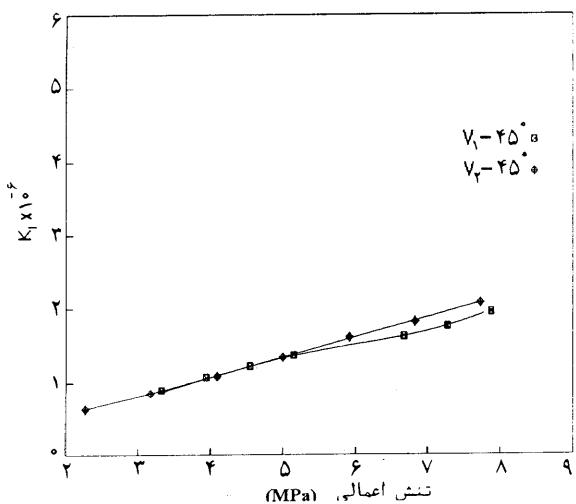
$K_I \sigma^{-1} a^{\lambda_1-1}$	K_I $N/m^{(1+\lambda_1)}$	D_t mm	تنش N/m^2	شماره آزمایش
۲/۵۳	۶۱۰۹۰۹	۷/۲۰	۲۲۷۲۷۲۷	۱
۲/۴۸	۸۴۶۳۶۴	۸/۲۰	۳۱۸۱۸۱۸	۲
۲/۴۷	۱۰۸۴۰۹۱	۹/۰	۴۰۹۰۹۰۹	۳
۲/۵۰	۱۳۴۰۰۰۰	۹/۸	۵۰۰۰۰۰۰	۴
۲/۵۴	۱۶۰۷۲۷۳	۱۰/۰	۵۹۰۹۰۹۱	۵
۲/۴۹	۱۸۲۰۴۵۵	۱۱/۱	۶۸۱۸۱۸۲	۶
۲/۵۱	۲۰۸۰۹۵۵	۱۱/۷	۷۲۷۲۷۲۳	۷

جدول ۸: مقایسه مقادیر بدون بعد تنش

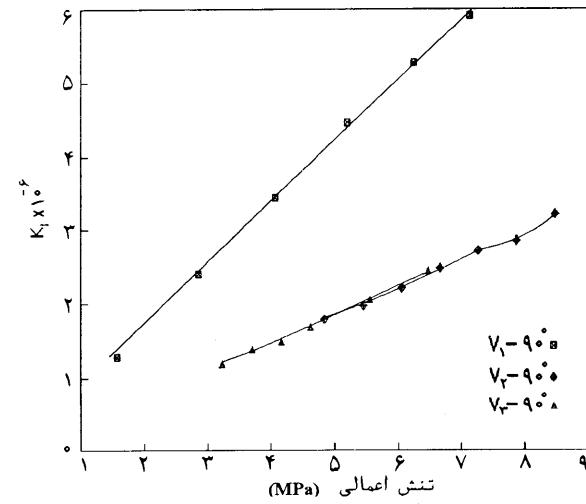
کاستیک بازتابشی	تئوری [۱۲]	تجربی [۱۳]	عددی [۱۱]	h mm	a/w	مدل
۴/۴۷۶	۴/۹۸۴	۴/۶۶	۴/۳۷۶	۳	۰/۴	V _۱ - ۹۰
۲/۸۷۶	۲/۸۴۳	-	۲/۸۲	۳	۰/۲	V _۲ - ۹۰
۲/۹	۲/۸۴۳	-	۲/۸۲	۴	۰/۲	V _۳ - ۹۰
۲/۴۹	۲/۴۸۶	-		۳	۰/۲	V _۱ - ۴۵
۲/۵۰	۲/۴۸۶	-		۲	۰/۲	V _۲ - ۴۵

شکل‌های ۷ و ۸ نمایانگر تغییرات ضریب شدت تنش و قطر D_e نسبت به تنش اعمال شده می‌باشد. در شکل ۷ (الف) تغییرات ضریب شدت تنش برای سه مدل با شیار ۹۰ درجه نشان داده شده است. در مدل اول نسبت عمق شیار به پهنای صفحه (a/w) برابر با $4/0$ و در دو مدل دیگر این نسبت برابر با $2/0$ می‌باشد.

اختلاف اندک نتایج بدست آمده در مقایسه با جوابهای تئوری [۱۲] و تجربی [۱۳] و عددی [۱۱] گویای دقت خوب جوابهای بدست آمده و صحت روش آزمایشی بکار رفته در این پژوهه و در نتیجه مناسب بودن روش سایه‌نگاری بازتابشی جهت تعیین ضریب شدت تنش K_t در صفحات شیاردار می‌باشد.



