



Improving the accuracy of soil temperature time series prediction at different depths using spectral analysis and Box-Jenkins models

Fereshteh Nourmohammadi Dehbalaei¹ | Abbas Solimanpour² | Seyed Taghi Omid Naeeni³

1. Corresponding Author, School of Civil Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran, E-mail addresses: Nourmohammadi.fer@ut.ac.ir

2. School of Agricultural Engineering, Faculty of Agriculture, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran. E-mail Solimanpour65@gmail.com

3. School of Civil Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran, E-mail: Snaeeni@ut.ac.ir

Article Info

Article type: Research Article

Article history:

Received: March. 6, 2025

Revised: May. 6, 2025

Accepted: May. 11, 2025

Published online: July. 2025

Keywords:

Modeling.

Spectral analysis.

Statistical analysis.

Thermal behavior of soil layers.

ABSTRACT

Soil temperature is an important dynamic parameter that plays a key role in surface hydrological processes. In this study, a combination of spectral analysis and Box-Jenkins time series models was used to improve the prediction of thermal behavior in soil layers at various depths. Two main scenarios were considered for modeling: the first relying on soil temperature data, and the second including meteorological variables as auxiliary inputs. Model performance was evaluated using MAE, RMSE, R^2 , and AIC criteria. After performing various tests, deterministic components in the time series were identified, and their intensity was assessed using different statistical parameters. The statistical analysis indicated that seasonality plays a more significant role than trend in the soil temperature time series. The developed models showed that combining spectral analysis with ARMA and ARIMA structures significantly improves soil temperature prediction accuracy. At the depth of 100 cm, this method achieved better performance with $R^2 = 0.9750$, MAE = 0.83, RMSE = 1.06, and AIC = -221.38, compared to multivariate models. Although in some scenarios the inclusion of meteorological variables such as evapotranspiration, wind speed, and solar radiation improved the results, univariate models based on soil temperature data provided more stable performance. Ultimately, this study demonstrated that combining spectral methods with time series models is an effective and reliable approach for predicting soil temperature at various depths.

Cite this article: Nourmohammadi Dehbalaei, F., Solimanpour, S., & Naeeni, S. T. O. (2025). Improving the accuracy of soil temperature time series prediction at different depths using spectral analysis and Box-Jenkins models., *Iranian Journal of Soil and Water Research*, 56 (5), 1175-1200. <https://doi.org/10.22059/ijswr.2025.391251.669896>

© The Author(s).

Publisher: The University of Tehran Press.

DOI: <https://doi.org/10.22059/ijswr.2025.391251.669896>



EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Soil temperature is one of the fundamental parameters in geoenvironmental engineering, geotechnics, hydrology, and agriculture, influencing many physical, chemical, and biological processes in soil. Therefore, predicting soil temperature can be important for water resource decision-makers. Many researchers adopt a variable-based approach to study soil temperature data. In this approach, a large number of independent variables are used to estimate soil temperature. One suitable method to address these challenges is to perform modeling using stochastic models.

Materials and Methods

In the first step, the soil temperature data at various depths were divided into training and testing sets to enable performance evaluation of the models. The modeling process was then implemented based on two main scenarios, comprising a total of 12 sub-scenarios. The first scenario focused on univariate modeling of soil temperature and included two main sub-scenarios: the first with data preprocessing, and the second without any preprocessing. In the first sub-scenario, after applying preprocessing techniques, soil temperature was modeled using four different time series approaches: ARIMA, ARMA, AR, and MA. For each approach, 100, 100, 10, and 10 models were developed, respectively, by varying the modeling parameters. In the second sub-scenario, soil temperature data were modeled without any preprocessing, solely using classical Box-Jenkins models including ARIMA, ARMA, and SARIMA. Each of these models was independently implemented and evaluated through 120 separate runs. The second scenario was based on multivariate modeling of soil temperature. In this approach, in addition to soil temperature time series data, auxiliary meteorological variables were incorporated as predictors. This scenario consisted of two sub-scenarios (third and fourth). In the third sub-scenario, soil temperature was modeled using only one auxiliary variable as an additional input. In each case, the selected variable was one of the well-known factors influencing soil temperature.

Results and Discussion

This study aimed to improve the accuracy of soil temperature forecasting at various depths by combining spectral analysis with Box-Jenkins models. Data stationarity was tested using the KPSS and PP tests, which indicated that the data were non-stationary. The autocorrelation function (ACF) analysis revealed a strong seasonal component with a 365-day periodicity across all time series. Two main modeling scenarios were designed to evaluate the effects of preprocessing techniques and meteorological variables. The results showed that univariate models, which relied solely on soil temperature data, outperformed multivariate models that incorporated meteorological variables. The univariate approach demonstrated better stability and prediction accuracy across different depths. Additionally, the models showed that as depth increased, prediction accuracy improved, with the model performing significantly better at 100 cm compared to 5 cm. The accuracy and efficiency of the model increased by approximately 58-59.5% at greater depths, making it more suitable for predicting soil temperature at deeper levels.

Conclusion

Results showed that incorporating spectral analysis significantly improved the performance of univariate time series models compared to seasonal differencing. Deeper soil layers yielded higher prediction accuracy due to their thermal stability. Model evaluation based on MAE, RMSE, R^2 , and AIC confirmed that preprocessing improves performance. Moreover, statistical analysis of deterministic and stochastic components highlighted the dominant role of seasonality over long-term trends in soil temperature variations. While univariate models outperformed multivariate ones overall, using a single relevant meteorological variable (especially evapotranspiration, wind speed, or solar radiation) as an auxiliary input also proved effective. Future studies are encouraged to test these approaches using hybrid models and under broader environmental conditions.

Author Contributions

Fereshteh Nourmohammadi Dehbalaei: Writing – original draft, Formal analysis, Conceptualization, Data curation, Methodology, Validation, Writing – review & editing, supervision, and project administration. Abbas Solimanpour: Formal analysis, Conceptualization, Data curation, Writing – review & editing. Seyed Taghi Omid Naeeni: Formal analysis, Conceptualization, Data curation, Methodology, Validation, Writing – review & editing.

Data Availability Statement

Data is available on reasonable request from the authors.

Acknowledgements

The authors would like to thank all participants of the present study.

Ethical considerations

The authors avoided data fabrication, falsification, plagiarism, and misconduct.

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest

افزایش دقت پیش‌بینی سری‌های زمانی دمای خاک در اعماق مختلف با استفاده از آنالیز طیفی و مدل‌های باکس-جنکینز

فرشته نورمحمدی ده‌بالایی^۱ | عباس سلیمان‌پور^۲ | سید تقی امید نائینی^۳

۱. نویسنده مسئول، گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی عمران، دانشکدگان فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه:

Nourmohammadi.fer@ut.ac.ir۲. گروه مهندسی کشاورزی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه صنعتی اصفهان، ایران. رایانامه: Solimanpour65@gmail.com۳. گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی عمران، دانشکدگان فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: Stonaeeni@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: مقاله پژوهشی	دمای خاک، یک پارامتر دینامیکی مهم است که پیش‌بینی آن نقش مهمی را در فرآیندهای هیدرولوژیکی در سطح خاک ایفا می‌کند. در این مطالعه، با هدف بهبود پیش‌بینی رفتار حرارتی لایه‌های خاک در اعماق مختلف، از ترکیب تحلیل طیفی و مدل‌های سری زمانی باکس-جنکینز استفاده شده است. دو سناریوی اصلی برای مدل‌سازی در نظر گرفته شد: سناریوی اول با تکیه بر داده‌های دمای خاک، و سناریوی دوم با در نظر گرفتن متغیرهای هواشناسی به‌عنوان ورودی‌های کمکی. عملکرد مدل‌ها با معیارهای MAE ، $RMSE$ ، R^2 و AIC ارزیابی گردید. پس از انجام آزمون‌های مختلف مولفه‌های قطعی در سری زمانی شناسایی و با کمک پارامترهای آماری مختلف شدت این مولفه‌ها مورد ارزیابی قرار گرفت. تحلیل پارامترهای آماری نشان داد که فصلی بودن نقش مهمتری نسبت به روند در سری‌های زمانی دمای خاک دارد. مدل‌های توسعه‌یافته نشان دادند که ترکیب تحلیل طیفی با ساختارهای $ARMA$ و $ARIMA$ به‌طور مؤثری دقت پیش‌بینی دمای خاک را افزایش می‌دهد. در عمق ۱۰۰ سانتی‌متری، این روش با ضریب تعیین ۰/۹۷۵، خطای پایین ($MAE=0.83$) و ($RMSE=1.06$) و پیچیدگی کمتر ($AIC=-221.38$) نسبت به مدل‌های چندمتغیره، عملکرد بهتری را ارائه کرد. همچنین، گرچه در برخی سناریوها افزودن متغیرهای هواشناسی مانند تبخیر و تعرق، سرعت باد و تابش خورشیدی موجب بهبود در نتایج شد، اما مدل‌های تک‌متغیره مبتنی بر داده‌های دمای خاک عملکرد پایدارتری ارائه دادند. در نهایت، این مطالعه نشان داد که ترکیب روش‌های طیفی با مدل‌های سری زمانی، روشی مؤثر و قابل اعتماد برای پیش‌بینی دمای خاک در اعماق مختلف است.
واژه‌های کلیدی: تحلیل طیفی، رفتار حرارتی لایه‌های خاک، تحلیل‌های آماری، مدلسازی.	
استناد: نورمحمدی ده‌بالایی، فرشته؛ سلیمان‌پور، عباس؛ و نائینی، سید تقی امید (۱۴۰۴). افزایش دقت پیش‌بینی سری‌های زمانی دمای خاک در اعماق مختلف با استفاده از آنالیز طیفی و مدل‌های باکس-جنکینز، مجله تحقیقات آب و خاک ایران، ۵۶ (۵)، ۱۱۷۵-۱۲۰۰. https://doi.org/10.22059/ijswr.2025.391251.669896	
ناشر: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران. DOI: https://doi.org/10.22059/ijswr.2025.391251.669896	



مقدمه

دمای خاک یکی از پارامترهای اساسی در مهندسی ژئومحیط زیست، ژئوتکنیک، هیدرولوژی و کشاورزی می‌باشد که بر بسیاری از فرآیندهای فیزیکی، شیمیایی و بیولوژیکی در خاک تأثیرگذار است (Sattar et al., 2017). دمای خاک نقش بسیار مهمی را در رشد گیاه، عملکرد محصول و فرآیندهای کشاورزی ایفا می‌کند و به این ترتیب می‌تواند عامل مهم‌تری نسبت به دمای هوای سطحی در تولیدات کشاورزی باشد (Yildirim et al., 2021). بنابراین، پیش‌بینی دمای خاک می‌تواند برای تصمیم‌گیرندگان منابع آب مهم باشد. عوامل زیادی مانند هواشناسی، توپوگرافی، محتوای آب خاک، بافت خاک و پوشش گیاهی بر دمای خاک تأثیر گذارند. تعدد عوامل مؤثر در دمای خاک باعث شده است که بسیاری از محققان رویکردی مبتنی بر متغیر را برای مطالعه داده‌های دمای خاک اتخاذ کنند. مطالعات بسیاری با همین رویکرد با استفاده از روش‌های هوش مصنوعی انجام شده است. Abimbola et al., (2021) برای مدل‌سازی دمای خاک در دو ایستگاه سینوپتیک در ایالات متحده و در پنج عمق مختلف از مدل ANFIS برای مدل‌سازی استفاده کردند. آن‌ها برای مدل‌سازی دمای خاک از متغیرهای هواشناسی استفاده کردند و نشان دادند که مدل پیشنهادی آن‌ها قادر به کاهش مقدار خطا با افزایش عمق خاک می‌باشد. Guleryuz et al., (2022) سه مدل رگرسیون فرآیند گاوسی تنظیم شده بیزی تنظیم شده بیزن (BT-GPR)، رگرسیون بردار پشتیبانی تنظیم شده بیزی (BT-SVR) و حافظه کوتاه مدت (LSTM) را برای تخمین دمای خاک در چهار عمق در دو ایستگاه سینوپتیک در کشور ترکیه مورد مقایسه قرار داد. نتایج نشان داد که مدل BT-GPR در هر دو ایستگاه دارای عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌ها بوده است. Ebtehaj et al., (2023) با استفاده از شبکه عصبی ENN دو سناریو مدل‌سازی دمای خاک را بررسی کردند: یکی مبتنی بر داده‌های هواشناسی و دیگری بر پایه سری زمانی داده‌های دمای خاک. یافته‌های آن‌ها نشان دادند مدل مبتنی بر سری زمانی (با استفاده از تاخیرهای زمانی) خطای کمتری نسبت به مدل وابسته به داده‌های هواشناسی دارد که اهمیت دینامیک زمانی در پیش‌بینی دمای خاک را برجسته می‌سازد. Biazar et al., (2024) مدل MLP-SSO را در مقایسه با MLP برای پیش‌بینی دمای خاک در ایالت فلوریدا توسعه دادند. نتایج حاصل از داده‌های هواشناسی هفت‌ساله نشان داد که مدل ترکیبی MLP-SSO عملکرد دقیق‌تری دارد که نشان‌دهنده اثربخشی الگوریتم‌های بهینه‌سازی در افزایش دقت پیش‌بینی است. Imanian et al., (2024) به بررسی جامع‌تری پرداختند و عملکرد چهار مدل شامل LSTM، ML-CNN، و دو ساختار MLP را در اقلیم‌های سرد کانادا مقایسه کردند. آن‌ها نشان دادند که ترکیب متغیرهای هواشناسی با داده‌های سری زمانی دمای خاک منجر به افزایش دقت پیش‌بینی می‌شود، به‌ویژه در مدل‌هایی مانند LSTM که قادر به درک وابستگی‌های زمانی هستند.

در رویکرد مبتنی بر متغیر، پارامترهای هیدرولوژیکی مختلفی برای مدل‌سازی دمای خاک مورد استفاده قرار می‌گیرند که بر دمای خاک تأثیر گذارند و برهمکنش آن‌ها را با دمای خاک در نظر می‌گیرند. در این رویکرد از تعداد زیادی متغیر مستقل برای تخمین دمای خاک استفاده می‌شود. افزایش تعداد متغیرها در مدل‌سازی همراه با افزایش پیچیدگی در مدل‌سازی خواهد بود. این افزایش پیچیدگی همراه با افزایش خطا و عدم قطعیت در نتایج مدل‌سازی خواهد بود. یکی از روش‌های مناسب برای کاهش این مشکلات و انجام یک مدل‌سازی با خطای کمتر با استفاده از پارامترهای کمتر، تکنیک پیش‌بینی سری‌های زمانی می‌باشد که می‌توان از آن برای پیش‌بینی آینده با دقت قابل قبولی استفاده کرد. مدل‌های تصادفی مانند میانگین متحرک یکپارچه اتورگرسیون و میانگین متحرک یکپارچه اتورگرسیون فصلی دو مدل از پرکاربردترین مدل‌های تصادفی خطی در مدل‌سازی پارامترهای هیدرولوژیکی هستند. اخیراً مطالعات متعددی در زمینه مدل‌سازی سری‌های زمانی دمای خاک با استفاده از مدل‌های تصادفی انجام شده است. Bonakdari et al., (2019) برای مدل‌سازی دمای خاک در دو ایستگاه مختلف و در دو عمق ۱۰ و ۲۰ سانتی متر از سطح خاک از مدل آرما استفاده کردند. برای انجام مدل‌سازی از تکنیک‌های پیش‌پردازش مختلفی استفاده کردند. علاوه بر مدل آرما، از مدل‌های انفیس و شبکه عصبی پرسپترون برای پیش‌بینی دمای خاک استفاده کردند. همچنین از مدل‌های هیبرید MLP-PSO، Wavelet-ANFIS، Wavelet-MLP و ANFIS-PSO برای پیش‌بینی دمای خاک استفاده نمودند. با مقایسه نتایج بدست آمده نشان دادند که مدل آرما در تمام سری‌های زمانی مورد بررسی نسبت به مدل‌های انفیس، شبکه عصبی پرسپترون و مدل‌های هیبرید نتایج بهتری را براساس معیارهای ارزیابی مختلف نشان می‌دهد. Zeynoddin et al., (2019) به مدل‌سازی سری زمانی دمای خاک در دو ایستگاه سینوپتیک در استان آذربایجان شرقی و در سه عمق مختلف با استفاده از مدل آرما پرداختند. از تکنیک‌های پیش‌پردازش مختلفی برای مدل‌سازی استفاده کردند و نتایج مدل پیشنهادی خود را با مدل شبکه عصبی پرسپترون چندلایه مقایسه و نشان دادند که مدل آرما در مدل‌سازی دمای خاک بهتر از روش شبکه عصبی پرسپترون چندلایه عمل می‌کند. Zeynoddin et al., (2020) به مدل‌سازی دمای روزانه خاک در اعماق مختلف در دو ایستگاه سینوپتیک کرمان و بندرعباس با استفاده از مدل سارما

پرداختند. آن‌ها موفق به کاهش خطای نسبی و کاهش مقدار RMSE تا 0.7°C در مقایسه با روش‌های یادگیری ماشین افراطی (ELM) شدند. این نتایج نشان می‌دهند که یک مدل خطی با مولفه فصلی می‌تواند راه حلی موثر برای مدل‌سازی دمای روزانه خاک باشد. مروری بر تحقیقات گذشته نشان می‌دهد که اگر یک سری زمانی هیدرولوژیکی تحت آنالیز مناسب قرار گیرد و اجزای مختلف آن به طور کامل شناسایی شوند و در صورت استفاده از مدل خطی به جای روش‌های غیرخطی که به چندین پارامتر نیاز دارند، می‌توان نتایج مناسبی به دست آورد.

