

## تحلیل غیر خطی پوسته های بتن مسلح

ایرج محمودزاده کنی

استادیار گروه مهندسی عمران - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

سهیل محمدی

کارشناس ارشد سازد دانشکده فنی - دانشگاه تهران

### چکیده

این مقاله به بررسی نکات اساسی که در تهیه یک برنامه اجزاء محدود جهت تحلیل استاتیکی و دینامیکی غیر خطی پوسته های بتن مسلح بکار رفته اند، اختصاص دارد. به این منظور، ضمن بررسی اجمالی مدل اجزاء محدود، بطور مبسوط مدل غیرخطی مادی بتن و فولاد و تاثیر متقابل آنها بر یکدیگر مورد بررسی قرار میگیرند. همچنین الگوریتم های برنامه های تحلیل استاتیکی و دینامیکی ارائه شده اند. جوابهای تحلیل و نتایج آزمایشگاهی برای یک مسأله دال مورد مقایسه قرار گرفته اند. کاربرد عملی برنامه در تحلیل دینامیکی غیرخطی پوسته محافظ یک نیروگاه هسته ای تشریح شده است.

### ۱ - مقدمه

المان بکاررفته در مدل سازی اجزاء محدود پوسته، المان پوسته تبدیل یافته می باشد که از تبدیل المان سه بعدی بدست آمده است. این المان در هر گره دارای ۳ درجه آزادی انتقالی و ۲ درجه آزادی چرخشی خط «عمود» در گره است. تعریف مستقل درجات آزادی مربوط به تعییر مکان و چرخش باعث میگردد که تغییر شکل برشی عمود بر پوسته نیز در محاسبات وارد شود.

#### ۲-۲ مدل لایه ای

تعیین ماتریسهای خصوصیات سازه به حصول انتگرالهایی منجر می شود که عملاً فقط با استفاده از روشهای عددی قادر به محاسبه آنها می باشیم. روش عمومی در تئوری اجزاء محدود، استفاده از روش انتگرال گیری کوس (Gaussian Quadrature) می باشد. برای المان پوسته موردنظر، سه نقطه کوس در هر جهت، در صفحه پوسته کافی خواهد بود ولی در جهت ضخامت پوسته، بعلت رفتار غیر خطی،

با توجه به گسترش روزافزون کاربرد سازه های بتن مسلح و لزوم استفاده از این نوع سازه ها در پروژه های حیاتی نظیر سدها، نیروگاهها و تاسیسات حساس نظامی، بررسی رفتار واقعی این سازه ها، خصوصاً پوسته های بتن مسلح، هدف بخش عمده ای از تلاشها و تحقیقات پژوهشگران در سالهای اخیر بوده است.

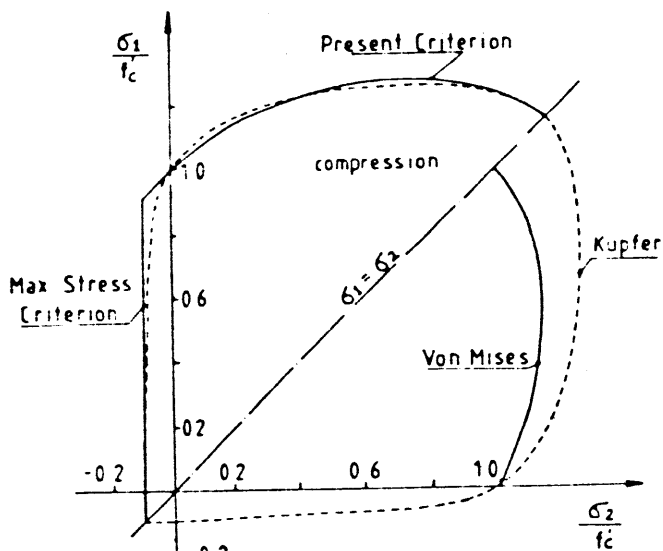
این مقاله به اجمال، به بررسی مدلهای تحلیلی بکاررفته در نرم افزار تحلیل غیرخطی پوسته های بتن مسلح اختصاص دارد. این نرم افزار مشتمل بر دو برنامه تحلیل استاتیکی و دینامیکی میباشد و بطور وسیع در تحلیل غیرخطی تیرهای خمشی و صفحات و پوسته های بتن مسلح با الگوهای مختلف فولادگذاری، قابل کاربرد است.

### ۲ - مدل اجزاء محدود

#### ۱-۱ المان پوسته تبدیل یافته

$$\beta = 1.355 \quad ; \quad \alpha = 0.355\sigma_0 \quad (2)$$

شکل (۲)، مقایسه مدل انتخابی را با نتایج آزمایشی Kupfer [۲] در وضعیت دو محوری نشان می دهد.



شکل ۲: مقایسه مدل انتخابی و نتایج آزمایش Kupfer.

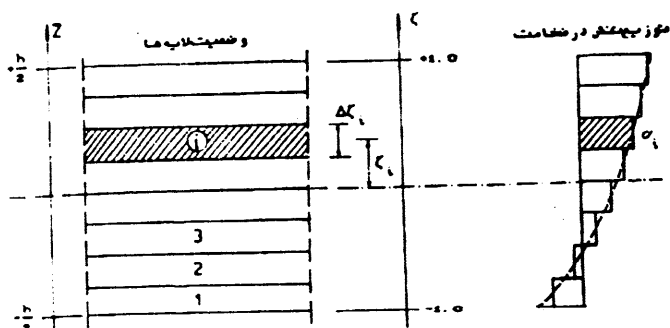
در یک مدل الاستیک پلاستیک کامل،  $\sigma_0$  به عنوان تنش نهایی،  $f_c'$  در نظر گرفته می شود. پس از این مرحله، یک بازتاب پلاستیک کامل تا رسیدن به سطح خردشدگی دنبال می شود. در مدل سخت شدگی، سطح تسلیم اولیه، در وضعیتی قرار دارد که تنش مؤثر به ۳۰ درصد  $f_c'$  می رسد. سطوح تسلیم بعدی، توابعی بر حسب پارامتر سخت شدگی خواهند بود. در این حالت نیز وقتی که تنش مؤثر به تنش  $f_c'$  برسد، بازتاب پلاستیک کامل تا رسیدن به سطح خردشدگی ادامه می یابد. شکل (۳)، نمایشهای یک بعدی این مدلها را نشان می دهد.

