

# کاربرد تبدیلات موجک در پردازش امواج زلزله

محمدرضا قاسمی

استادیار گروه مهندسی عمران - دانشگاه سیستان و بلوچستان

rghasemi@hamoon.usb.ac.ir

عیسی سلاجقه

دانشیار گروه مهندسی عمران - دانشگاه کرمان

esasala@uk.ac.ir

احمد محمد زاده

فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی عمران - دانشگاه سیستان و بلوچستان

Ahmad\_1357@yahoo.com

(تاریخ دریافت ۸۳/۴/۷، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۳/۱۲/۱۶، تاریخ تصویب ۸۴/۲/۲۴)

## چکیده

تبدیلات موجک ابزار جدیدی برای آنالیز امواج است و می‌تواند اطلاعات زمان و فرکانس امواج را به طور همزمان ارائه دهد. با استفاده از روش آنالیز چندریزه‌سازی<sup>۱</sup> (MRA)، جزئیات و خصوصیات امواج به سرعت با استفاده از الگوریتم‌های تبدیلات موجک سریع<sup>۲</sup> (FWT) به دست می‌آید. در این مقاله، برای درک بهتر مفاهیم فیزیکی و الگوریتم‌های اساسی موجک، آنالیز چندریزه‌سازی (MRA) و تبدیلات موجک به شکل پردازش امواج دیجیتال<sup>۳</sup> (DSP) طرح می‌شود. برای پردازش امواج زلزله دسته موجک‌های متعامد یکه دابشی<sup>۴</sup> پیشنهاد می‌شود. در مورد کاربرد موجک‌ها در پردازش امواج زلزله، جداسازی پراش از موج و متراکم‌سازی اطلاعات موجود در موج مطرح می‌شوند که موضوعات مهمی در پردازش اطلاعات امواج زلزله هستند. با استفاده از این تکنیکها امواج زلزله ال-سنسترو و طبس را با تعداد نقاط حدود ۲۵٪ منحنی اصلی بازسازی شده و خطای حاصل از این کاهش تعداد نقاط در حد قابل قبول بوده که در متن مقاله تشریح گردیده است. بدین معنا که تعداد نقاط منحنی زلزله ال-سنسترو از ۱۵۵۹ نقطه به ۳۸۹ نقطه و تعداد نقاط منحنی زلزله طبس از ۲۵۰۰ نقطه به ۶۲۵ نقطه با پیدایش خطایی در حد قابل قبول، در نهایت به پیشرفت‌های آینده پردازش امواج با استفاده از تئوری موجکها نیز اشاره‌ای خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: FFT, FWT, MRAT، امواج زلزله.

## مقدمه

تابع شتاب-زمان موج زلزله را در حالت کلی می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\ddot{y}(t) = \bar{\ddot{y}}(t) + \ddot{y}(t)_n \quad (1)$$

که در آن  $\ddot{y}(t)$ : اطلاعات موج زلزله مورد بررسی،  $\bar{\ddot{y}}(t)$ : مقدار اطلاعات مؤثر موج زلزله،  $\ddot{y}(t)_n$ : پراش اضافی موج زلزله، می‌باشند.

از معادله (۱) می‌توان دید که اگر پراش موجود در موج زلزله تفکیک یا فیلتر شود، تحلیل سازه‌ها تحت اثر اطلاعات پردازش شده امواج زلزله نسبتاً آسان می‌شود و زمان مورد نیاز برای تحلیل به نسبت کاهش در تعداد نقاط موج زلزله، کاهش خواهد یافت.

عبارت  $\ddot{y}(t)_n$  در واقعیت شامل چندین منبع پراش مختلف

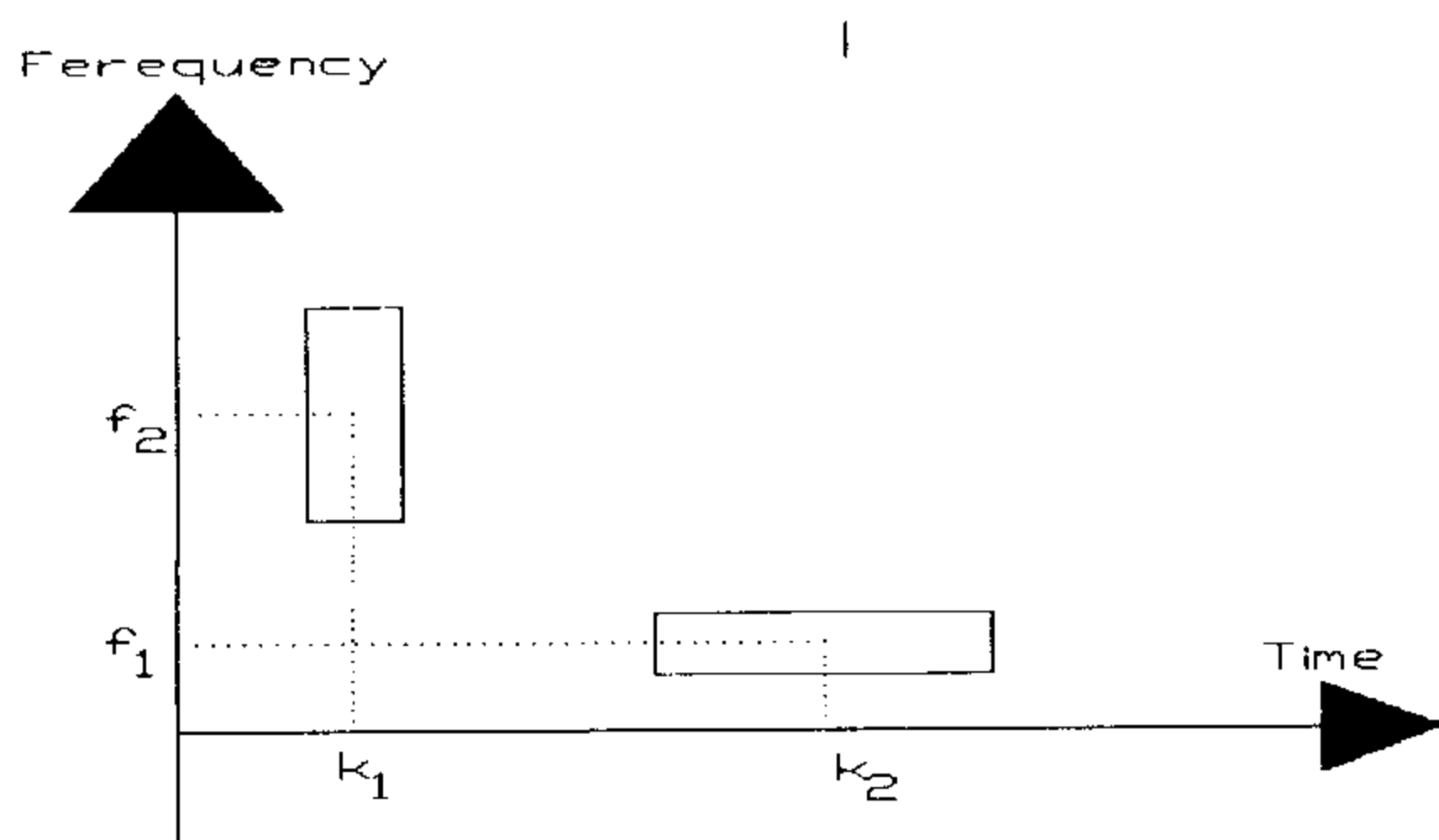
است که با هم مخلوط هستند. اگر  $\ddot{y}(t)_n$  از عبارات باقیمانده تفکیک و حذف شود، آنگاه با استفاده از یک فیلتر پایین‌گذر مانند کمترین مربعات یا فیلترینگ کالمن<sup>۵</sup> یک برآورد ناریب مینیمم واریانس از شتاب زلزله به دست می‌آید ولی مدوله کردن دقیق پراش موجود در موج زلزله در حوزه زمان، کار آسانی نیست. روش دیگر برای آنالیز امواج استفاده از حوزه فرکانس، با استفاده از فرمول‌های زیر است:

$$C_{(\omega)} = \langle \ddot{y}(t), W(t) \rangle \quad (2)$$

$$\ddot{y}(t) = \langle C_{(\omega)}, W(t)^* \rangle \quad (3)$$

که  $W(t)$  و  $W(t)^*$  پایه‌های تبدیل هستند،  $C_{(\omega)}$  اجزاء موج

فرکانسی را نشان می‌دهند که هر جفت نقطه متناظر نمایانگر مرکز پنجره‌های متحرک می‌باشد. وقتی که فرکانس پایین است، پنجره‌ها به طور اتوماتیک در فرکانس باریک خواهند شد، که متناظر با تفکیک‌پذیری بالای فرکانسی است و نیز وقتی که فرکانس بالاست، پنجره‌ها به طور اتوماتیک در زمان باریک خواهد شد که متناظر با تفکیک‌پذیری بالای زمانی است. ضرایب، تبدیل انرژی امواج را در داخل پنجره‌ها نشان می‌دهند. مطابق قضیه عدم قطعیت هایزنبرگ<sup>۷</sup>، شکل پنجره در مکانهای مختلف صفحه زمان-فرکانس تغییر می‌کند، اما مساحت پنجره ثابت است.