در این مطالعه، دو سناریوی مختلف برای مدل‌سازی دمای خاک در اعماق گوناگون در نظر گرفته شده است. در سناریوی اول از مدل‌های تک متغیره باکس-جنکینز برای مدل‌سازی استفاده می‌شود. این سناریو شامل دو زیر سناریو می‌باشد. در زیرسناریوی اول، پس از انجام آزمون‌های مختلف، ویژگی‌های روند، فصل و پرش در داده‌ها شناسایی شده و سپس با استفاده از روشی ترکیبی مبتنی بر تحلیل طیفی و مدل خطی، پیش‌بینی دمای خاک انجام گرفته است. این روش نیازمند آنالیز طیفی در ترکیب با مدل محبوب میانگین متحرک یکپارچه خودرگرسیون است. در زیرسناریوی دوم، مدل‌سازی و پیش‌بینی دمای خاک بدون اعمال هیچ‌گونه پیش‌پردازشی و صرفاً با استفاده از مدل‌های باکس-جنکینز انجام شده است. در سناریوی دوم، به‌منظور بررسی تأثیر متغیرهای هواشناسی شامل میانگین دمای هوا، تبخیر و تعرق، میانگین سرعت باد و شدت تابش خورشیدی بر مدل‌سازی دمای خاک، دو زیرسناریو تعریف شده است: در زیرسناریوی اول، از دمای خاک به‌همراه تنها یکی از متغیرهای هواشناسی استفاده شده است. در زیرسناریوی دوم، تأثیر هم‌زمان هر چهار متغیر هواشناسی مورد بررسی قرار گرفته است. برای مدل‌سازی، از شش سری زمانی دمای خاک که در اعماق ۵، ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۵۰ و ۱۰۰ سانتی‌متری در ایستگاه تخت‌جمشید اندازه‌گیری شده‌اند، استفاده شده است. در پایان، با مقایسه نتایج حاصل از زیرسناریوهای مختلف، مدل برتر برای هر عمق مشخص گردیده است.

روش‌شناسی پژوهش

منطقه مورد مطالعه و جمع‌آوری داده‌ها

داده‌های روزانه دمای خاک در عمق‌های ۵، ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۵۰ و ۱۰۰ سانتی‌متر که در این مطالعه استفاده شده‌اند، از ایستگاه سینوپتیک تخت‌جمشید در استان فارس استخراج گردیده است. ایستگاه سینوپتیک تخت‌جمشید در مختصات جغرافیایی $52^{\circ}18'N$ طول شرقی و $29^{\circ}52'E$ عرض شمالی قرار گرفته است. مجموعاً ۸۱۳۴ داده روزانه از مه ۲۰۰۲ تا اوت ۲۰۲۴ در هر عمق برای پیش‌بینی دمای روزانه خاک بر اساس روش پیشنهادی مورد استفاده قرار گرفته است. از میان این داده‌ها، ۵۶۹۴ مشاهده از هر سری زمانی (معادل ۷۰٪ از کل داده‌ها) برای آموزش مدل به‌کار رفته و ۲۴۴۰ داده (معادل ۳۰٪ از کل داده‌ها) برای ارزیابی مدل استفاده شده است. جدول ۱ نتایج تحلیل آماری داده‌ها را در دوره‌های کالیبراسیون و اعتبارسنجی نمایش می‌دهد.

جدول ۱. خصوصیات آماری از داده‌های دمای خاک در ایستگاه تخت جمشید استان فارس.

داده	میانگین	حداکثر	حداقل	انحراف استاندارد	چارک سوم	چارک اول	کشیدگی	چولگی	CV	میان
دمای خاک آموزش	۲۰/۶۷	۴۰/۴۰	۱/۲۰	۱۰/۰۵	۳۰/۳۰	۱۱/۱۰	۱/۵۹	-۰/۰۷	۰/۴۹	۲۱/۳۰
۵ cm تست	۲۱/۹۰	۴۰/۷۰	۲/۳۰	۱۰/۸۹	۳۳/۰۵	۱۱/۵۰	۱/۵۳	-۰/۰۸	۰/۵۰	۲۱/۱۰
دمای خاک آموزش	۱۹/۳۴	۳۴/۹۰	۲/۳۰	۸/۹۲	۲۷/۹۰	۱۰/۸۰	۱/۵۷	-۰/۱۰	۰/۴۶	۲۰/۰۰
۱۰ cm تست	۲۰/۲۵	۳۶/۹۰	۳/۷۰	۹/۵۱	۲۹/۵۰	۱۱/۱۰	۱/۵۴	-۰/۰۴	۰/۴۷	۱۹/۷۰
دمای خاک آموزش	۱۸/۸۸	۳۳/۰۰	۲/۷۰	۸/۴۸	۲۷/۰۰	۱۰/۷۰	۱/۵۶	-۰/۱۰	۰/۴۵	۱۹/۵۰
۲۰ cm تست	۱۹/۶۰	۳۴/۷۰	۴/۱۰	۸/۹۶	۲۸/۵۰	۱۰/۹۰	۱/۵۳	-۰/۰۲	۰/۴۶	۱۸/۹۵
دمای خاک آموزش	۱۹/۰۰	۳۱/۷۰	۴/۱۰	۷/۹۹	۲۶/۷۰	۱۱/۳۰	۱/۵۳	-۰/۰۹	۰/۴۲	۱۹/۶۰
۳۰ cm تست	۱۹/۳۹	۳۲/۹۰	۵/۲۰	۸/۱۴	۲۷/۸۰	۱۱/۷۰	۱/۵۳	-۰/۰۵	۰/۴۲	۱۸/۳۰
دمای خاک آموزش	۱۹/۵۶	۳۱/۴۰	۵/۵۰	۷/۵۱	۲۶/۸۰	۱۲/۳۰	۱/۵۳	-۰/۱۰	۰/۳۸	۲۰/۱۰
۵۰ cm تست	۲۰/۰۳	۳۲/۵۰	۷/۲۰	۷/۷۱	۲۷/۹۰	۱۲/۶۰	۱/۵۱	-۰/۰۲	۰/۳۸	۱۹/۵۰
دمای خاک آموزش	۱۹/۳۸	۳۱/۰۰	۴/۳۰	۶/۰۴	۲۵/۲۰	۱۳/۶۰	۱/۶۵	-۰/۱۴	۰/۳۱	۱۹/۸۰
۱۰۰ cm تست	۲۰/۱۵	۲۹/۵۰	۱۰/۲۰	۶/۰۴	۲۶/۳۵	۱۴/۴۰	۱/۵۰	-۰/۰۳	۰/۳۰	۱۹/۸۰

پیش‌پردازش داده‌ها

فرض اساسی در مدل‌سازی با مدل‌های تصادفی این است که سری زمانی ایستا باشد. از نظر آماری، سری زمانی ایستا نامیده می‌شود که ویژگی‌های آماری داده‌های سری زمانی با تغییر زمان مبدا تغییر نکند. هر سری زمانی شامل یک ترم تصادفی و ترم‌های قطعی است. $x(t) = \text{Trend}(t) + \text{Period}(t) + \text{Jump}(t) + \text{Stochastic}(t)$ در نتیجه، برای انجام مدل‌سازی با مدل‌های تصادفی، باید ترم‌های قطعی شناسایی شده و سپس از هر سری زمانی حذف شوند. در مرحله شناسایی، داده‌های دمای خاک برای شرایط ایستایی بررسی شدند. چندین آزمون برای بررسی ایستایی سری‌های زمانی وجود دارد. در این مطالعه، آزمون‌های KPSS و PP برای شناسایی ایستایی استفاده شده‌اند که به ترتیب توسط Kwiatkowski et al., (1992) و Phillips et al., (1988) معرفی شده‌اند. این آزمون‌ها برای وجود (یا عدم وجود) ریشه‌های واحد طراحی شده‌اند. آزمون PP به صورت زیر است:

$$y_i = \alpha + \rho y_{i-1} + \varepsilon_i \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$Z_\rho = n(\hat{\rho}_n - 1) - \frac{1}{2} \frac{n^2 \hat{\sigma}^2}{S_n^2} (\hat{\lambda}_n^2 - \hat{\gamma}_{o,n}) \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$Z_\tau = \sqrt{\frac{\hat{\gamma}_{o,n}}{\hat{\lambda}_n^2} \frac{(\hat{\rho}_n - 1)}{\hat{\sigma}}} - \frac{1}{2} (\hat{\lambda}_n^2 - \hat{\gamma}_{o,n}) \frac{1}{\hat{\lambda}_n} \frac{n \hat{\sigma}}{S_n} \quad \text{رابطه (۳)}$$

$$\hat{\lambda}_n^2 = \hat{\gamma}_{o,n} + 2 \sum_{j=1}^q \left(1 - \frac{j}{q+1}\right) \hat{\gamma}_{j,n} \quad \text{رابطه (۴)}$$

$$S_n^2 = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^n \hat{u}_i^2 \quad \text{رابطه (۵)}$$

در جایی که u_i باقیمانده حداقل مربعات معمولی است، k و q به ترتیب تعداد متغیرهای کمکی در رگرسیون و تاخیر نیوی-وست هستند.

آزمون KPSS برای بررسی ایستایی سری زمانی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S^2(h) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n a_t^2 + \frac{2}{n} \sum_{s=1}^h w(s, h) \frac{1}{n} \sum_{t=s+1}^n a_t a_{t-s} \quad \text{رابطه (۶)}$$

جایی که، a_t و n تعداد مراحل و باقیمانده‌های سری زمانی هستند و همچنین $w(s, h)$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$w(s, h) = 1 - s(h+1) \quad \text{رابطه (۷)}$$

شود برای تست ثابت "سطح" و "رند" به ترتیب از آمار زیر استفاده می‌شود.

$$\eta_\tau = \frac{1}{n^2} \sum_{t=1}^n \frac{S_t^2}{S^2(l)} \quad \text{رابطه (۸)}$$

$$\eta_\mu = \frac{1}{n^2} \sum_{t=1}^n \frac{S_t^2}{S^2(l)} \quad \text{رابطه (۹)}$$

در اینجا، S_t^2 میانگین مربعات خطاها است. پس از تعیین نایستایی بودن سری زمانی، باید عامل نایستایی شناسایی شود. اگر مقادیر یک متغیر در طول زمان افزایشی یا کاهشی باشند، می‌توان وجود روند را در آن مشاهده کرد. برای بررسی این روند، از آزمون ناپارامتری من-کندال استفاده می‌شود. این آزمون در دو نوع قابل اجرا است: آزمون من-کندال برای سری‌های غیر فصلی یا سری پس از حذف مؤلفه‌های دوره‌ای از سری زمانی استفاده می‌شود. آزمون من-کندال فصلی برای سری‌های دارای الگوهای فصلی به کار می‌رود. آمار آزمون من-کندال به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$U_{MK} = \begin{cases} (MK - 1) \text{var}(MK)^{-0.5} & MK > 0 \\ 0 & MK = 0 \\ (MK - 1) \text{var}(MK)^{-0.5} & MK < 0 \end{cases} \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

$$MK = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \text{sgn}(Ru_j - Ru_i) \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

$$\text{var}(MK) = \frac{1}{18} \left[N_o(N_o - 1)(2N_o + 5) - \sum_g n_p(n_p - 1)(2n_p + 5) \right] \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

جایی که p و n_p به ترتیب برابر با تعداد گروه‌های یکسان و تعداد مشاهدات در گروه p هستند، sgn تابع علامت و N_o تعداد مشاهدات است. آماره آزمون من کندال فصلی به شرح زیر است:

$$R_{sk} = \sum_{i=1}^{N_k} \sum_{j=i+1}^{N_{k-1}} \text{sgn}(Ru_{ki} - Ru_{kj}) \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

$$SMK = \sum_{k=1}^{\omega} (R_{sk} - \text{sgn}(R_{sk})) \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

$$\text{var}(SMK) = \sum_j^{\omega} \frac{N_j(N_j - 1)(2N_j + 5)}{18} + 2 \sum_{m=1}^{\omega-1} \sum_{n=i+1}^{\omega} \sigma_{mn} \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

$$U_{SMK} = MK \text{var}(MK)^{-0.5} \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

در سطح معناداری α ، اگر نابرابری زیر برقرار باشد، هیچ عبارت روندی در سری زمانی وجود ندارد.

$$u_{\frac{\alpha}{2}} \langle M_k \text{var}(M_k) \rangle^{-0.5} \langle u_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

در سطح معنی‌داری ۵ درصد، مقدار $u_{\alpha/2}$ برابر با $-1/96$ و مقدار $u_{1-\alpha/2}$ برابر با $1/96$ است. پرش، افزایش یا کاهش ناگهانی مقادیر مشاهده شده سری زمانی است. آزمون ناپارامتری من وایتنی برای بررسی ترم پرش انتخاب شده است. داده‌ها به چندین زیر کلاس تقسیم می‌شوند و سپس با این آمار ارزیابی می‌شوند. آمار آزمون من ویتنی به شرح زیر است:

$$U_{MW} = \frac{\sum_{t=1}^N (R(g(t)) - \frac{St_1(St_1 + St_2 + 1)}{2})}{\sqrt{\frac{St_1 St_2 (St_1 + St_2 + 1)}{12}}} \quad \text{رابطه (۱۸)}$$

که در آن $St(t)$ داده‌های سری اصلی است که به دو سری فرعی با طول St_1 و St_2 تقسیم می‌شود $g(t)$ داده‌هایی است که بر اساس داده‌های سری اصلی $St(t)$ مرتب شده‌اند، $R(g(t))$ مرتبه $g(t)$ است. از آزمون فیشر برای بررسی عبارت دوره‌ای استفاده می‌شود. آزمون فیشر با آمار زیر به دست می‌آید.

$$Fisher = \frac{N(N-2)(\alpha_K^2 - \beta_K^2)}{4 \sum_{K=1}^n ((x(t) - \alpha_K \cos(\Omega_K t) - \beta_K \sin(\Omega_K t)))} \quad \text{رابطه (۱۹)}$$

در جایی که α_K و β_K ضرایب کسینوس و سینوس سری فوریه هستند، Ω_K و N فرکانس زاویه‌ای و تعداد داده‌های دمای خاک هستند. اگر مقدار به دست آمده از آماره معادله ۱۹ از $F(2, N-2)$ بیشتر باشد، تناوب در سری زمانی معنی‌دار خواهد بود. مقدار $F(2, N-2)$ از جدول توزیع F برابر با ۳ در سطح معنی‌داری ۵ درصد است.

برای ارزیابی شدت روند و فصل در سری زمانی دمای خاک از چهار پارامتر آماری PM ، SX ، SD و DD به کار گرفته شدند. این پارامترها برای مقایسه سهم روند، فصل و ترم استوکاستیک طراحی شده‌اند در این روابط، PM نسبت ۱۰ درصد بزرگی داده‌ها به میانه کل داده‌ها، SX نسبت میانگین ترم استوکاستیک به میانگین داده است. SD نسبت متوسط ترم استوکاستیک به دامنه مولفه فصلی و DD نسبت دامنه ترم فصلی به تغییرات روند در طول دوره است. این معیارها به شرح زیر است (Bonakdari et al., 2019):

$$PM = \frac{(x_{\max} - x_{90})}{x_{50}} \quad \text{رابطه (۲۰)}$$

$$SX = \frac{|\bar{S}_f|}{\bar{x}} \quad \text{رابطه ۲۱}$$

$$SD = \frac{|\bar{S}_f|}{D_y} \quad \text{رابطه ۲۲}$$

$$DD = \frac{D_y}{D_T} \quad \text{رابطه ۲۳}$$

پس از بررسی وجود عبارات قطعی توسط چندین آزمون، در صورت وجود، با روش مناسب حذف یا اثر آن‌ها کاهش می‌یابد. در سری‌های زمانی که شامل دوره تناوبی هستند، این عبارت با استفاده از روش تحلیل طیفی قابل حذف می‌باشد. با استفاده از بسط سری تیلور و انتقال داده‌ها از حوزه زمانی به حوزه فرکانس، تناوب مستقیماً از سری زمانی حذف می‌گردد. سری زمانی به صورت معادله زیر بیان می‌شود:

$$x(t) = \bar{x} + \sum_{k=1}^h (\alpha_k \cos(2\pi f_k t) + \beta_k \sin(2\pi f_k t)) + \epsilon_t \quad \text{رابطه ۲۴}$$

$\bar{x}$ میانگین داده‌های دمای خاک و h حداکثر هارمونی α_k و β_k به ترتیب از معادلات ۲۱ و ۲۲ به دست می‌آیند. ϵ_t باقیمانده سری زمانی یا عبارت تصادفی است.

$$\alpha_k = \frac{2}{N} \left(\sum_{t=1}^N x(t) \cos(2\pi f_k t) \right) \quad \text{رابطه ۲۵}$$

$$\beta_k = \frac{2}{N} \left(\sum_{t=1}^N x(t) \sin(2\pi f_k t) \right) \quad \text{رابطه ۲۶}$$

پس از حذف دوره‌ای بودن از سری زمانی، حضور مؤلفه روند در سری زمانی بررسی می‌شود. اگر سری زمانی دارای مؤلفه روند باشد، تفاضل‌گیری غیرفصلی و معادله روند از روش‌های مناسب برای حذف این ترم می‌باشند. پس از تفاضل‌گیری غیرفصلی، مؤلفه روند از داده‌ها حذف می‌شود. با برازش یک معادله خطی بر روی داده‌ها و کسر این داده‌ها از سری زمانی، مؤلفه روند از سری زمانی حذف می‌گردد. سپس آزمون روند دوباره انجام می‌شود تا از حذف مؤلفه روند از سری زمانی اطمینان حاصل شود.

