

# مدلسازی منطقه ای شتاب ثقل در طول خطوط ترازیبی دقیق به منظور کاهش مشاهدات ثقلی مطالعه خاص: مدلسازی میدان ثقل در طول خطوط ترازیبی دقیق ایران

علیرضا آزموده اردلان

دانشیار گروه مهندسی نقشه برداری - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

روح الله کریمی

دانشجوی دکتری مهندسی نقشه برداری - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۲/۱۲/۴، تاریخ تصویب ۸۳/۷/۲۵)

## چکیده

در این مقاله امکان مدلسازی میدان ثقل در طول خطوط ترازیبی دقیق مورد بررسی قرار گرفته است. در این بررسی مشاهدات ثقلی خطوط ترازیبی درجه ۱ ایران به عنوان مطالعه خاص به کار رفته و مدل‌های مختلفی برای مدلسازی منطقه ای میدان ثقل در طول لویپهای ترازیبی مورد آزمون قرار گرفته اند. مدل‌های ریاضی از نوع چندجمله ایهای ۴ و ۸ پارامتری، مدل جهانی با استفاده از بسط هارمونیکهای بیضوی تا درجه و مرتبه ۲۰، ۱۸۰ و ۳۶۰ و مدل ثقلی Somigliana-Pizzetti، مورد آزمایش و از آن میان مدل چندجمله ای ۴ پارامتری برای مدلسازی میدان ثقل در امتداد خطوط ترازیبی به عنوان مناسب ترین مدل انتخاب گردیده است. چند جمله ایهای ۴ پارامتری بر اساس نتایج عددی حاصل دقت ۲۰ میلی‌گال را به خوبی تأمین می نماید که حد دقت مورد نیاز فعلی در ترازیبی دقیق بر اساس آنالیز خطای انجام شده می باشد. بنا براین مدل چند جمله ای ۴ پارامتری دقت کافی را برای محاسبه اختلاف پتانسیل در طول خطوط ترازیبی دارا بوده و بدین ترتیب بکارگیری چنین مدلی می تواند با کاهش تعداد مشاهدات ثقلی در امتداد خطوط ترازیبی دقیق موجب صرفه جویی در وقت و هزینه گردد.

**واژه های کلیدی:** مدلسازی میدان ثقل، مدل چندجمله ای، ترازیبی دقیق، عدد ژئوپتانسیل

## مقدمه

شتاب ثقل زمین یکی از مشخصه های زمین می باشد که اثر بسزائی بر شکل آن دارد. بدین خاطر مطالعه شکل زمین و تغییرات آن بدون رجوع به میدان ثقل کامل نخواهد بود. شتاب ثقل زمین همانند شناسنامه ای از زمین و حاوی اطلاعات ذی قیمتی از ساختار درونی آن می باشد. مدلسازی میدان ثقل برای فضای درونی زمین نیازمند آگاهی از دانسیته و نواحی ناپیوستگی تغییرات دانسیته در درون زمین است. با این وجود از طریق مشاهده ثقل زمین در فضای بیرونی می توان به مدلسازی شتاب ثقل برای فضای خارج زمین پرداخت. شتاب ثقل زمین دارای کاربردهای زیادی در علوم و فنون نوین می باشد که به عنوان نمونه می توان به این موارد اشاره کرد: اکتشاف معادن زیرزمینی، تخمین و محاسبه مدار ماهواره ها، تعیین ارتفاع ژئوئید، اندازه گیری جزر و مد، بررسی حرکت تکتونیکی پلیتهای پوسته زمین، تعیین تغییرات زمانی ثابت جهانی نیوتن، پیش بینی زلزله، تعیین تغییر

شکل فیزیکی زمین (تغییرات توزیع دانسیته) و تصحیح شبکه های ترازیبی.

مدلسازی میدان ثقل زمین دارای کاربردهای بسیاری است که عمده ترین آنها عبارتند از: تراکم بخشیدن به نقاط ثقلی، دریافت طول موجهای بلند ثقل با استفاده از ضرائب هارمونیکهای کروی و بیضوی، داشتن ثقل روی نقاطی که امکان اندازه گیری مستقیم شتاب ثقل میسر نباشد، کاهش عملیات زمینی ثقل سنجی، ایجاد شبکه منظمی از نقاط ثقلی با اندازه گیری شتاب ثقل در نقاط با پراکندگی نامنظم.