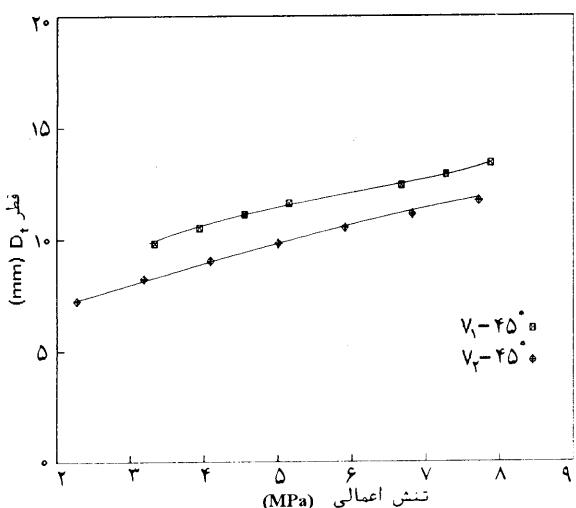
(ب)



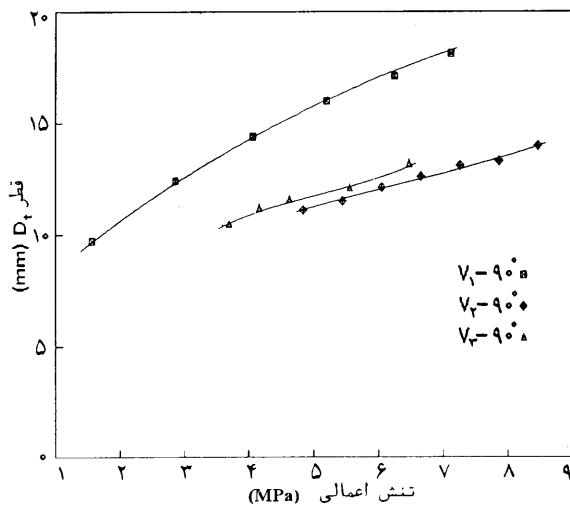
(الف)

شکل ۷: ضریب شدت تنش بر حسب تنش اعمال شده.

(الف: شیار ۹۰ درجه) - (ب: شیار ۴۵ درجه)



(ب)



(الف)

شکل ۸: قطر D_e بر حسب تنش اعمال شده.

(الف: شیار ۹۰ درجه) - (ب: شیار ۴۵ درجه)

سه تکنیک برای جمع آوری داده‌ها در کاستیک بازتابشی مورد استفاده قرار گرفته است. در این آزمایش‌ها تلفیقی از تکنیک سه نقطه‌ای جزئی و زاویه تقارن برای جمع آوری داده‌ها استفاده شد و اندازه قطر D_1 در تنشهای مختلف بدست آمد و سپس ضرایب شدت تنش از روی روابط بدست آمده برای شیارها تعیین گشت. نتایج بدست آمده در جداول ۳ تا ۷ ارائه شده است.

مقادیر بدون بعد ضریب شدت تنش با جوابهای بدست آمده از روش‌های دیگر مقایسه شد. اختلاف نتایج بدست آمده در مقایسه با روش‌های دیگر حداقل تا ۵ درصد می‌باشد و این بیانگر دقیق نسبتًا خوب روش استفاده شده در آزمایش و نهایتاً مناسب بودن روش سایه‌نگاری بازتابشی در تعیین ضریب شدت تنش K_1 برای صفحات شیاردار می‌باشد.

تغییرات ضریب شدت تنش و قطر D_1 بر حسب تنش اعمال شده در اشکال ۷ و ۸ نشان داده شده است. نتیجه‌ای که می‌توان در ارتباط با تغییرات ضریب شدت تنش در مدل‌ها بیان نمود این است که هر مقدار نسبت a/w بیشتر گردد ضریب شدت تنش نیز بیشتر می‌گردد. همچنین تغییر ضخامت مدل برای یک نسبت a/w مشخص تغییر قابل ملاحظه‌ای در افزایش ضریب شدت تنش را موجب نمی‌گردد. برای مثال در شکل ۷ (الف) افزایش نسبت a/w از $0/2$ به $0/4$ در یک تنش مشخص باعث دوباره شدن ضریب شدت تنش می‌شود در حالیکه در همان شکل افزایش ضخامت مدل برای $0/2 = a/w$ همچنان قابل ملاحظه‌ای را در ضریب شدت تنش نشان افزایش می‌دهد. لذا می‌توان نتیجه گرفت که جهت کاربرد صفحات دارای شیار، پس از انتخاب نسبت a/w مناسب می‌توان از ضخامت کمتر استفاده نمود.

تشکر و قدردانی

از معاونت محترم پژوهشی دانشگاه تهران به خاطر پشتیبانی‌های لازم از این پژوهه قدردانی می‌گردد.

بطوریکه مشاهده می‌شود، در یک تنش اعمال شده مشخص، افزایش نسبت (a/w) از $0/2$ به $0/4$ تقریباً افزایش معادل با ۲ برابر را در مقدار K_1 نشان می‌دهد. در حالیکه افزایش ضخامت از 3 میلی متر به 4 میلی متر برای K_2 نسبت $0/2 = a/w$ باعث افزایش محسوسی در مقدار K_2 نمی‌گردد. همچنین در شکل ۷ (ب) برای شیار 45° درجه افزایش ضخامت مدل از 2 میلی متر به 3 میلی متر برای K_2 نسبت $0/2 = a/w$ افزایش را در مقدار K_2 در بر ندارد. تغییرات قطر D_1 برای سه مدل با شیار 90° درجه در شکل ۸ (الف) و برای دو مدل با شیار 45° درجه در شکل ۸ (ب) نشان داده شده است.