روش خطی

یکی از پرکاربردترین روش‌ها برای مدل‌سازی خطی داده‌های سری زمانی، روش تصادفی می‌باشد که به دو دسته مدل‌های تک متغیره و چند متغیره تقسیم می‌شوند. در تحلیل داده‌های تک متغیره، پیش‌بینی و پاسخ متغیر به یک عامل بستگی دارد و مدل‌سازی تنها بر اساس ویژگی‌های آماری آن داده‌ها در گذشته انجام می‌شود. در تحلیل داده‌های چند متغیره، پیش‌بینی و پاسخ متغیر به عوامل متعددی بستگی دارد و این عوامل به عنوان متغیرهای اضافی به مدل اضافه می‌شوند و در مدل‌سازی پارامتر اصلی مورد استفاده قرار می‌گیرند. مدل SARIMA^۱ یکی از مدل‌های پرکاربرد تک متغیره در تحلیل سری‌های زمانی است که ترکیبی از مدل خودرگرسیون (AR)، میانگین متحرک (MA)، تفاضلی (I) و الگوهای فصلی (Seasonal) را شامل می‌شود. این مدل به‌ویژه برای داده‌هایی که دارای رفتارهای فصلی (دوره‌ای) هستند، مناسب است. مدل SARIMA را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\Phi(B^S) \Psi(B) (1-B^S)^D (1-B)^d ST(t) = \Theta(B^S) \theta(B) \epsilon(t) \quad \text{رابطه ۲۷}$$

$$\Phi(B^S) = (1 - \Phi_1(B^S) - \Phi_2(B^{2S}) - \dots - \Phi_p(B^{pS})) \quad \text{رابطه ۲۸}$$

$$\Psi(B) = (1 - \Psi_1(B) - \Psi_2(B^2) - \dots - \Psi_p(B^p)) \quad \text{رابطه ۲۹}$$

$$\Theta(B^S) = (1 - \Theta_1(B^S) - \Theta_2(B^{2S}) - \dots - \Theta_q(B^{qS})) \quad \text{رابطه ۳۰}$$

$$\theta(B) = (1 - \theta_1(B) - \theta_2(B^2) - \dots - \theta_q(B^q)) \quad \text{رابطه ۳۱}$$

مدل‌های باکس جنکینز در فرم چند متغیره به شرح زیر است:

^۱ Seasonal Auto Regressive Integrated Moving Average

رابطه ۳۲

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 V_{1,t} + \dots + \alpha_m V_{m,t} + \frac{\theta_q(B)\Theta_Q(B^S)}{\phi_p(B)\Phi_P(B^S)(1-B^S)^D} \varepsilon_t$$

که در آن α_0 عبارت میانگین حسابی، V متغیرهای ورودی خارجی و $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ پارامترهای ورودی متغیرهای مستقل V_t هستند. در گام نخست، داده‌های دمای خاک در اعماق مختلف به دو مجموعه آموزش و آزمون تفکیک شدند تا امکان ارزیابی عملکرد مدل‌ها فراهم گردد. در ادامه، فرآیند مدل‌سازی دمای خاک در قالب دو سناریوی اصلی و مجموعاً ۱۲ زیرسناریو طراحی و پیاده‌سازی شد. سناریوی اول بر مبنای مدل‌سازی تک‌متغیره دمای خاک تعریف گردید و شامل دو زیرسناریوی اصلی است: زیرسناریو اول همراه با اعمال پیش‌پردازش بر داده‌ها و زیرسناریو دوم بدون انجام پیش‌پردازش بر داده‌ها. در زیرسناریو اول، مدل‌سازی دمای خاک پس از اعمال تکنیک‌های پیش‌پردازش صورت گرفت. این زیرسناریو خود به چهار حالت مختلف شامل AR، MA و تقسیم می‌شود که در هر کدام، به ترتیب ۱۰۰، ۱۰، ۱۰ و ۱۰ مدل براساس پارامترهای مختلف مدل‌سازی انجام گرفت. در زیر سناریو دوم، مدل‌سازی داده‌های دمای خاک بدون اعمال هیچ‌گونه عملیات پیش‌پردازی و صرفاً با استفاده از مدل‌های سری زمانی کلاسیک باکس-جنکینز شامل ARIMA، ARMA و SARIMA انجام شد. هر یک از مدل‌های مذکور به‌طور مستقل در ۱۲۰ اجرای مجزا پیاده‌سازی و ارزیابی گردیدند. سناریوی دوم مبتنی بر مدل‌سازی چندمتغیره دمای خاک طراحی شد. در این رویکرد، علاوه بر داده‌های سری زمانی دمای خاک، از متغیرهای کمکی (ورودی‌های اضافی) نیز به‌عنوان پیش‌بینی‌کننده استفاده گردید. این سناریو شامل دو زیرسناریو (زیر سناریو سوم و چهارم) می‌باشد. در زیرسناریو سوم، مدل‌سازی دمای خاک با استفاده از تنها یک متغیر اضافی به‌عنوان ورودی کمکی در نظر گرفته شده است. متغیر انتخاب‌شده در هر زیر سناریو، یکی از متغیرهای تأثیرگذار شناخته‌شده بر دمای خاک است. براساس نتایج تحقیق Eftehaj et al., (2022) پارامترهای میانگین دمای خاک، میانگین سرعت باد و شدت تابش خورشیدی به‌عنوان مهم‌ترین عوامل مؤثر بر تغییرات دمای خاک شناسایی شده‌اند. این رویکرد با هدف بررسی تأثیر هر یک از متغیرها بر عملکرد مدل انجام شد. در مجموع، چهار زیر سناریو تعریف و برای هر زیرسناریو ۲۴۰ مدل مجزا تعریف گردید. در زیرسناریو چهارم، به‌منظور بهره‌گیری حداکثری از اطلاعات محیطی، از هر چهار متغیر ورودی تأثیرگذار شامل میانگین دمای خاک، میانگین سرعت باد، تبخیر و ترق و شدت تابش خورشیدی به‌صورت هم‌زمان در مدل استفاده شد. این زیر سناریو شامل ۲۴۰ مدل مجزا برای هر سری زمانی دمای خاک می‌باشد.

پس از مدل‌سازی سری زمانی دمای خاک در هر زیر سناریو، مدل‌ها باید اعتبارسنجی شوند. یک مدل مناسب، مدلی است که باقی‌مانده‌های مدل برازش شده تصادفی باشند. بنابراین، مرحله نهایی، آزمون تشخیصی است. در آزمون تشخیصی، باقی‌مانده‌ها تجزیه و تحلیل می‌شوند که بر اساس آزمون لجنگ باکس (Ljung and Box, 1978) انجام می‌شود. این آزمون برای بررسی کیفیت برازش مدل منتخب استفاده می‌شود و مدل‌هایی که باقی‌مانده‌های مستقل دارند، پذیرفته می‌شوند.

آزمون لجنگ-باکس به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

رابطه ۳۳

$$Q(m) = N_0(N_0 + 2) \sum_{i=1}^m \frac{r_i^2}{N_0 - 1}$$

در جایی که مقدار 1 برابر با $N_0/4$ است، N_0 کل نمونه داده است، $ACF \hat{r}_i$ از باقیمانده در تاخیر i است. اگر P -value بزرگتر از سطح معنی‌دار باشد (در این مطالعه؛ $\alpha = 0.05$)، پس سری باقی‌مانده همبستگی ندارد. در غیر این صورت، فرآیند مدل‌سازی نیاز به بازنگری دارد. در مدل‌سازی سری‌های زمانی تناوبی، عبارت قطعی فصل ممکن است به‌طور کامل از سری‌های زمانی حذف نشود و این مولفه ممکن است همچنان در باقیمانده‌های سری زمانی وجود داشته باشد. یک ابزار مناسب برای بررسی حذف ویژگی‌های فصل پریودوگرام تجمعی است. در مدل‌سازی سری زمانی فصلی، ممکن است مؤلفه تعیین‌کننده فصل به‌طور کامل از سری زمانی حذف نشود و دوره‌ای بودن همچنان در باقی‌مانده‌های سری زمانی وجود داشته باشد. یک ابزار مناسب برای بررسی حذف ویژگی دوره‌ای، دوره‌نگاشت تجمعی^۱ است.

رابطه ۳۴

$$MSD(h_j) = \left(\sum_{t=1}^n (\varepsilon_t \cos(2\pi h_j t)) \right)^2 + \left(\sum_{t=1}^n (\varepsilon_t \sin(2\pi h_j t)) \right)^2$$

رابطه ۳۵

$$h_j = \frac{j}{n}$$

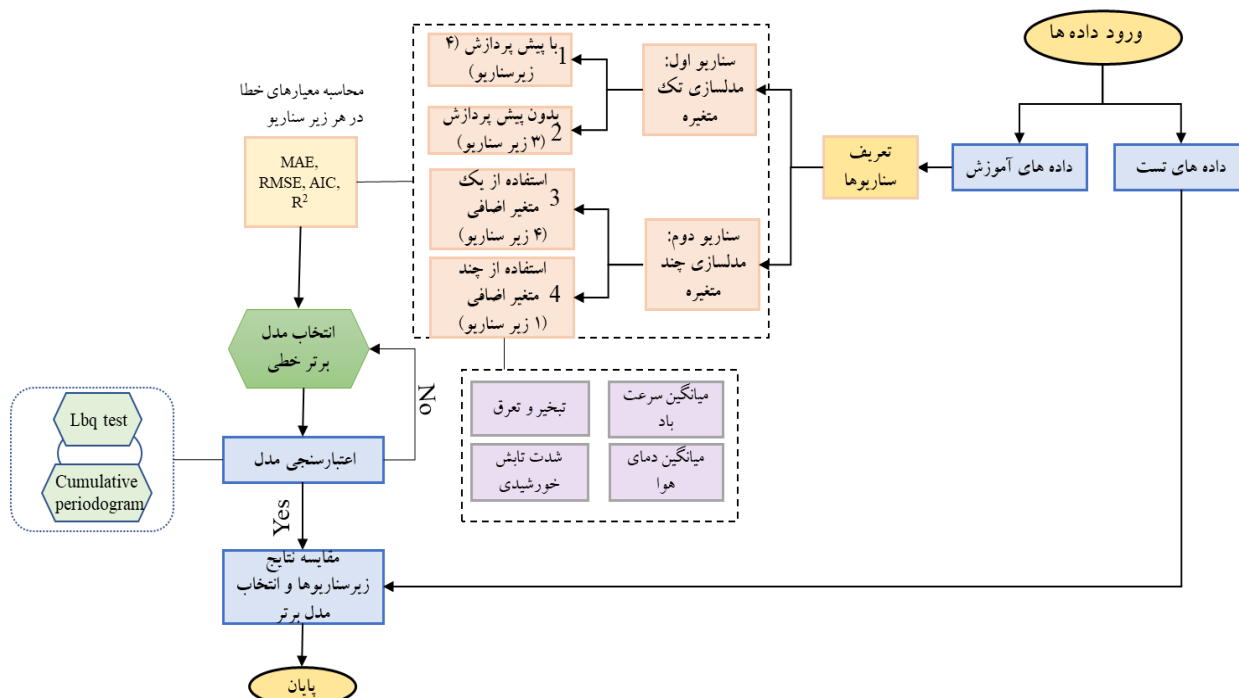
^۱ Cumulative Periodogram

رابطه ۳۶)

$$P_i = 2 \frac{\sum_{j=1}^i MSD(h_j)^2}{n^2 \sigma_\varepsilon^2}, i = 1, 2, 3, \dots, \frac{n}{2}$$

که در آن P_i ، h_j و MSD به ترتیب پریودوگرام تجمعی، فراوانی و انحراف مربع میانگین باقیمانده‌ها هستند. σ_ε^2 و n به ترتیب واریانس و تعداد باقیمانده‌ها هستند. برای بررسی استقلال، یک باند اطمینان از کولموگروف-اسمیرنوف در نمودار P_i در مقابل h_j در سطح معنی‌داری α ترسیم می‌شود. با مقایسه پریودوگرام تجمعی باقیمانده با باندهای اطمینان، می‌توان تعیین کرد که آیا سری باقیمانده در سطوح معنی‌داری مختلف (۲۵، ۵ و ۱٪) استقلال را نشان می‌دهد یا خیر.

متدولوژی پیشنهاد شده برای مدل‌سازی دمای خاک در نرم افزار متلب کد نویسی شده و مراحل آن در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱. فلوچارتی از روش مدل‌سازی دمای خاک براساس مدل‌های استوکاستیک.

شاخص‌های دقت مدل

برای ارزیابی عملکرد مدل‌ها در پیش‌بینی سری‌های زمانی دمای خاک، از معیارهای آماری مختلفی استفاده شده است. در این مطالعه، معیار اطلاعات آکائیک (AIC)، میانگین خطای مطلق (MAE)، جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) و ضریب همبستگی (R) به‌عنوان شاخص‌های ارزیابی مدل به کار گرفته شده‌اند. این معیارها میزان دقت مدل‌سازی را تعیین کرده و به انتخاب مدل مناسب کمک می‌کنند. معیار اطلاعات آکائیک (AIC)، که به‌عنوان شاخص پیچیدگی مدل شناخته می‌شود، مقدار کمتر آن نشان‌دهنده مدل ساده‌تر با دقت بالاتر است. این معیار به تعداد پارامترهای به کاررفته و انحراف معیار خطاهای پیش‌بینی بستگی دارد. علاوه بر این، هرچه مقادیر MAE و RMSE به صفر نزدیک‌تر باشند، دقت پیش‌بینی مدل افزایش می‌یابد. همچنین، مقدار ضریب همبستگی (R) هرچه به ۱ نزدیک‌تر باشد، بیانگر تطابق بالاتر بین داده‌های واقعی و مقادیر پیش‌بینی شده است. شاخص‌های MAE و RMSE به‌عنوان معیارهای خطای مطلق، امکان تحلیل دقیق عملکرد مدل در تخمین مقادیر واقعی را فراهم می‌کنند، به‌ویژه اینکه RMSE نسبت به خطاهای بزرگ حساس‌تر است. R^2 به‌عنوان معیاری نسبی، توانایی مدل در تبیین واریانس داده‌های واقعی را نشان می‌دهد. همچنین، AIC با در نظر گرفتن تعادل بین دقت برازش و پیچیدگی مدل، در انتخاب مدل بهینه خصوصاً در مدل‌های سری زمانی، نقش کلیدی دارد. ترکیب این شاخص‌ها، تحلیل جامع‌تری از توان مدل‌ها در پیش‌بینی فراهم می‌سازد.