#### قاعده جریان

برای بیان روابط تنش - کرنش در محدوده پلاستیک، شرط تعامد بردار میزان تغییر شکل پلاستیک بر سطح تسلیم در نظر گرفته می شود:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3)$$

تعداد لازم این نقاط دقیقاً مشخص نیست [۱]. به این منظور، از یک روش ساده و مناسب استفاده می کنیم که مدل لایه ای نامیده می شود و در واقع یک روش انتگرال گیری دوزنقه ای می باشد. در این مدل فرض می شود که پوسته در جهت ضخامت از چند لایه تشکیل شده است. نقاط گوس هر لایه در میان سطح آن واقع هستند و مؤلفه های تنش نیز در این نقاط محاسبه می شوند و فرض می شود که در ضخامت هر لایه ثابت باشند. این مدل در شکل (۱) دیده می شود.



شکل ۱: مدل لایه ای.

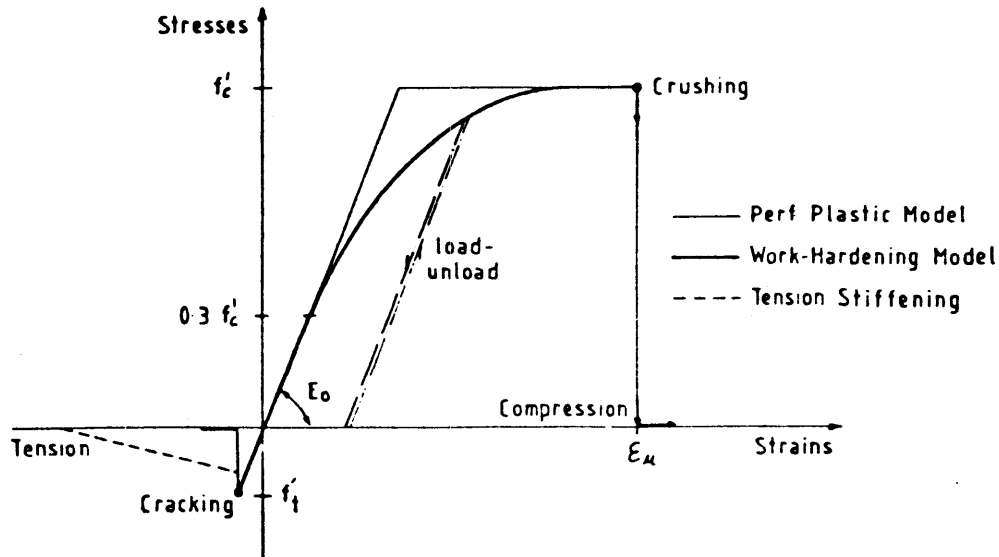
### ۳- مدل غیرخطی

۳-۱ رفتار فشاری بتن  
معیار تسلیم

معیار تسلیم بتن، تحت یک وضعیت سه محوری تنش، معمولاً بر مبنای سه ثابت تنش بیان می شود اما تحقیقات نشان داده اند که در یک تحلیل عملی، استفاده از یک معیار تسلیم بر مبنای دو ثابت تنش  $I_1$  و  $I_2$  کافی خواهد بود. چنین معیاری بصورت زیر انتخاب می شود [۲]:

$$F(I_1, I_2) = [\beta(3I_2) + \alpha I_1]^{1/2} - \sigma_0 = 0 \quad (1)$$

که در آن  $\beta$  و  $\alpha$  ضرایب ماده و  $\sigma_0$  تنش مؤثر معادل است که از آزمایش فشاری تک محوری بدست می آید. و داریم:



شکل ۳: نمایش مدل بنیادی بتن.

$$\sigma = -E_0 \varepsilon_p + \sqrt{2E_0^2 \varepsilon_0 \varepsilon_p} ; 0.3f'_c < \sigma < f'_c \quad (5)$$

با استفاده از مقدار فعلی کرنش پلاستیک مؤثر در رابطه (۵)، میزان تنش مؤثر که مبین سطح تسلیم کنونی است، بدست می آید.

شرایط خردشدگی

رفتار خردشدگی شکست بتن، با کنترل معیار کرنش مورد بررسی قرار می گیرد. با استفاده از یک معیار کرنشی که تبدیل یافته معیار تسلیم (۱) بر حسب کرنشها می باشد، داریم:

$$F(I_1', I_2') = [\beta(3I_2') + \alpha I_1']^{1/2} - \varepsilon_{11} = 0 \quad (6)$$

که در آن  $I_1'$  و  $I_2'$ ، ثابت های تانسور کرنش می باشند و  $\varepsilon_{11}$  کرنش فشاری نهایی می باشد.

۲-۳ رفتار کششی بتن

رفتار بتن، تحت تنشهای کششی، تا رسیدن به حد شکست، بصورت الاستیک خطی در نظر گرفته می شود. شکست کششی یا ترک خوردگی، بوسیله یک معیار تنش کششی ماکزیمم تعریف می شود.

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3)$$

گرادیان  $\partial f(\sigma)/\partial \sigma_{ij}$  مبین امتداد عمود بر سطح تسلیم و ضریب  $d\lambda$  مبین اندازه افزایش کرنش پلاستیک است. با داشتن تابع جریان  $f$ ، مولفه های بردار جریان بصورت عبارتهای صریح قابل بیان هستند.

قاعده سخت شدگی

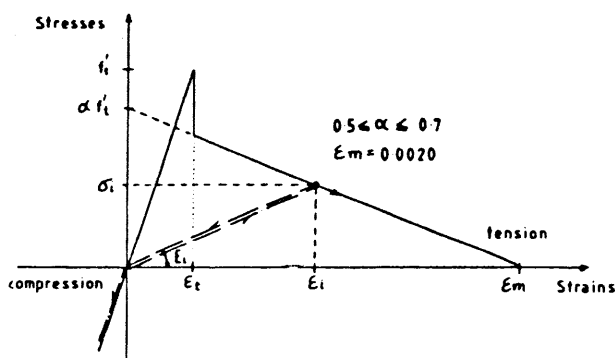
قاعده سخت شدگی، حرکت سطح تسلیم بعدی را در طی تغییر شکل پلاستیک تعریف می کند. این قاعده، رابطه بین سطوح تسلیم  $f$  و کرنش پلاستیک مؤثر را تعیین می کند. با استفاده از روابط تنش - کرنش تک محوری داریم:

$$\sigma = E_0 \varepsilon - \frac{1}{2} \frac{E_0}{\varepsilon_0} \varepsilon^2 \quad (4)$$

که در آن  $E_0$  مدول الاستیسته اولیه،  $\varepsilon$  کرنش کل و  $\varepsilon_{11}$  کرنش کل به ازاء تنش حداکثر  $f'_c$  است. کرنش کل  $\varepsilon$  از دو قسمت کرنش الاستیک  $\varepsilon_e = \sigma/E_0$  و کرنش پلاستیک  $\varepsilon_p$  تشکیل شده است. با جایگذاری کرنش کل در رابطه (۴) در نهایت به رابطه (۵) می رسیم:

$$\sigma_1 = \sigma_i \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_i} \quad \varepsilon_1 < \varepsilon_i \quad (9)$$

در روابط فوق  $\varepsilon_1$ ، کرنش کششی موجود در ماده در امتداد ۱ می باشد. روابط مشابهی برای امتداد دیگر قابل بیان است [۳].