شکل ۱: پنجره‌های زمان-فرکانس تبدیل موجک.

استفاده از موجک‌ها در پردازش اطلاعات امواج زلزله برای خواص تمرکز حوزه زمان-فرکانس و تفکیک‌پذیری تعدیل‌پذیر تعقیب‌کننده امواج، بسیار مفید است. بحث کاربردی که در این مقاله معرفی می‌شود هموارسازی اطلاعات موج زلزله با استفاده از تئوری پردازش امواج موجکها می‌باشد، از این تکنیک ریاضی محض در پردازش موج زلزله استفاده شد. طبق نتایج بدست آمده نقاط معرفی کننده منحنی زلزله‌های مختلف به حدود ۲۵٪ نقاط منحنی اصلی کاهش یافت و به همین نسبت زمان مورد نیاز برای تحلیل انواع سازه‌ها را کاهش پیدا کرد. یعنی با کاهش زمان تحلیل به مقدار ۷۵٪ کمک خاصی به تحلیل دینامیکی سازه‌ها شده که با صرف زمان بسیار کمتری نتایج قابل قبولی را در اختیار داشته باشیم. بالاخص اگر این تحلیل دینامیکی در پروسه بهینه‌سازی سازه‌ها قرار گیرد، می‌تواند کمک مؤثری به کاهش زمان کلی بهینه‌سازی داشته باشد. در کارهای آینده از موارد تشریح شده فوق به صورت عملی استفاده شده و در مقالات بعدی ایده کاربردی-مهندسی بهینه‌سازی سازه‌ها تحت اثر بار زلزله بیشتر تشریح می‌شود.

تجزیه شده است و  $\langle \rangle$  به مفهوم ضرب داخلی است. یک پایه تبدیل معمول تابع سینوسی یا تبدیل فوریه است. در تبدیل فوریه، عبارتهای پراش موجود در موج به صورت پراش فرکانس-پایین و پراش فرکانس-بالا ظاهر می‌شود. در اینجا باید توجه کنیم که عبارات «پایین» و «بالا» مفهوم مبهمی دارند و تفاوت آشکاری بین آنها وجود ندارد. بنابراین ما برای پردازش اطلاعات امواج زلزله از فیلترهای پایین-گذر (مثل کمترین مربعات و فیلتر کالمن) و فیلترهای بالا-گذر (مثل اپراتورهای تفاضلی) استفاده می‌کنیم. مشکل تبدیل فوریه این است که تابع پایه در حوزه زمان دارای محمل یا بازه اثر بی‌نهایت است. بنابراین پایه فوریه به کل اطلاعات برای کامل کردن تبدیل نیاز دارد و در نتیجه اطلاعات زمانی و موضعی‌سازی زمانی از دست می‌رود. در یک باند فرکانس پایین باریک اگر ما تعدادی پراش داشته باشیم، برای مشخص کردن آنها به تفکیک‌پذیری فرکانسی بالا نیاز داریم. در حالی که در یک باند فرکانس بالا برای تشخیص المانهایی که به سرعت تغییر می‌کنند نیاز به یک روش تعیین سریع داریم. متأسفانه تبدیل فوریه در کل محدوده فرکانسی تفکیک‌پذیری ثابتی دارد. در سالهای اخیر نوع جدیدی از پایه‌ها، که پایه‌های موجک نامیده می‌شوند، توسعه یافته‌اند [۵، ۱]. پایه‌های موجک یا به طور ساده موجک‌ها، با اتساع و تراکم یک موجک مادر<sup>۸</sup> به دست می‌آیند:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \quad j, k \in \mathbb{Z} \quad t \in \mathbb{R} \quad (4)$$

در اینجا  $j, k$  فاکتور مقیاس هستند که از دیدگاه کارهای عملی مساوی دو انتخاب شده است که هر مقدار غیر صفر می‌تواند باشد [۵، ۱] و  $\psi$  موجک مادر و  $\psi_{j,k}$  موجکهای دختر می‌باشند. با اعمال رابطه (۴) به روابط (۲) و (۳) تبدیلات موجک به دست می‌آید. در این مقاله توابع موجک دابشی که محمل فشرده و حقیقی هستند به عنوان توابع پایه پیشنهاد می‌شوند. با این انتخاب توابع پایه با دوال آنها یکسان خواهند شد. از معادله (۴) می‌توان دید که تبدیلات موجک اپراتوری است که با انتقال  $k$  و  $j$  اطلاعات زمان و مقیاس یا عکس فرکانس امواج را نمایش می‌دهد و مطابق شکل (۱) یک پنجره زمان-فرکانس متحرک تشکیل می‌دهد.

در شکل (۱)  $k_1$  و  $k_2$  تمرکز زمانی و  $f_1$  و  $f_2$  تمرکز

و این بدین مفهوم است که  $f(t) \in V_j$  می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$f(t) = \sum_k a_k \varphi(2^j t + k) \quad (11)$$

مطابق تعریف آنالیز چندریزه‌سازی یک دنباله از زیر فضاهای بسته  $[V_j]$  متعلق به  $L^2(\mathbb{R})$  است که در خصوصیات زیر صدق می‌کند توجه شود که در فرمول‌های زیر، آرگومان  $t$  با  $x$  عوض شده و  $\mathcal{X}$  می‌تواند نشان دهنده زمان، مکان و... باشد:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. V_j \subset V_{j+1}, \quad \forall j \in \mathbb{Z} \\ 2. f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(2x) \in V_{j+1} \\ 3. \text{span} \bigcup_{j=-\infty}^{+\infty} V_j = L^2(\mathbb{R}), \quad \text{span} \bigcap_{j=-\infty}^{+\infty} V_j = \{0\} \\ 4. f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(x+2^{-j}n) \in V_j \\ 5. \text{A scaling function } \varphi(x) \in V_0, \text{ with a non-vanishing} \\ \text{integral, exists such that the family } \varphi(x-n)_{n \in \mathbb{Z}} \text{ is} \\ \text{a Riesz basis for } V_0 \end{array} \right. \quad (12)$$

گرچه پایه ریس نیازی به تعامد، یکه بودن و استقلال ندارد، یک تابع مقیاس  $\varphi(x) \in V_0$  وجود دارد به طوری که  $\varphi(x-n)_{n \in \mathbb{Z}}$  یک پایه متعامد یکه در  $V_0$ ،  $\varphi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \varphi(2^j x - k)$  یک پایه متعامد یکه در  $V_j$  می‌باشد. با در نظر گرفتن خاصیت اتساع دو در مورد تابع مقیاس می‌توان نوشت:

$$\varphi(x) = \sum_n h(n) \sqrt{2} \varphi(2x - n), \quad n \in \mathbb{Z} \quad (13)$$

تابع موجک از تابع مقیاس با فرمول زیر به دست می‌آید:

$$\psi(x) = \sum_n h_1(n) \sqrt{2} \varphi(2x - n) \quad (14)$$

$\psi(x-n)$  پایه متعامد یکه در  $W_0$  و

$$\psi(x) = 2^{j/2} \psi(2^j x - n) \quad (15)$$

پایه متعامد یکه در  $W_j$  است.

از دو معامله فوق می‌توان دید که  $h$  و  $h_1$  پاسخ ضربه فیلتر هستند و فیلترینگ در یک بانک فیلتر دو کانال مطابق شکل (۲) انجام می‌شود.