شاخص‌های ارزیابی مدل به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$AIC = N_o \times \log((RMSE)^2) + 2 \times k_o \quad \text{رابطه ۳۷}$$

$$RMSE = \frac{1}{N_o} \sqrt{\sum_{t=1}^n (St_{o(t)} - St_{p(t)})^2} \quad \text{رابطه ۳۸}$$

$$MAE = \frac{1}{N_o} \sum_{t=1}^n |St_{o(t)} - St_{p(t)}| \quad \text{رابطه ۳۹}$$

$$R = \frac{\sum_{t=1}^n (St_{o(t)} - \overline{St_o})(St_{p(i)} - \overline{St_p})}{\sqrt{\sum_{t=1}^n (St_{o(i)} - \overline{St_o})^2 \sum_{i=1}^n (St_{p(t)} - \overline{St_p})^2}} \quad \text{رابطه ۴۰}$$

جایی که $St_o(t)$ مقدار واقعی و $St_p(t)$ مقدار پیش‌بینی شده را نشان می‌دهند. همچنین، و به ترتیب میانگین حسابی مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده هستند N_o و k_o به ترتیب تعداد کل داده‌ها و تعداد پارامترهای مدل را نشان می‌دهند. برای محاسبه معیار اطلاعات آکائیک (AIC) در مدل‌های غیرخطی، تعداد پارامترهای مدل غیرخطی از معادله زیر به دست می‌آید:

$$k_o = NHN(NIP + 2) + 1 \quad \text{رابطه ۴۱}$$

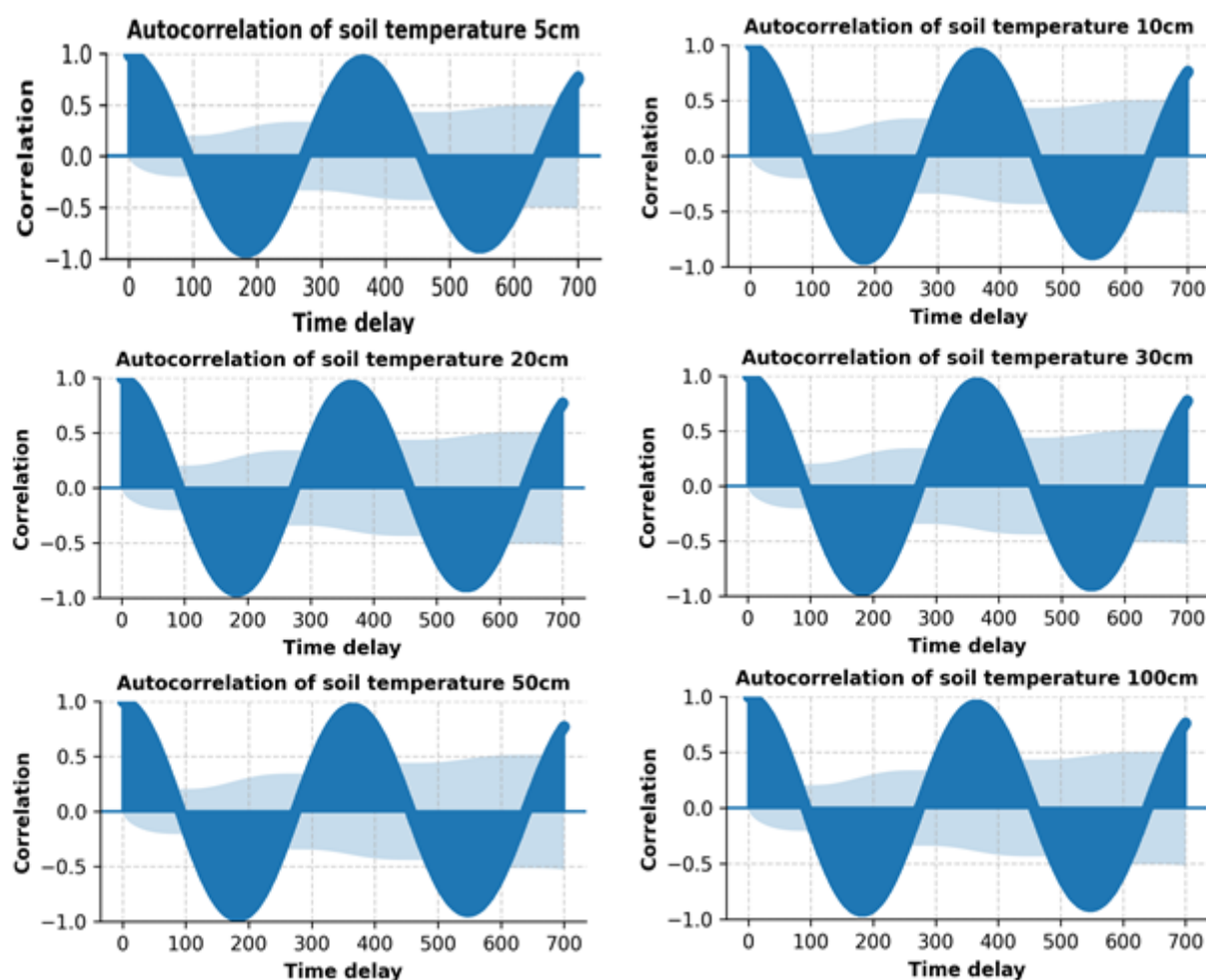
نتایج

پیش‌پردازش

پیش از آغاز فرآیند مدل‌سازی، داده‌ها به دو مجموعه آموزشی و تست تقسیم شدند، به‌طوری که ۷۰٪ از کل داده‌ها در هر سری زمانی برای آموزش مدل و ۳۰٪ باقی‌مانده برای ارزیابی عملکرد مدل مورد استفاده قرار گرفت. با توجه به اینکه ایستایی یکی از الزامات مدل‌سازی سری‌های زمانی با روش‌های استوکاستیک می‌باشد، در ابتدا وضعیت ایستایی داده‌های دمای خاک بررسی شد. برای این منظور، از آزمون‌های KPSS و PP استفاده گردید (جدول ۲). نتایج این آزمون‌ها نشان داد که مقدار P-Value در آزمون KPSS برابر ۰,۰۱ برای تمامی سری‌های زمانی بوده، و در آزمون PP مقادیر P-Value بیشتر از ۰/۰۵ بدست آمده است که این امر نشان‌دهنده عدم ایستایی داده‌ها می‌باشد. در نتیجه، مؤلفه‌های غیرایستایی در سری‌های زمانی نیاز به شناسایی و حذف یا کاهش اثر دارند. تحلیل نمودارهای تابع خودهمبستگی (ACF) برای تمامی سری‌های زمانی وجود یک مؤلفه فصلی با تناوب ۳۶۵ روزه را نشان می‌دهند (شکل ۲). همچنین، مقادیر آزمون فیشر براساس جدول ۲ برای تمامی سری‌ها بیشتر از ۳ بدست آمده است که بیانگر وجود الگوهای فصلی قوی در داده‌ها است. مقادیر P-Value بدست آمده از آزمون من-وایتنی برای تمامی سری‌های زمانی کمتر از ۰,۰۰۱ می‌باشد که نشان‌دهنده وجود پرش در داده‌ها است. آزمون‌های من-کندال و من-کندال فصلی با مقدار P-Value کمتر از ۰,۰۰۱ وجود روندهای افزایشی در داده‌ها را برای تمامی سری‌های زمانی تأیید کردند. این یافته‌ها نشان داد که داده‌ها دارای هر سه ترم روند، فصل و پرش می‌باشند. بنابراین، پیش از مدل‌سازی، لازم است که این مؤلفه‌های قطعی حذف یا اثر آن‌ها کاهش داده شود. به این منظور در ابتدا شدت این مؤلفه‌ها در سری زمانی با استفاده از چهار پارامتر آماری PM، SX، SD و DD مورد بررسی قرار گرفت. نتایج این پارامترها در جدول ۳ آورده شده است. مقدار $PM=1.71$ در سری زمانی ۵ سانتیمتری از سطح خاک نشان‌دهنده آن است که میانگین ده درصد بزرگترین مقادیر دمای خاک ۱,۷۱ برابر میانه کل داده‌هاست، که حاکی از پراکندگی متوسط تا بالای مقادیر در سری زمانی می‌باشد. این پراکندگی می‌تواند به تغییرات فصلی یا نقاط پرت مرتبط باشد، که با توجه به سری‌های زمانی دمای خاک این پراکندگی ناشی از مؤلفه فصلی می‌باشد. مقدار $SX=0.99$ که برای تمامی سری‌های زمانی بدست آمده است بیانگر آن است که میانگین ترم استوکاستیک تقریباً برابر با میانگین کل داده‌هاست. مقدار $SD=0.75$ نشان می‌دهد که میانگین ترم استوکاستیک حدود ۷۵٪ دامنه فصلی است. این مقدار بیانگر حضور قابل توجه مؤلفه فصلی در سری زمانی است، هرچند فصلی بودن به طور کامل غالب نیست، زیرا ترم استوکاستیک نیز نقش مهمی دارد. در نهایت، مقادیر بسیار بزرگ DD در تمام سری‌های زمانی نشان‌دهنده ضعف شدید روند خطی در مقایسه با دامنه نوسانات تصادفی است. این امر حاکی از آن است که شیب روند بسیار کوچک بوده و تغییرات خطی در طول زمان در برابر نوسانات دیگر (فصلی و تصادفی) ناچیز است. Bonakdari et al., (2019) نیز نشان دادند که مؤلفه فصلی در سری‌های زمانی دمای خاک مورد بررسی آن‌ها تأثیر چشمگیرتری نسبت به سایر مؤلفه‌ها دارد.

آنالیز طیفی

با توجه به نتایج بدست آمده از چهار پارامتر آماری (PM، SX، SD و DD) در گام نخست، مؤلفه فصلی از سری زمانی حذف گردید، چرا که شدت آن نسبت به مؤلفه روند بیشتر بوده و این احتمال وجود دارد که حذف روند باعث تغییر در تناوب‌های فصلی شود. به همین دلیل، با استفاده از تحلیل طیفی، تلاش شد تا این مؤلفه در تمامی سری‌های زمانی دمای خاک حذف گردد. سپس، با انجام تفاضل‌گیری غیر فصلی، مؤلفه روند از سری‌های زمانی حذف گردید. پس از اعمال این تغییرات، آزمون‌های آماری مجدداً انجام شد (جدول ۴). نتایج آزمون‌های ایستایی ADF و KPSS نشان‌دهنده ایستادن تمام سری‌های زمانی با انجام آنالیز طیفی و تفاضل‌گیری غیرفصلی می‌باشد. مقادیر P-value بدست آمده از آزمون‌های من-کندال (MK) و من-کندال فصلی (MKS) برای تمام سری‌های زمانی بزرگتر از ۵٪ می‌باشد که نشان‌دهنده حذف ترم روند از سری‌های زمانی می‌باشد. نتایج آزمون من وایتی نیز تایید کننده حذف ترم پرش از سری‌های زمانی در سطح اطمینان ۹۵٪ می‌باشد. نتایج آزمون فیشر نشان‌دهنده کاهش و یا حذف اثر فصلی بودن سری‌های زمانی پس از انجام آنالیز طیفی و تفاضل‌گیری غیرفصلی می‌باشد. به گونه ای که مقدار بدست آمده از آزمون فیشر از بازه ۶۵۰,۳۲-۱۷۳,۷۶ (جدول ۲) به بازه ۳,۲۴۰-۰,۰۰۱ (جدول ۴) کاهش پیدا کرد، که سبب یک کاهش تقریباً ۸۱٪ گردیده است. Zeynoddin et al., (2019) با انجام تفاضل‌گیری فصلی بر روی داده‌های دمای خاک در ایستگاه‌های سینوپتیک استان آذربایجان شرقی یک کاهش ۷۶٪ را در مؤلفه فصل نشان دادند. همچنین، نمودارهای ACF پس از حذف مؤلفه‌های قطعی مجدداً ترسیم و بررسی این نمودارها نشان داد که روند و فصلی بودن از تمام سری‌های زمانی حذف شده است (شکل ۳).



شکل ۲. نمودار ACF برای سری‌های زمانی دمای خاک.



جدول ۲. نتایج آزمون‌های ایستایی، روند، فصل و پرش در سری‌های زمانی.

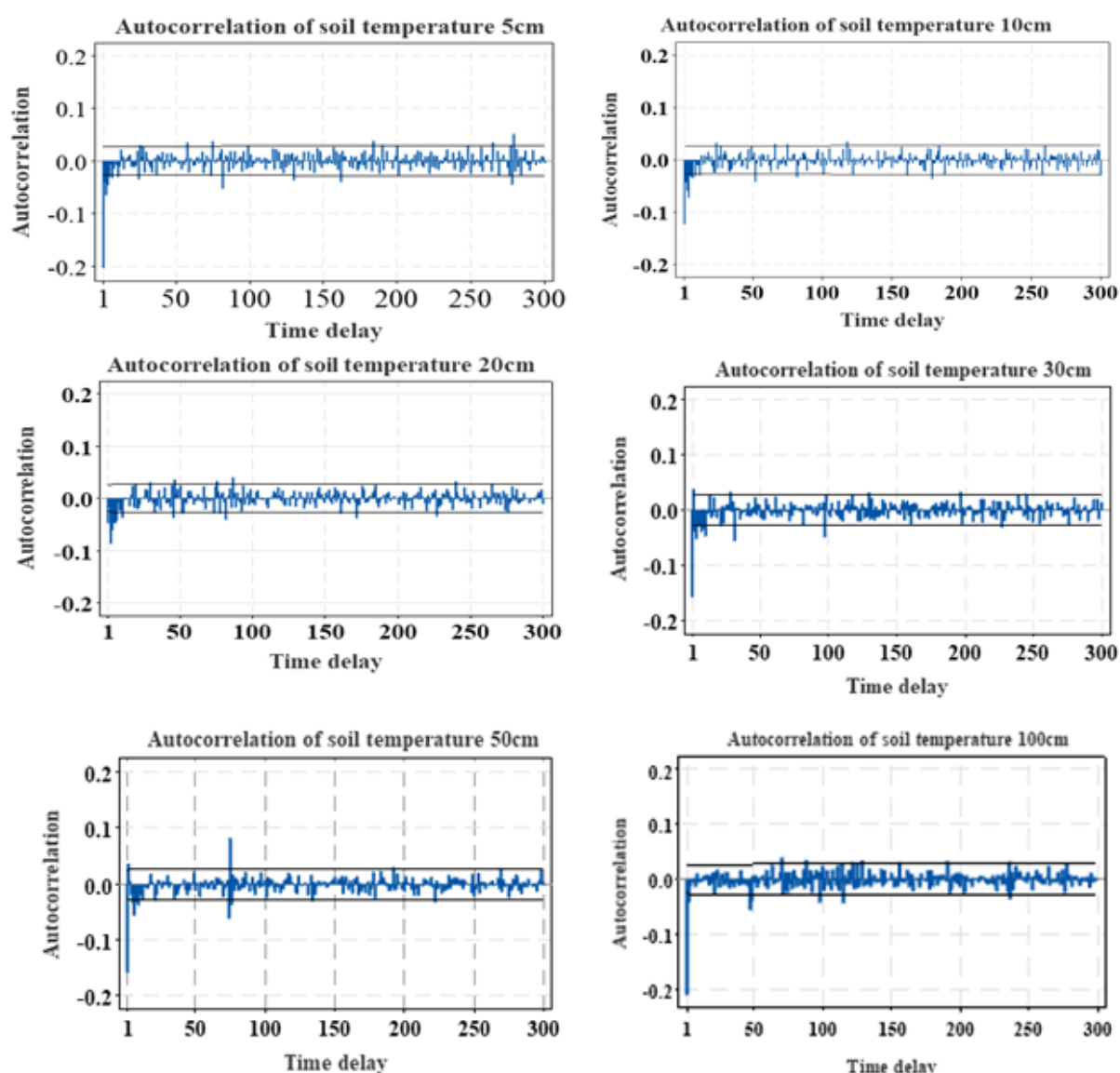
ایستگاه	داده	MW test	SMK test	MK test	KPSS test	ADF test	Fisher test
تخت جمشید	آموزش	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	۰/۰۱	۰/۰۷۳	۴۵۷/۸۴
(۵ cm)	تست	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	۰/۰۱	۰/۳۳۰	۶۵۰/۳۲
تخت جمشید	آموزش	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	۰/۰۱	۰/۱۵۲	۳۹۲/۳۲
(۱۰ cm)	تست	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	۰/۰۱	۰/۵۴۶	۵۳۷/۸۶
تخت جمشید	آموزش	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	۰/۰۱	۰/۲۳۳	۳۷۱/۷۰
(۲۰ cm)	تست	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	۰/۰۱	۰/۶۲۱	۴۹۲/۱۳
تخت جمشید	آموزش	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	۰/۰۱	۰/۳۱۴	۳۲۹/۵۳
(۳۰ cm)	تست	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	۰/۰۱	۰/۵۹۹	۴۰۸/۸۶
تخت جمشید	آموزش	<۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	۰/۰۱	۰/۳۹۵	۲۷۹/۲۸
(۵۰ cm)	تست	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	۰/۰۱	۰/۸۲۲	۳۵۶/۴۰
تخت جمشید	آموزش	<۰/۰۰۱	.	<۰/۰۰۱	۰/۰۱	۰/۵۰۹	۱۷۳/۷۶
(۱۰۰ cm)	تست	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱	۰/۰۱	۰/۶۸۵	۲۱۷/۷۳

جدول ۳. نتایج محاسبات پارامترهای شدت روند و فصلی بودن.

ایستگاه	DD	SD	SX	PM
تخت جمشید	۷۲۵۸۸/۴۰	۰/۷۵	۰/۹۹	۱/۷۱
(۵ cm)				
تخت جمشید	۴۷۸۴۹/۵۹	۰/۷۵	۰/۹۹	۱/۶۴
(۱۰ cm)				
تخت جمشید	۵۶۹۲۱/۲۲	۰/۷۷	۰/۹۹	۱/۶۱
(۲۰ cm)				
تخت جمشید	۸۴۹۶۰/۸۰	۰/۸۴	۰/۹۹	۱/۵۷
(۳۰ cm)				
تخت جمشید	۶۴۱۰۳/۲۱	۰/۹۲	۰/۹۹	۱/۵۲
(۵۰ cm)				
تخت جمشید	۴۵۴۶۸/۱۹	۰/۹۲	۰/۹۹	۱/۴۲
(۱۰۰ cm)				

جدول ۴. نتایج آزمون‌های ایستایی، روند، فصل و پرش در سری‌های زمانی پس از حذف مولفه‌های قطعی از سری زمانی.

ایستگاه	MW test	SMK test	MK test	KPSS test	ADF test	Fisher test
تخت جمشید	۰/۳۵	۰/۱۴	۰/۱۴	۰/۱	۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱
(۵ cm)						
تخت جمشید	۰/۶۳	۰/۵۶	۰/۵۵	۰/۱	۰/۰۰۱	۲۴۰/۳
(۱۰ cm)						
تخت جمشید	۰/۵۲	۰/۳۳	۰/۳۲	۰/۱	۰/۰۰۱	۳۰۷/۹۱
(۲۰ cm)						
تخت جمشید	۰/۹۴	۰/۴۱	۰/۴۱	۰/۱	۰/۰۰۱	<۰/۰۰۱
(۳۰ cm)						
تخت جمشید	۰/۶۵	۰/۴۶	۰/۴۵	۰/۱	۰/۰۰۱	۲۰/۹۵
(۵۰ cm)						
تخت جمشید	۰/۸۰	۰/۹۰	۰/۸۴	۰/۱	۰/۰۰۱	۰/۲۴
(۱۰۰ cm)						



شکل ۳. نمودار ACF برای سری‌های زمانی دمای خاک پس از انجام آنالیز طیفی و تفاضل‌گیری غیرفصلی.