شکل ۴: رفتار بتن ترک خورده و مدل سخت شدگی کششی.

#### پدیده انتقال برش

نتایج تجربی نشان می دهند که مقدار قابل ملاحظه‌ای از تنش برشی می‌تواند از طریق سطوح زیر ترک خورده منتقل شود. یک روش ساده برای احتساب اثرات قفل شدگی دانه‌ها در یک مدل ترک‌خوردگی گسترده، استفاده از یک مقدار مناسب برای مدول برشی ترک خورده است. براساس نتایج تجربی، روابط زیر بدست آمده‌اند [۲]:  
برای بتن ترک خورده در امتداد ۱:

$$\begin{aligned} G_{12}^c &= 0.25G (1 - \varepsilon_1/0.004) \\ G_{12}^c &= 0 \text{ if } \varepsilon_1 \geq 0.004 \\ G_{13}^c &= G_{12}^c \\ G_{23}^c &= \frac{5}{6} G \end{aligned} \quad (10)$$

برای بتن ترک خورده در هر دو امتداد ۱ و ۲:

$$\begin{aligned} G_{13}^c &= 0.25G (1 - \varepsilon_1/0.004) \\ G_{13}^c &= 0 \text{ if } \varepsilon_1 \geq 0.004 \\ G_{23}^c &= 0.25G (1 - \varepsilon_2/0.004) \\ G_{23}^c &= 0 \text{ if } \varepsilon_2 \geq 0.004 \\ G_{12}^c &= 0.5G_{13}^c \\ G_{12}^c &= 0.5G_{23}^c \text{ if } G_{23}^c < G_{13}^c \end{aligned} \quad (11)$$

ترکها در صفحاتی عمود بر امتداد تنش کششی اصلی ماکزیمم، وقتی که این تنش به مقاومت کششی بتن،  $f'_i$ ، برسد تشکیل می‌گردند.

ترک خوردگی بتن بصورت گسترده در یک قسمت از المان در نظر گرفته می‌شود. همچنین فرض می‌شود ترکها فقط در صفحاتی عمود بر صفحه سازه ایجاد شوند.

#### سخت شدگی کششی

به علت وجود اثرات اتصالی، بتن ترک خورده در حدفاصل بین ترکها، یک مقدار نیروی کششی قائم بر صفحه ترک را تحمل می‌نماید. این بتن به میلگردهای مسلح کننده می‌چسبد و در سختی کل سازه مشارکت خواهد داشت.

برای مدل سازی پدیده فوق از یک روش رهاسازی تدریجی مولفه قائم تنش بتن در صفحه ترک خوردگی استفاده می‌شود، همانگونه که در شکل (۴) نشان داده شده است. در این روش، باربرداری و بارگذاری مجدد بتن ترک خورده، بصورت رفتار خطی با یک مدول الاستیسیته فرضی  $E_i$  مدل می‌شود:

$$E_i = \alpha f'_i \left(1 - \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_m}\right) / \varepsilon_i \quad (7)$$

$$\varepsilon_i \leq \varepsilon_i \leq \varepsilon_m$$

که در آن  $\alpha$  و  $\varepsilon_m$  پارامترهای سخت شدگی کششی هستند،  $\varepsilon_i$  مقدار حداکثر کرنش کششی است که تا کنون نقطه موردنظر به آن رسیده است و  $\varepsilon_i$  کرنش کششی متناظر با تنش کششی  $f'_i$  است. اگر ترک بسته شود یا بعبارت دیگر، مؤلفه قائم کرنش بر صفحه ترک منفی شود، بتن در همان امتداد رفتار ترک نخورده را بدست می‌آورد.

مقدار  $\varepsilon_i$  را می‌توان برای مشابه سازی از بین رفتن اتصال در طی بارگذاری مجدد اصلاح نمود. تنش قائم  $\sigma$ ، از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$\sigma_1 = \alpha f'_i \left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_m}\right) \quad \varepsilon_i < \varepsilon_1 < \varepsilon_m \quad (8)$$

می باشد.

با استفاده از تقریب تفاوت‌های مرکزی برای

$[d]_n$  و  $[d]_n^{\dot{}}$  و با فرض قطری بودن ماتریسهای جرم و میرایی، حل معادله فوق بصورت صریح به شکل زیر تبدیل می شود [۳]:

$$(d_i)_{n+1} = (m_{ii} + \frac{\Delta t}{2} c_{ii})^{-1} \times \{ (\Delta t)^2 \times (- (P_i)_n + (f_i)_n) + 2m_{ii} (d_i)_n - (m_{ii} - \frac{\Delta t}{2} c_{ii}) (d_i)_{n-1} \} \quad (13)$$

در رابطه اخیر، حرکت سیستم در زمان  $t_{n+1}$ ، بصورت صریح برحسب مقادیر مربوط به زمانهای قبل محاسبه می شود.

#### گام زمانی بحرانی

برای حصول به جوابهای پایدار و دقیق، گام زمانی  $\Delta t$  در روش انتگرال گیری زمانی صریح کوتاه می باشد، که این خود باعث بالارفتن هزینه محاسبات می گردد. گام زمانی بحرانی در روش انتگرال گیری صریح برابر است با [۵]:

$$\Delta t \leq \frac{2}{\Omega_{max}} \quad (23)$$

که در آن  $\Omega_{max}$ ، بزرگترین فرکانس دورانی شبکه اجزاء محدود است. در صورتیکه  $\Omega_{max}$ ، نشانگر حداکثر فرکانس زاویه‌ای غیرخطی باشد، از این رابطه برای مسائل غیر خطی نیز می توان استفاده کرد.