همانگونه که ذکر گردید از جمله کاربردهای مدل میدان ثقل، تأمین اطلاعات ثقلی مورد نیاز در شبکه های ترازیبی است. در این مقاله سعی خواهیم نمود مدلی که بتواند شتاب ثقل مورد نیاز در شبکه های ترازیبی دقیق را تأمین کند ارائه نماییم.

ارتفاعی با فرض هوای آزاد بین نقاط به صورت ذیل ارائه نمود:

$$\delta g_h \cong -0.3086^{mgal} \delta l_h^m \quad (2)$$

در رابطه فوق  $\delta l_h$  تغییر ارتفاعی در جهت افزایش ارتفاع و  $\delta g_h$  تغییر حاصل در شتاب ثقل است. با توجه به رابطه (۲) ۱۰۰ متر افزایش ارتفاع موجب ۳۱ میلی گال کاهش در شتاب ثقل می‌گردد. بنابراین اگر دقت مورد نیاز برای تعیین شتاب ثقل را در شبکه ترازیبی درجه ۱ در مکانهایی که تغییرات ارتفاعی در حد ۲۰۰ متر است ۱۰ میلی گال فرض نموده و فاصله متوسط بین پنج مارکهای متوالی ترازیبی دقیق را ۲ کیلومتر فرض نماییم، در این مناطق تغییرات ارتفاعی شتاب ثقل در حد ۶۲ میلی گال بوده و بنابراین لازم است در پنج مارک مشاهده ثقلی صورت گیرد. اما اگر اختلاف ارتفاع بین دو پنج مارک متوالی کم باشد با توجه به رابطه (۲) می‌توان دقت مورد نیاز در مشاهده ثقلی را به دست آورده و با توجه به توپوگرافی منطقه مشخص ساخت که آیا مشاهده شتاب ثقل بر روی کلیه پنج‌مارکها ضروری است یا خیر. انجام این بررسی پیش از اقدام به اندازه‌گیری شتاب ثقل می‌تواند در کاهش مشاهدات ثقلی و افزایش سرعت جمع آوری مشاهدات شتاب ثقل در شبکه‌های ترازیبی دقیق تاثیر بسزایی داشته باشد. بعد از برآوردی که برای دقت مورد نیاز مشاهدات ثقلی صورت گرفت حال می‌توان به مدلسازی شتاب ثقل پرداخت.

جدول ۱: خلاصه اطلاعات آماری مربوط به اختلاف ارتفاع نقاط ترازیبی درجه ۱ ایران و نیز اطلاعات مربوط به انحراف معیار مشاهدات ترازیبی هندسی در این شبکه.

	MAX	MIN	MEAN
$\Delta h (m)$	236.4394	0.0032	27.1158
$\sigma_{\Delta h} (m)$	0.0019	0.00032	0.0010

## مدلسازی شتاب ثقل برای تأمین اطلاعات

### ثقلی در شبکه های ترازیبی دقیق ایران

مدلهائی که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته‌اند عبارتند از: مدل چند جمله‌ای ۴ پارامتری، مدل چند