نتایج زیر سناریو اول: مدل‌های باکس جنکینز

در مدل‌سازی تک متغیره با پیش‌پردازش، مدل‌سازی دمای خاک پس از اعمال مراحل حذف فصل و روند انجام گرفت و در چهار زیرسناریو مختلف پیاده‌سازی شد. در زیر سناریو اول، پس از انجام آنالیز طیفی و حذف مؤلفه‌های فصل و روند از طریق تفاضل‌گیری غیرفصلی، مدل ARIMA برای مدل‌سازی به کار گرفته شد. پس از ایستاسازی از طریق آنالیز طیفی، سری‌ها برای مدل‌سازی آماده شدند. مطابق با تحقیقات (Bonakdari et al., 2019)، استفاده از پارامترهای فصلی برای سری‌های زمانی روزانه امکانپذیر نیست. از این رو، تنها پارامترهای رگرسیون خودکار (AR)، میانگین متحرک غیرفصلی (MA) و تفاضل‌گیری غیرفصلی (I) برای همه سری‌ها استفاده شد. مقدار این پارامترها از ۱ تا ۱۰ در نظر گرفته شد. با تغییر این پارامترها و انجام مدل‌سازی‌های مختلف ۱۰۰ مدل ARIMA به دست آمد. سپس بر اساس معیارهای ارزیابی مختلف، بهترین مدل‌ها برای هر سری زمانی انتخاب شدند (جدول ۴). در هر تراز مدلی که بالاترین دقت و مطابق اصل امساک کمترین پارامتر را داشته باشد به عنوان مدل مناسب انتخاب می‌شود. به همین منظور از بین مدل‌ها مدلی انتخاب می‌شود که دارای مقدار آیک کمتری باشد. اعتبار مدل‌هایی که دارای کمترین خطا و پیچیدگی هستند، باید مورد بررسی قرار گیرد. مدل‌ها باید دارای باقیمانده‌های مستقل باشند. استقلال باقیمانده‌های مدل با آزمون لجنک باکس بررسی شد. در این آزمون بایستی مقدار بدست آمده از P-value برای تمام تاخیرهای زمانی بیشتر از ۵ درصد باشد تا مدل از نظر استقلال باقی‌مانده‌ها تایید گردد. نتایج مربوط به لگ‌های ۳۶۰، ۵۴۸، ۷۲۰ و ۹۱۲ در جدول ۴ آورده شده است. علاوه بر استقلال باقیمانده‌ها، عدم وجود ترم‌های قطعی در باقیمانده‌ها نیز باید بررسی شود. سری‌های مورد مطالعه فصلی می‌باشند. بنابراین، بررسی وجود ترم فصل در باقیمانده‌های مدل نیز حائز اهمیت است. به همین منظور،

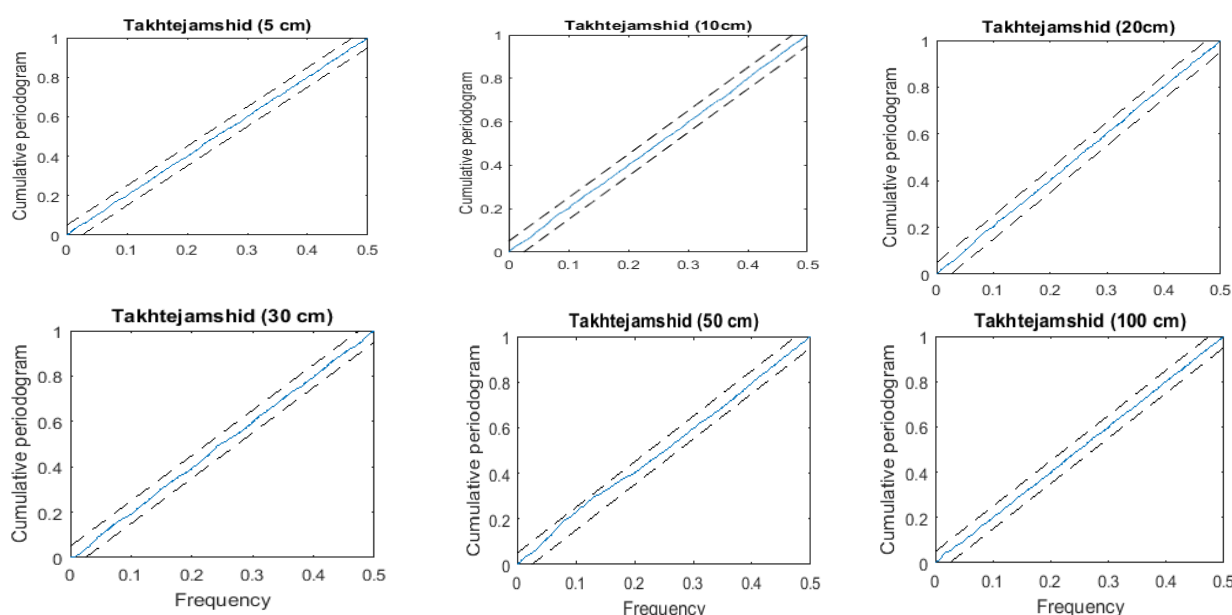
پریودوگرام تجمعی برای همه مدل‌ها ترسیم و بررسی می‌شوند. نتایج در شکل ۴ نشان می‌دهند که باقیمانده‌های مدل‌های استوکاستیک در سطح اطمینان ۹۵ درصد با آزمون کولموگروف-اسمیرنوف قرار دارند و فاقد تناوب می‌باشند.

نتایج نشان داد که تمام مدل‌ها توانایی بالایی در پیش‌بینی دمای خاک دارند و با افزایش عمق خاک، دقت پیش‌بینی و سادگی مدل‌ها به طور قابل‌توجهی بهبود یافت. در عمق ۱۰۰ سانتی‌متر، مدل ARIMA دارای MAE برابر با ۰٫۸۱، RMSE برابر با ۱٫۰۵، AIC برابر با ۱۲۶٫۰۵ و R^2 برابر با ۰٫۹۷۴۲ می‌باشد. این نتایج نشان‌دهنده دقت پیش‌بینی بالا و برازش بسیار خوب با داده‌های مشاهداتی است. مقادیر پایین MAE و RMSE حاکی از انحراف اندک پیش‌بینی‌های مدل از اندازه‌گیری‌های واقعی دمای خاک است. مقدار منفی AIC (-126.05) نشان‌دهنده تعادل قوی بین برازش مدل و سادگی آن است، زیرا مقادیر پایین‌تر AIC نشان‌دهنده کارایی بیشتر مدل است. در مقابل، در عمق ۵ سانتی‌متر، مدل دارای MAE برابر با ۲٫۰، RMSE برابر با ۲٫۵، AIC برابر با ۴۳۸۵٫۶۵ و R^2 برابر با ۰٫۹۵۱۶ بود. اگرچه مقدار R^2 برابر با ۰٫۹۵۱۶ نشان می‌دهد که ۹۵٫۱۶ درصد از واریانس همچنان توسط مدل توضیح داده شده و برازش خوبی وجود دارد، اما مقادیر MAE و RMSE (به ترتیب ۲٫۰ و ۲٫۵) دقت پیش‌بینی کمتری را در مقایسه با عمق ۱۰۰ سانتی‌متر نشان می‌دهد. این افزایش در معیارهای خطا، نشان‌دهنده تنوع بیشتر و حساسیت دمای خاک به شرایط سطحی مانند نوسانات جوی در عمق‌های کم است. مقدار بالای AIC = 4385.65 همچنین حاکی از آن است که مدل در عمق ۵ سانتی‌متر کارایی کمتری دارد، که ممکن است به دلیل پیچیدگی بیشتر باشد. به طور کلی، دقت پیش‌بینی بر اساس MAE در عمق ۱۰۰ سانتی‌متر حدود ۵۹٫۵ درصد و دقت بر اساس RMSE حدود ۵۸ درصد نسبت به عمق ۵ سانتی‌متر افزایش یافته است. این بهبود قابل‌توجه در دقت، نشان‌دهنده عملکرد بسیار بهتر مدل در عمق‌های بیشتر است. مقادیر بالای R^2 در تمام عمق‌ها نشان‌دهنده موفقیت مدل ARIMA در پیش‌بینی دمای خاک است؛ با این حال، تفاوت در میزان خطاها، AIC و درصد افزایش دقت، تأثیر عمق بر عملکرد مدل را برجسته می‌کند.

همچنین به منظور مقایسه نتایج مدل ARIMA با مدل ARMA برای هر سری زمانی ۱۰۰ مدل دیگر با تغییر پارامترهای رگرسیون خودکار (AR)، میانگین متحرک غیرفصلی (MA) اجرا گردید (زیرسناریو دوم). به علت وجود ترم روند در سری‌های زمانی دمای خاک، این ترم قبل از اجرای مدل‌ها، از طریق معادله روند از سری‌های زمانی حذف گردیدند. در هر سری زمانی پس از اینکه مولفه فصل از طریق آنالیز طیفی از داده‌ها حذف گردید، از طریق رگرسیون خطی معادله ترم روند برای هر سری زمانی برازش داده شد (جدول ۵). شیب بدست آمده از این خطوط نشان‌دهنده شدت پایین مولفه روند در سری‌های زمانی دمای خاک می‌باشد. با کمک معادله خطی بدست آمده، ترم روند نیز از داده‌های سری زمانی حذف گردید. پس از حذف ترم‌های قطعی و تغییر پارامترهای رگرسیون خودکار (AR)، میانگین متحرک غیرفصلی (MA) در هر سری زمانی مدل‌های مختلف اجرا و سپس بر اساس معیارهای ارزیابی مختلف، بهترین مدل‌ها برای هر سری زمانی انتخاب شدند (جدول ۴). اعتبار مدل‌های انتخابی از طریق آزمون لجنج-باکس و پریودوگرام تجمعی مورد بررسی قرار گرفت. با مقایسه نتایج مدل‌های برتر ARMA بدست آمده در هر تراز با مدل‌های برتر ARIMA مشخص گردید که هر دو مدل از نظر دقت عملکرد مشابهی در پیش‌بینی دمای خاک دارند. اما در معیار AIC تفاوت کمی بین مدل‌ها وجود دارد. در ترازهای ۵، ۱۰ و ۱۰۰ سانتی‌متر مدل ARMA ساده‌تر و بهینه‌تر می‌باشد. در ترازهای ۲۰، ۳۰ و ۵۰ سانتی‌متر مدل ARIMA ساده‌تر و بهینه‌تر می‌باشد. با توجه به اینکه مقدار R^2 در تمام ترازها بزرگتر از ۰٫۹۵ بدست آمده است، بیانگر توانایی بالای هر دو مدل در توضیح واریانس داده‌هاست (شکل ۵). مقایسه نتایج جدول ۴ مربوط به ترازهای مختلف نشان داد که با افزایش عمق خاک دقت و سادگی مدل افزایش می‌یابد. در عمق ۵ سانتی‌متر، MAE و RMSE برای ARMA به ترتیب برابر با ۱٫۹۸ و ۲٫۴۹ بدست آمد در صورتی که در عمق ۱۰۰ سانتی‌متر به ۰٫۸۳ و ۱٫۰۶ کاهش پیدا کرد. این بهبود دقت به علت کاهش تاثیر نوسانات سطحی (مانند تغییرات دمای هوا) و افزایش پایداری دما در عمق‌های بیشتر اتفاق می‌افتد. همچنین کاهش مقدار پیچیدگی مدل از ۴۳۷۳٫۷۸ به ۲۲۱٫۳۸- در مدل ARMA نشان‌دهنده این است که مدل‌ها در عمق‌های بالاتر ساده‌تر و بهینه‌تر می‌شود. این یافته‌ها با ویژگی قیزیکی خاک سازگار است. زیرا در عمق‌های بیشتر، اثرات فصلی و نوبه‌های کوتاه‌مدت کاهش یافته و سری زمانی ایستاتر می‌شود که به نوبه خود نیاز به پیچیدگی مدل را کم می‌کند.

در زیر سناریو سوم و چهارم، با تغییر پارامترهای AR و MA از ۱ تا ۱۰ مدل‌سازی دمای خاک برای شش سری زمانی انجام گرفت. همانطور که قبلاً گفته شد در مدل‌سازی با مدل‌های باکس جنکینز موضوع بسیار مهم استقلال باقی‌مانده‌ها می‌باشد. به همین منظور مقدار P-Value مربوط به آزمون لجنج-باکس برای هر مدل بایستی مورد بررسی قرار گیرد. نتایج این آزمون برای مدل‌های AR و MA در جدول ۴ آورده شده است. این نتایج نشان می‌دهند که مقدار P-Value بدست آمده برای تمامی سری‌های زمانی کمتر از ۵٪ می‌باشد. بنابراین این مدل‌ها شرط استقلال باقی‌مانده‌ها را ندارند. مقایسه شاخص‌های آماری مختلف بدست آمده از اجرای زیرسناریوهای مختلف

برای سری زمانی در عمق ۵ سانتی‌متر نشان می‌دهد که تمامی مدل‌ها از نظر معیار همبستگی نتایج مشابهی را بدست آوردند، اما از نظر معیار خطا مدل ARMA با $MAE=1.98$ و $RMSE=2.65$ دارای کمترین خطا می‌باشد. از نظر معیار پیچیدگی دو مدل AR و MA به علت استفاده از پارامترهای کمتر برای مدل‌سازی پیچیدگی کمتری دارند اما با توجه به اینکه این مدل‌ها شرط استقلال باقی مانده‌ها را ندارند، مدل‌های مناسبی برای مدل‌سازی نیستند. نتایج اجرای زیر سناریو اول و دوم نشان داد که مدل ARMA دارای خطای کمتر و مقدار پیچیدگی ($AIC=4373.78$) کمتری نسبت به مدل ARIMA است. بنابراین این مدل به عنوان مدل برتر برای عمق ۵ سانتی‌متر انتخاب گردید. مقایسه اجرای زیر سناریوها در عمق ۱۰ سانتی‌متر نشان می‌دهد که دو مدل AR و MA با وجود پارامترهای کمتر اما به علت خطای بالاتر دارای پیچیدگی بالاتر می‌باشند. از نظر معیار همبستگی نیز مقداری نزدیک به سایر مدل‌ها را دارند. مقایسه زیر سناریوهای اجرا شده در این عمق نشان می‌دهد که مدل ARMA با خطای کمتر و پیچیدگی کمتر ($MAE=1.49$, $RMSE=1.88$, $AIC=3101.10$, $R^2=0.962$) و داشتن شرط استقلال باقی‌مانده‌ها و قرار گرفتن در سطح اطمینان ۹۵٪ با آزمون کولموگروف-اسمیرنوف نسبت به سایر مدل‌ها در مدل‌سازی دمای خاک ارجحیت دارد. در عمق ۲۰ سانتی‌متر نیز مشابه با عمق ۱۰ سانتی‌متر دو مدل AR و MA دارای مقدار خطا و پیچیدگی بالاتر نسبت به سایر مدل‌ها می‌باشند. مدل AR در تمامی تاخیرهای انتخاب شده دارای همبستگی بین باقی‌مانده‌ها می‌باشد و شرط استقلال باقی‌مانده‌ها را ندارد. مدل MA نیز بجز در لگ ۵۴۸ در سایر لگ‌ها شرط استقلال را ندارد. در این عمق، مدل ARIMA با خطای کمتر و پیچیدگی کمتر مدل‌سازی مناسب‌تری نسبت به سایر مدل‌سازی‌ها را نشان می‌دهد. در نتیجه مدل $ARIMA(7,1,5)$ با $MAE=1.49$, $RMSE=1.88$, $AIC=3101.10$, $R^2=0.962$ برای مدل‌سازی دمای خاک در این عمق مدل مناسب‌تری می‌باشد. در عمق ۳۰ سانتی‌متر مدل AR و MA دارای پیچیدگی بیشتر و خطای کمتر نسبت به سایر مدل‌ها بوده و با وجود اینکه مدل MA از نظر استقلال باقیمانده‌ها توسط آزمون کولموگروف-اسمیرنوف مورد تایید قرار گرفته است اما نتایج ضعیف‌تری را نسبت به مدل ARMA و ARIMA ایجاد می‌کند. در این عمق مدل ARIMA و ARMA دارای خطای نزدیک به هم می‌باشند اما به علت پیچیدگی کمتر ARIMA مدل بهتری نسبت به ARMA می‌باشد. در عمق ۵۰ سانتی‌متر، مدل ARMA با $MAE=1.12$, $RMSE=1.41$, $AIC=1389.45$ دارای بالاترین خطا و پیچیدگی می‌باشد. در مقابل مدل ARIMA با $MAE=1.02$, $RMSE=1.32$, $AIC=1321.97$, $R^2=0.9714$ نسبت به سایر مدل‌ها دارای خطای کمتر و دقت بالاتر می‌باشد. در عمق ۱۰۰ سانتی‌متر نیز MA تنها با یک پارامتر مدل‌سازی دارای بالاترین مقدار خطا و بالاترین پیچیدگی است. این مدل تنها در یک لگ زمانی دارای استقلال در باقیمانده‌ها می‌باشد و در سایر لگ‌ها شرط استقلال رعایت نشده است. در مقابل مدل ARIMA دارای کمترین مقدار خطا و کمترین پیچیدگی است و در تمامی لگ‌های زمانی استقلال باقیمانده‌ها توسط آزمون مورد تایید قرار گرفته است. در نتیجه در این عمق اجرای زیر سناریو اول با مدل ARIMA و $MAE=0.81$, $RMSE=1.05$, $AIC=-126.05$ به عنوان مدل برتر برای مدل‌سازی دمای خاک انتخاب گردید.