با توجه به اینکه تئوری موجک‌ها هنوز به سرعت در حال توسعه است، می‌توان موجک‌های مختلف زیادی با خواص اجرایی مختلف برای پردازش اطلاعات امواج زلزله یافت. در این مقاله ما آنالیز چندریزه‌سازی (MRA) و موجک‌های متعامد یکه محمل فشرده دابشی را مطرح می‌کنیم.

## آنالیز چندریزه‌سازی (MRA)

برای استفاده از آنالیز چندریزه‌سازی، ما با تعریف تابع مقیاس شروع و سپس تابع موجک را بر حسب آن تعریف خواهیم کرد. یک مجموعه از توابع مقیاس بر حسب انتقالات صحیح تابع مقیاس پایه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varphi_k(t) = \varphi(t-k) \quad k \in \mathbb{Z} \quad \varphi \in L^2 \quad (5)$$

$\varphi_k$  موجک مادر است و  $V_0$  توابع تولید شده در زیرفضایی  $L^2(\mathbb{R})$  میباشد که به وسیله این توابع تولید می‌شود به صورت زیر به ازای کل مقادیر  $k$  از  $-\infty$  تا  $+\infty$  تعریف می‌شود:

$$V_0 = \overline{\text{span}\{\varphi_k(t)\}} \quad (6)$$

این بدین مفهوم است که به ازای هر  $f(t)$  که در آن:

$$f(t) = \sum_k a_k \varphi_k \quad (7)$$

آنگاه:

$$f(t) \in V_0 \quad (8)$$

اندازه زیر فضای تولید شده را می‌توان با تغییر مقیاس توابع مقیاس افزایش داد. یک دسته دو بعدی از توابع با مقیاس‌گذاری و انتقال تابع مقیاس پایه به صورت زیر تولید می‌شود:

$$\varphi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \varphi(2^j t - k) \quad (9)$$

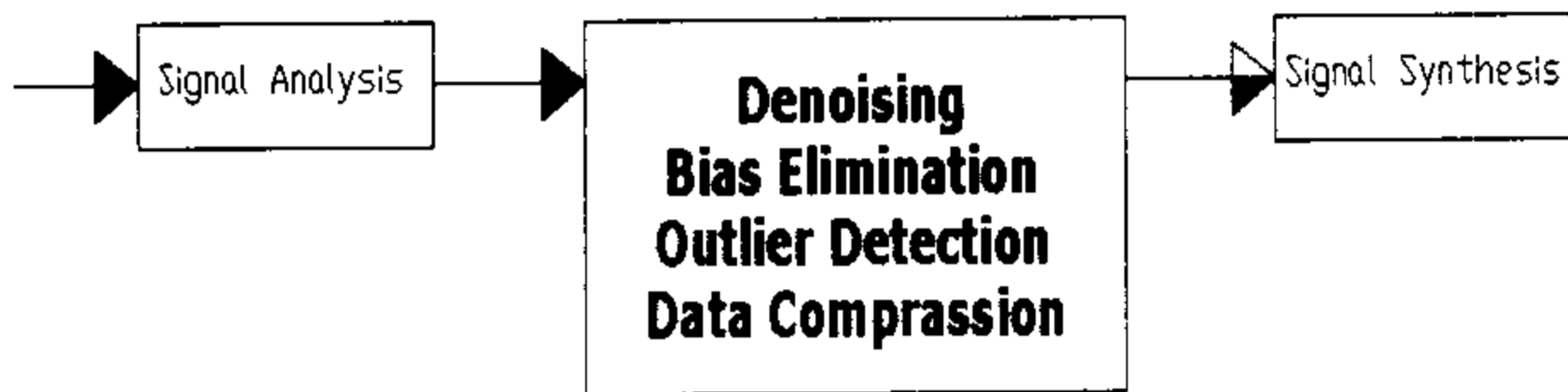
که زیر فضای تولید شده توسط آن به صورت زیر خواهد بود:

$$V_j = \overline{\text{span}_k\{\varphi_k(2^j t)\}} = \overline{\text{span}_k\{\varphi_{j,k}(t)\}} \quad (10)$$

سایر دسته‌های موجک بین این دو حالت حدی قرار دارند [۵, ۷, ۸, ۹].

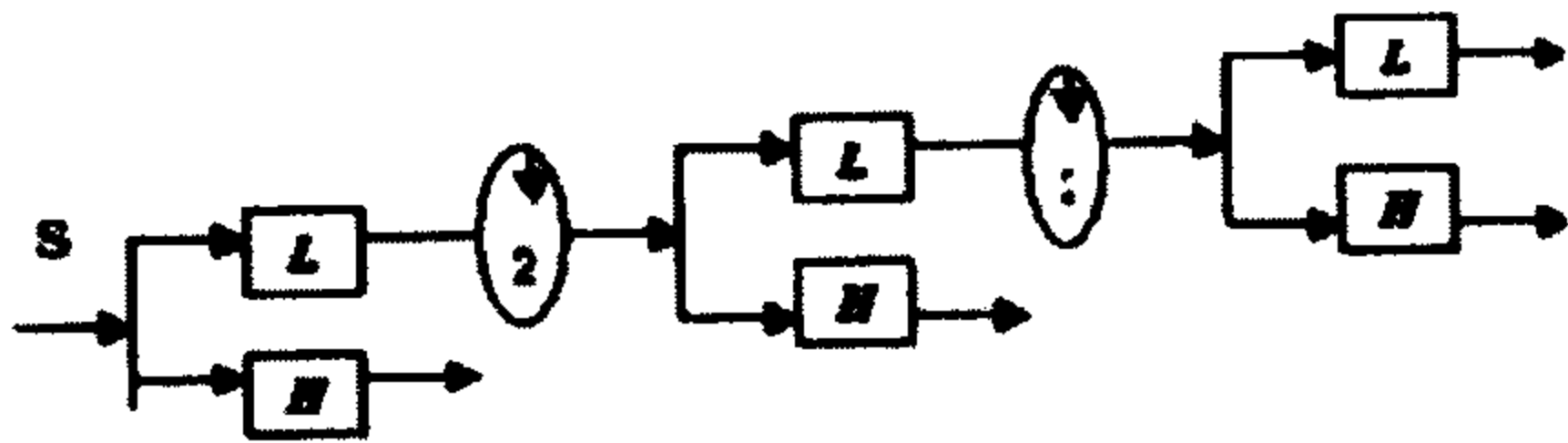
### پردازش امواج زلزله

از آنالیز MRA می‌توان برای متراکم‌سازی امواج زلزله استفاده کرد. روند کلی در شکل (۴) نشان داده شده است.



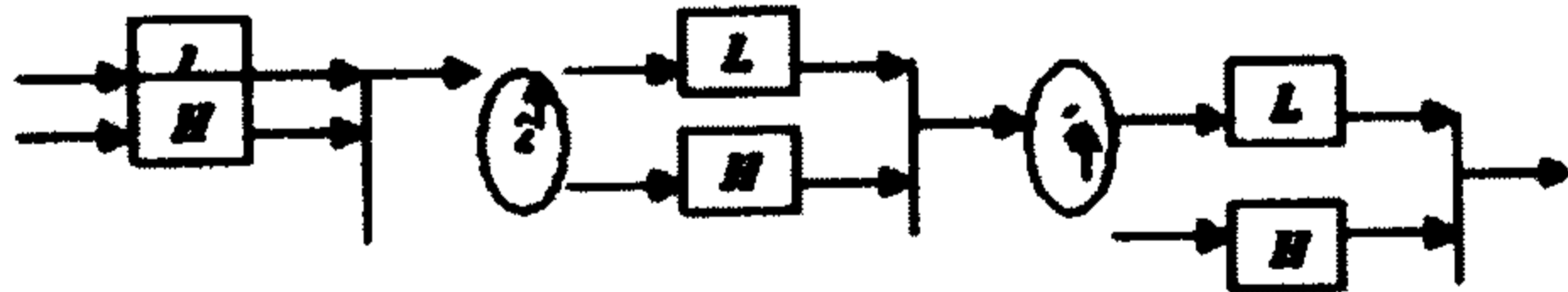
شکل ۴: پردازش چندریزه‌سازی اطلاعات امواج زلزله.