#### ۵ - برنامه های کامپیوتری تحلیل

۵ - ۱ برنامه تحلیل استاتیکی

با توجه به مشخصات کلی ارائه شده در بخشهای قبل، نرم افزار تحلیل استاتیکی غیرخطی پوسته‌های بتن مسلح، NSARCS، تهیه شده است. الگوریتم کلی عملکرد برنامه مطابق شکل (۵) می باشد.

در روابط اخیر،  $G$  مدول برشی بتن ترک نخورده و  $\epsilon_1$  و  $\epsilon_2$  بترتیب کرنشهای کششی در دو امتداد ۱ و ۲ می باشند.

#### ۳-۳ رفتار فولاد

میلگردهای مسلح کننده، بصورت لایه های فولادی با ضخامت معادل مدل می شوند. هر لایه فولادی یک رفتار تک محوری دارد و فقط نیروی محوری در امتداد میلگرد را میتواند تحمل کند. رفتار فولاد در کشش و فشار بصورت یکسان در نظر گرفته می شود.

#### ۴ - روشهای حل معادلات تعادل

۴-۱ تحلیل استاتیکی

به منظور حل معادلات تعادل استاتیکی، از یک روش افزایشی استفاده میشود. در این روش مسیر بارگذاری به چندین بخش تقسیم می گردد. برای هر افزایش بار با استفاده از یک سری عملیات تکرار، سیستم معادلات غیرخطی تعادل ارضاء می شود. در هر تکرار از یک افزایش بار به یک سیستم معادلات تعادل افزایشی می رسیم که بوسیله روش فرانتال (Frontal) حل می گردد. در این روش، عملیات مونتاژ ماتریس سختی و حل دستگاه معادلات بصورت همزمان انجام میشود و در نتیجه احتیاجی به ذخیره ماتریس سختی کل سازه نمی باشد [۱].

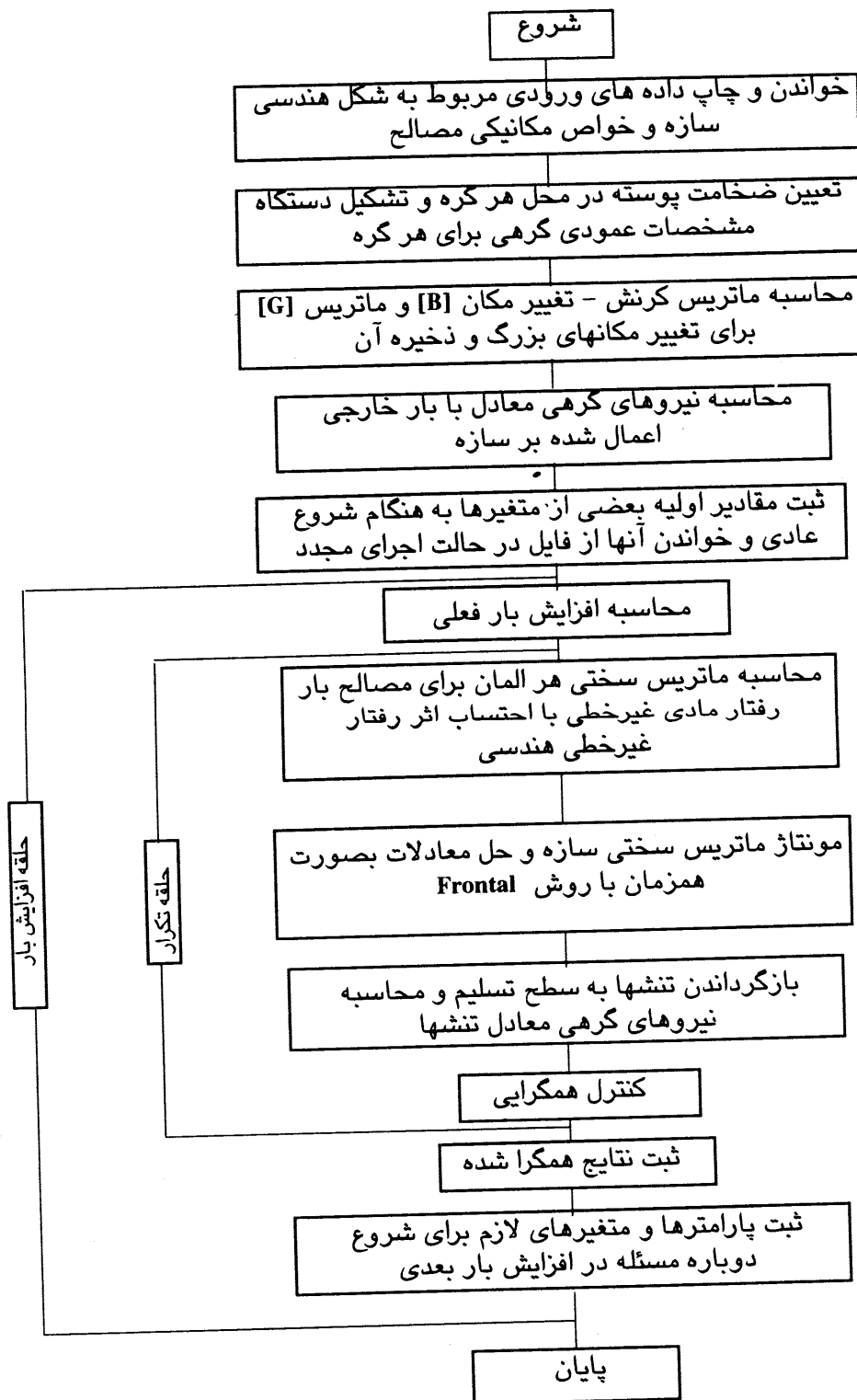
#### ۴-۲ تحلیل دینامیکی

روش انتگرال گیری زمانی صریح

معادله تعادل سیستم در زمان  $t_n$  را به شریح زیر در نظر می گیریم [۴]:

$$[M][\ddot{d}]_n + [C][\dot{d}]_n + [P]_n = [f]_n \quad (12)$$

که در آن  $[P]_n$  بردار نیروهای مقاوم داخلی و  $[f]_n$  بردار نیروهای کره‌ای معادل با بارهای خارجی



شکل ۵: الگوریتم روش افزایشی تحلیل استاتیکی غیرخطی پوسته های بتن مسلح بکاررفته در برنامه NSARCS.