شکل ۴. پریودوگرام‌های تجمعی باقی‌مانده‌های مدل استوکاستیک در سری‌های زمانی دمای خاک.

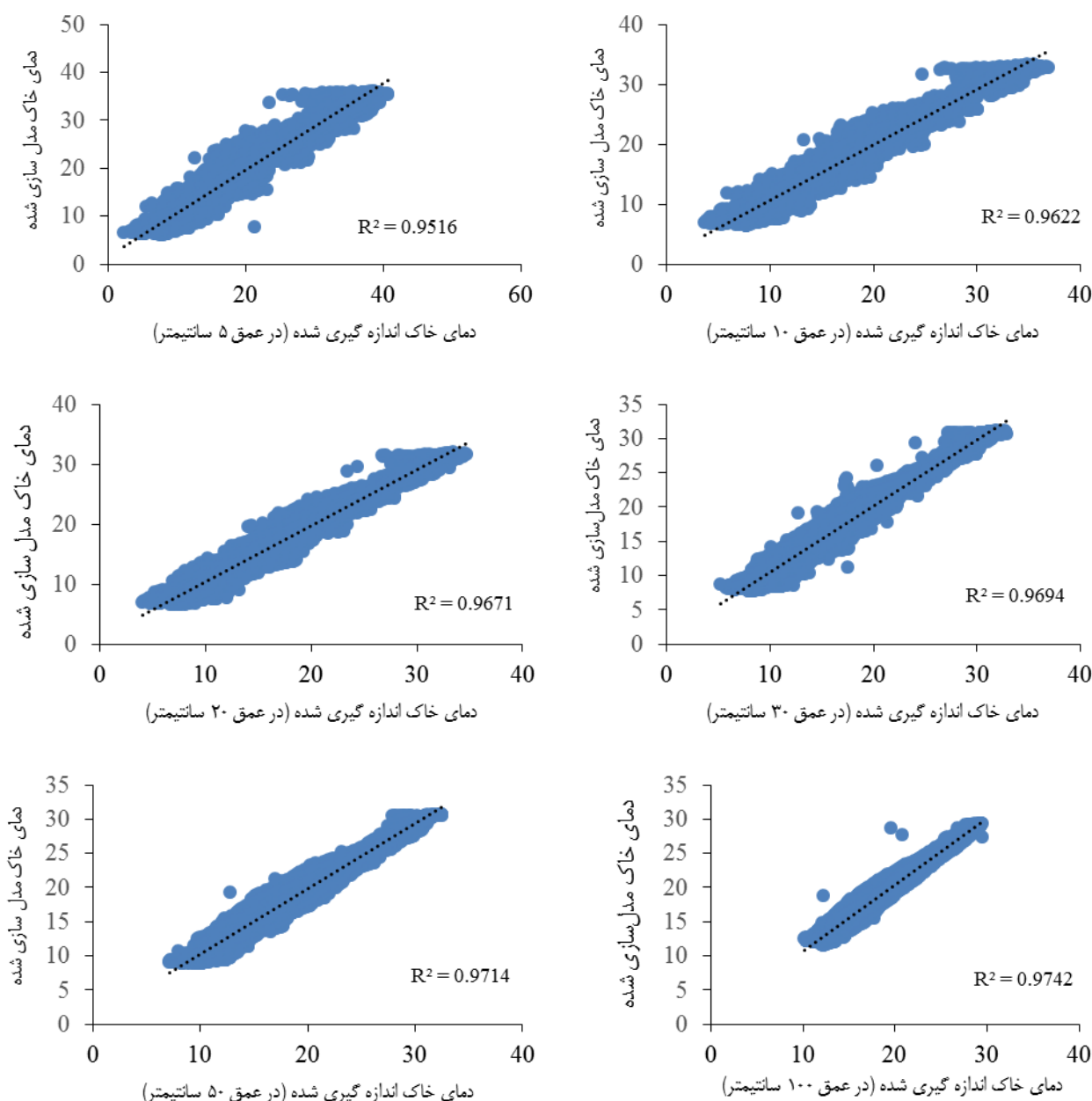


جدول ۴. نتایج معیارهای ریاضی مختلف برای تعیین بهترین مدل خطی مدل سازی دمای خاک در ایستگاه تخت جمشید.

ایستگاه	زیرسناو فرعی	مدل برتر	MAE	RMSE	AIC	R ²	Lbq test			
							۹۱۲	۷۲۰	۵۴۸	۳۶۵
تخت جمشید (۵ cm)	اول	ARIMA(5,1,7)	۲/۰۰	۲/۵۰	۴۳۸۶/۶۵	۰/۹۵۱۶	۰/۱۴۱	۰/۱۷۰	۰/۰۷۴	۰/۱۳۸
	دوم	ARMA(3,2)	۱/۹۸	۲/۴۹	۴۳۷۳/۷۸	۰/۹۵۱۵	۰/۰۸۴	۰/۱۰۱	۰/۰۵۷	۰/۱۳۴
	سوم	AR (1)	۲/۱۴	۲/۶۵	۴۳۶۵/۰۴	۰/۹۵۱۶	.	.	.	.
	چهارم	MA(1)	۲/۰۸	۲/۵۸	۴۳۶۳/۳۱	۰/۹۵۱۶	.	.	.	.
تخت جمشید (۱۰ cm)	اول	ARIMA(10,1,10)	۱/۴۹	۱/۸۸	۳۳۱۱/۷۲	۰/۹۶۲۲	۰/۴۸۸	۰/۵۰۴	۰/۰۷۹	۰/۰۵۲
	دوم	ARMA(4,6)	۱/۴۹	۱/۸۸	۳۱۰۱/۱۰	۰/۸۶۲۰	۰/۳۷۵	۰/۴۴۹	۰/۰۵۸	۰/۰۵۴
	سوم	AR (1)	۱/۸۷	۲/۳۰	۳۲۵۴/۴	۰/۹۵۹۲	.	.	.	.
	چهارم	MA(1)	۱/۸۹	۲/۳۱	۳۲۶۴/۹	۰/۹۵۹۱	.	.	.	.
تخت جمشید (۲۰ cm)	اول	ARIMA(7,1,5)	۱/۳۴	۱/۶۶	۲۴۴۳/۸۴	۰/۹۶۷۱	۰/۱۸۶	۰/۳۵۰	۰/۰۵۷	۰/۰۸۵
	دوم	ARMA(4,1)	۱/۳۶	۱/۶۸	۲۴۷۲/۴۱	۰/۹۶۶۵	۰/۲۵۲	۰/۳۸۸	۰/۰۸۱	۰/۱۶۹
	سوم	AR (1)	۱/۵۹	۱/۹۴	۲۵۷۷/۲۸	۰/۹۶۴۹	.	.	.	.
	چهارم	MA (10)	۱/۵۴	۱/۸۹	۲۵۵۳/۶۵	۰/۹۶۵۵	۰/۰۴	۰/۱۱	۰/۰۱	۰/۰۴
تخت جمشید (۳۰ cm)	اول	ARIMA(2,1,2)	۱/۰۹	۱/۴۳	۱۷۳۰/۸۹	۰/۹۶۹۴	۰/۳۴۹	۰/۵۹۳	۰/۷۴۱	۰/۷۶۱
	دوم	ARMA(1,1)	۱/۱۰	۱/۴۳	۱۷۴۹/۰۵	۰/۹۶۹۲	۰/۱۵۰	۰/۳۰۳	۰/۴۷۴	۰/۵۶۰
	سوم	AR (1)	۱/۲۶	۱/۶۱	۱۸۸۴/۶۷	۰/۹۶۷	۰/۰۰۱	۰/۰۱۵	۰/۰۴۷	۰/۱۱
	چهارم	MA (10)	۱/۲۰	۱/۵۳	۱۸۵۴/۳۶	۰/۹۶۷	۰/۲۴	۰/۵۴	۰/۷۶	۰/۸۰
تخت جمشید (۵۰ cm)	اول	ARIMA(5,1,6)	۱/۰۴	۱/۳۲	۱۳۲۱/۹۷	۰/۹۷۱۴	۰/۶۶۳	۰/۹۰۱	۰/۹۷۱	۰/۸۱۹
	دوم	ARMA(1,1)	۱/۱۲	۱/۴۱	۱۳۸۹/۴۵	۰/۹۷۰۴	۰/۰۵۲	۰/۲۶۴	۰/۴۹۷	۰/۲۵۲
	سوم	AR (1)	۱/۱۰	۱/۳۹	۱۳۳۱/۰۸	۰/۹۷۱	۰/۰۰۲	۰/۰۴	۰/۱۴	۰/۰۵
	چهارم	MA(2)	۱/۰۹	۱/۳۸	۱۳۲۲/۳۵	۰/۹۷۱	۰/۰۰۵	۰/۰۰۶	۰/۲	۰/۰۹
تخت جمشید (۱۰۰ cm)	اول	ARIMA(3,1,7)	۰/۸۱	۱/۰۵	-۱۲۶/۰۵	۰/۹۷۴۲	۰/۰۵۰	۰/۳۳۱	۰/۶۵۹	۰/۹۶۶
	دوم	ARMA(2,1)	۰/۸۳	۱/۰۶	-۲۲۱/۳۸	۰/۹۷۵۰	۰/۰۷۹	۰/۴۵۹	۰/۷۷۶	۰/۹۶۱
	سوم	AR (1)	۰/۹۷	۱/۱۸	-۱۳۰/۷۵	۰/۹۷۳۴	۰/۰۰۳	۰/۰۰۷	۰/۲۵	۰/۸
	چهارم	MA(1)	۰/۹۳۰۶	۱/۱۷	-۱۱۰/۷۶	۰/۹۷۳۴	.	۰/۰۰۳	۰/۰۲	۰/۳۳

جدول ۵. مولفه روند در سری های زمانی پس از حذف فصل از سری های زمانی.

ایستگاه	معادله روند	ایستگاه	معادله روند
تخت جمشید (۵ cm)	$T(t) = 0.0003t - 1.2136$	تخت جمشید (۳۰ cm)	$T(t) = 0.0002t - 0.762$
تخت جمشید (۱۰ cm)	$T(t) = 0.0003t - 0.9821$	تخت جمشید (۵۰ cm)	$T(t) = 0.0001t - 0.6159$
تخت جمشید (۲۰ cm)	$T(t) = 0.0002t - 0.8357$	تخت جمشید (۱۰۰ cm)	$T(t) = 0.0004t - 1.178$



شکل ۵. نتایج پیش‌بینی سری‌های زمانی دمای خاک در عمق‌های مختلف.

نتایج زیر سناریو دوم: بررسی اثر آنالیز طیفی

برای ارزیابی بیشتر مدل‌سازی پیشنهادی و اثر انجام آنالیز طیفی در افزایش دقت مدل‌سازی، مدل‌سازی با کمک مدل‌های باکس-جنکینز بدون انجام آنالیز طیفی برای شش سری زمانی دمای خاک در عمق‌های مختلف و با تعریف زیر سناریو دوم (بدون انجام پیش پردازش) انجام گرفت. در این زیر سناریو تعداد پارامترهای غیرفصلی شامل رگرسیون خودکار (AR) و میانگین متحرک غیرفصلی (MA)، مشابه با مدل‌سازی پیشنهادی این تحقیق از ۰ تا ۱۰ در نظر گرفته شد. بعد از انتخاب مرتبه پارامترها، مدل‌های مختلف اجرا گردیدند. در جدول ۶ نتایج مدل‌سازی سری‌های زمانی دمای خاک را با استفاده از سه مدل SARIMA، ARIMA و ARMA و براساس سه زیر سناریو آورده شده است. موضوع بسیار مهم در مدل‌سازی با کمک جنکینز بررسی استقلال باقی‌مانده‌ها در مدل می‌باشد. به همین منظور مقدار P-value مربوط به آزمون لجنگ-باکس برای تمامی مدل‌ها محاسبه گردید و نتایج آن در جدول ۶ آورده شده است.

جدول ۶. نتایج مدل‌های استوکاستیک از طریق اجرای زیرسناریو دوم - بدون انجام پیش پردازش.

ایستگاه	زیرسناریو فرعی	مدل برتر	MAE	RMSE	AIC	R ²	Lbq Test			
							۳۶۵	۵۴۸	۷۲۰	۹۱۲
تخت جمشید (۵cm)	پنجم	SARIMA(2,0,1)(0,1,0) ³⁶⁵	۲/۳۴	۳/۰۷	۵۴۷۹/۷۱	۰/۹۲۱	.	.	.	.
	ششم	ARIMA(2,1,3)	۱۳/۱۳	۱۶/۵۵	۱۱۶۹۹/۵۸	۰/۰۰۶	.	.	.	.
	هفتم	ARMA(3,10)	۷/۳۵	۸/۶۲	۱۰۴۰۴/۴	۰/۴۶	۰/۱۳	۰/۰۸	۰/۰۷	۰/۱۹
تخت جمشید (۱۰ cm)	پنجم	SARIMA(2,0,5)(0,1,0) ³⁶⁵	۲/۰۰	۲/۵۸	۴۶۷۴/۳	۰/۹۲۸	.	.	.	.
	ششم	ARIMA(3,1,10)	۳/۷۱	۴/۶۶	۷۱۹۴/۳۴	۰/۸۲۵	۰/۳۴	۰/۲۴	۰/۰۲	۰/۰۳
	هفتم	ARMA(8,10)	۳/۸۲	۴/۷۱	۷۴۳۱/۱۰	۰/۸۱۲	۰/۲۵	۰/۱۷	۰/۰۱	۰/۰۱
تخت جمشید (۲۰ cm)	پنجم	SARIMA(4,0,4)(0,1,0) ³⁶⁵	۱/۹۰	۲/۵۰	۴۲۴۴/۹	۰/۹۳۲	.	.	.	.
	ششم	ARIMA(10,1,5)	۳/۵۵	۴/۲۹	۶۹۰۴/۹۲	۰/۸۶۷	۰/۱	۰/۳۲	۰/۰۶	۰/۰۵
	هفتم	ARMA(3,8)	۳/۲۲	۴/۰۷	۶۵۴۳/۲۷	۰/۸۵۲	۰/۵۷	۰/۷۷	۰/۳۵	۰/۲
تخت جمشید (۳۰ cm)	پنجم	SARIMA(0,0,1)(0,1,0) ³⁶⁵	۱/۵۶	۲/۱۳	۳۶۷۳/۳۷	۰/۹۳	.	.	.	.
	ششم	ARIMA(9,1,9)	۳/۵۱	۴/۲۷	۵۴۳۸/۰۸	۰/۸۷۱	۰/۱۳	۰/۴۳	۰/۵۷	۰/۵۹
	هفتم	ARMA(2,10)	۲/۰۷	۲/۶۱	۴۴۵۳/۶۸	۰/۹۲۳	۰/۳۴	۰/۶۸	۰/۷۹	۰/۷۶
تخت جمشید (۵۰ cm)	پنجم	SARIMA(3,0,5)(0,1,0) ³⁶⁵	۱/۸۴	۲/۸۰	۴۴۵۳/۶۰	۰/۹۱۴	.	.	.	.
	ششم	ARIMA(8,1,8)	۱۳/۳۲	۱۳/۹۳	۶۸۷۵/۴۶	۰/۸۸۳	.	۰/۰۳	۰/۲۷	۰/۵۹
	هفتم	ARMA(7,2)	۴/۰۶	۵/۱۳	۷۸۳۸/۶۱	۰/۷۷۰	.	۰/۰۰۹	۰/۱۳	۰/۲۹
تخت جمشید (۱۰۰ cm)	پنجم	SARIMA(5,0,4)(0,1,0) ³⁶⁵	۰/۹۵	۱/۲۷	۴۹۹/۸۱	۰/۹۶۸	.	.	.	.
	ششم	ARIMA(5,1,9)	۶/۲۴	۱۶/۸۱	۹۸۶۸/۴۳	۰/۵۶۴	۱	۱	۱	۱
	هفتم	ARMA(5,3)	۱۹/۴۶	۲۰/۳۳	۹۳۱۹/۷۳	۰/۶۶۷	۱	۱	۱	۱