## تعیین دقت مورد نیاز برای مشاهدات ثقلی

قبل از اقدام به مدلسازی میدان ثقل، لازم است از طریق قانون انتشار خطاها به تعیین دقت مورد نیاز مشاهدات ثقلی برای حصول اختلاف پتانسیل در حد دقت شبکه های ترازیبی درجه ۱ پردازیم. بخش ضمیمه در بر گیرنده این محاسبات است. نتیجه محاسبات در بخش ضمیمه رابطه (۷) می‌باشد که آن را می‌توان بر حسب مقادیر مختلف خطای اختلاف پتانسیل دو دهنه ترازیبی  $\sigma_{\Delta W_{AB}}$ ، خطای ترازیبی هندسی بین دو دهنه  $\sigma_{\Delta h}$  و اختلاف ارتفاع بین دو دهنه  $\Delta h$  محاسبه نمود. جدول (۲) در برگزیده اطلاعات آماری مربوط به ارتفاع نقاط شبکه ترازیبی درجه ۱ ایران و نیز حداقل و حداکثر دقت برآورد شده برای مشاهدات این شبکه می‌باشد. نتایج این محاسبات مربوط به دقت مورد نیاز در مشاهده شتاب ثقل در جدول ۲ قید گردیده است. بررسی آماری اطلاعات مندرج در فایل‌های مشاهدات شبکه ترازیبی درجه ۱ ایران نشان می‌دهد که اختلاف ارتفاع ۹۸٪ پنج مارکهای متوالی این شبکه کمتر از ۱۰۰ متر و اختلاف ارتفاع ۹۰٪ پنج مارکهای متوالی شبکه کمتر از ۵۰ متر است. بنابراین با توجه به این اعداد می‌توان جدول ۳ را ترتیب داد که در آن برآورد دقت مورد نیاز ثقل سنجی با توجه به توپوگرافی خاص شبکه ترازیبی درجه ۱ ایران نشان داده شده است. با توجه به نتایج ارائه شده در جداول (۲) و (۳) به این نتیجه می‌رسیم که متوسط دقت مورد نیاز برای ثقل سنجی در شبکه ترازیبی درجه ۱ ایران در حدود ۲۰ میلی گال است. از این برآورد می‌توان استفاده نموده و برآوردی از فاصله بین نقاط ثقلی به دست آورد. با توجه به تغییرات شتاب ثقل از استوا تا قطب که ۵/۴ گال می‌باشد [۲] می‌توان رابطه ذیل را برای تغییرات شتاب ثقل از استوا تا قطب، تنها به خاطر عرض جغرافیائی ارائه کرد:

$$\delta g_{\varphi} \cong 0.5371^{mgal} \delta l_{\varphi}^{km} \quad (1)$$

در رابطه (۱)  $\delta l_{\varphi}$  تغییر فاصله و  $\delta g_{\varphi}$  تغییر حاصل در شتاب ثقل به خاطر این تغییر فاصله است. با توجه به این رابطه به ازای ۱۰ کیلومتر تغییر در فاصله، ۵/۴ میلی گال در شتاب ثقل تغییر حاصل خواهد گردید. به علاوه میتوان رابطه‌ای برای تغییرات شتاب ثقل به خاطر تغییرات

در کنار صحت مدل‌های محلی برآورد شده بررسی گردیده است. تعریف این مدل‌های به شرح ذیل می باشد:

۱- مدل چند جمله‌ای ۴ پارامتری:

$$g(\varphi, \lambda, h) = a_0 + a_1\varphi + a_2\lambda + a_3h$$

۲- مدل چند جمله‌ای ۸ پارامتری:

$$g(\varphi, \lambda, h) = a_0 + a_1\varphi + a_2\lambda + a_3h$$

$$+ a_4\varphi\lambda + a_5\varphi h + a_6\lambda h + a_7\varphi\lambda h$$

۳- مدل هارمونیک‌های بیضوی:

$$W(\varphi, \lambda, u) = \sum_{n=0}^{n_{\max}} \sum_{m=-n}^n u_{nm} \frac{Q_{n|m}^* \left( \frac{u}{\varepsilon} \right)}{Q_{n|m}^* \left( \frac{b}{\varepsilon} \right)} e_{nm}(\varphi, \lambda)$$

$$+ \frac{1}{2} \omega^2 (u^2 + \varepsilon^2) \cos^2 \varphi$$

$$g(\varphi, \lambda, u) = \text{grad}(W(\varphi, \lambda, u))$$

۴- مدل ثقل Somigliana-Pizzetti:

$$W(\varphi, u) = \frac{gm}{\varepsilon} \text{arc cot } g\left(\frac{u}{\varepsilon}\right) + \frac{1}{6} \omega^2 a^2 \frac{\left(3 \frac{u^2}{\varepsilon^2} + 1\right) \text{arc cot } g\left(\frac{u}{\varepsilon}\right) - \frac{3u}{\varepsilon}}{\left(3 \frac{b^2}{\varepsilon^2} + 1\right) \text{arc cot } g\left(\frac{b}{\varepsilon}\right) - \frac{3b}{\varepsilon}} (3 \sin^2 \varphi - 1) + \frac{1}{2} \omega^2 (u^2 + \varepsilon^2) \cos^2 \varphi$$

$$g(\varphi, u) = \text{grad}(W(\varphi, u))$$

که در این مدلها ثابت جهانی جاذبه زمین  $gm = 3986004.415 \times 10^8$ ، سرعت دوران زمین  $\omega = 7.292115 \times 10^{-5}$ ، نصف قطر اطول بیضوی مبنا در سیستم Mean Tide  $a = 6378136.701$ ، نصف قطر اقصر بیضوی مبنا در سیستم Mean Tide  $b = 6356751.661$ ، خروج از مرکز خطی بیضوی مبنا در سیستم Tide Mean  $\varepsilon = 521858.317$  است.

### آزمونهای عددی مدل‌های انتخابی

در این بخش به ارزیابی دقت مدل‌های معرفی شده در بخش قبل به منظور تعیین توان آنها در مدلسازی شتاب ثقل در امتداد خطوط ترازیبی خواهیم پرداخت. این ارزیابی را در تعداد ۲۵ لوپ از ۴۵ لوپ شبکه ترازیبی دقیق ایران انجام خواهیم داد. ۴۵ لوپ شبکه ترازیبی درجه ۱ ایران در شکل (۱) نشان داده شده است. ارزیابی از طریق نقاط چک (نقاط با شتاب ثقل مشاهده شده که

جدول ۲: برآورد دقت مورد نیاز ثقل سنجی در شبکه ترازیبی درجه ۱ ایران.

$\Delta h(m)$	$\sigma_{\Delta h}(m)$	$\sigma_{\Delta W} \left( \frac{m^2}{s^2} \right)$	برآورد دقت شتاب ثقل $\sigma_g (mgal)$
100	0.0010	0.01	10.1960
50	0.0010	0.01	20.3921
100	0.0010	0.02	26.5322
50	0.0010	0.02	53.0644
100	0.0010	0.03	41.2790
50	0.0010	0.03	82.5581

جدول ۳: برآورد دقت مورد نیاز ثقل سنجی در شبکه ترازیبی درجه ۱ ایران با توجه به توپوگرافی مربوطه.

$\Delta h(m)$	$\sigma_{\Delta h}(m)$	$\sigma_{\Delta W} \left( \frac{m^2}{s^2} \right)$	برآورد دقت شتاب ثقل $\sigma_g (mgal)$
236.4394	0.0019	0.01	غیر قابل برآورد
236.4394	0.0003	0.01	5.832
236.4394	0.0010	0.01	4.312
0.0032	0.0019	0.01	غیر قابل برآورد
0.0032	0.0003	0.01	430939.090
0.0032	0.0010	0.01	318627.427
27.1158	0.0019	0.01	غیر قابل برآورد
27.1158	0.0003	0.01	50.856
27.1158	0.0010	0.01	37.601
236.4394	0.0019	0.02	9.004
236.4394	0.0003	0.02	11.888
236.4394	0.0010	0.02	11.221
0.0032	0.0019	0.02	665335.617
0.0032	0.0003	0.02	878433.833
0.0032	0.0010	0.02	829132.641
27.1158	0.0019	0.02	78.517
27.1158	0.0003	0.02	103.666
27.1158	0.0010	0.02	97.847
236.4394	0.0019	0.03	16.123
236.4394	0.0003	0.03	17.894
236.4394	0.0010	0.03	17.458
0.0032	0.0019	0.03	1191316.072
0.0032	0.0003	0.03	1322198.358
0.0032	0.0010	0.03	1289970.324
27.1158	0.0019	0.03	140.590
27.1158	0.0003	0.03	156.035
27.1158	0.0010	0.03	152.232

جمله‌ای ۸ پارامتری، بسط پتانسیل به هارمونیک‌های بیضوی، مدل Somigliana-Pizzetti. توضیح آنکه کلیه این مدلها نسبت به بیضوی WGD2000 [1] تعریف شده‌اند. در میان مدل‌های ذکر شده مدل‌های ۱ و ۲ محلی بوده و در این مطالعه بر مبنای مشاهدات ثقلی شبکه ترازیبی درجه ۱ برآورد شده اند در حالیکه مدل‌های ۳ و ۴ مدل‌های جهانی موجود بوده و در این مطالعه صحت آنها

جدول ۴: مشخصات لویهای به کار برده شده در مدلسازی شتاب ثقل.