شده است مثالهای زیادی توسط این برنامه بررسی شده اند [۵]، که از میان آنها به مسئله زیر می پردازیم: پوسته محافظ (Concrete Containment) راکتور هسته ای تحت ضربه اصابت هواپیما

در شکل (۹)، وضعیت هندسی و شبکه اجزاء محدود و نیز منحنی بارگذاری یک پوسته بتن مسلح استوانه ای - کروی محافظ یک ساختمان راکتور دیده می شود. این سازه تحت بارگذاری اصابت هواپیما تحلیل شده است، که یکی از حالات بارگذاری، جهت کنترل طراحی این نوع سازه ها می باشد. نتایج تاریخچه تغییر مکان نقطه اثر بار ولنگرهای خمشی در نقاط مختلف پوسته و مقایسه آنها با نتایج تحلیل خطی در شکل های ۱۰ الی ۱۱ ارائه شده اند.

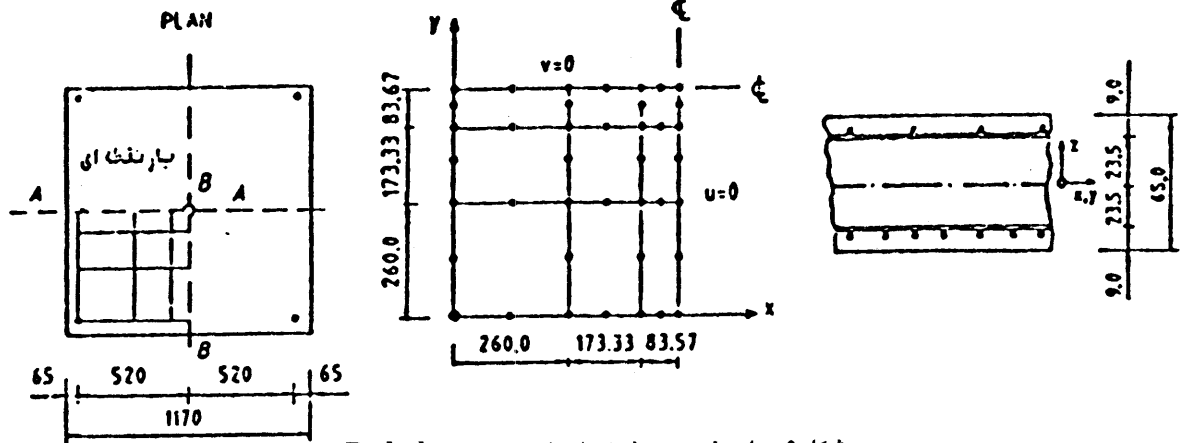
جهت کنترل برنامه و نیز احراز صحت مدل مادی انتخابی، چندین مسئله که نتایج آزمایشگاهی آنها موجود بوده اند، مورد بررسی قرار گرفته اند که به یک نمونه از آنها اشاره می گردد [۵].

**دال Dudeck**

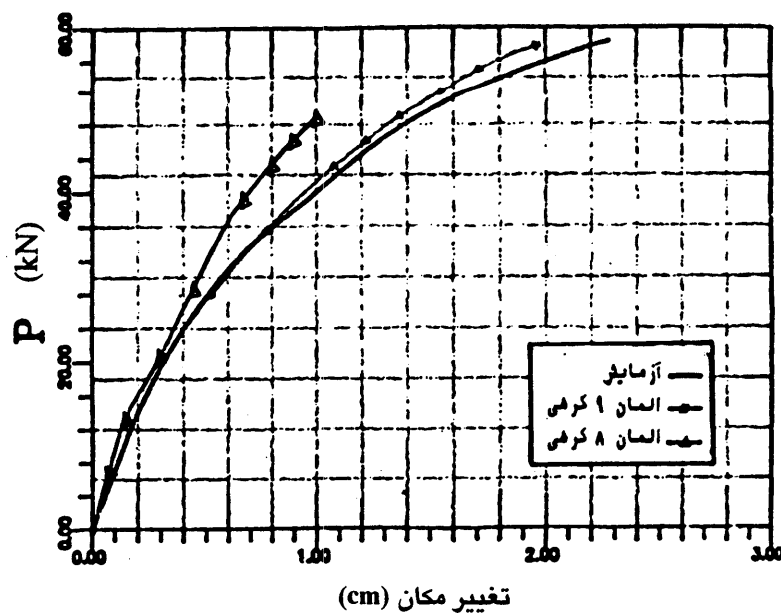
مدل هندسی و شبکه اجزاء محدود این دال در شکل (۶) نشان داده شده اند. مقایسه نتایج آزمایشگاهی و تحلیل های مختلف در شکل (۷) نشان داده شده است.

**۲-۵ برنامه تحلیل دینامیکی**

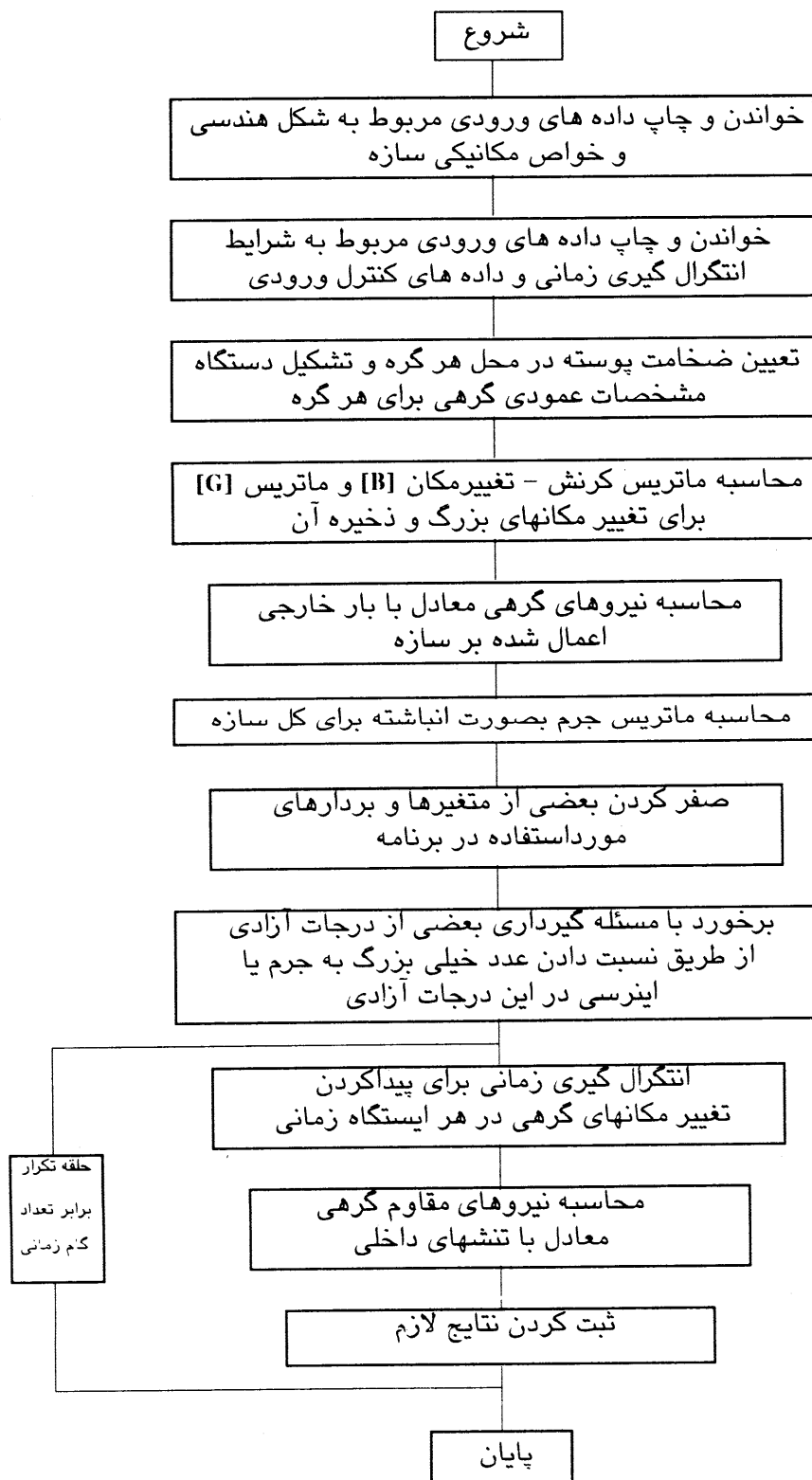
الگوریتم کلی برنامه تحلیل دینامیکی غیرخطی پوسته های بتن مسلح، NDARCS، در شکل (۸) ارائه