بلوک تجزیه موج یک باند فیلتر تجزیه دو کانال مطابق شکل (۵) است.



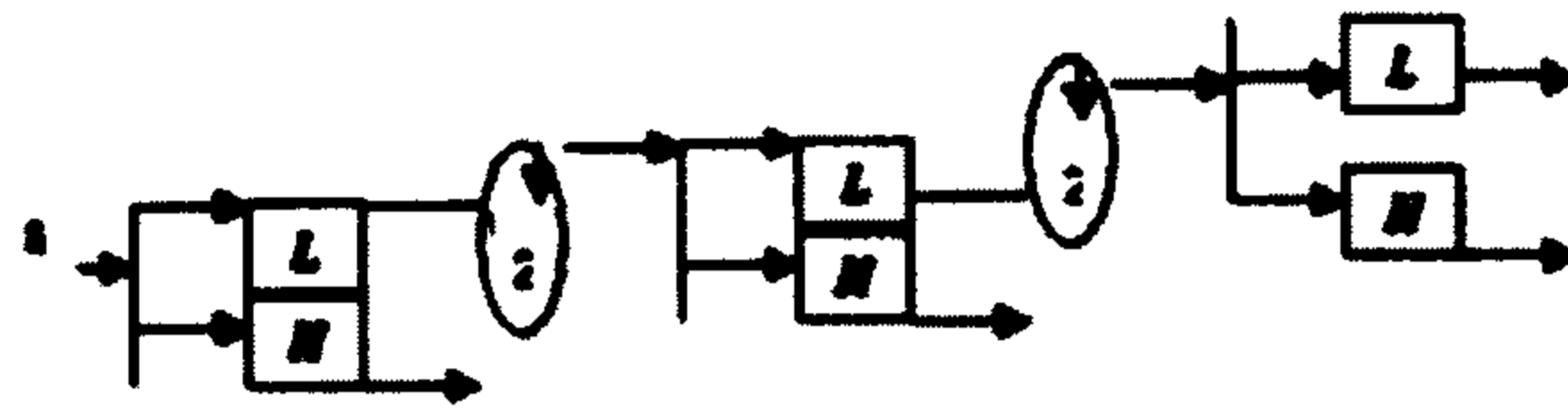
شکل ۵: بانک فیلتر تجزیه دو کانال.

برای فیلترهای بالا-گذر و پایین-گذر می‌توان از توابع موجک و مقیاس دابشی استفاده کرد پراشها و پراشهای موج زلزله را می‌توان در حوزه زمان فرکانس تفکیک و حذف نمود. سپس اطلاعات فیلتر شده موج را از یک باند فیلتر ترکیب دو کانال گذرانده، در نتیجه آن موج مورد نظر به دست می‌آید. بلوک ترکیب موج یک باند فیلتر ترکیب دو کانال مطابق شکل (۶) است.



شکل ۶: بانک فیلتر ترکیب دو کانال.

برای آنالیز، بهتر است که از موجکهای دابشی که محمل کوتاه دارند بویژه موجکهای  $L^2(R)$  استفاده کرد. دلیل این انتخاب را می‌توان چنین گفت که پایه موجک تغییر فاز و تأخیر زمانی کمتری دارد و امکان بازیافت آسان موج را به صورت آنی فراهم می‌کند.



شکل ۲: بانک فیلتر دو کانال.

در شکل (۲) موج ورودی است و  $L = \{h_k\}$  فیلتر پایین-گذر و  $H = \{h_k = (-1)^k h_{1-k}\}$  فیلتر بالا-گذر است و فیلترینگ در هر مرحله با حذف نمونه  $\hat{a}$  به ضریب دو همراه است. در هر مرحله، فیلترینگ بالا-گذر و پایین-گذر انجام می‌شود و پهنای باند نصف می‌شود. با در نظر گرفتن روند معکوس نشان داده شده در شکل (۲) می‌توان موج را با استفاده از روابط زیر بازسازی کرد [۲, ۳, ۴, ۶].

$$g(x) \in L^2(R) \tag{16}$$

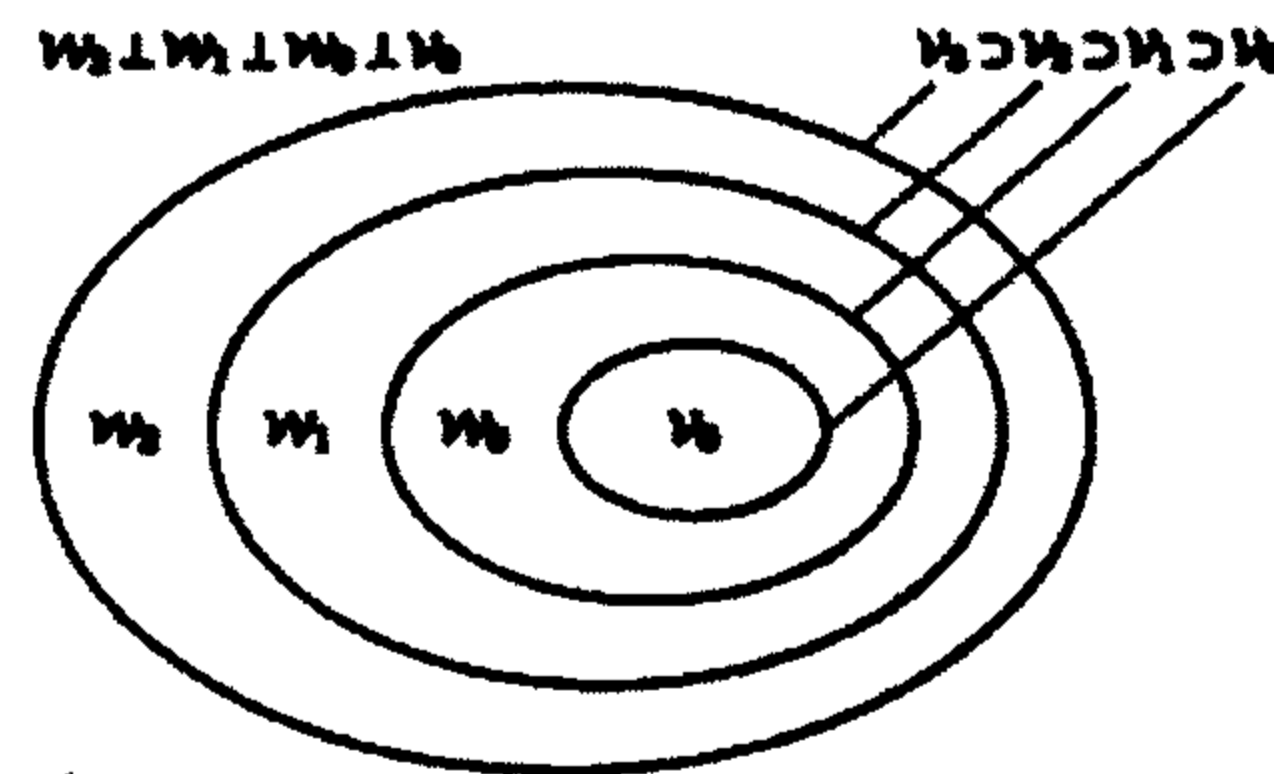
$$L^2 = v_0 \oplus w_0 \oplus w_1 \oplus \dots \tag{17}$$

$$g(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c(k)\varphi_k(x) + \sum_{j=0}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d(j,k)\psi_{j,k}(x) \tag{18}$$

$$c(k) = c_0(k) = \langle g(x), \varphi_k(x) \rangle = \int g(x)\varphi_k(x)dx \tag{19}$$

$$d_j(k) = d(j,k) = \langle g(x), \psi_{j,k}(x) \rangle = \int g(x)\psi_{j,k}(x)dx \tag{20}$$

ارتباط زیر فضاهای تولید شده توسط توابع مقیاس و موجکها در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل ۳: ارتباط زیر فضاهای تولید شده توسط توابع مقیاس و موجکها.