در عمق ۵ سانتیمتر، دو مدل SARIMA و ARIMA از نظر استقلال باقی‌مانده‌ها، شرط لازم برای استقلال را برآورده نکردند. در مقابل، مدل ARMA در تمامی تأخیرها (لگ‌ها) استقلال باقی‌مانده‌ها را نشان داد. با مقایسه سه مدل از نظر معیارهای خطا، همبستگی و پیچیدگی، نتایج مدل SARIMA به‌طور چشمگیری از دو مدل دیگر مناسب‌تر بود. عملکرد مدل ARIMA در تمامی معیارهای ارزیابی ضعیف‌ترین نتیجه را داشت. این امر به دلیل عدم در نظر گرفتن مولفه‌های فصلی در مدل‌های ARIMA و ARMA، در برابر داده‌های فصلی دمای خاک بود که منجر به کاهش کیفیت مدل‌سازی در این دو مدل گردید. اگرچه مدل SARIMA از نظر تمامی معیارهای ارزیابی عملکرد، نسبت به دیگر مدل‌ها برتری دارد، اما با توجه به اینکه استقلال باقی‌مانده‌ها در این مدل رعایت نشده است، نمی‌توان آن را به‌عنوان مدل مناسبی برای پیش‌بینی دمای خاک معرفی کرد. در مقابل، مدل ARMA علی‌رغم داشتن استقلال در باقی‌مانده‌ها، دارای خطای بالا، همبستگی پایین و پیچیدگی زیاد در مدل‌سازی دمای خاک است. در عمق ۱۰ سانتیمتر، هیچ‌یک از مدل‌های مورد آزمایش، شرط استقلال باقی‌مانده‌ها را نداشتند و به همین دلیل هیچ‌کدام از این مدل‌ها برای مدل‌سازی دمای خاک در این عمق مناسب نمی‌باشند. در عمق ۲۰ سانتیمتر، هر دو مدل ARMA و ARIMA از نظر استقلال باقی‌مانده‌ها دارای مقدار P-value بزرگتر از ۰/۰۵ بوده و شرط لازم برای استقلال باقی‌مانده‌ها را برآورده می‌کنند. اما در مقابل، مدل SARIMA این شرط را نداشته و باقی‌مانده‌های آن در تمامی تأخیرها وابسته هستند. از نظر معیارهای خطا، همبستگی و پیچیدگی، مدل ARMA با $MAE=1.12$ ، $RMSE=1.41$ و $AIC=1389.45$ عملکرد بهتری نسبت به مدل ARIMA دارد. در عمق ۳۰ سانتیمتر نیز مشابه با عمق ۲۰ سانتیمتر، هر دو مدل ARMA و ARIMA دارای باقی‌مانده‌های مستقل هستند و از نظر معیارهای آماری، مدل ARMA با $MAE=1.12$ ، $RMSE=1.41$ ، $AIC=1389.45$ و $R^2=0.923$ بهترین عملکرد را از خود نشان می‌دهد. در مقایسه سه مدل در این عمق، مدل SARIMA از نظر معیارهای خطا، همبستگی و پیچیدگی برتری دارد، اما به دلیل وابستگی باقی‌مانده‌ها در تمامی تأخیرها، این مدل نیز به‌عنوان مدل مناسب برای پیش‌بینی دمای خاک در این عمق قابل توصیه نمی‌باشد. در عمق ۵۰ سانتیمتر، مدل‌های ARMA و ARIMA در تأخیرهای ۳۶۵ و ۵۴۸ و مدل SARIMA در تمامی تأخیرها فاقد استقلال باقی‌مانده‌ها هستند. بنابراین، از نظر معیار پایداری، هیچ‌یک از این مدل‌ها برای مدل‌سازی دمای خاک در این عمق مناسب

نمی‌باشند. در عمق ۱۰۰ سانتی‌متر، مدل‌های ARMA و ARIMA دارای باقی‌مانده‌های مستقل بوده، اما از نظر معیارهای خطا و دقت، این مدل‌ها نتایج مناسبی برای مدل‌سازی دمای خاک ارائه نمی‌دهند. از سوی دیگر، مدل SARIMA از نظر معیارهای خطا، همبستگی و پیچیدگی عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌ها نشان می‌دهد، اما به دلیل وابستگی باقی‌مانده‌ها، این مدل نیز به‌عنوان مدل مناسب برای پیش‌بینی دمای خاک در این عمق توصیه نمی‌شود.

با مقایسه نتایج به‌دست‌آمده از مدل‌سازی در سری‌های زمانی مختلف، مشخص شد که مدل SARIMA در تمامی سری‌های زمانی مورد بررسی (زیرسناریو پنجم)، عملکرد بهتری را نسبت به اجرای زیر سناریوهای ششم و هفتم شامل مدل‌های ARMA و ARIMA از نظر معیارهای خطا، همبستگی و پیچیدگی دارد. با این حال، بررسی باقی‌مانده‌های مدل‌های SARIMA نشان داد که فرض استقلال در باقی‌مانده‌ها برقرار نبوده و این موضوع می‌تواند بر اعتبار مدل تأثیرگذار باشد. نتایج اجرای زیرسناریوهای مختلف برای اعماق مختلف، نشان داد که در عمق‌های ۵، ۱۰، ۵۰ و ۱۰۰ سانتی‌متر مدل مناسبی حاصل نشد. تنها در دو عمق ۲۰ و ۳۰ سانتی‌متر، مدل ARMA با داشتن خطای کمتر نسبت به مدل ARIMA، به‌عنوان مدل مناسب‌تری برای پیش‌بینی دمای خاک شناسایی شد. (Valipour (2015) نیز مناسب بودن مدل SARIMA را برای پیش‌بینی رواناب بلندمدت در ایالات متحده در مقایسه با مدل‌های ARIMA در مطالعه تحقیقی خود نشان داد. (Minh et al., (2024) نیز به‌طور مشابه مناسب بودن مدل SARIMA را در مقایسه با دیگر روش‌های آماری برای تحلیل و پیش‌بینی الگوهای بارش تأیید کردند.

نتایج زیر سناریو سوم: استفاده از یک متغیر اضافی

در این زیرسناریو، با افزودن یکی از متغیرهای هواشناسی به مدل خطی، مدل‌سازی سری‌های زمانی با استفاده از مدل خطی چندمتغیره برای هر عمق خاک انجام گرفت. بر این اساس، چهار زیرسناریوی فرعی تعریف شدند: زیرسناریو هشتم (میانگین دمای هوا + دمای خاک)، نهم (میانگین سرعت باد + دمای خاک)، دهم (شدت تابش خورشیدی + دمای خاک) و یازدهم (تبخیر و تعرق + دمای خاک). مشابه سایر سناریوها، در این مرحله نیز برای هر زیرسناریو، مدلی با بیشترین دقت و کمترین تعداد پارامتر (مطابق اصل امساک) به‌عنوان مدل برتر انتخاب شد. جهت ارزیابی اعتبار مدل‌ها، آزمون Ljung-Box بر روی باقیمانده‌ها اعمال گردید. نتایج معیارهای آماری مختلف و آزمون Ljung-Box برای هر عمق خاک در جدول ۷ آورده شده است. نتایج حاصل از مدل‌سازی چندمتغیره با متغیر میانگین دمای هوا (زیرسناریو هشتم) نشان داد که در تمامی اعماق، استقلال باقیمانده‌ها در هیچ‌یک از لگ‌های زمانی توسط آزمون تأیید نشد. بنابراین، علی‌رغم دقت و سادگی بیشتر برخی از مدل‌های این زیرسناریو در اعماق ۵، ۲۰ و ۳۰ سانتی‌متر نسبت به سایر مدل‌ها، این مدل برای مدل‌سازی دمای خاک مناسب تشخیص داده نشدند. مقایسه سه زیرسناریوی دیگر حاکی از آن است که استفاده از متغیر تبخیر و تعرق در کنار دمای خاک (زیرسناریو یازدهم) در تمام معیارهای آماری عملکرد بهتری نسبت به سایر متغیرها داشته است. مقدار P-Value حاصل از آزمون Ljung-Box در این سناریو، به‌جز در عمق ۱۰۰ سانتی‌متر، در تمام اعماق بیشتر از ۵ درصد بود که نشان‌دهنده استقلال باقیمانده‌ها و در نتیجه اعتبار مدل است. همچنین با افزایش عمق، دقت مدل‌سازی افزایش یافت. در عمق ۱۰۰ سانتی‌متر، تمام مدل‌های بررسی‌شده دارای همبستگی در باقیمانده‌ها بودند و بنابراین مدل چندمتغیره مناسبی برای این عمق یافت نشد. در نهایت، مقایسه معیارهای ریاضی مختلف نشان داد که به‌ترتیب متغیرهای تبخیر و تعرق، میانگین سرعت باد و شدت تابش خورشیدی بیشترین تأثیر را در بهبود مدل‌سازی دمای خاک دارند.

جدول ۷. نتایج مدل‌های استوکاستیک برای مدل‌سازی دمای خاک از طریق اجرای زیرسناریو سوم.

ایستگاه	زیرسناریو فرعی	مدل برتر	MAE	RMSE	AIC	R ²	Lbq Test			
							۹۱۲	۷۲۰	۵۴۸	۳۶۵
	هشتم	ARMAX(3,0,5)	۱/۵۰۷	۰/۸۱	۳۰۱۹/۹۸	۰/۹۷	.	.	.	.
تخت جمشید	نهم	ARMAX(7,0,10)	۳/۷۹	۰/۹۸۶	۷۲۴۹/۴۶	۰/۸۵۳	۰/۰۷	۰/۰۲	۰/۰۲۵	۰/۰۵۹
(۵ cm)	دهم	ARMAX(10,0,8)	۵/۱۷	۰/۹۸۷	۸۷۰۲/۲۶	۰/۷۲۹	۰/۲۱۱	۰/۰۶۱	۰/۰۷۳	۰/۱۱۶
	یازدهم	ARMAX(3,0,9)	۳/۵۶۷	۰/۹۸۸	۶۷۵۰/۶۹	۰/۸۷۱	۰/۱۱	۰/۰۵	۰/۰۵۲	۰/۱۷
	هشتم	ARMAX(4,0,3)	۰/۵۳۷	۱/۰۰۷	۸۹۴/۹۲	۰/۹۸۵	.	.	.	.
تخت جمشید	نهم	ARMAX(8,0,9)	۰/۶۹۳	۲/۶۶	۵۴۲۶/۳۶	۰/۹	۰/۰۶۲	۰/۰۵	۰/۲۷۵	۰/۴۴۹
(۱۰ cm)	دهم	ARMAX(5,0,10)	۰/۶۹۳	۳/۴۱	۶۸۴۵/۶۸	۰/۸۵۸	۰/۱۲۶	۰/۱۳۵	۰/۴۴	۰/۶۲۱



۰/۱۱۱	۰/۱۱	۰/۳۶۸	۰/۵۰۳	۰/۹۳۲	۴۴۹۲/۵۴	۲/۱۵	۰/۶۹۳	ARMAX(10,0,9)	یازدهم
.	.	.	.	۰/۹۸۸	-۴۲/۳۶	۰/۴۰۷	۰/۸۰۷	ARMAX(7,0,10)	هشتم
۰/۲۹۳	۰/۱۰۹	۰/۴۲۰	۰/۲۳۹	۰/۸۶۹	۵۸۲۷/۵۶	۰/۵۳۷	۲/۸۲	ARMAX(10,0,8)	تخت جمشید
۰/۳۳۵	۰/۱۸۰	۰/۵۱۷	۰/۶۴۹	۰/۷۶۴	۷۶۲۶/۶۹	۰/۵۳۶	۴/۰۲	ARMAX(3,0,9)	دهم (۲۰ cm)
۰/۲۸۹	۰/۱۳۱	۰/۳۸۵	۰/۳۰۴	۰/۹۳۳	۴۱۴۷/۷۲	۰/۵۳۷	۱/۹۶۸	ARMAX(5,0,10)	یازدهم
.	.	.	.	۰/۹۸۶	-۱۴۴/۶۸	۰/۳۴۵	۰/۶۶۹	ARMAX(8,0,6)	هشتم
۰/۶۱۹	۰/۴۹۸	۰/۲۸۸	۰/۰۷۶	۰/۸۹۷	۴۸۹۹/۳۲	۰/۴۱۵	۲/۲۴	ARMAX(7,0,4)	تخت جمشید
۰/۷۷۸	۰/۷۴۴	۰/۵۸۲	۰/۳۲۱	۰/۸۹۷	۴۷۶۷/۵۳	۰/۴۱۳	۲/۷۹	ARIMAX(9,1,9)	دهم (۳۰ cm)
۰/۷۹۳	۰/۷۵۶	۰/۵۹۵	۰/۲۶۴	۰/۹۳۹	۳۴۸۱/۵۹	۰/۴۱۳	۱/۵۸۲	ARMAX(10,0,7)	یازدهم
۰/۵۱۵	۰/۸۵۸	۰/۵۴۷	۰/۴۳۹	۰/۰۳	۱۶۱۲۲/۵۶	۰/۳۰۷	۳۷/۹۹	ARMAX(7,0,6)	هشتم
۰/۷۳۵	۰/۹۲۴	۰/۶۵۷	۰/۳۳۷	۰/۹۳۴	۳۴۲۸/۸۷	۰/۳۰۹	۱/۶۹	ARIMAX(5,1,5)	تخت جمشید
۰/۵۴۷	۰/۸۰۹	۰/۴۴۸	۰/۲۳۶	۰/۹۴۷	۳۳۰۶/۴۹	۰/۳۰۸	۱/۷۲	ARMAX(2,0,7)	دهم (۵۰ cm)
۰/۶۱۸	۰/۸۸۲	۰/۵۶۲	۰/۲۳۸	۰/۹۵۵	۲۵۹۱/۵۸	۰/۳۰۸	۱/۳۸	ARMAX(7,0,8)	یازدهم
۰/۰۹۹	۰/۰۰۲	.	.	۰/۹۸۲	-۲۲۴۲/۳۹	۰/۲۲۲	۰/۵۸۸	ARMAX(9,0,9)	هشتم
۰/۶۴۸	۰/۱۲۹	۰/۰۱۲۱	.	۰/۹۴۸	۲۵۱۹/۵۸	۰/۲۳۲	۱/۸۰۱	ARMAX(6,0,2)	تخت جمشید
۰/۵۹۸	۰/۱۰۷	۰/۰۱۱	.	۰/۹۳۳	۲۵۵۲/۱۷	۰/۲۳۳	۱/۳۹	ARIMAX(8,1,4)	دهم (۱۰۰ cm)
۰/۰۰۱	.	.	.	۰/۹۴۹	۱۷۱۸/۸۳	۰/۲۳۱	۱/۱۳	ARMAX(4,0,3)	یازدهم

نتایج زیر سناریو چهارم: استفاده از چهار متغیر اضافی شامل میانگین دمای خاک، تبخیر و تعرق، میانگین سرعت باد و شدت تابش خورشیدی

در هر ایستگاه با تغییر پارامترهای مختلف غیرفصلی، مدل سازی برای هر عمق خاک با استفاده از مدل خطی چندمتغیره انجام شد. از این رو، با تغییر پارامترهای رگرسیون خودکار (AR)، میانگین متحرک غیرفصلی (MA) و تفاضل گیری غیرفصلی (I) و انجام مدل سازی های مختلف ۲۴۰ مدل مختلف برای هر سری زمانی دمای خاک اجرا گردید. برای انجام مدل سازی علاوه بر داده های دمای خاک، چهار متغیر هواشناسی شامل میانگین دمای خاک، تبخیر و تعرق، میانگین سرعت باد و شدت تابش خورشیدی به عنوان متغیر اضافی برای مدل سازی در نظر گرفته شدند. پس از مدل سازی برای هر سری زمانی مدلی که بالاترین دقت و مطابق اصل امساک کمترین پارامتر را داشته باشد به عنوان مدل مناسب انتخاب گردید. سپس، از آزمون Ljung-Box برای اعتبارسنجی مدل خطی استفاده شد.

جدول ۸. نتایج مدل های استوکاستیک از طریق اجرای زیرسناریو چهارم - استفاده از چهار متغیر اضافی.

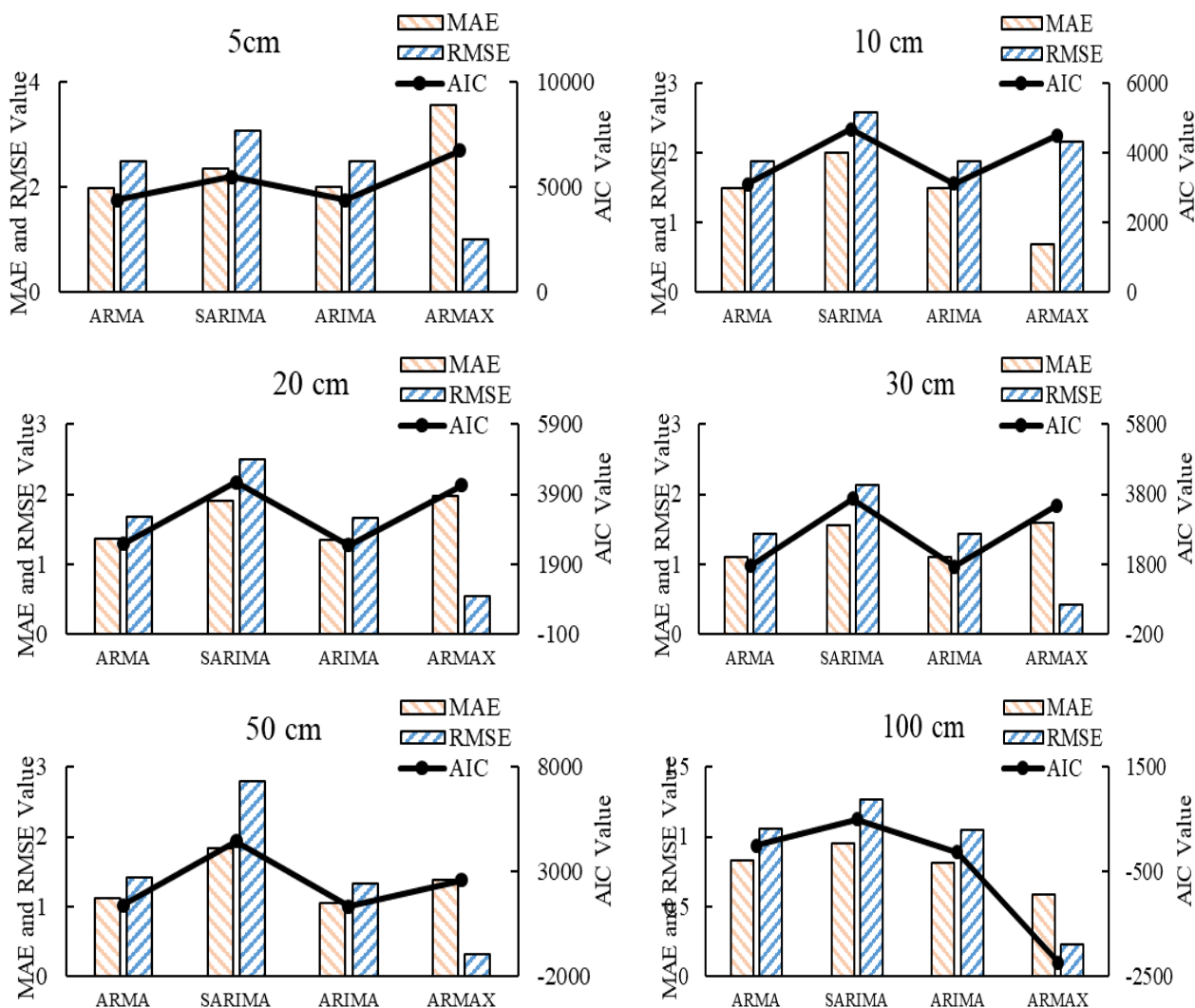
ایستگاه	زیر سناریو فرعی	مدل برتر	MAE	RMSE	AIC	R ²	Ljung Test			
							۹۱۲	۷۲۰	۵۴۸	۳۶۵
تخت جمشید (۵ cm)	دوازدهم	ARMAX(2,0,7)	۱/۵۱۷	۰/۷۹۹	۳۱۷۱/۷۸	۰/۹۷۲	.	.	.	.
تخت جمشید (۱۰ cm)	دوازدهم	ARMAX(7,0,10)	۰/۹۸	۰/۵۱۸	۸۵۵/۲۳	۰/۹۸۵	.	.	.	.
تخت جمشید (۲۰ cm)	دوازدهم	ARMAX(7,0,10)	۰/۷۸۹	۰/۴۰۶	-۴۴/۲۴	۰/۹۸۸	.	.	.	.
تخت جمشید (۳۰ cm)	دوازدهم	ARMAX(8,0,6)	۰/۶۷۰	۰/۳۴۴	-۱۲۶/۹۲	۰/۹۸۶	.	.	.	.
تخت جمشید (۵۰ cm)	دوازدهم	ARMAX(1,0,3)	۰/۶۲۳	۰/۲۶۷	-۱۲۳۱/۰۸	۰/۹۸۹	.	.	.	.
تخت جمشید (۱۰۰ cm)	دوازدهم	ARMAX(10,0,4)	۰/۶۰۶	۰/۲۲۳	-۲۲۵۸/۳۱	۰/۹۸۹	۰/۰۷۷	۰/۰۰۱۵	.	.