نام لوپ	تعداد نقاط مشاهده شده ثقل	تعداد نقاط مشاهده نشده ثقل	تعداد کل نقاط لوپ	طول تقریبی کل لوپ (km)	فاصله متوسط پنج‌مارکها (km)
AH	279	17	296	650.8260	2.1990
AI	164	8	172	372.5633	2.1660
AM	344	9	353	792.1562	2.2440
AN	323	54	377	792.9256	2.1032
AR	224	12	236	427.4394	1.8111
AX	214	65	279	594.9475	2.1400
AY	191	7	198	452.9557	2.2876
BB	379	6	385	819.0872	2.1442
BI	486	91	577	1341.1184	2.3242
BJ	589	12	601	1405.6373	2.3388
BK	268	4	272	601.3534	2.2108
BN	239	13	252	587.3327	2.3306
BQ	244	14	258	539.9901	2.0929
BR	260	20	280	576.3830	2.0585
BS	632	30	662	1330.6372	2.0100
BV	116	91	207	501.8516	2.4244
BW	266	5	271	634.7799	2.3423
CD	124	49	173	442.3062	2.5566
CF	542	29	571	1363.8054	2.3884
CH	211	2	213	512.4940	2.4060
CL	255	89	344	793.8003	2.3075
CR	195	8	203	410.7377	2.0233
CT	472	32	504	1131.1754	2.2443
DC	246	15	261	546.5582	2.0940
TE	15	19	34	53.9681	1.5872