شکل ۶: مدل هندسی و شبکه اجزاء محدود دال Dudeck.

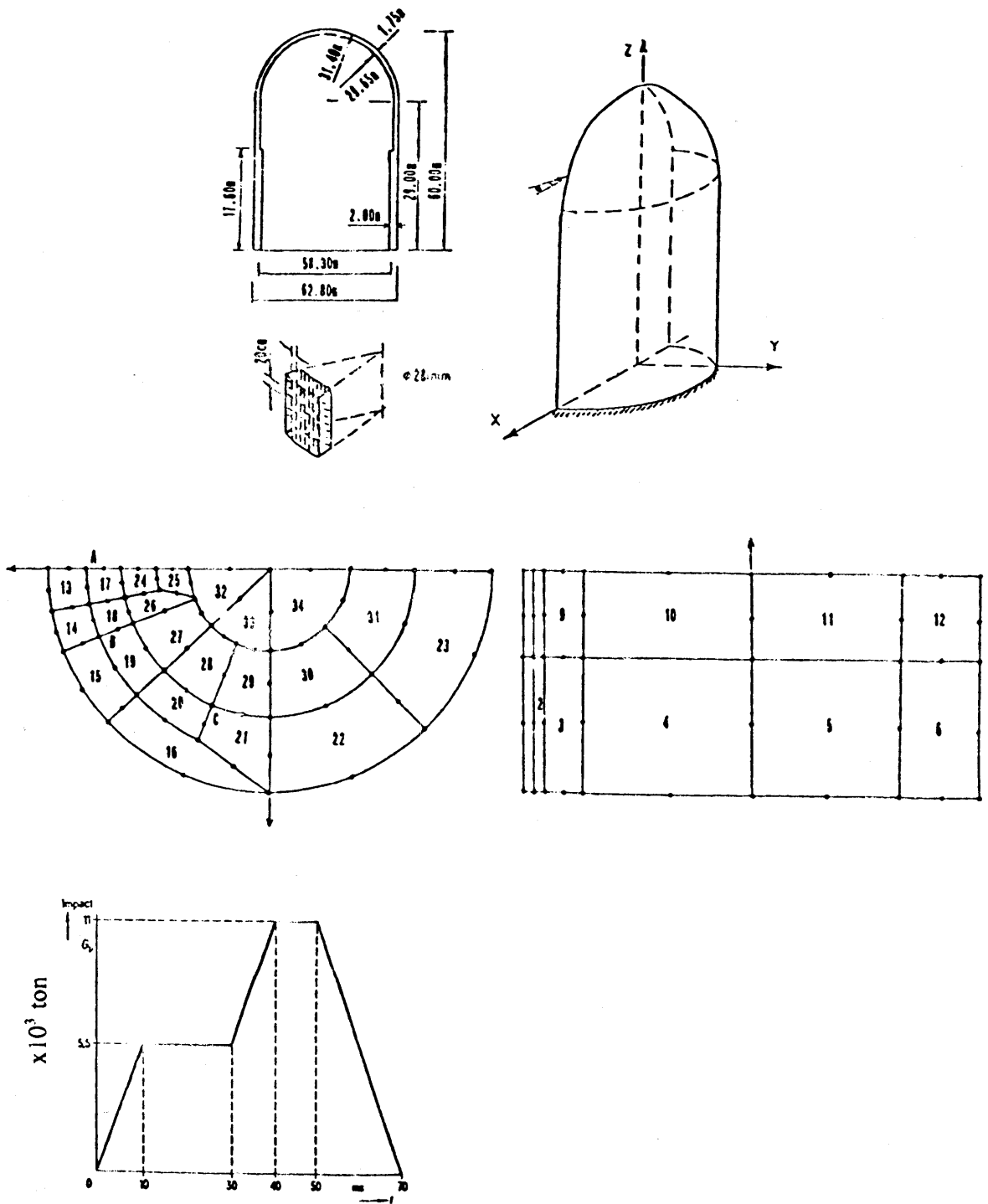


شکل ۷: مقایسه نتایج آزمایشگاهی و تحلیل های مختلف.