برای یک تنش اعمال شده مشخص، با افزایش نسبت a/w از $0/2$ (مدل $V_2 - 90^\circ$) به $0/4$ (مدل $V_1 - 90^\circ$)، اندازه قطر D_1 تا $1/5$ برابر افزایش پیدا می‌کند. لیکن با افزایش ضخامت برای نسبت $0/2 = a/w$ مقدار D_1 تنها 20% افزایش می‌یابد.

بحث و نتیجه گیری

جهت انجام آزمایش و اعمال روش کاستیک بازتابشی برای تعیین ضریب شدت تنش فقط حالت اول (حالت بازشدن) در نظر گرفته شد و روابط لازم جهت تعیین ضریب شدت تنش بدست آمد. ۵ مدل که در این آزمایش مورد استفاده قرار گرفت از صفحه نازک و شفافی از جنس پلکسی ساخته شد. دو مدل با شیار 90° درجه به ضخامت‌های 3 و 4 میلی متر و دو مدل دیگر با شیار 45° درجه و ضخامت‌های 2 و 3 میلی متر در نظر گرفته شد. همچنین جهت مقایسه نتایج این روش با نتایج بدست آمده از روش فتواستیسیتی، یک مدل نیز با شیار 90° درجه و نسبت a/w برابر با $0/4$ انتخاب گردید.

مدل‌ها تحت بارگذاری حالت اول قرار گرفته و تنش کششی یکنواخت در عرض صفحه با در نظر گرفتن نسبت ارتفاع به پهنا بزرگتر از 2 ایجاد گردید. در تنش‌های مختلف تصاویر کاستیک بوجود آمده ثبت گردید. تاکنون

مراجع

- ۱ - سلطانی، ن. متین فر، و. "گسترش مبانی ریاضی روش تجربی کاستیک (سایه نگاری) در گوشه‌های مقعر" *مجله دانشکده فنی*، شماره ۵۷، خرداد، (۱۳۷۵).
- ۲ - P. S. Theocaris. (1970). "Local yielding around a crack tip in plexiglass." *Journal of Applied Mechanics*, 37, 409-414.
- ۳ - P. S. Theocaris, and E. Gdoutos. (1972). "An optical method for determining opening and sliding mode stress intensity factors." *Journal of Applied Mechanics*, 7, 91-97.
- ۴ - P. S. Theocaris.(1981). "Elastic stress intensity factors evaluated by caustics." In *Mechanics of Fracture* (Edited by G. C. Sih), Martinus Nijhoff, The Netherlands, 189-252.
- ۵ - J. Beinert, and J. F. Kalthoff. (1981). "Experimental determination of dynamic stress intensity factors by shadow patterns." In *Mechanics of Fracture* (Edited by G. C. Sih), Martinus Nijhoff, The Netherlands. 281-330.
- ۶ - J. Rosakis, and A. T. Zehnder. (1985). "On the method of caustics: an exact analysis based on geometrical optics", *Journal of Elasticity*, 15, 345-367.
- ۷ - R. Hermann, and N. J. Holroyd. (1986). "Environment sensitive fracture of AA7475 using shadow optical method of caustics." *Mater. Sci. Technol.*, 2, 1238-1244.
- ۸ - N. Soltani, and L. W. Zachary. (1989). "Study of mixed mode stress intensity factors using the experimental method of caustics." *SEM Conference on Experimental Mechanics*.
- ۹ - K. Shimizu, S. Takahashi, and H. Shimada. (1985). "Some proposition on caustics and an application to biaxial fracture problem." *Experimental Mechanics*, 25.
- ۱۰ - A. J. Rosakis, and K. Ravi-Chander. (1984). "On crack tip stress state: An experimental evaluation of three dimensional effects." *California Institute of Technology Report*, SM84-2.
- ۱۱ - J. N. Bora. (1988). "Analysis of re-entrant boundaries in problems of plane elasticity by an improved boundary element method." *M.S. Thesis, Iowa State University Ames, Iowa*.
- ۱۲ - B. Gross, and A. Mendelson. (1972). "Plane elastostatic analysis of V-notched plates." *International Journal of Fracture Mechanics*, 8(3), 267-276.
- ۱۳ - M. Mahinfalah. (1988). "Photoelastic determination of stress intensity factors for sharp re-entrant corners in plates under extension." *Ph.D. Thesis, Iowa State University Ames, Iowa*.

واژه نامه

- | | |
|--------------------------|----------------------|
| ۱ - Shadow spot method | سایه نگاری |
| ۲ - Singular | میادین تکین |
| ۳ - Reflected | بازتابشی |
| ۴ - Transmitted Caustics | سایه نگاری عبوری |
| ۵ - Epicycloids | منحنی‌های پاره چرخشی |