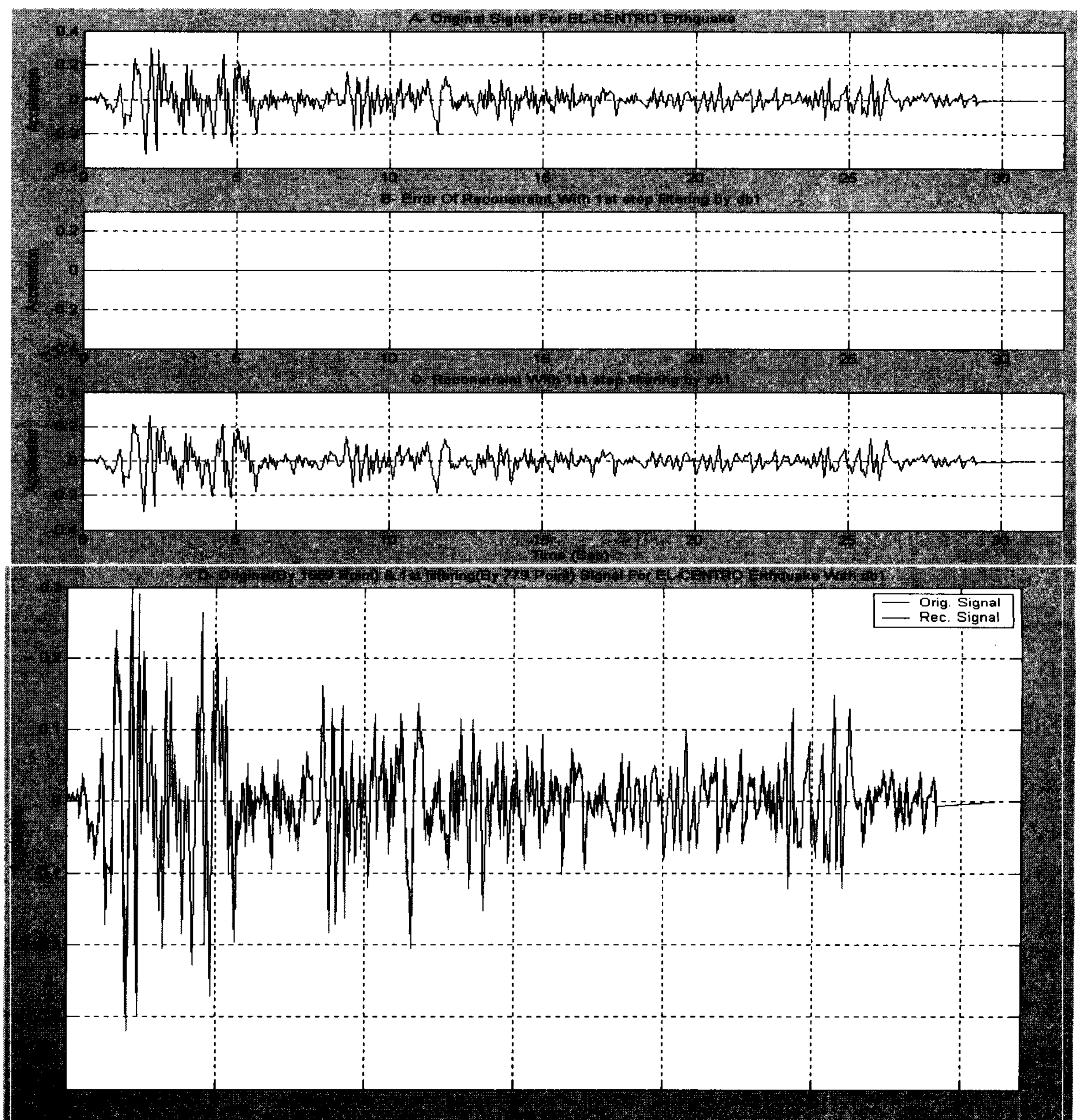
دو حالت حدی برای موجکها عبارتند از تابع هار<sup>۱</sup> و تابع سینوسی. موجک هار دارای تمرکز خوب زمانی و تمرکز فرکانسی ضعیف است. بر عکس موجک سینوسی دارای تمرکز فرکانسی خوب و تمرکز زمانی ضعیف است.

## هموارسازی اطلاعات

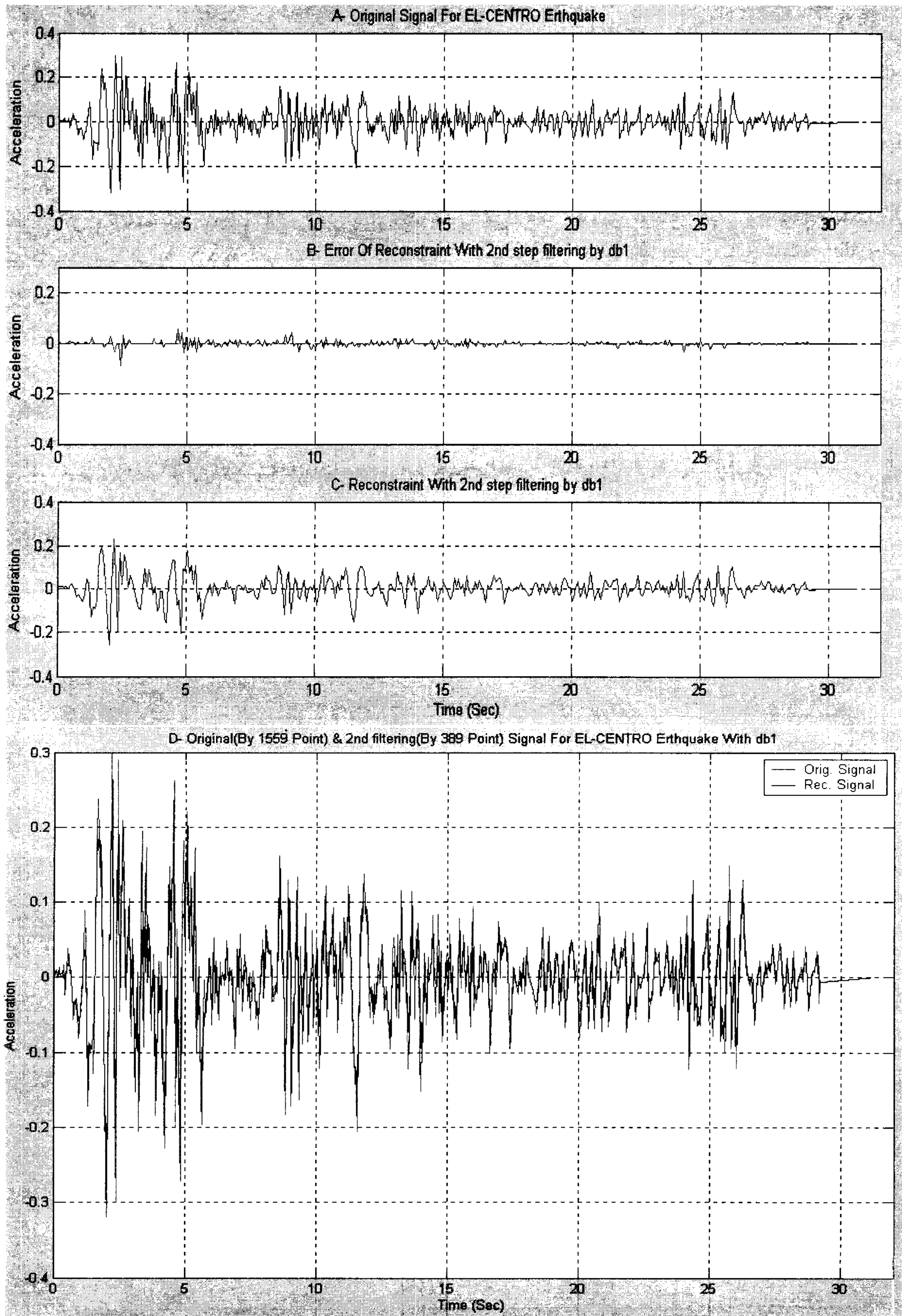
آن طور که می‌دانیم نویز اطلاعات موج زلزله از نویز پراشهای موجود در این اطلاعات بیشتر است. با استفاده از تکنیک‌های کاهش پراش موجک می‌توان، اطلاعات موج زلزله را هموار کرد که اطلاعات اصلی موج زلزله در یک بانک فرکانسی پایین خیلی باریک محدود می‌شود و موج بدون پراش مستقیماً از خروجی بانک فیلتر پایین-گذر متناظر به دست می‌آید. لازم به ذکر است که با در نظر گرفتن محدوده فرکانسی اطلاعات در انتخاب نوع موجک و سطح تجزیه دقت گردد تا اطلاعات فرکانس بالا به جای پراش از دست نرود. در اشکال (۷) تا (۹) منحنی‌های

اصلی، بازسازی شده و خطای حاصل از بازسازی، موج زلزله ال-سنتر و در اشکال (۱۰) تا (۱۲) منحنی‌های اصلی، بازسازی شده و خطای حاصل از بازسازی، موج زلزله طبس در مقیاسهای مختلف نشان داده شده است.