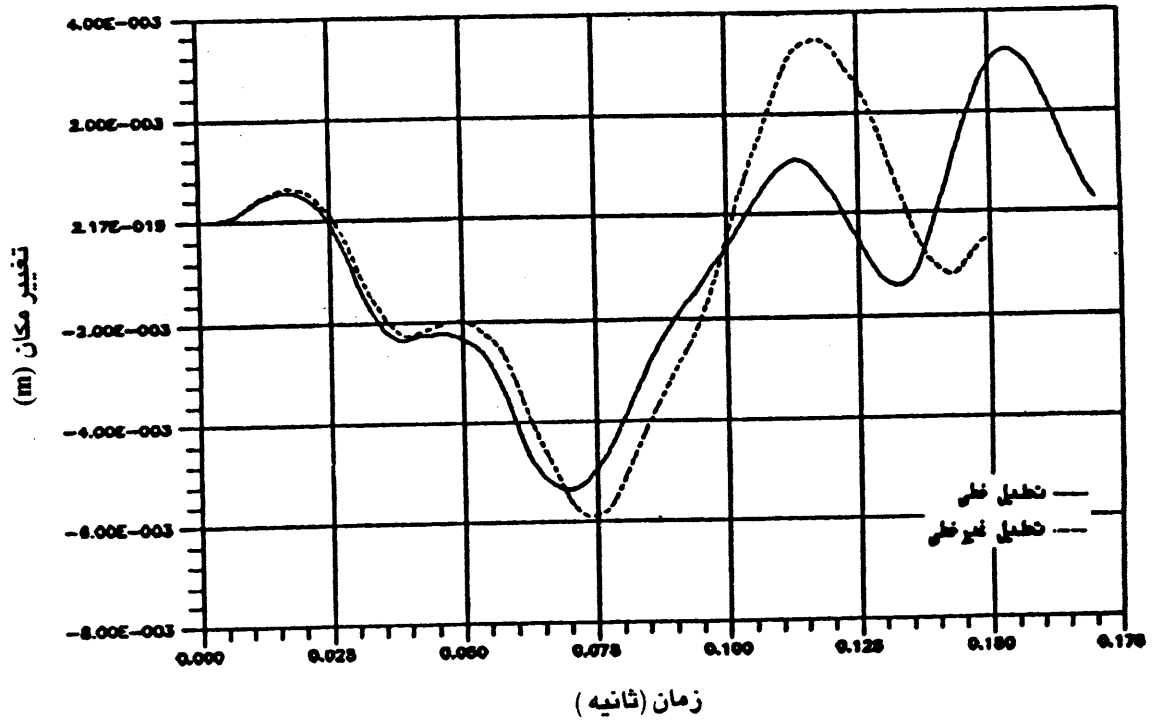


شکل ۸: الگوریتم روش صریح تحلیل دینامیکی در برنامه NDARCS.

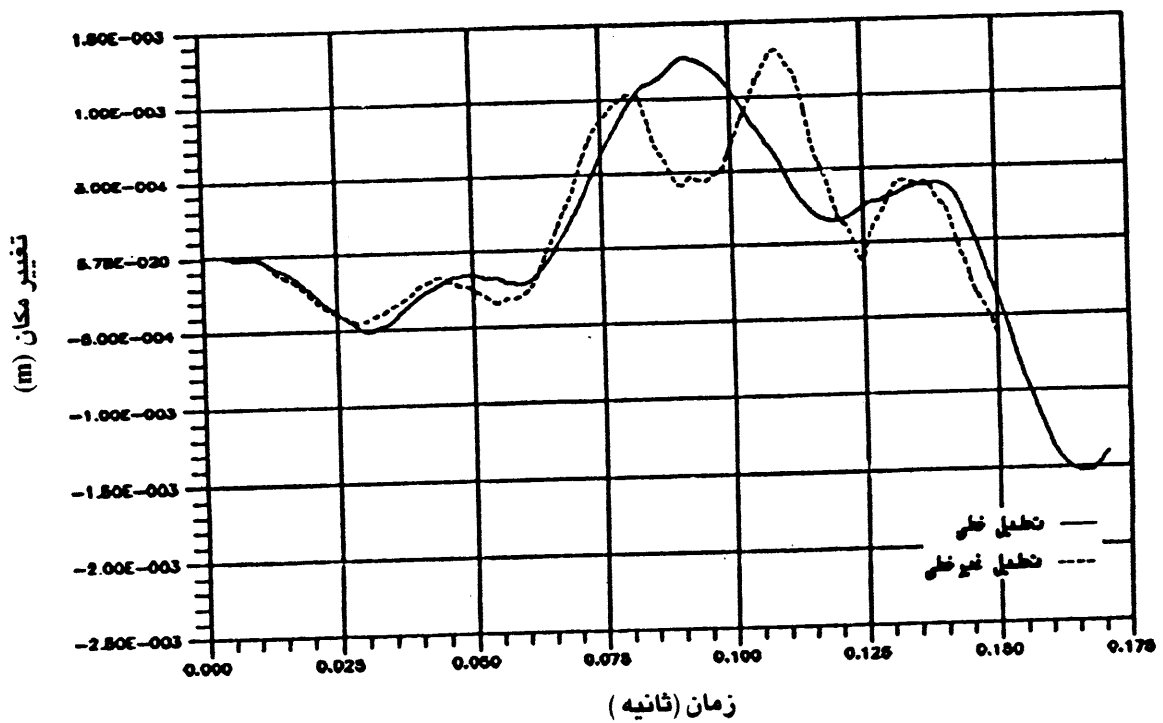




شکل ۹: پوسته محافظ راکتور هسته ای تحت ضربه اصابت هواپیما.