P4: چند جمله‌ای ۴ پارامتری

P8: چند جمله‌ای ۸ پارامتری

E20: بسط هارمونیکهای بیضوی تا درجه و مرتبه ۲۰

E180: بسط هارمونیکهای بیضوی تا درجه و مرتبه ۱۸۰

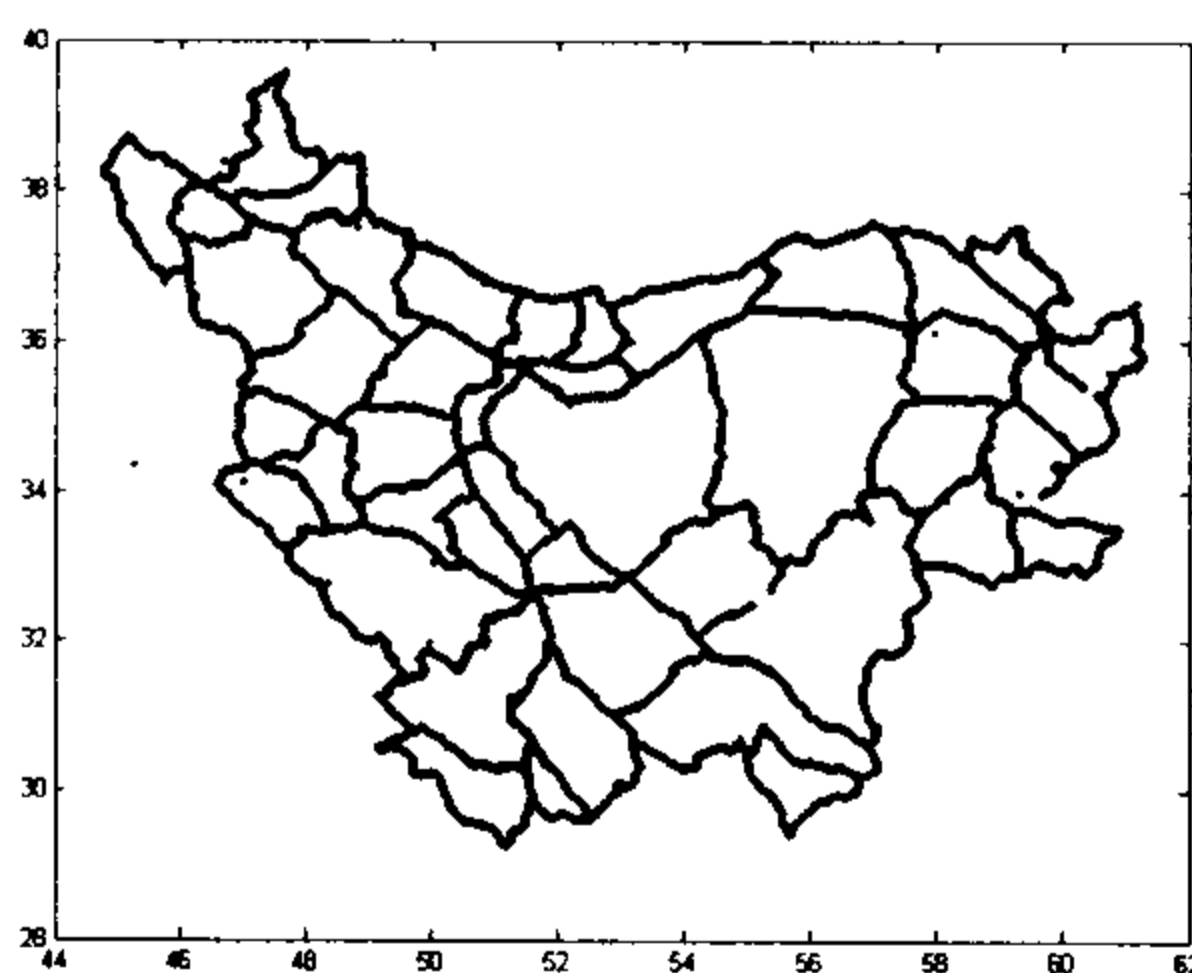
E360: بسط هارمونیکهای بیضوی تا درجه و مرتبه ۳۶۰

SP: میدان ثقل Somigliana-Pizzetti

1: یک نقطه چک

2: ۱۰ نقطه چک با پراکندگی اتفاقی در لوپ

3: ۱۰ نقطه چک متوالی در لوپ



شکل ۱: ۴۵ لوپ شبکه ترازیبی درجه ۱ ایران.

در برآورد مدل بکار برده نمی‌شوند) به صورتهای ذیل انجام خواهد شد:

۱- استفاده از یک نقطه چک در هر لوپ.

۲- استفاده از ۱۰ نقطه چک با پراکندگی اتفاقی در هر لوپ.

۳- استفاده از ۱۰ نقطه چک متوالی در هر لوپ.

مشخصات لویهای به کار برده شده در این ارزیابی‌ها در جدول (۴) آورده شده است. در مورد هریک از ۲۵ لوپ به کار برده در این بررسی‌ها میانگین و وریانس اختلاف در نقاط چک تعیین گردیده‌اند. در مواردی که اختلاف از ۳ برابر وریانس بیشتر بوده این نقاط از بررسی حذف و مجدداً میانگین و وریانس اختلاف در نقاط چک محاسبه گردیده است. جداول (۵) و (۶) نشان دهنده خلاصه نتایج مربوط به ارزیابی در ۲۵ لوپ بکار برده شده می‌باشند. در جداول (۵) و (۶) علائم اختصاری بکار برده شده دارای تعریف ذیل می‌باشند:

جدول ۵: محاسبه میانگین و وریانس اختلافات در کلیه لوبها.