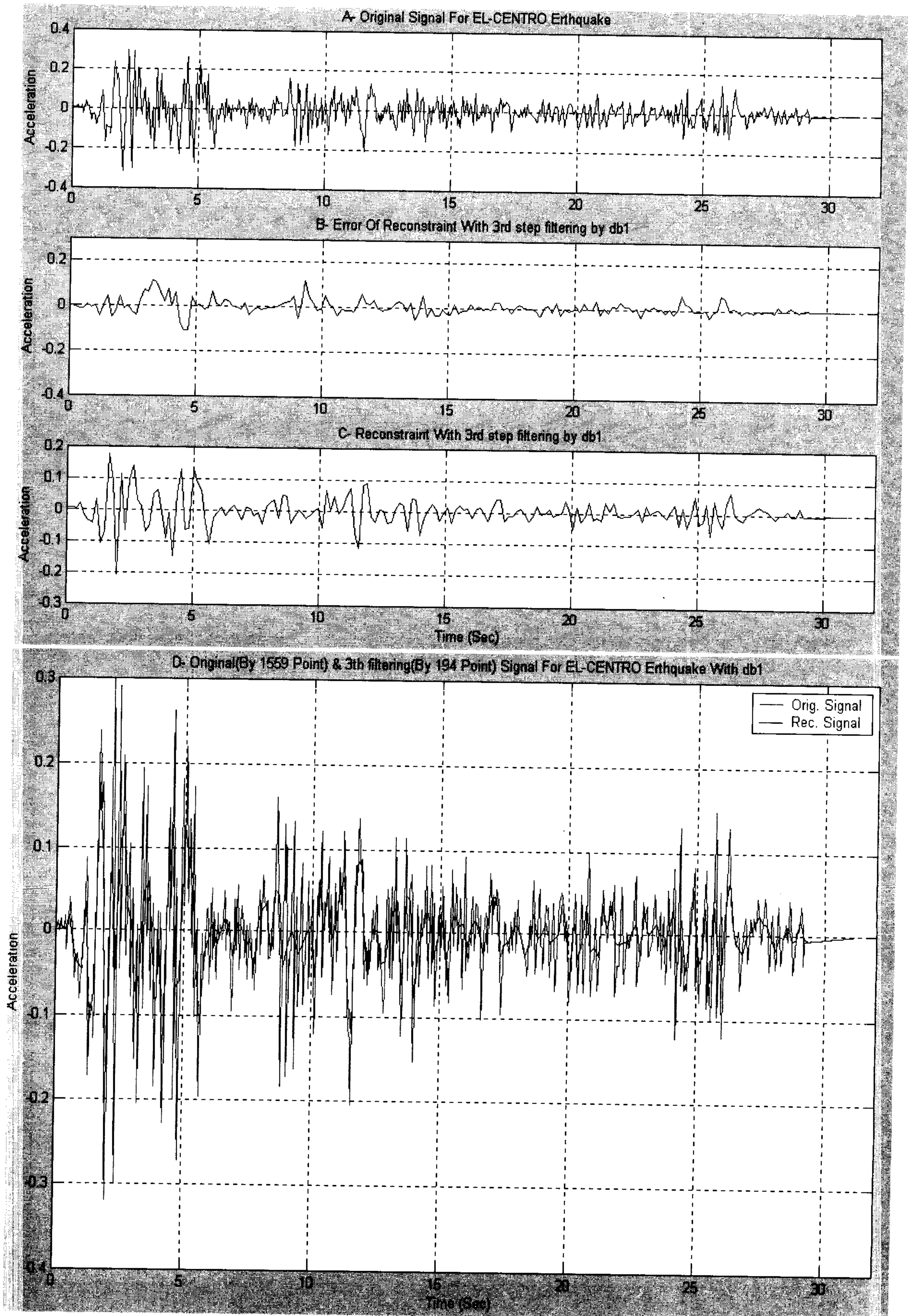
همانطور که در اشکال (۷)، (۸) و (۹) دیده می‌شود با بالا رفتن مقیاس، اطلاعات، فیلتر شده و هموار می‌گردند. در این فرآیند کلیه موجکهای دابشی مورد بررسی قرار گرفت که بهترین نتایج توسط  $db_1$  حاصل گردید. اشکال زیر مبتنی بر استفاده از موجک  $db_1$  می‌باشد.



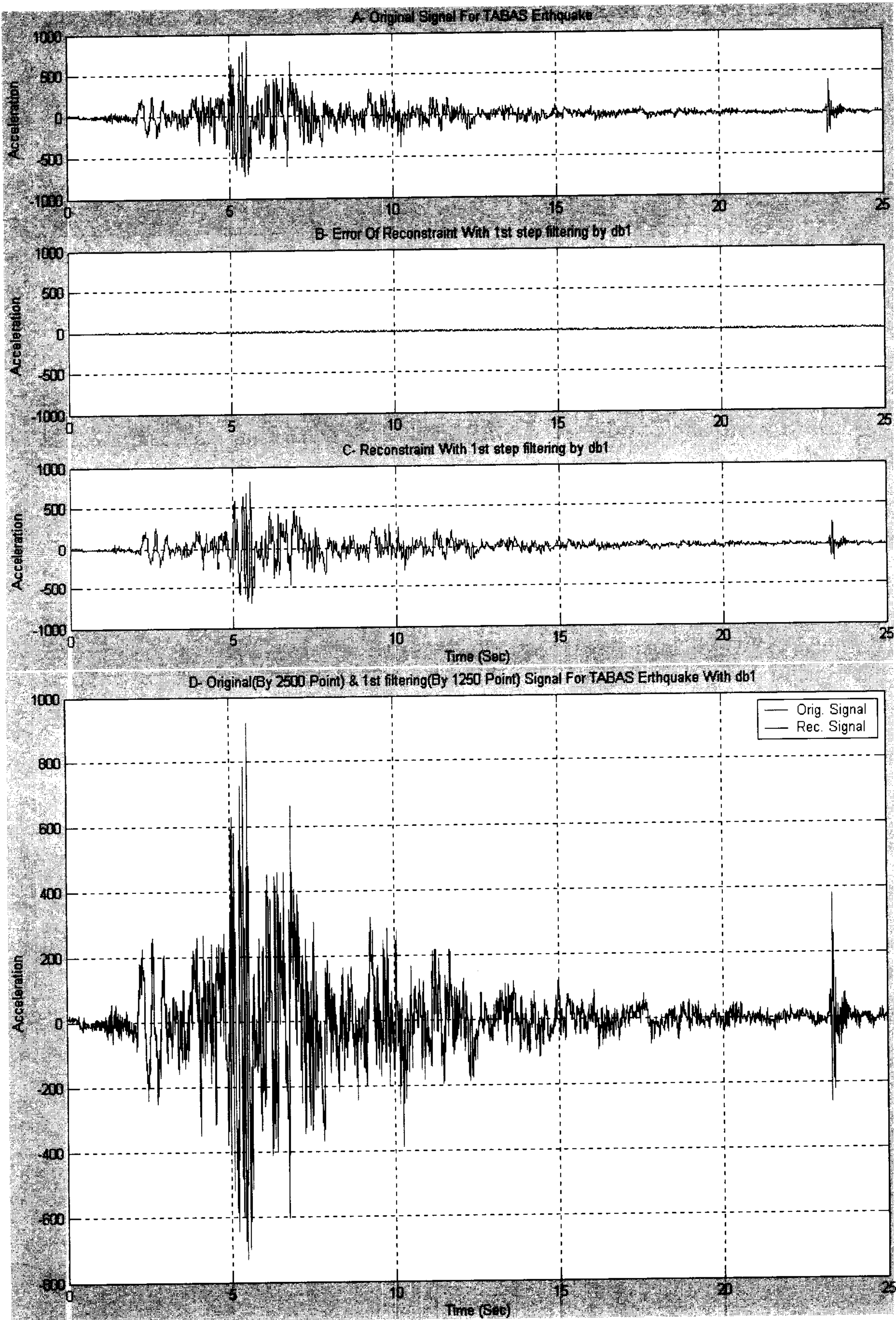
شکل ۷: منحنی‌های اصلی، بازسازی شده و خطای حاصل از بازسازی، زلزله ال-سنتر و در مقیاس ۱.