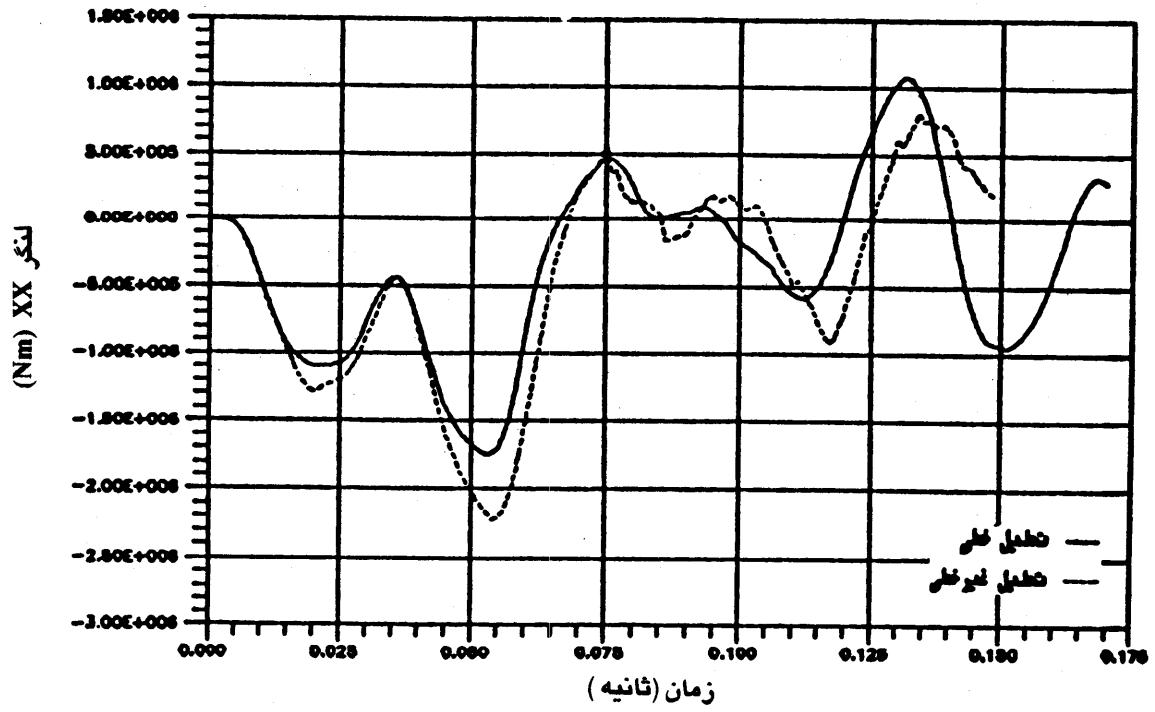


بازتاب تغییر مکان نقطه اثر بار در جهت X

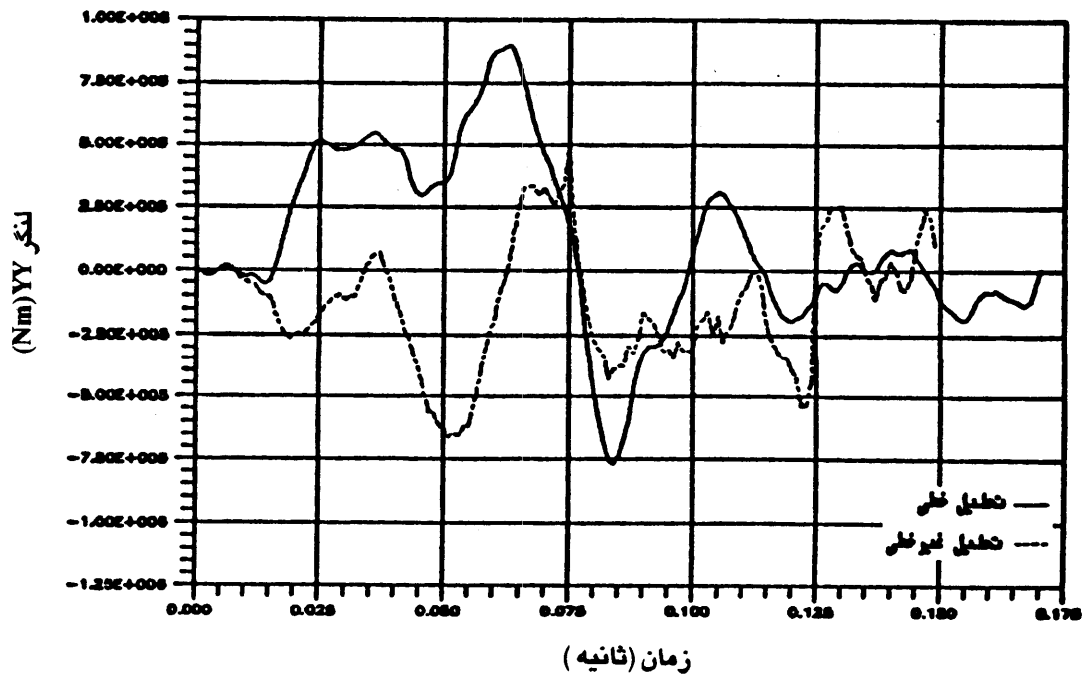


بازتاب تغییر مکان نقطه اثر بار در جهت Z

شکل ۱۰: تاریخچه تغییر مکان نقطه اثر بار (نقطه A).



بازتاب لنگر خمشی XX



بازتاب لنگر خمشی YY

شکل ۱۱: تاریخچه لنگر خمشی در نقطه A.

## ۶- نتیجه گیری

در این مقاله، به اختصار، اصول بکار گرفته شده در تهیه یک برنامه کاربردی تحلیل غیرخطی پوسته‌های بتن مسلح تشریح شده‌اند. نتیجه این مطالعات تهیه یک برنامه کاربردی با مشخصات زیر می‌باشد:

- ۱- تحلیل صفحات و پوسته‌ها با شکل هندسی دلخواه و ضخامت متغیر
- ۲- امکان مدل سازی الگوهای متنوع فولادگذاری با استفاده از یک مدل لایه‌ای
- ۳- تحلیل پوسته‌های بتن مسلح با تغییر شکل‌های بزرگ

## ۴- انواع بارگذاری شتاب ثقل، بار گسترده غیر

یکنواخت و فشار هیدروستاتیک

- ۵- پذیرش تاریخچه بار و شتاب تحریک تکیه‌گاه
- ۶- کنترل کامل بر خروجی جهت ثبت تاریخچه بازتاب تغییر مکان یا تنش

مقایسه نتایج تحلیل، با اطلاعات موجود آزمایشگاهی، تطابق مناسبی را نشان می‌دهد که نمایانگر صحت عملکرد برنامه در حالت‌های مختلف می‌باشد. باید توجه داشت که یک تحلیل دینامیکی غیرخطی کامل، وقت گیر و پر هزینه می‌باشد و تنها در آخرین مرحله محاسبات و جهت کنترل نهایی سازه طراحی شده، قابل توجیه می‌باشد.

## ۷- مراجع

1. Owen, D. R. J., and Hinton E.(1980). *Finite Elements in Plasticity*. Pineridge Press, Swansea, U.K.
2. Hinton, E., and Owen D. R. J.(1984). *Finite Element Software for Plates and Shells*. Pineridge Press, U.K.
3. Chen, W. F.(1987) *Plasticity in Reinforced Concrete*. McGraw-Hill.
4. Weaver, W. Jr., Johnston P. R.(1987). *Structural Dynamics by Finite Elements*. Prentice-Hall, New Jersey.
- ۵- محمدی، (سهیل)، "تحلیل غیرخطی پوسته‌های بتن مسلح". پایان نامه کارشناسی ارشد سازه، دانشکده فنی، دانشگاه تهران، (۱۳۷۱)