Method	Checking method	Mean(mgal)	Variance (mgal <sup>2</sup> )	Mean(mgal)	Variance (mgal <sup>2</sup> )
P4	1	20.558	1497.050	9.693	59.018
P4	2	36.734	4454.848	18.518	521.671
P4	3	42.272	14905.218	18.638	981.125
P8	1	10978.878	3004327973.940	16.528	363.505
P8	2	16536.743	6808818354.542	33.632	2313.295
P8	3	25895.094	16711764778.397	40.304	10910.679
E20	1	31.665	616.727	26.828	356.279
E20	2	63.314	7863.832	40.527	1771.504
E20	3	70.779	7143.022	49.473	1836.362
E180	1	36.638	380.086	36.638	380.086
E180	2	69.186	6999.025	47.878	1669.603
E180	3	30.034	550.580	30.034	550.580
E360	1	38.378	311.611	38.378	311.611
E360	2	39.090	469.803	36.693	340.374
E360	3	40.793	557.113	38.084	389.839
SP	1	36.772	862.275	34.075	709.979
SP	2	67.002	7944.201	43.969	1709.663
SP	3	29.034	756.292	21.447	360.319

توضیح: ستونهای ۳ و ۴ میانگین و وریانس اختلافات قبل از حذف Outlier ها و ستونهای ۵ و ۶ میانگین و وریانس اختلافات بعد از حذف Outlier ها می باشند.

جدول ۶: تعیین Outlier ها در کلیه لوبها.

Method	Checking method	Outlier 1	Outlier 2	Outlier 3
P4	1	164.103	126.909	-
P4	2	250.990	241.434	-
P4	3	609.505	-	-
P8	1	274075.264	-	-
P8	2	412611.387	-	-
P8	3	646410.057	-	-
E20	1	98.156	76.432	-
E20	2	340.741	309.993	-
E20	3	332.017	299.573	-
E180	1	-	-	-
E180	2	333.177	295.265	-
E180	3	-	-	-
E360	1	-	-	-
E360	2	96.612	-	-
E360	3	105.818	-	-
SP	1	101.506	-	-
SP	2	347.952	315.826	-
SP	3	87.706	85.985	80.336

## نتیجه گیری

با توجه به نتایج مندرج در جداول و اشکال ارائه شده می توان نتیجه مدلسازی شتاب ثقل را در امتداد خطوط ترازیبی به شرح زیر خلاصه نمود:

۱- با توجه به دقتهای مورد نیاز شتاب ثقل در شبکه های ترازیبی دقیق پر کردن خلأ مشاهدات ثقلی در شبکه ترازیبی دقیق ایران از طریق مدل های جهانی

موجود (مدل بسط پتانسیل به هارمونیک های بیضوی و میدان ثقل سومیگلیانا- پیزتی) و مدل های محلی (مدل چند جمله ای ۴ پارامتری و مدل چند جمله ای ۸ پارامتری) امکان پذیر می باشد.

۲- در بین مدل های مورد بررسی مدل چند جمله ای ۴ پارامتری در اکثر موارد بهترین برآورد شتاب ثقل محلی را نتیجه می دهد.

۷- افزایش درجه و مرتبه مدل هارمونیکهای بیضوی تاثیری بر افزایش صحت این مدل در منطقه جغرافیایی ایران ندارد.

۸- دقت مدل چندجمله‌ای ۴ پارامتری ۱۶ میلی گال، چندجمله‌ای ۸ پارامتری ۳۱ میلی گال، هارمونیکهای بیضوی درجه و مرتبه ۲۰، ۳۹ میلی گال، هارمونیکهای بیضوی درجه و مرتبه ۱۸۰، ۳۹ میلی گال، هارمونیکهای بیضوی درجه و مرتبه ۳۶۰، ۳۸ میلی گال و میدان ثقل سومیگلیانا - پیزتی ۳۴ میلی گال برآورد می‌گردد.

### تشکر و قدردانی

بدینوسیله از دانشگاه تهران به خاطر حمایت مالی طی طرح تحقیقاتی شماره ۶۲۱/۳/۱۲۰۶ تشکر و قدردانی می‌گردد. همچنین مولفین مقاله مراتب تشکر و قدردانی خود را از جناب آقای مهندس توکلی و جناب آقای مهندس حاتم از سازمان نقشه برداری کشور به خاطر در اختیار قرار دادن مشاهدات مورد نیاز این تحقیق، اعلام می‌دارند.