شکل ۸: منحنی‌های اصلی، بازسازی شده و خطای حاصل از بازسازی، زلزله ال-سنترو در مقیاس ۲.

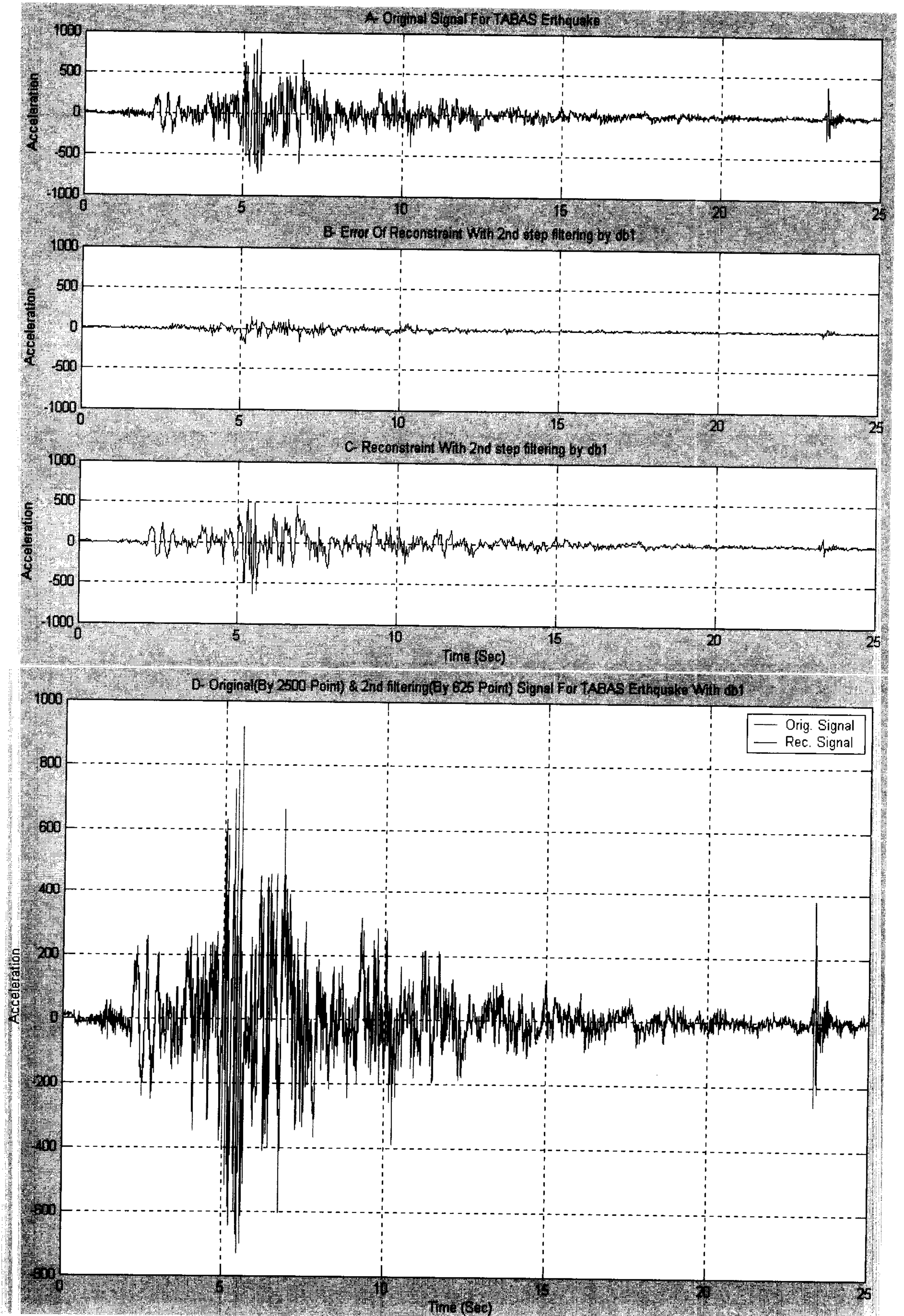


شکل ۹: منحنی‌های اصلی، بازسازی شده و خطای حاصل از بازسازی، زلزله ال-سنترو در مقیاس ۳.

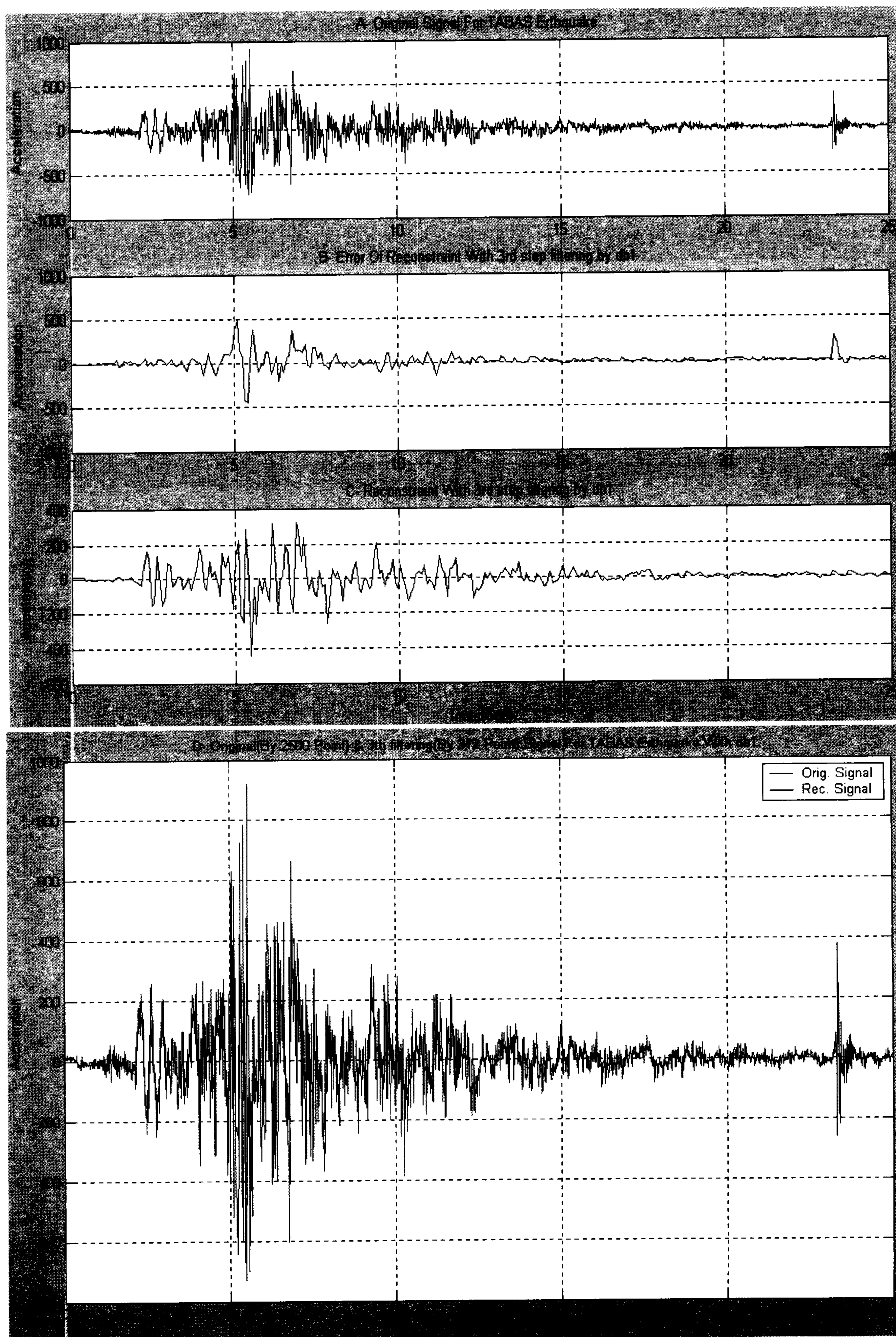


شکل ۱۰: منحنی‌های اصلی، بازسازی شده و خطای حاصل از بازسازی، زلزله طیس در مقیاس ۱.