در جدول ۸ عملکرد مدل های چند متغیره برتر در هر عمق براساس شاخص های آماری مختلف آورده شده است. علاوه بر نتایج شاخص های آماری نتایج آزمون Ljung-Box نیز در چهار تاخیر زمانی شامل ۳۶۵، ۵۴۸، ۷۲۰ و ۹۱۲ آورده شده است. مقادیر MAE و RMSE به طور

قابل توجهی با افزایش عمق کاهش یافته‌اند. این کاهش نشان می‌دهد که مدل در پیش‌بینی دمای خاک در اعماق بیشتر عملکرد بهتری دارد. مقادیر R^2 برای تمامی اعماق بسیار بالا هستند (بین ۰/۹۷۲ تا ۰/۹۸۹)، که نشان‌دهنده توانایی بسیار خوب مدل در تبیین واریانس دمای خاک است. مقدار AIC در بیشتر عمق‌ها منفی است، به‌ویژه در اعماق میانی و پایین‌تر که نشان‌دهنده کیفیت بالای مدل در این اعماق است. با این حال، بررسی باقی‌مانده‌های مدل‌های چندمتغیره نشان داد که در تمام سری‌های زمانی فرض استقلال در باقی‌مانده‌ها برقرار نبوده و این موضوع می‌تواند بر اعتبار مدل تأثیرگذار باشد.

مقایسه مدل‌ها

در شکل ۶ نتایج مقایسه‌ای معیارهای ریاضی مختلف برای مدل‌سازی دمای روزانه خاک با استفاده از مدل‌های برتر ARIMA، ARMA، SARIMA و ARMAX ارائه شده است. در مدل‌های ARIMA و ARMA، حذف مؤلفه‌ی فصلی از طریق تحلیل طیفی و در مدل SARIMA، از طریق تفاضل‌گیری فصلی صورت گرفته است. همچنین، مؤلفه‌ی روند در مدل ARMA با استفاده از معادله‌ی روند و در مدل ARIMA با بهره‌گیری از تفاضل‌گیری غیرفصلی حذف شده است. در مدل ARMAX که یک مدل چند متغیره می‌باشد، از چهار متغیر هواشناسی مختلف شامل میانگین دمای خاک، تبخیر و تعرق، میانگین سرعت باد و شدت تابش خورشیدی همراه با داده‌های دمای خاک استفاده شده است. با توجه به نتایج بدست آمده از اجرای زیرساریو سوم و چهارم استفاده از متغیر تبخیر و تعرق همراه با داده‌های دمای خاک نتایج بهتری را در عمق‌های ۵، ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۵۰ ایجاد می‌کند. در عمق ۱۰۰ سانتیمتر، استفاده از متغیر میانگین دمای هوا نسبت به سایر متغیرها نتایج بهتری را بدست آورد. مقایسه‌ی معیارهای آماری نشان می‌دهد که در تمامی سری‌های زمانی، دو مدل ARIMA و ARMA عملکرد بهتری نسبت به مدل SARIMA در مدل‌سازی دمای خاک ارائه داده‌اند. در تمامی عمق‌ها، مقادیر معیارهای ARIMA و ARMA تقریباً مشابه بوده و تنها اختلاف جزئی در مقدار معیار آکاییکه (AIC) مشاهده می‌شود. این نتایج نشان می‌دهد که هر دو مدل برای مدل‌سازی دمای خاک در عمق‌های مختلف مناسب هستند. افزون بر این، نتایج حاصل از تحلیل طیفی و به‌کارگیری مدل‌های استوکاستیک، نشان‌دهنده‌ی کاهش قابل توجه در پیچیدگی مدل در مقایسه با روش تفاضل‌گیری فصلی است. به ترتیب در عمق‌های ۵، ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۵۰ و ۱۰۰ سانتی‌متر، مقدار کاهش پیچیدگی مدل بر اساس معیار AIC حدود ۲۰٪، ۳۳٪، ۴۲٪، ۵۳٪، ۷۰٪ و ۱۴۴٪ بوده است. این روند نشان می‌دهد که با افزایش عمق، دقت مدل و سادگی ساختار آن به‌طور محسوسی بهبود می‌یابد. علاوه بر مقدار AIC براساس معیارهای RMSE و MAE نیز با افزایش عمق دقت مدل‌سازی به‌طور محسوسی نسبت به مدل SARIMA افزایش یافته است. مقدار خطای RMSE در عمق‌های ۵، ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۵۰ و ۱۰۰ سانتی‌متر به ترتیب تقریباً ۲۲٪، ۳۷٪، ۵۰٪، ۴۹٪، ۱۱۲٪ و ۲۱٪ و مقدار MAE به ترتیب تقریباً ۱۷٪، ۳۴٪، ۴۱٪، ۴۳٪، ۷۶٪ و ۱۷٪ کاهش پیدا کرد. مقایسه تمام مدل‌های اجرا شده نشان داد که مدل‌سازی چند متغیره در معیار پیچیدگی عملکرد ضعیف‌تری را نسبت به مدل‌های تک متغیره نشان می‌دهد. تنها در عمق ۱۰۰ سانتی‌متر مقدار پیچیدگی مدل نسبت به سایر مدل‌ها کمتر بدست آمده که از طرف دیگر این مدل از نظر آزمون استقلال باقی‌مانده‌ها اعتبار لازم را ندارد. در نتیجه استفاده از متغیرهای هواشناسی سبب افزایش پیچیدگی مدل می‌گردند. (Bonakdari et al., 2019) نیز با مقایسه نتایج آنالیز طیفی و تفاضل‌گیری فصلی در مدل‌سازی دمای خاک با استفاده از مدل‌های باکس جنکینز نشان دادند که آنالیز طیفی سبب بهبود نتایج مدل‌سازی دمای خاک در دو عمق ۱۰ و ۲۰ سانتیمتر می‌گردد. (Ebtehaj et al., 2019) آنالیز طیفی همراه با تفاضل‌گیری را برای مدل‌سازی نوسانات سطح دریاچه می‌شیکان-هورون پیشنهاد دادند و نشان دادند که این روش نتایج دقیق‌تری را در مقایسه با روش‌های غیرخطی مانند ANN و ANFIS در مدل‌سازی نوسانات سطح دریاچه ایجاد می‌کند. از طرف دیگر این روش نتایج ضعیف‌تری را نسبت به انجام استانداردسازی و تفاضل‌گیری در دریاچه وان ترکیه برای مدل‌سازی دمای خاک نشان داد.



شکل ۶. نتایج مقایسه‌ای معیارهای ریاضی مختلف برای مدل‌سازی دمای روزانه خاک با استفاده از مدل‌های باکس-جنکینز تک متغیره و چند متغیره.

نتیجه‌گیری

این تحقیق با هدف افزایش دقت پیش‌بینی دمای خاک در اعماق مختلف، با استفاده از ترکیب آنالیز طیفی و مدل‌های باکس-جنکینز انجام شد. برای رسیدن به این هدف، دو سناریوی اصلی در نظر گرفته شد تا تأثیر روش‌های مختلف پیش‌پردازش و همچنین نقش متغیرهای هواشناسی در دقت مدل‌ها بررسی شود. نتایج نشان داد که ترکیب آنالیز طیفی با مدل‌های سری زمانی تک متغیره می‌تواند پیش‌بینی دقیق‌تری از دمای خاک ارائه دهد. عملکرد مدل‌ها با معیارهای MAE ، $RMSE$ ، R^2 و AIC ارزیابی گردید. قبل از شروع مدل‌سازی ترم‌های قطعی و استوکاستیک در سری زمانی با کمک آزمون‌های مختلف شناسایی گردیدند. سپس شدت این پارامترها با کمک پارامترهای آماری مختلف مورد بررسی قرار گرفت. تحلیل چهار پارامتر آماری محاسبه شده شامل PM ، SX ، SD و DD نشان داد که در سری زمانی دمای خاک، با توجه به مقادیر SD بدست آمده، فصلی بودن نقش مهمتری نسبت به روند در سری‌های زمانی دمای خاک ایفا می‌کند. مقدار نسبتاً کوچک SD بیانگر آن است که دامنه تغییرات فصلی همچنان بخش قابل توجهی از نوسانات را توضیح می‌دهد در حالیکه مقدار بسیار بزرگ DD نشان‌دهنده ضعف شدید روند خطی است. مقادیر SX نیز تایید می‌کنند که بخش عمده تغییرات توسط روند و فصلی شدن اتفاق می‌افتد. این یافته‌ها با طبیعت داده‌های دمای خاک سازگار می‌باشد، زیرا در این پارامتر تغییرات فصلی سالانه تأثیرات بیشتری نسبت به روندهای بلند مدت دارد. در ادامه، مهم‌ترین یافته‌های این پژوهش به صورت خلاصه ارائه می‌شود:

- مقایسه‌ی روش آنالیز طیفی و تفاضل‌گیری فصلی همراه با مدل‌های باکس-جنکینز برای مدل‌سازی دمای خاک، نشان داد که آنالیز طیفی همراه با مدل‌های باکس-جنکینز عملکرد بهتری نسبت به روش تفاضل‌گیری فصلی دارد.

- با افزایش عمق خاک، دقت پیش‌بینی و سادگی مدل‌ها به طور قابل توجهی بهبود یافت، که حاکی از پایداری بیشتر دما و کاهش تأثیر نوسانات سطحی در عمق‌های زیرین است.
- مقایسه زیرسناریو اول و دوم نشان داد که استفاده از پیش پردازش عملکرد بهتری را در مدل‌سازی دمای خاک ایجاد می‌کند.
- مقایسه‌ی نتایج مدل خطی تک متغیره و چند متغیره نشان داد که روش خطی تک متغیره که تنها از داده‌های دمای خاک برای مدل‌سازی استفاده می‌کند، عملکرد بهتری در مدل‌سازی دمای خاک نسبت به روش چند متغیره دارد.
- مقایسه زیرسناریو سوم و چهارم نشان داد که استفاده از یک متغیر هواشناسی همراه با داده‌های دمای خاک عملکرد مناسبی برای مدل‌سازی دمای خاک ایجاد می‌کند.
- با بررسی متغیرهای هواشناسی در مدل‌سازی دمای خاک مشخص گردید که به‌ترتیب متغیرهای تبخیر و تعرق، میانگین سرعت باد و شدت تابش خورشیدی بیشترین تأثیر را در بهبود مدل‌سازی دمای خاک دارند.
- پیشنهاد می‌شود در تحقیقات آتی، این رویکرد با مدل‌های پیشرفته‌تر (مانند مدل‌های هیبریدی) و در دامنه وسیع‌تری از شرایط محیطی مقایسه شود تا قابلیت تعمیم‌پذیری یافته‌ها بررسی گردد.

"هیچ‌گونه تعارض منافع بین نویسندگان وجود ندارد"

REFERENCE

- Abimbola, O. P., Meyer, G. E., Mittelstet, A. R., Rudnick, D. R., & Farnaz, T. E. (2021). Knowledge-guided machine learning for improving daily soil temperature prediction across the United States. *Vadose zone Journal*. 20(15). <https://doi.org/10.1002/vzj2.20151>.
- Biazar, S.M., Shehadeh, H.A., Ghorbani, M.A., Golmohammadi, G., & Saha, A. (2024). Soil temperature forecasting using a hybrid artificial neural network in Florida subtropical grazinglands agro-ecosystems. *Sci Rep*. 14, 1535. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-48025-4>.
- Bonakdari, H., Moeeni, H., Ebtehaj, I., Zeynoddin, M., Mohammadian, A., & Gharabaghi, B. (2019). New insights into soil temperature time series modeling: linear or nonlinear?. *Theor Appl Climatol* 135, 1157-1177. <https://doi.org/10.1007/s00704-018-2436-2>.
- Ebtehaj, I., Bonakdari, H., & Gharabaghi, B. (2019). A reliable linear method for modeling lake level fluctuations, *Journal of Hydrology*. 570, 236-250. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.01.010>.
- Ebtehaj, I., Bonakdari, H., Samui, P., & Gharabaghi, B. (2023). Multi-depth daily soil temperature modeling: meteorological variables or time series?. *Theor Appl Climatol*. 151, 989-1012, <https://doi.org/10.1007/s00704-022-04314-y>.
- Imanian, H., Mohammadian, A., Farhangmehr, V., Payeur, P., Goodarzi, D., Cobo, G.H., & Shirkhani, H. (2024). A comparative analysis of deep learning models for soil temperature prediction in cold climates. *Theor Appl Climatol*. 155, 2572-2587. <https://doi.org/10.1007/s00704-023-04781-x>.
- Guleryuz, D. (2022). Estimation of soil temperatures with machine learning algorithms—Giresun and Bayburt stations in Turkey. *Theor Appl Climatol*. 147, 109-125. <https://doi.org/10.1007/s00704-021-03819-2>.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P.C., Schmidt, P., & Shin, Y. (1992). Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root? *J Econo* 54(1-3), [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(92\)90104-Y](https://doi.org/10.1016/0304-4076(92)90104-Y).
- Ljung, G.M., & Box, G.E. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*. 65(2), 297-303. <https://doi.org/10.1093/biomet/65.2.297>.
- Minh, H.V.T., Van, T. y., Nam, T., & et al. (2024). Modelling and predicting annual rainfall over the Vietnamese Mekong Delta (VMD) using SARIMA. *Discov Geosci*. 2, 19. <https://doi.org/10.1007/s44288-024-00018-0>.
- Phillips, P. C. B., & Perron, P. (1988). Testing for a unit in time series regression, *Biometrika*. 75(2), 335-46
- Sattar, A.M.A., Gharabaghi, B., Sabouri, F., & Thompson, A.M. (2017). Urban Stormwater thermal gene expression models for protection of sensitive receiving streams. *Hydrol Process*. 31(13):2330-2348. <https://doi.org/10.1002/hyp.11170>.
- Valipour, M. (2015). Long-term runoff study using SARIMA and ARIMA models in the United States.



Meteorological Applications. 22 (3). 592–598.

- Yildirim, A. N., San, B., Yildirim, F., Celik, C., & Bayar, B. (2021). Physiological and biochemical responses of almond rootstocks to drought stress. *Turk. J. Agric. For.* 45(4), 522-532. <https://doi.org/10.1002/hyp.11170>.
- Zeynoddin, M., Bonakdari, H., Ebtehaj, I., Esmailbeiki, F., Gharabaghi, B., & Haghi, D.Z. (2019). A reliable linear stochastic daily soil temperature forecast model. *Soil Till. Res.* 189, 73-87, <https://doi.org/10.1016/j.still.2018.12.023>.
- Zeynoddin, M., Ebtehaj, I., & Bonakdari, H. (2020). Development of a linear based stochastic model for daily soil temperature prediction: One step forward to sustainable agriculture, *Computers and Electronics in Agriculture*, 176, 105636, ISSN 0168-1699, <https://doi.org/10.1016/j.compag.2020.105636>.