۳- در به کارگیری مدل چند جمله‌ای ۸ پارامتری می‌بایست احتیاط نمود، چرا که در لوپهای کوچک، مانند لوپ TE در این مطالعه، به خاطر ill-conditioning، نتایج حاصله می‌توانند کاملاً پرت و غیر قابل قبول گردند.

۴- مدل‌های جهانی بسط هارمونیکهای بیضوی و مدل سومیگلیانا - پیزتی در کل شبکه ترازیبی دقیق ایران دقت تقریباً یکسانی داشته و این دو مدل می‌توانند برای تشخیص مشاهدات ثقلی اشتباه به کار روند.

۵- در برخی از لوپهای شبکه ترازیبی درجه ۱ ایران مانند لوپ CT مشاهدات ثقلی اشتباه وجود داشته که لازم است پیش از به کارگیری آنها در محاسبه اختلاف پتانسیلها بین پنج مارکهای شبکه، حذف و به جای آنها از شتاب ثقل مدل استفاده شود.

۶- از آنجائی که مدل شتاب ثقل می‌تواند دقت مورد نیاز در مشاهده شتاب ثقل شبکه های ترازیبی درجه ۱ را در اکثر موارد تأمین نماید می‌توان تراکم نقاط ثقلی را مناطق هموار کمتر در نظر گرفته و از شتاب ثقل مدل به جای شتاب ثقل مشاهده شده استفاده نمود.

### مراجع

- 1 - Ardalan, A. A. and Grafarend, E. W. (1999). "World geodetic datum 2000." Journal of Geodesy, Springer-Verlag.
- 2 - Vanicek, P. and Krakiwsky, E. J. (1986). Geodesy: The concepts. Elsevier Science publishers, The Netherlands.

### ضمیمه

#### برآورد دقت مورد نیاز در انجام مشاهدات ثقلی در شبکه ترازیبی درجه ۱

(الف) مدل عمومی تعیین اختلاف پتانسیل بین دو

نقطه A و B  $(\Delta W_{AB})$  از طریق شتاب ثقل

اندازه گیری شده در این نقاط  $(g_A, g_B)$ ،

اختلاف ارتفاع رفت  $\Delta h_F$  و اختلاف ارتفاع

برگشت  $\Delta h_B$

$$\Delta W_{AB} = \frac{g_A + g_B}{2} \times \frac{\Delta h_F - \Delta h_B}{2} \quad (1)$$

(ب) انتشار خطا در رابطه (۱)

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta W_{AB}}^2 &= \left( \frac{\partial \Delta W_{AB}}{\partial g_A} \right)^2 \sigma_{g_A}^2 + \left( \frac{\partial \Delta W_{AB}}{\partial g_B} \right)^2 \sigma_{g_B}^2 \\ &+ \left( \frac{\partial \Delta W_{AB}}{\partial \Delta h_F} \right)^2 \sigma_{\Delta h_F}^2 + \left( \frac{\partial \Delta W_{AB}}{\partial \Delta h_B} \right)^2 \sigma_{\Delta h_B}^2 \end{aligned}$$

(ج) فرضیات ۱

$$\sigma_{g_A}^2 = \sigma_{g_B}^2 = \sigma_g^2 \quad (۲)$$

$$\sigma_{\Delta h_F}^2 = \sigma_{\Delta h_B}^2 = \sigma_{\Delta h}^2 \quad (۳)$$

(د) حل معادله (۳) بعد از اعمال فرضیات ۱

$$\sigma_g^2 = \frac{8\sigma_{\Delta W}^2 - (g_A + g_B)^2 \sigma_{\Delta h}^2}{(\Delta h_F - \Delta h_B)^2} \quad (۴)$$

(ه) فرضیات ۲

$$\Delta h_F - \Delta h_B = 2\Delta h \quad (۵)$$

$$g_A = g_B \cong 9.8 \left( \frac{m}{s^2} \right) \quad (۶)$$

(و) رابطه (۴) بعد از اعمال فرضیات ۲

$$\sigma_g^2 = \frac{2\sigma_{\Delta W}^2 - 96.04\sigma_{\Delta h}^2}{\Delta h^2} \quad (۷)$$