شکل ۱۱: منحنی‌های اصلی، بازسازی شده و خطای حاصل از بازسازی، زلزله طیس در مقیاس ۲.



شکل ۱۲: منحنی‌های اصلی، بازسازی شده و خطای حاصل از بازسازی، زلزله طیس در مقیاس ۳.

اما سؤالی که در اینجا مطرح می‌شود انتخاب تابع پنجره و نحوه تقسیم‌بندی موج به بخش‌های مختلف است. به عبارت دیگر هر گونه اطلاعات در سری اطلاعاتی که در فاصله زمانی کوچکتر از طول پنجره انتخابی وجود داشته باشد، نمایش داده نمی‌شود، زیرا برای نمایش یک فرکانس باید حداقل یک پرپود آن را مشاهده کرد. بنابراین تبدیل فوریه زمان کوتاه ابزاری مناسبی برای بررسی سری‌های اطلاعاتی نمی‌باشد که هدف از آنالیزشان به دست آوردن پرس‌های موجود در آنهاست. علاوه بر این، مشکلات موجود در تبدیل فوریه نیز در تبدیل فوریه زمان کوتاه وجود دارد. تئوری موجک روشی است که برای غلبه بر مشکلات تبدیل فوریه ارائه گردیده است. در این روش مسئله تقسیم‌بندی موج به بخش‌های مختلف با استفاده از یک تابع قابل مقیاس بندی و قابل انتقال حل می‌شود. این تابع در طول سری اطلاعاتی انتقال پیدا می‌کند و برای هر موقعیت آن، طیف سری اطلاعاتی محاسبه می‌شود و بنابراین مسئله موضعی‌سازی حل می‌گردد. این مراحل برای توابعی با فرکانس‌های مختلف تکرار می‌شود و در نهایت نتیجه حاصل به صورت مجموعه‌ای از اطلاعات آرگومان-فرکانس به دست می‌آید، بر خلاف تبدیل فوریه زمان کوتاه که طول پنجره انتخابی برای نمایش آرگومان-فرکانس ثابت است.

مهمترین مسئله که در آنالیز طیفی موجک باید مورد توجه قرار گیرد، تابع موجک انتخابی است. برای انتخاب این تابع به اطلاعات تولیه از سری اطلاعاتی مورد بررسی نیاز داریم تا با توجه به رفتار سری اطلاعاتی بتوان از موجک مادر مناسب استفاده کرد. آنالیز امواج با استفاده از موجکها ابزار جدیدی را برای پردازش اطلاعات امواج زلزله مطرح می‌کند که نه تنها پراش را فیلتر می‌کند بلکه فرصت مناسبی را برای تحقق جداسازی و حذف خطای اندازه‌گیری‌ها به وجود می‌آورد.

لازم به تذکر است که اگر ما درک بهتری از پراش امواج زلزله داشته باشیم، انتخاب و توسعه بهتری از پایه موجک و الگوریتم اجرایی خواهیم داشت. ارتباط و ترکیب موجکها با آمار و پردازش فرآیندهای تصادفی و آنالیز چندریزه‌سازی با فیلترینگ کالمن نیز موضوعاتی هستند که بسط و توسعه آنها در زمینه پردازش اطلاعات امواج زلزله مفید خواهد بود.

ملاحظه می‌شود که در بازسازی موج زلزله در مقیاس ۱ با وجود کاهش تعداد نقاط به نصف مقدار اولیه با توجه به اشکال (b-7) و (b-10) خطای حاصل از این کاهش تعداد نقاط در حد صفر است. در بازسازی موج زلزله در مقیاس ۲ با وجود خطای میانگین کمتر از ۰.۵٪ در شکل (b-8) و (b-11) تعداد نقاط بازسازی شده منحنی به حدود  $\frac{1}{4}$  ( $\frac{389}{1559}$  OR  $\frac{625}{2500}$ ) تعداد نقاط منحنی اصلی کاهش داده شده‌اند. ملاحظه می‌گردد که با عنایت به درصد خطای بسیار پایین تعداد نقاط معرفی کننده موج به  $\frac{1}{4}$  مقدار اصلی رسیده است. می‌توان به راحتی از منحنی بازسازی شده به جای منحنی اصلی در تحلیل دینامیکی استفاده نمود. این نسبت کاهش زمان در تحلیل سازه‌های بزرگ با تعداد زیاد درجات آزادی، فاکتور بسیار مهمی است که می‌تواند مورد استفاده فراوانی در کارهای آینده داشته باشد.

## نتیجه‌گیری و پیشنهادات

با استفاده از تبدیل فوریه می‌توان یک مجموعه اطلاعاتی را به صورت مجموع سری‌های مثلثاتی نمایش داد. مهمترین عیب تبدیل فوریه عدم نمایش اطلاعات از فضای آرگومان است. به عبارت دیگر هر چند استفاده از تبدیل فوریه این امکان را فراهم می‌آورد که تمامی فرکانس‌های موجود در یک مجموعه اطلاعاتی را به دست آوریم، اما امکان تشخیص محل رخداد این فرکانسها در فضای آرگومان امکانپذیر نمی‌باشد. علت آن موضعی نبودن توابع پایه مورد استفاده تبدیل فوریه در فضای آرگومان است. به عبارت دیگر با تغییر کوچکی در فرکانس یک مجموعه اطلاعات فضای فرکانس، این تغییرات در تمامی نقاط فضای آرگومان منعکس خواهد شد. برای غلبه بر این مشکل روش‌های زیادی ارائه شده است که به نحوی امکان نمایش موج در دامنه آرگومان و فرکانس را به طور همزمان فراهم آورد.

در بسیاری از این روش‌ها، مانند تبدیل فوریه زمان کوتاه ابتدا موج را به بخش‌های مختلفی تقسیم می‌کنند و سپس هر کدام از این بخش‌ها را به طور جداگانه مورد بررسی قرار می‌دهند. در این تبدیل موقعیت تابع پنجره معرف یک پارامتر اضافی است.

## مراجع

- 1 - Heil, H. and Walnut, F. (1989). *Continuous and Discrete Wavelet Transforms* society for industrial and applied mathematics review, Vol. 31, No. 4, PP. 628-666.
- 2 - Kaiser, G. (1994). *A friendly guide to wavelets*, Birkhauser Publisher.
- 3 - Polikar, R. (1999). The wavelet tutorial, @ <http://www.public.iastate.edu/~rpolikar/wavelets/wavelets.html>.
- 4 - Daubechies, I. (1992). *Ten lectures on wavelets*, SIAM, Philadelphia.
- 5 - Daubechies, I. (1987). "Orthonormal bases of wavelets with finite support-Connection with discrete filters, in wavelets." *Time-Frequency Methods and Phase Space*, PP. 38-67.
- 6 - Mallat, S. (1989). "Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases of  $L_2(\mathbb{R})$ ." *Trans. AMS* 315, PP. 69-88.
- 7 - Matlab Help, <http://www.mathworks.com/>.
- ۸ - راست‌بود، ا. "کاربرد تبدیلات موجک در پردازش مشاهدات GPS." *مجله نقشه‌برداری*، سال سیزدهم، شماره ۵۲، (۱۳۸۱).
- ۹ - کشاورز، ه. "فشرده‌سازی تصویر به روش Wavelet Coding." *دانشگاه فردوسی مشهد*، پروژه درس پردازش تصویر.

## واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- |                                      |                            |
|--------------------------------------|----------------------------|
| 1 - Multi Resolution Analysis        | 2 - Fast Wavelet Transform |
| 3 - Digital Signal Processing        | 4 - Daubechies Wavelet     |
| 5 - Kalman Filtering                 | 6 - Mother Wavelet         |
| 7 - Heisenberg Uncertainty Principle | 8 - Down-Sampling          |
| 9 - Haar Wavelet                     |                            |